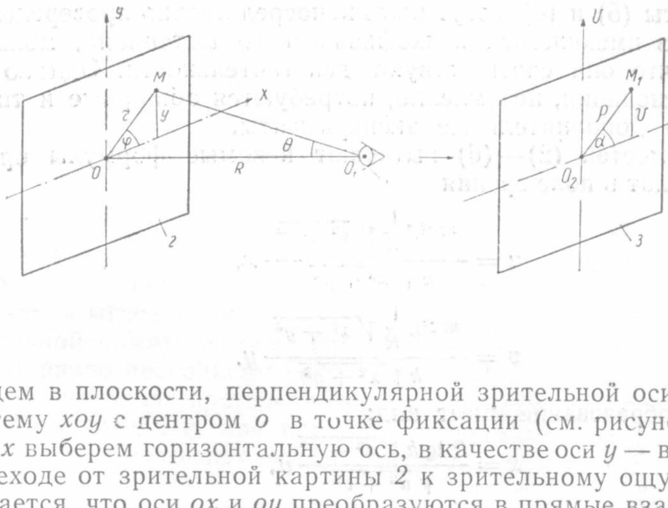
127

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КООРДИНАТ В ПОЛЕ ЗРЕНИЯ

Ю. П. Шабанов-Кушнаренко, И. В. Шульгин

В статье одного из авторов (Ю. П. Шабанов-Кушнаренко. «О задаче математического моделирования зрения человека». Сб. «Проблемы бионики», 1968, № 1) и других связанных с ней работах принято, что зрительная картина $b_\lambda(x, y)$ преобразуется в зрительное ощущение $S(x, y)$ при неизменной координатной системе x, y. В настоящей работе показано, что координатную систему можно считать практически недеформированной лишь в центральной части поля зрения, на периферических же участках поля зрения имеет место деформация координатной системы.



Введем в плоскости, перпендикулярной зрительной оси, координатную систему xoy с центром o в точке фиксации (см. рисунок). В качестве оси x выберем горизонтальную ось, в качестве оси y — вертикальную При переходе от зрительной картины 2 к зрительному ощущению 3 обнаруживается, что оси ox и oy преобразуются в прямые взаимно-перпендикулярные линии. Обозначим эти линии через o_2u и o_2v и примем их за оси декартовой системы координат uo_2v в поле зрительного ощущения.

Наша задача состоит в том, чтобы найти вид функций f_1 и f_2 связывающих координаты x, y зрительной картины с координатами u, v зрительного ощущения:

$$u = f_1(x, y), \quad v = f_2(x, y). \tag{1}$$

Выделим на плоскости xoy произвольную точку M с координатами x, y и введем для нее полярные координаты r и φ:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{y}{x}. \tag{2}$$

Обозначая через R расстояние от глаза 1 до зрительной картины $R = oo_1$, найдем выражение для угла $\Theta < M_{o_1o}$.

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{r}{R}. \qquad (3)$$

Обозначим через M_1 точку с координатам u, v в поле зрительного ощущения, соответствующую точке M зрительной картины, и введем для этой точки полярные координаты ρ и α:

$$\rho = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{v}{u}. \qquad (4)$$

В качестве постулатов, справедливость которых должна быть проверена непосредственно в психофизическом эксперименте, принимаем следующие равенства:

$$\alpha = \varphi, \qquad (5)$$

$$\theta = k\rho, \qquad (6)$$

где k — коэффициент пропорциональности.

Формула (5) означает, что прямые линии, проходящие через точку O в системе xOy, преобразуется снова в прямые, проходящие через точку O_2 в системе uo_2v, причем углы, образуемые этими прямыми соответственно с осями ox и o_2u, остаются одинаковыми.

Формула (6) означает, что в системе uo_2v расстояние точки M_1 от начала координат o_2 пропорционально углу Θ, под которым наблюдатель видит соответствующую точку M.

Постулаты (5) и (6) могут быть непосредственно проверены на опыте. Исходя из имеющегося психофизического материала, можно предположить, что они соответствуют действительности. Однако для их строгого обоснования, несомненно, потребуются обширные и тщательно поставленные дополнительные эксперименты.

Из зависимостей (2)—(6) вытекают искомые формулы преобразования координат в поле зрения

$$u = \frac{\operatorname{arctg}\frac{1}{R}\sqrt{x^2 + y^2}}{k\sqrt{x^2 + y^2}}\, x, \qquad (7)$$

$$v = \frac{\operatorname{arctg}\frac{1}{R}\sqrt{x^2 + y^2}}{k\sqrt{x^2 + y^2}}\, y. \qquad (8)$$

Обратное преобразование имеет вид:

$$x = \frac{R\operatorname{tg}k\sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{u^2 + v^2}}\, u, \qquad (9)$$

$$y = \frac{R\operatorname{tg}k\sqrt{u^2 + v^2}}{\sqrt{u^2 + v^2}}\, v. \qquad (10)$$

Важно отметить, что в случае, когда точка M близка к началу координат 0, можно с достаточной точностью принять

$$\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{R}\sqrt{x^2 + y^2} \approx \frac{1}{R}\sqrt{x^2 + y^2}. \qquad (11)$$

В этом случае формулы (7) и (8) запишутся в более простом виде:

$$u = \frac{1}{kR}x, \quad v = \frac{1}{kR}y. \qquad (12)$$

Следовательно, вблизи точки фиксации координатная сетка $x0y$ не претерпевает искажений при ее проектировании на плоскость $u0_2v$.