

СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ЗАЩИТЫ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

ТЕВЯШЕВ А.Д., СТРИЖАК Л.В., ТКАЧЕНКО А.А.

Приводятся стохастические модели и методы решения задачи оперативного планирования режимов работы систем электрохимической защиты подземных трубопроводов в условиях риска и неопределённости. Эффективность моделей и методов иллюстрируется на примере решения задачи оперативного планирования режимов работы систем электрохимической защиты участка газораспределительных сетей высокого давления г. Харькова.

Введение

В настоящее время в состав ГТС Украины входят: газопроводов высокого давления протяженностью свыше 37,5 тыс. км и газораспределительных трубопроводов низкого давления свыше 255 тыс. км [1].

Трубопроводы, уложенные в грунт, подвергаются воздействию различных физических и климатических факторов, в той или иной степени влияющих на их состояние. Нарушения изоляции, воздействие давления грунта, влияние блуждающих токов в земле, значительные перепады температур и внутреннего давления ведут к существенному сокращению срока службы трубопроводов. Поэтому одним из решающих факторов, определяющих надежность трубопроводных систем на практике, является состояние их антикоррозионной защиты. На протяжении последних нескольких лет почвенная коррозия становится причиной около 30% отказов на трубопроводах. В результате аварии только стоимость капитального ремонта 1 км магистрального газопровода диаметром 1000 мм составляет около \$1,5 млн грн, не считая прочих негативных последствий, имеющих зачастую намного больший финансовый эффект.

Как правило, на практике не удается добиться полной сплошности изоляционного покрытия: различные виды покрытия имеют различную диффузионную проницаемость и поэтому обеспечивают различную изоляцию трубы от окружающей среды. В процессе строительства и эксплуатации в изоляционном покрытии возникают трещины, задиры, вмятины и другие дефекты. Наиболее опасными являются сквозные повреждения защитного покрытия, где, практически, и протекает грунтовая коррозия. В ДК «Укртрансгаз» более половины трубопроводов находятся в эксплуатации более 20 лет. Это означает, что вероятность возникновения коррозионного разрушения газопроводов таких участков возрастает ввиду тенденции существующих на сегодняшний день изоляционных материалов к ухудшению диэлектрических свойств с течением времени.

Активный метод защиты от коррозии путем катодной поляризации основан на снижении скорости растворения металла по мере смещения его потенциала коррозии в область более отрицательных значений, чем естественный потенциал. Прилагая между поверхностью металла трубы и грунтом электрический ток, необходимо достигнуть снижения потенциала в дефектных местах изоляции трубы до значения ниже критерия защитного потенциала, равного 0,85 В. В результате этого скорость коррозии снижается до 10 мкм в год.

Для повышения оперативности сбора, обработки и анализа информации о степени защищенности объектов магистральных газопроводов от коррозии и, прежде всего, для обеспечения дистанционного мониторинга и регулирования защитных параметров установок катодной защиты используются системы анализа и оперативного управления режимами работы станциями электрохимической защиты (ЭХЗ) подземных трубопроводов.

В качестве основных элементов системы ЭХЗ подземных трубопроводов используются станции катодной защиты (СКЗ), которые обеспечивают необходимое значение защитного потенциала на всей протяженности защищаемого подземного трубопровода. В свою очередь величина защитного потенциала «труба-земля» является случайной величиной, зависящей от многочисленных факторов. Основными из них являются: фактические режимы работы СКЗ; фактическое состояние изоляционного покрытия трубопровода в любой точке рассматриваемого участка в каждый момент времени и соответствующее ему переходное сопротивление изоляционного покрытия; фактическое значение сопротивления грунта вдоль трассы трубопровода. Это приводит к необходимости рассматривать систему ЭХЗ подземных трубопроводов как стохастическую систему, функционирующую в стохастической среде. Известно [2], что наиболее эффективным способом управления такими системами являются двухэтапные процедуры, включающие в себя решение двух задач:

- оперативное планирование режимов работы СКХ на основании прогнозов (условных математических ожиданий) основных возмущающих факторов системы;
- стабилизация величины защитного потенциала после наблюдения фактических реализаций возмущающих факторов.

В данной работе приведены стохастические модели и методы решения задачи оперативного планирования режимов работы системы СКЗ, обеспечивающей ЭХЗ заданного участка подземных трубопроводов.

Цель исследования – повышение эффективности работы системы электрохимической защиты подземных трубопроводов путем решения задачи оперативного планирования режимов работы СКЗ трубопроводов.

1. Математическая модель распределения защитного потенциала «труба-земля»

Детерминированная модель

Для участка подземного трубопровода с подключенными к нему СКЗ разность потенциалов «труба-земля» в каждой точке на всей протяженности трубопровода для каждой СКЗ складывается из двух составляющих: положительного потенциала грунта $U_{гр}^i(x)$, создаваемого электрическим полем анодных заземлителей, и отрицательного потенциала поверхности трубы $U_T^i(x)$, возникающего за счет протекания катодного тока вдоль трубопровода.

Изолированный подземный трубопровод, защищаемый станциями катодной защиты, можно представить в виде протяженного электрического проводника постоянного тока с утечкой (рис.1) [3].

Величина R_{np} [Ом/м] – электрическое сопротивление единицы длины протяженного проводника с утечкой (удельное продольное сопротивление, погонное сопротивление).

Величина $R_{уз}$ [Ом·м] – переходное сопротивление утечке, характеризует электрическое сопротивление между отрезком протяженного проводника и соприкасающейся с ним средой.

При наличии какой угодно приложенной к протяженному проводнику нагрузки в любой точке x проводника имеем, потенциал $U_T^i(x)$ и протекающий по проводнику ток i , зависящие от координаты x .

Рассмотрим приведенную на рис.1 схему замещения протяженного проводника с утечкой. Пусть эта схема представлена в виде последовательно соединенных продольных элементов сопротивлений $R_{np}\Delta x$, к концам которых параллельно подключены элементы переходных сопротивлений $\frac{R_{уз}}{\Delta x}$. Пусть, кроме этого, на участке OC имеется некоторый промежуток AB , внутри которого к протяженному проводнику не приложено никакой нагрузки. Ввиду того, что промежуток AB не загружен, ток i на всем этом промежутке не имеет разрыва, т.е. изменяется непрерывно.

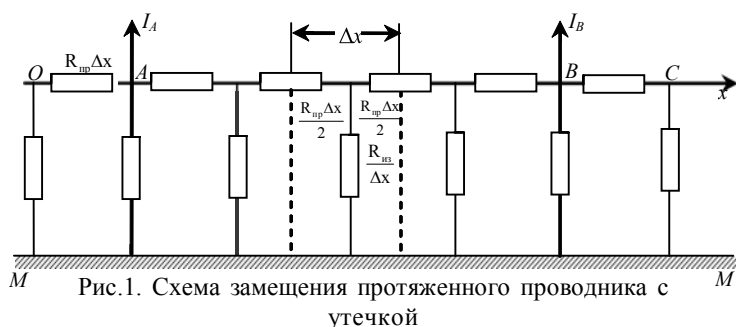


Рис.1. Схема замещения протяженного проводника с утечкой

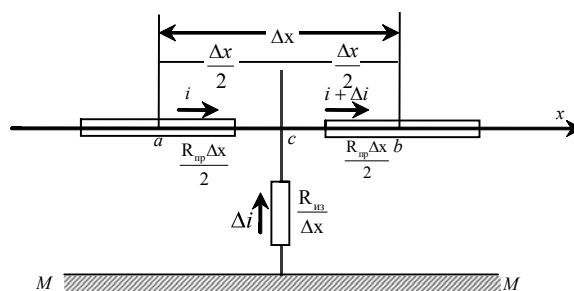


Рис.2. Отрезок ab схемы замещения протяженного проводника с утечкой

Выделим на промежутке AB достаточно малый отрезок ab длиной Δx . Пусть начальная точка a отрезка ab имеет координату x . Следовательно, координата точки b есть $x + \Delta x$. К средней точке c отрезка ab подключен один из элементов переходных сопротивлений $\frac{R_{уз}}{\Delta x}$, в связи с чем между точками a и c и между точками c и b включены по продольному

элементу сопротивления, имеющие величину $\frac{R_{np}\Delta x}{2}$.

На рис. 2, для удобства показан отрезок ab в более крупном масштабе, где

$$ab = \Delta x, \tag{1}$$

$$ac = cb = \frac{\Delta x}{2}. \tag{2}$$

Пусть в точке a имеются потенциал U_T и ток i , протекающий от точки a к точке c , а в точке b – потенциал $U_T + \Delta U_T$ и ток $i + \Delta i$, протекающий от c к b , т.е. приращению Δx координаты x соответствуют приращения ΔU_T и Δi потенциала U_T и тока i . Если ток направлен слева направо, т.е. если он имеет положительный знак, то $U_T > U_T + \Delta U_T$, вследствие чего $\Delta U_T < 0$, т.е. приращение потенциала имеет отрицательный знак, т.е. знаки величин ΔU_T и i противоположны. Как видно из рис. 2, это падение напряжения равно:

$$-\Delta U_T = i \frac{R_{np}\Delta x}{2} + (i + \Delta i) \frac{R_{np}\Delta x}{2}, \tag{3}$$

где Δi представляет собой ток на участке $ab = \Delta x$ между отрезком проводника и эквипотенциальной поверхностью MM , т.е. ток Δi есть приращение тока на участке Δx , которое будет положительным в случае его входа в отрезок Δx (ток подтекания), и отрицательным в случае его выхода из отрезка Δx (ток утечки).

Величина тока Δi определяется потенциалом U_{Tc} точки c и переходным сопротивле-

нием $\frac{R_{uz}}{\Delta x}$, причем при положительном значении потенциала U_{Tc} приращение Δi будет отрицательным, а при отрицательном потенциале U_{Tc} приращение положительно:

$$U_{Tc} = U_T - i \frac{R_{np} \Delta x}{2}, \quad (4)$$

$$\Delta i = -\frac{U_{Tc}}{\frac{R_{uz}}{\Delta x}} = -\frac{U_T - i \frac{R_{np} \Delta x}{2}}{R_{uz}} \cdot \Delta x. \quad (5)$$

Таким образом, при известных значениях потенциала и тока в точке подключения СКЗ можно последовательно получить значения потенциала U_T и тока i в каждой точке рассматриваемого участка.

Представим уравнения (3) и (5) следующим образом:

$$\frac{\Delta U_T}{\Delta x} = -R_{np} i - \frac{R_{np}}{2} \Delta i, \quad (6)$$

$$\frac{\Delta i}{\Delta x} = -\frac{U_T}{R_{uz}} + \frac{R_{np} i}{2R_{uz}} \Delta x. \quad (7)$$

Если отрезок Δx неограниченно уменьшать, устремляя его к значению дифференциала dx координаты x , то приращения ΔU_T и Δi будут соответственно стремиться к дифференциалам dU_T и di . Вторые слагаемые правых частей уравнений (6) и (7) превратятся в величины высшего порядка малости по сравнению с первыми слагаемыми, а сами уравнения из конечно-разностных превратятся в дифференциальные.

Функция $U_T^i(x)$ – распределения отрицательного потенциала поверхности трубы каждой i -й СКЗ является решением системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dU_T^i(x)}{dx} + R_{np} i = 0, \quad (8)$$

$$\frac{di}{dx} + \frac{U_T^i(x)}{R_{uz}} = 0, \quad (9)$$

i – функция распределения значений силы тока.

Решение системы дифференциальных уравнений в общем виде:

$$U_T^i(x) = A e^{x \cdot \sqrt{\frac{R_{np}}{R_{uz}}}} + B e^{-x \cdot \sqrt{\frac{R_{np}}{R_{uz}}}}, \quad (10)$$

$$i = -\frac{1}{\sqrt{R_{np} \cdot R_{uz}}} (A e^{x \cdot \sqrt{\frac{R_{np}}{R_{uz}}}} - B e^{-x \cdot \sqrt{\frac{R_{np}}{R_{uz}}}}), \quad (11)$$

где коэффициент затухания α определяется выраже-

нием $\alpha = \sqrt{\frac{R_{np}}{R_{uz}}}$, а постоянные A и B определяются

для каждого участка непрерывного изменения тока из условий на границах того же участка.

Значения положительного потенциала грунта $U_{zp}^i(x)$, создаваемого электрическим полем анодного заземления i -й СКЗ, определяется выражением [4]:

$$U_{zp}^i(x) = \frac{I_i \rho_{zp}}{2\pi(b_i - a_i)} * \ln \left(\frac{(x - a_i) + \sqrt{(x - a_i)^2 + y_i^A}}{(x - b_i) + \sqrt{(x - b_i)^2 + y_i^A}} \right), \quad (12)$$

a_i, b_i, y_i^A – координаты расположения протяженно-анодного заземления i -й СКЗ.

Функция распределения потенциала «труба-земля» $U_{T-3}(x)$ для n -СКЗ находится следующим образом:

$$U_{T-3}(x) = \sum_{i=1}^n U_T^i(x) - \sum_{i=1}^n U_{zp}^i(x). \quad (13)$$

Стохастическая модель

Основными случайными величинами, влияющими на значение защитного потенциала «труба-земля», являются: фактическое состояние изоляционного покрытия трубопровода в точке x в момент времени t и соответствующее ему переходное сопротивление изоляционного покрытия, а также фактическое значение сопротивления грунта вдоль трассы трубопровода, зависящее от влажности почвы, ее состава, плотности, температуры и т.п.

Пусть $\langle \Omega, F, P \rangle$ – вероятностное пространство, где Ω – пространство элементарных исходов; F – σ -алгебра подмножеств Ω ; P – вероятностная мера на F .

Определим параметры R_{uz} и ρ_{zp} как случайные величины на пространстве $\langle \Omega, F, P \rangle$: $\rho_{zp} = \rho_{zp}(\omega, t)$, $R_{uz} = R_{uz}(\omega, t)$, где $\omega \in \Omega$.

Как уже рассматривалось ранее, потенциал «труба-земля» в точке x представляет собой сумму потенциалов каждой СКЗ и является разницей отрицательного потенциала трубы и положительного потенциала грунта. Отрицательный потенциал трубы зависит от случайной величины сопротивления изоляции $U_T^i(x) = U_T^i(x, R_{uz}(\omega, t))$. Положительный потенциал грунта зависит от случайной величины удельного сопротивления грунта $U_{zp}^i(x) = U_{zp}^i(x, \rho_{zp}(\omega, t))$. Таким образом, потенциал «труба-земля» также представляет собой случайную величину:

$$U_{T-3}(x, t, \omega) = \sum_{i=1}^n U_T^i(x, R_{uz}(\omega, t)) - \sum_{i=1}^n U_{zp}^i(x, \rho_{zp}(\omega, t)).$$

2. Стохастические показатели оценки качества и эффективности функционирования системы ЭХЗ подземных трубопроводов

Повысить качество и эффективность функционирования систем ЭХЗ подземных трубопроводов – это значит обеспечить наиболее эффективную защиту подземных трубопроводов от электрохимической коррозии при одновременном уменьшении затрат электроэнергии на СКЗ.

Система ЭХЗ полностью выполняет свое функциональное назначение на интервале управления $[0, T]$ в том и только в том случае, если [5]:

$$\forall t \in [0, T] \wedge \forall x \in L \wedge \forall \omega \in \Omega, \\ P(U_{T-3}^- \leq U_{T-3}(t, x, \omega) \leq U_{T-3}^+) = P_0. \quad (14)$$

Для реальных систем ЭХЗ условие (14) оказывается чрезвычайно жестким, и для достаточно больших интервалов управления $[0, T]$ ему не удовлетворяет практически ни одна реальная система ЭХЗ. Это означает, что для реальных систем ЭХЗ вероятность выхода значения разности потенциалов «труба-земля» за допустимые границы отлична от нуля.

Качество функционирования систем ЭХЗ на интервале времени $[0, T]$ будем определять на основе локальных критериев, количественно выражающих целевое назначение системы, режим работы и параметры СКЗ. Оценки качества функционирования систем ЭХЗ на основе таких критериев должны в явном виде включать требования вида (14) и рассматриваться как стохастический функционал, определенный на пространстве случайных функций переходного сопротивления изоляционного покрытия подземного трубопровода и сопротивления грунта вдоль трассы трубопровода. В качестве конкретных локальных показателей качества функционирования систем ЭХЗ могут быть использованы необходимые статистические характеристики этого функционала, такие как: математическое ожидание и дисперсия.

Рассмотрим одноточечный участок подземного трубопровода $[0, L]$, на котором установлено n СКЗ с координатами $x_i, i = 1, 2, \dots, n$. Назовем i -м участок трубопровода между $[x_{i-1}, x_i]$ точками подключения $(i-1)$ -й и i -й СКЗ.

Функция распределения потенциала $U_{T-3}(t, x, \omega)$ на интервале $[x_{i-1}, x_i]$ между $(i-1)$ -й и i -й СКЗ представляет собой выпуклую по $x \in [x_i, x_{i+1}]$ функцию, имеющую два минимума в точках x_{i-1} и x_i и один максимум в некоторой внутренней точке x_i^* интервала $[x_{i-1}, x_i]$.

Локальной «диктующей точкой» системы ЭХЗ в момент времени $t \in [0, T]$ на интервале $[x_{i-1}, x_i]$ называется такая точка $x_i^*(t, \omega) \in [x_{i-1}, x_i]$, в которой функция $U_{T-3}(t, x, \omega)$ достигает максимума.

Локальной «диктующей точкой» соответствует точка максимума случайной величины $U_{T-3}(t, x, \omega)$. Практически это означает, что локальная «диктующая точка» также является случайной величиной и для $\forall \omega \in \Omega \wedge \forall t \in [0, T]$ может принимать значения из некоторого открытого интервала $X_i^* = (x_{i-1}^{*+}, x_i^{*++})$, являющегося подмножеством множества $[x_{i-1}, x_i]$, т.е. $X_i^* \subset [x_i, x_{i+1}]$.

Подмножество $X_i^* \subset [x_{i+1}, x_i]$ называется множеством «диктующих точек» системы ЭХЗ на интервале $[x_{i-1}, x_i]$.

Глобальной «диктующей точкой» систем ЭХЗ на интервале $[x_{i-1}, x_i]$ называется такая точка $x_i^* \in X_i^*$, для которой выполняется условие

$$\forall t \in [0, T] \wedge \forall \omega \in \Omega : \\ x_i^* = \arg \max_{x \in X_i^*} U_{T-3}(t, x, \omega). \quad (15)$$

Знание местоположения глобальной «диктующей точки» на интервале $[x_{i-1}, x_i]$ позволяет получить оценки качества функционирования системы ЭХЗ на этом интервале на основании оценок вида (14), вычисленных при $x = x_i^*$.

Так как функция распределения потенциала $U_{T-3}(t, x, \omega)$ на интервале $[x_{i-1}, x_i]$ достигает минимального значения только в точках x_{i-1} и x_i , оценки качества функционирования системы ЭХЗ будут иметь вид:

$$G : \forall t \in [0, T] \wedge \forall \omega \in \Omega, i = 1, n ; \\ P(U_{T-3}(x_i^*, t, \omega) \leq U_{T-3}^+) \geq \alpha, \quad (16)$$

$$P(U_{T-3}(x_i, t, \omega) \geq U_{T-3}^-) \geq \beta. \quad (17)$$

Критерием оценки качества функционирования системы ЭХЗ является ограничение вероятности выхода значения потенциала «труба-земля» за пределы верхней границы $U_{T-3}^+ = -0.85$ [В] с вероятностью не ниже $\alpha = 0.98$; нижней границы $U_{T-3}^- = -1.15$ [В] с вероятностью ниже, чем $\beta = 0.95$.

3. Математическая постановка задачи оперативного планирования режимов работы СКЗ подземных трубопроводов

Для рассматриваемого одноточечного участка подземного трубопровода энергетические затраты на работу i -й СКЗ в момент времени $t \in [0, T]$ определяются мощностью по постоянному току на выходе преобразователя СКЗ $C_{эксн}$, [кВт·ч]:

$$C_{iэксн} = P_i(t) \cdot t, \quad (18)$$

где мощность i -й СКЗ $P_i(t)$, [кВт] определяется выражением:

$$P_i(t) = U_{inp}(t)I_i, \quad (19)$$

здесь $U_{inp}(t) = I_i \cdot [R_{i,l} + R_{i,a3} + Z_i]$ – напряжение на выходе преобразователя i -й СКЗ [В] в момент времени t ; I_i – величина силы тока на выходе i -й СКЗ [А] в момент времени t ; $R_{i,l}$ – сопротивление соединительных линий i -й СКЗ [Ом]; $R_{i,a3}$ – сопротивление анодного заземления i -й СКЗ [Ом]; $z_i = \sqrt{R_{inp} \cdot R_{iuz} \cdot (\pi D)^{-1}}$ – характеристическое сопротивление трубопровода [Ом]; $R_{i,np}$ – продольное сопротивление подземного трубопровода, [Ом/м] на участке $[x_{i-1}, x_i]$; $R_{i,uz}$ – среднее значение переходного сопротивления изоляционного покрытия, [Ом·м²] на участке $[x_{i-1}, x_i]$.

Переходное сопротивление изоляции является случайной величиной $R_{i,uz} = R_{i,uz}(t, \omega)$, следовательно, и характеристическое сопротивление трубопровода представляет собой также случайную величину $z_i = z_i(t, \omega)$.

Как следует из (19), мощность i -й СКЗ P_i является в этом случае функцией от случайно величины $z_i(t, \omega)$ и, в свою очередь, также будет случайной величиной, т.е.

$$P_i(t, \omega) = I_i^2 [R_{i,l} + R_{i,a3} + z_i(t, \omega)]. \quad (20)$$

В этом случае в качестве интегрального показателя оптимизации работы i -й СКЗ на интервалах времени $[0, T]$ будем использовать выражение

$$J_i(T, \omega) = \int_0^T P_i(t, \omega) dt = \int_0^T I_i^2 [R_{i,l} + R_{i,a3} + z_i(t, \omega)] dt. \quad (21)$$

Численное значение $J_i(T, \omega)$ характеризует суммарные затраты мощности i -й СКЗ на интервале времени $[0, T]$ и, как следует из (21), является случайной величиной.

Так как $J_i(T, \omega)$ – случайная величина, то для получения операциональной системы интегральных показателей эффективности функционирования i -й СКЗ необходимо использовать ее математическое ожидание.

Получили задачу стохастического программирования M -типа с вероятностными ограничениями. Целевая функция данной задачи является суммой энергетических затрат по эксплуатации каждой станции катодной защиты на промежутке времени $[0, T]$. Регулирование мощности СКЗ определяет величину защит-

ного потенциала «труба-земля», которая должна удовлетворять критериям, определяющим область G .

Задача оперативного планирования режимов работы СКЗ в стохастической постановке будет иметь вид:

$$M \sum_{\omega} \sum_{i=1}^n J_i(T, \omega) \rightarrow \min_{I \in G}. \quad (22)$$

На основании показателей оценки качества функционирования системы ЭХЗ область допустимых решений G определяется системой неравенств

$$G: \forall t \in [0, T] \wedge \forall \omega \in \Omega, i = \overline{1, n},$$

$$P(U_{T-3}(x_i^*, t, \omega) \leq U_{T-3}^+) \geq \alpha, \quad (23)$$

$$P(U_{T-3}(x_i, t, \omega) \geq U_{T-3}^-) \geq \beta, \quad (24)$$

$$0 \leq I_i \leq I_i^{\max}, \quad (25)$$

где I – вектор значений силы тока СКЗ $I = [I_1, I_2, \dots, I_n]$; $U_{T-3}^+ = -0.85$ – максимальное значение защитного потенциала [В]; $U_{T-3}^- = -1.15$ – минимальное значение защитного потенциала [В]; I_i^{\max} – максимальные значения силы тока СКЗ [А].

4. Детерминированный эквивалент стохастической задачи оперативного планирования режимов работы СКЗ подземных трубопроводов

При построении детерминированного эквивалента задачи стохастического программирования (22)-(25) будем предполагать, что случайные величины сопротивления изоляции $R_{iuz}(\omega)$ и сопротивления грунта $\rho_{zp}(\omega)$ распределены по нормальному закону распределения с известными параметрами, т.е. $R_{iuz}(\omega) \cong N(\overline{R_{iuz}}, \sigma_{R_{iuz}}^2)$, $\rho_{zp}(\omega) \cong N(\overline{\rho_{zp}}, \sigma_{\rho_{zp}}^2)$, где $\overline{R_{iuz}}$, $\overline{\rho_{zp}}$ – математические ожидания случайных величин сопротивления изоляции и удельного сопротивления грунта соответственно, $\sigma_{R_{iuz}}^2$, $\sigma_{\rho_{zp}}^2$ – дисперсия случайных величин сопротивления изоляции и удельного сопротивления грунта соответственно. На заданном интервале управления $[0, T]$ параметры распределения случайных величин $R_{iuz}(\omega)$ и $\rho_{zp}(\omega)$ будем считать постоянными.

Целевая функция задачи имеет вид:

$$M \sum_{\omega} \sum_{i=1}^n J_i(T, \omega) \rightarrow \min_{I \in G}.$$

После подстановки выражения для вычисления затрат мощности i -й СКЗ и выражения характеристического сопротивления участка трубопровода целевая функция задачи будет иметь вид:

$$\sum_{i=1}^n M \left\{ \int_0^T I_i^2 [R_{i,l} + R_{i,a3} + \sqrt{R_{inp} \cdot R_{iuz}(\omega) \cdot (\pi D)^{-1}}] dt \right\} \rightarrow \min_{I \in G}. \quad (26)$$

После вычисления определенного интеграла выражение (26) можно представить в виде:

$$\sum_{i=1}^n M_{\omega} \left\{ I_i^2 [R_{i,l} + R_{i,g} + \sqrt{R_{i,np} \cdot R_{i,u3}(\omega) \cdot (\pi D)^{-1}}] \frac{T^2}{2} \right\} \rightarrow \min_{I \in G}. \quad (27)$$

Для получения математического ожидания случайной величины воспользуемся неравенством Йенсена.

Для нелинейной функции $f(x, \eta(\omega))$ и случайной величины $\eta(\omega)$ имеет место неравенство Йенсена:

$$M_{\omega} f(x, \eta(\omega)) \geq f(M_{\omega} \eta(\omega)),$$

если функция $f(x, \eta(\omega))$ выпукла, и

$$M_{\omega} f(x, \eta(\omega)) \leq f(M_{\omega} \eta(\omega)),$$

если функция $f(x, \eta(\omega))$ вогнута.

Построим график зависимости функции затрат мощности i -й СКЗ (21) от значения случайной величины $R_{i,u3}(\omega)$ (рис. 3).

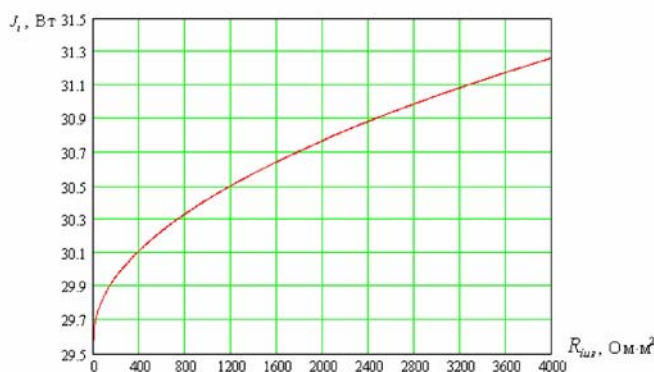


Рис. 3. График зависимости функции затрат мощности i -й СКЗ от значения случайной величины $R_{i,u3}(\omega)$

Из графика зависимости видно, что функция, определяющая затраты при эксплуатации СКЗ, вогнута, т.е. имеет место неравенство:

$$\sum_{i=1}^n M_{\omega} \left\{ I_i^2 [R_{i,l} + R_{i,g} + \sqrt{R_{i,np} \cdot R_{i,u3}(\omega) \cdot (\pi D)^{-1}}] \frac{T^2}{2} \right\} \leq \sum_{i=1}^n \left\{ I_i^2 [R_{i,l} + R_{i,g} + \sqrt{R_{i,np} \cdot \overline{R_{i,u3}} \cdot (\pi D)^{-1}}] \frac{T^2}{2} \right\}. \quad (28)$$

Таким образом, оценка затрат при эксплуатации СКЗ, полученная в результате решения задачи стохастического программирования, будет больше реальных затрат.

Рассмотрим неравенства (23)-(25), определяющие область G задачи стохастического программирования. Для построения детерминированного эквивалента задачи необходимо нахождение функции распределения разности потенциалов «труба-земля» $U_{T-3}(x, t, \omega)$ в «диктующих точках».

Как уже рассматривалось ранее, потенциал «труба-земля» в точке x представляет собой сумму потенци-

алов, создаваемую каждой СКЗ, и является разницей отрицательного потенциала трубы и положительного потенциала грунта:

$$U_{T-3}(x, t, \omega) = \sum_{i=1}^n U_{T-3}^i(x, R_{i,u3}(\omega, t)) - \sum_{i=1}^n U_{2p}^i(x, \rho_{2p}(\omega, t)).$$

Найдем распределение случайной величины отрицательного потенциала трубы $U_{T-3}^i(x_k^*, R_{i,u3}(\omega, t))$ i -й СКЗ в «диктующей точке» x_k^* при известном распределении случайной величины сопротивления изоляции $R_{i,u3}(\omega) \cong N(\overline{R_{i,u3}}, \sigma_{R_{i,u3}}^2)$. С помощью критерия Пирсона проверки статистической гипотезы о распределении случайной величины принимаем, что случайная величина $U_{T-3}^i(x_k^*, R_{i,u3}(\omega, t))$ имеет нормальное распределение:

$$U_{T-3}^i(x_k^*, R_{i,u3}(\omega, t)) \cong N(\overline{U_{T-3}^i(x_k^*)}, \sigma_{U_{T-3}^i(x_k^*)}^2). \quad (29)$$

Найдем распределение случайной величины положительного потенциала грунта $U_{2p}^i(x, \rho_{2p}(\omega, t))$ i -й СКЗ в «диктующей точке» x_k^* при известном распределении удельного сопротивления грунта $\rho_{2p}(\omega) \cong N(\overline{\rho_{2p}}, \sigma_{\rho_{2p}}^2)$. Как видно из выражения (12):

$$U_{2p}^i(x, \rho_{2p}(\omega, t)) = \frac{I_i \rho_{2p}(\omega, t)}{2\pi(b_i - a_i)} * \ln \left(\frac{(x - a_i) + \sqrt{(x - a_i)^2 + y_i^A}}{(x - b_i) + \sqrt{(x - b_i)^2 + y_i^A}} \right).$$

Случайная величина $U_{2p}^i(x, \rho_{2p}(\omega, t))$ является линейной функцией от нормально распределенного аргумента удельного сопротивления грунта т.е. является нормально распределенной случайной величиной:

$$U_{2p}^i(x_k^*, \rho_{2p}(\omega, t)) \cong N(\overline{U_{2p}^i(x_k^*)}, \sigma_{U_{2p}^i(x_k^*)}^2). \quad (30)$$

Таким образом, потенциал «труба-земля» в «диктующих точках» представляет собой сумму нормально распределенных случайных величин. При этом случайные величины сопротивления изоляции $R_{i,u3}(\omega)$ и удельного сопротивления грунта $\rho_{2p}(\omega)$ являются независимыми случайными величинами:

$$U_{T-3}(x_k^*, \omega) \cong N(\overline{U_{T-3}(x_k^*)}, \sigma_{U_{T-3}(x_k^*)}^2).$$

При известных параметрах математического ожидания и дисперсии случайной величины потенциала «труба-земля» в «диктующих точках» выражение (23) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} P(U_{T-3}(x_i^*, t, \omega) \leq U_{T-3}^+) &= \\ = P(U_{T-3}(x_i^*, t, \omega) - U_{T-3}^+ \leq 0) &= \\ = \Phi \left(-\frac{\overline{U_{T-3}(x_i^*)} - U_{T-3}^+}{\sigma_{U_{T-3}(x_i^*)}} \right) &\geq \alpha. \end{aligned} \quad (31)$$

Неравенство (31) представим в виде:

$$\Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sigma_{U_{T-3}(x_i^*)} \leq -\left(\overline{U_{T-3}(x_i^*)} - U_{T-3}^+ \right), \quad (32)$$

где $\Phi^{-1}(\alpha)$ – обратная функция Лапласа.

Выражение (24) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} P(U_{T-3}(x_i, t, \omega) \geq U_{T-3}^-) = \\ = P(U_{T-3}(x_i, t, \omega) - U_{T-3}^- \geq 0) = \end{aligned} \quad (33)$$

$$= \Phi \left(\frac{\overline{U_{T-3}(x_i)} - U_{T-3}^-}{\sigma_{U_{T-3}(x_i^-)}} \right) \geq \beta,$$

неравенство (33) представим в виде:

$$\Phi^{-1}(\beta) \cdot \sigma_{U_{T-3}(x_i)} \leq \overline{U_{T-3}(x_i)} - U_{T-3}^-. \quad (34)$$

Таким образом, детерминированный эквивалент задачи (22)-(25) принимает вид:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \left(I_i^2(t) [R_{i,l} + R_{i,w} + \sqrt{R_{inp} \cdot R_{iuz} \cdot (\pi D)^{-1}}] \frac{T^2}{2} \right) \rightarrow \\ \rightarrow \min_{I \in G}, \end{aligned} \quad (35)$$

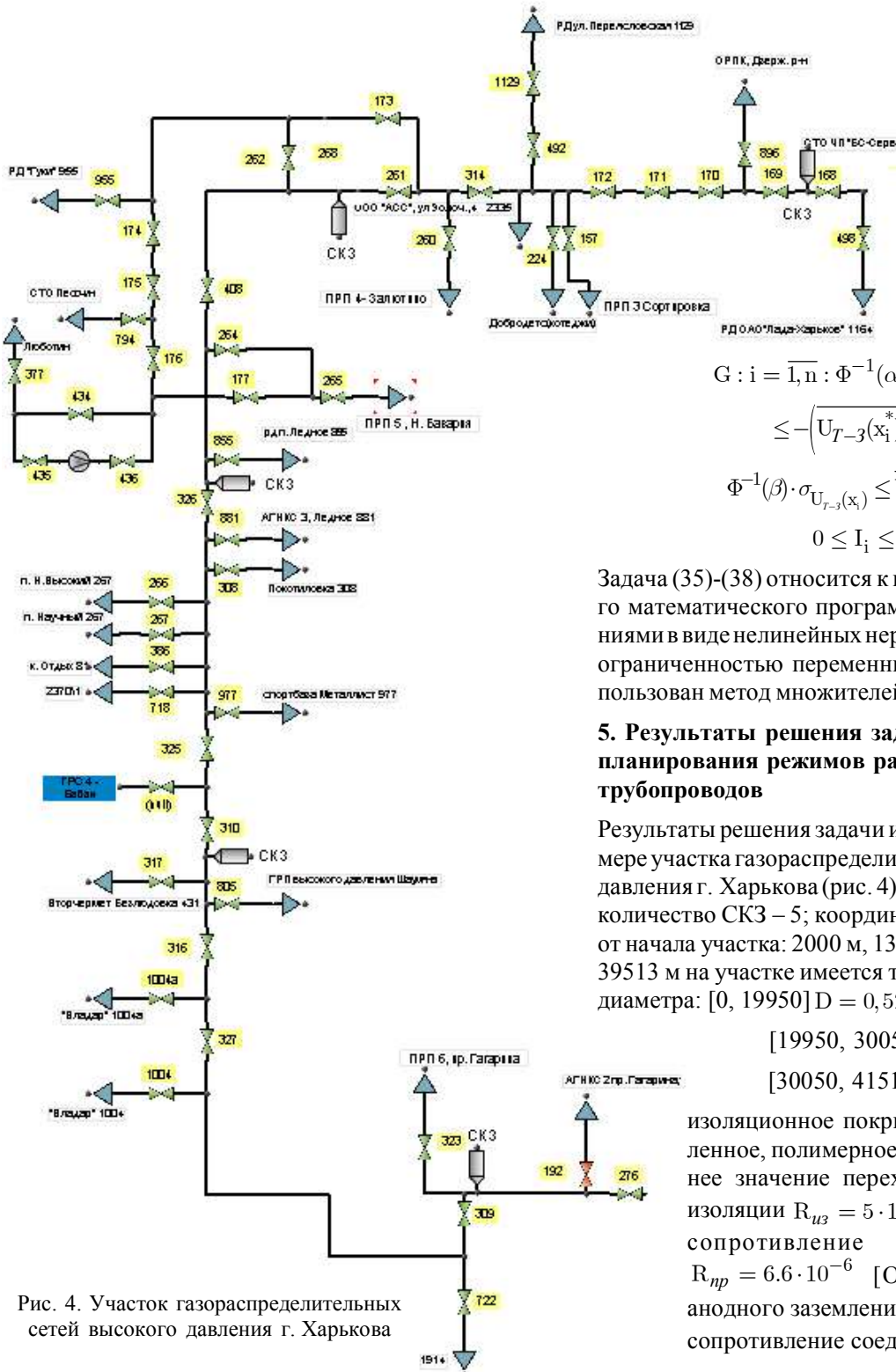


Рис. 4. Участок газораспределительных сетей высокого давления г. Харькова

$$\begin{aligned} G : i = \overline{1, n} : \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sigma_{U_{T-3}(x_i^*)} \leq \\ \leq -\left(\overline{U_{T-3}(x_i^*)} - U_{T-3}^+ \right), \end{aligned} \quad (36)$$

$$\Phi^{-1}(\beta) \cdot \sigma_{U_{T-3}(x_i)} \leq \overline{U_{T-3}(x_i)} - U_{T-3}^-, \quad (37)$$

$$0 \leq I_i \leq I_i^{\max}. \quad (38)$$

Задача (35)-(38) относится к классу задач нелинейного математического программирования с ограничениями в виде нелинейных неравенств и двусторонней ограниченностью переменных. Для ее решения использован метод множителей Лагранжа.

5. Результаты решения задачи оперативного планирования режимов работы СКЗ подземных трубопроводов

Результаты решения задачи иллюстрируются на примере участка газораспределительных сетей высокого давления г. Харькова (рис. 4): длина участка 41510 м; количество СКЗ – 5; координаты расположения СКЗ от начала участка: 2000 м, 13690 м, 20900 м, 30063 м, 39513 м на участке имеется трубопровод различного диаметра: [0, 19950] D = 0,529 м;

$$[19950, 30050] D = 1,020 \text{ м};$$

$$[30050, 41510] D = 0,720 \text{ м};$$

изоляционное покрытие – заводское напыленное, полимерное, усиленного типа, среднее значение переходного сопротивления изоляции $R_{iuz} = 5 \cdot 10^3$ [Ом·м²]; продольное сопротивление трубопровода $R_{inp} = 6.6 \cdot 10^{-6}$ [Ом/м]; сопротивление анодного заземления СКЗ $R_{аз} = 1.37$ [Ом]; сопротивление соединительных линий СКЗ

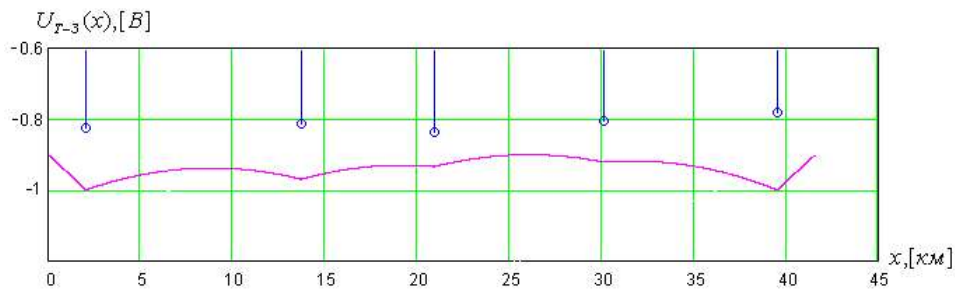


Рис. 5. График распределения потенциала «труба-земля» для оптимальных значений силы тока СКЗ

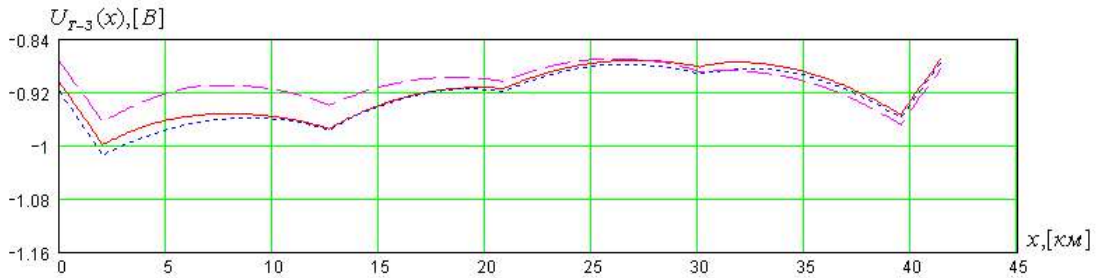


Рис. 6. Распределение потенциала «труба-земля» для оптимальных значений силы тока СКЗ при различных реализациях случайных величин

$R_{л} = 0.23$ [Ом]; среднее удельное сопротивление грунта по трассе составляет $\rho_{cp} = 40$ [Ом.м]; анодное заземление – несмещенное, т.е. $a_i = x_i^k - 100$ [м], $b_i = x_i^k + 100$ [м] $i = 1..5$; длина цепочки анодного заземления $L_i^A = 200$ [м] $i = 1..5$; расстояние до анодного заземления $y_i^A = 220$ [м] $i = 1..5$; максимальная сила тока на выходе СКЗ 12.5 А; $U_{min} = -0.85$ – минимальный защитный потенциал [В]; $U_{max} = -1.15$ – максимальный защитный потенциал [В].

Результатом решения задачи является оптимальное значение силы тока СКЗ на заданный период времени. Для описанных исходных данных получили такие значения силы тока СКЗ: $Iskz[1]=7.032$ А, $Iskz[2]=6.790$ А, $Iskz[3]=7.154$ А, $Iskz[4]=6.650$ А, $Iskz[5]=6.287$ А. На рис. 5 показан график распределения защитного потенциала «труба-земля» для полученных значений силы тока СКЗ трубопровода:

На рис. 6 изображены графики распределения потенциала «труба-земля» для оптимальных значений силы тока СКЗ при различных реализациях случайных величин сопротивления изоляции и удельного сопротивления грунта.

Выводы

В результате решения задачи оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ были получены оптимальные значения силы тока СКЗ в условиях неполной информации о сопротивлении изоляционного покрытия трубопровода и удельного сопротивления грунта, показана эффективность решения данной задачи.

Научная новизна: на примере участка газораспределительных сетей высокого давления г. Харькова впервые предложены стохастические модели и методы решения задачи оперативного планирования работы системы ЭХЗ подземных трубопроводов.

Практическая значимость: результаты решения задачи будут использованы в системе анализа и оперативного управления режимами работы системой ЭХЗ подземных трубопроводов, разработка которой направлена на повышение эффективности работы и сокращение затрат на эксплуатацию систем ЭХЗ подземных трубопроводов.

Литература: 1. *Стратегія* розвитку нафтогазового комплексу України на період до 2030р. та дальшу перспективу. 2. *Юдин Д.Б.* Математические методы управления в условиях неполной информации. М.: Сов.радио, 1974. 3. *Лорткванидзе Б.Г.* Цепи постоянного тока с утечкой и электрическая защита от коррозии. Изд-во АН Груз. ССР, Тбилиси, 1962. 4. *Тевяшев А.Д., Ткаченко В.Ф., Попов А.В., Стрижак Л.В.* Стохастический подход к постановке и решению задачи оперативного планирования режима работы системы электрохимической защиты подземных трубопроводов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2005. № 3/2(15). С. 94-98. 5. *Тевяшев А.Д., Ткаченко В.Ф., Попов А.В.* Система интегральных показателей качества и эффективности функционирования систем электрохимической защиты подземных трубопроводов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2006. № 1/2(19). С. 21-26.

Поступила в редколлегию 11.06.2008

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Дорошенко В.А.

Тевяшев Андрей Дмитриевич, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой ПМ ХНУРЭ. Научные интересы: проблемы моделирования и оптимизации технологических процессов в системах энергетики. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 702-14-36, e-mail: tevjashv@kture.kharkov.ua.

Стрижак Людмила Викторовна, инженер кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: проблемы электрохимической защиты трубопроводов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057) 702-16-59, e-mail: lvst@mail.ru.

Ткаченко Александр Анатольевич, начальник отдела организации продаж услуг ОАО «Укртелеком», Харьковский филиал. Научные интересы: управление в технических системах. Адрес: Украина, 61005, Харьков, пл. Свободы, Госпром, 3 подъезд, 3 этаж.