УДК 530.1-538.56:535

Ю.П. Мачехин[1], Ю.С. Курской[2]

[1] *Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*
[2] *Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков*

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ В НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В статье развивается модель измерений (МИ) динамических переменных (ДП) нелинейных динамических систем (НДС) [1]. Рассмотрена устойчивость ДП НДС, как обязательное условие использования результатов измерений для прогнозирования поведения системы. Обоснована необходимость создания новых, отличных от классических, инструментов анализа результатов измерения. Предложена модель анализа результатов измерений ДП НДС, предусматривающая: восстановление фазового портрета, вычисление: фрактальной размерности и размерности вложения, показателей Ляпунова и энтропии Колмогорова-Синая НДС. Получены выражения для определения ключевых характеристик системы с учетом неопределенности измерения динамической переменной.

Ключевые слова: *нелинейная динамическая система, неопределенность измерения, анализ результатов измерения, фрактальная размерность, показатели Ляпунова, энтропия Колмогорова-Синая.*

Введение

Интересной задачей, стоящей перед современной метрологической наукой, является создание теоретического базиса и прикладного инструментария для измерений в НДС, ДП которых меняются по нелинейным законам и взаимодействуют с «шумом» [2]. К таким системам можно отнести большинство систем окружающего мира – физических, химических, биологических и социальных.

НДС характеризуются наличием набора ДП $(X(t), Y(t), Z(t))$, описывающих состояние системы, значения которых в любой момент времени $(X(t_i), Y(t_i), Z(t_i))$ получаются из исходного набора $(X(t_0), Y(t_0), Z(t_0))$ по правилу, которое задает функция эволюции системы F [3]:

$$F(X(t_0), Y(t_0), Z(t_0)) \to (X(t_i), Y(t_i), Z(t_i)). \quad (1)$$

Фундаментальные исследования математических и физических основ случайных процессов привели к открытию особого «хаотичного» состояния НДС [4 – 6]. Такому состоянию присуща чрезвычайно сильная экспоненциальная чувствительность ДП к изменению начальных условий и внешним воздействиям. К другим замечательным свойствам хаоса относятся: непредсказуемость, необратимость и расцепление временных траекторий (система со временем «забывает» о своих начальных условиях). Фазовый портрет НДС в состоянии хаоса представляет собой странный аттрактор.

Описанные системы изучаются в рамках междисциплинарных теорий динамических систем и динамического хаоса [7]. Эти теории обладают признанными эффективными инструментами изучения различных реальных систем. Однако, метрологические вопросы остались за их рамками. Принятые модели измерения и рекомендации по выражению неопределенности измерений для НДС оказались ограниченно пригодными, что привело к необходимости создания отдельных подходов для измерений в НДС [2, 8].

Исправить ситуацию позволит разработка метрологических подходов, моделей измерений и выражения их неопределенности на основе теорий динамических систем, динамического хаоса и фрактального анализа. Одним из первых шагов в этом направлении стало применение фрактального анализа временных рядов результатов наблюдения для классификации процесса [9].

В последующем была предложена МИ ДП НДС, построенная на положениях и методах теории динамического хаоса и фрактальном анализе временных рядов результатов измерений [1]. Ключевыми элементами предложенной МИ являются: схема измерительного эксперимента; способ оценки необходимого и достаточного количества измерительной информации; способ идентификации поведения системы и выбор математического аппарата для обработки результатов измерения; способ оценки результата измерений. МИ содержит порядок оценки неопределенности измерения как отдельных состояний ДП системы в различные моменты времени, так и интегральной характеристики результатов измерения всех состояний ДП. Применение МИ для НДС позволяет изучать любые случайные процессы с единых позиций.

Дальнейшее развитие МИ требует выработки принципов и построения модели анализа результатов измерений ДП НДС. Решение этой задачи и является целью данной работы.

Основной материал

1. Постановка задачи

Предположим, что объектом изучения является диссипативная НДС с хаотичным поведением ДП (1). Целью измерительного эксперимента является определение значений ДП X, который меняется по неизвестному закону и в моменты времени t_i $(i=1,...,n)$ принимает значения X_i.

В результате синхронных измерений группой из m одинаковых средств измерительной техники по схеме МИ [1] получены результаты:

$$\left.\begin{matrix} x_i^1(t_i),...,x_n^1(t_n), \\ ... \\ x_i^m(t_i),...,x_n^m(t_i), \end{matrix}\right\} \qquad (2)$$

где $x_i^1(t_i), x_i^m(t_i)$ – результаты наблюдений состояния X_i ДП X в момент времени t_i, выполненных средствами измерительной техники №1, №m соответственно.

В соответствии с МИ результаты измерений (2) описываются при помощи оценки измерения y_i, с поправками на все известные систематические источники неопределенности, и стандартной неопределенности u_i типа «А» [8] в виде:

$$(y_1-u_1, y_1+u_1),...,(y_n-u_n, y_n+u_n). \qquad (3)$$

Из обработанных результатов измерений (3) выбираются минимальное $(y_{min}-u_{min}, y_{min}+u_{min})$ и максимальное $(y_{max}-u_{max}, y_{max}+u_{max})$ значения, формируется интегральная характеристика $U(X)$ – неопределенность измерения всех состояний X_i ДП X:

$$U(X)=(y_{min}-u_{min}, y_{max}+u_{max}). \qquad (4)$$

При этом, для всех $i=1,...,n$ выполняются условия:

$$y_i-u_i \le X_i \le y_i+u_i,\ y_{min}-u_{min} \le X \le y_{max}+u_{max}.$$

Ключевыми понятиями МИ являются: X_i – истинное значение ДП, x_i – результат наблюдения, y_i – оценка измерения, u_i – стандартная неопределенность измерения, $U(X)$ – неопределенность измерения всех состояний X.

Результаты измерения и обработки информации должны быть проверены аналитически. Предложенная МИ должна быть дополнена аналитическими инструментами анализа результатов измерения.

2. Уравнения измерения и устойчивость НДС

В качестве инструмента анализа в метрологической теории приняты уравнения измерения, применяемые для проверки результатов измерения и прогноза дальнейшего поведения ДП. Уравнением измерения, восстановленным по результатам наблюдения за ДП X, является аналитическое выражение вида:

$$\frac{\partial y}{\partial t}=f(y). \qquad (5)$$

Базой для его создания является временной ряд результатов измерения (3). Анализ ряда (3) позволяет сделать вывод о характере поведения ДП НДС и выбрать математический метод составления уравнения измерения. Основная задача при этом заключается в составлении функции $f(y)$ – восстановленной функции эволюции F (1). Уравнение считается корректным, если уравнение (5) позволяет получить значения, максимально близкие к результатам измерения (3).

Если правила построения уравнений измерения в линейных системах известны и ясны, то для НДС возникает вопрос о возможности их составления. Трудности связаны со сложным характером поведения объекта измерения, влиянием шумов и экспоненциальным ростом начальной неопределенности. Примеры успешного аналитического описания динамики НДС в состоянии хаоса не единичны [10 – 12]. Однако, в большинстве своем, они касаются автономных НДС, не подверженных внешним воздействиям и шумам. На практике же имеют дело с диссипативными неавтономными НДС, описать аналитически которые практически невозможно. Странные аттракторы, отображающие динамику НДС в состоянии хаоса, в большинстве случаев не могут быть описаны аналитически, лишь численно [7].

В этой связи возникает задача создания альтернативного уравнениям измерения инструмента анализа результатов измерения и прогнозирования поведения НДС. Обязательным, необходимым для этого условием является устойчивость (грубость) поведения НДС – способность системы сохранять свои параметры или динамику при малых возмущениях [7]. Устойчивость системы позволяет использовать результаты измерения (3) для дальнейшего прогнозирования ее поведения.

Известны несколько определений устойчивости. Для составления уравнений измерения (5) система должна быть устойчива по Ляпунову. Если две, произвольно выбранные, траектории фазового портрета системы остаются близки в любой последующий момент времени, то траектории устойчивы по Ляпунову: для любых точек $y_i(t)$ и $y_{i+1}(t)$ двух близких траекторий в любой момент времени t выполняется условие:

$$\left|y_i(t)-y_{i+1}(t)\right| \le \varepsilon, \qquad (6)$$

где ε – выбранное малое значение.

В этом случае система может быть описана при помощи дифференциальных уравнений вида (5), корректность которых обеспечена в любой момент времени t.

Возникает вопрос об устойчивости НДС по Ляпунову. Одно из ярких свойств хаоса – экспоненциальное разбегание фазовых траекторий (рис. 1), вследствие чего в некоторый момент времени t условие постоянной их близости (6) нарушается. Система становится неустойчивой по Ляпунову и классический подход к составлению уравнений измерения становится неприменимым.

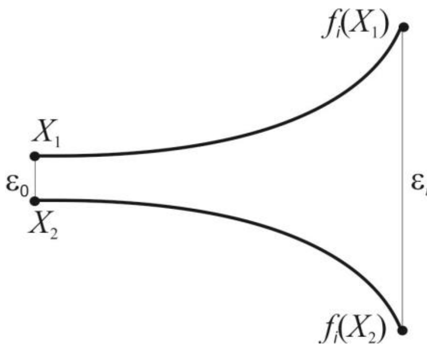

Рис. 1. Геометрия экспоненциального разбегания близких траекторий: ε_0, ε_i – расстояния между точками X_1, X_2 близких траекторий в моменты времени t_0 и t_i соответственно; $f_i(X_1)$, $f_i(X_2)$ – отображения точек X_1, X_2 соответственно в момент времени t_i.

В теории динамических систем, наряду с устойчивостью по Ляпунову, выделяют устойчивость по Лагранжу [3], которая требует, чтобы все значения y_i измеряемой ДП X не выходили за границы определенной области. При этом речь идет об устойчивом поведении одной из ДП $(X(t), Y(t), Z(t))$ НДС (1). Если фазовый портрет, описывающий поведение ДП X, располагается в ограниченной области пространства, то говорят, что система устойчива по Лагранжу по ДП X. В случае хаотичной диссипативной НДС ее фазовый портрет представляет собой странный (хаотичный) аттрактор – множество, к которому притягиваются траектории из некоторой окрестности этого множества (бассейна аттрактора).

Наличие странного аттрактора позволяет говорить об устойчивости НДС по Лагранжу, из чего следует, то ее ДП X в любой момент времени принимает значения, ограниченные областью $U(X)$ (4).

Таким образом, неустойчивость по Ляпунову делает маловероятной возможность описания реальных НДС при помощи уравнений измерения (5), но устойчивость по Лагранжу позволяет анализировать и прогнозировать поведение системы при помощи неопределенности измерения $U(X)$ (4) всех состояний ДП X.

3. Анализ результатов измерения

Для анализа результатов измерения ДП НДС кроме неопределенности измерения $U(X)$ (4) всех состояний ДП X необходимо знать и другие параметры системы, характеризующие ее свойства и поведение. Определение этих параметров требует восстановления фазового портрета НДС.

Предлагаемый в МИ подход к анализу результатов измерения состоит из ряда этапов: определение фрактальной размерности D_F, определение размерности вложения аттрактора M; восстановление фазового портрета; определение локальных (показатели Ляпунова, время предсказания) и общих характеристик (энтропия Колмогорова-Синая) НДС

3.1. Определение фрактальной размерности

По методу Херста определяется фрактальная размерность D_F временного рядя результатов измерения (3) [14].

Значение фрактальной размерности позволяет классифицировать процесс и выбрать инструмент анализа результатов измерения: $D_F = 1$ – процесс регулярный, отсутствует случайная составляющая; $D_F = 1,5$ – процесс случайный; $1 < D_F < 1,5$, $1,5 < D_F < 2$ – процесс хаотичный; $D_F = 2$ – разброс значений значительно преобладает над значением измеряемой величины.

Если процесс классифицирован как случайный или регулярный, возможно построение уравнения измерения (5), если процесс хаотичен, должен быть восстановлен фазовый портрет, характеризующий все возможные состояния ДП X НДС. Его анализ позволит определить локальные и общие характеристики системы.

3.2. Определение размерности вложения аттрактора

Для восстановления фазового портрета НДС определяется его размерность вложения M – наименьшее число независимых переменных, однозначно устанавливающих движение исходной диссипативной системы. Из леммы вложения Уитни следует, что странный аттрактор фрактальной размерности D_F всегда вложим в фазовое пространство размерности:

$$M = 2[D_F] + 1, \tag{7}$$

где $[D_F]$ – целая часть от D_F [15].

3.3. Восстановление фазового портрета

Метод восстановления фазового портрета НДС (реконструкция аттрактора) был предложен Ф. Такенсом [13]. Он заключается в построении векторов состояния системы по значениям временного ряда результатов измерения (2).

Восстановленные вектора состояния имеют вид:

$$\vec{x}(t_i) = \\ = \left(x_1(t_i), x_2(t_i - \tau), ..., x_m(t_i - (m-1)\tau)\right), \quad (8)$$

где τ – временной шаг задержки компонент вектора состояния; m – размерность вложения фазового портрета.

Таким образом, Ф. Такенс предложил в качестве компонент одного вектора состояния использовать группу результатов измерения из временного ряда (2), отстоящих друг от друга на промежуток времени τ.

Метод задержки Такенса является признанным и широко используемым инструментом восстановления фазового портрета [3]. Однако, с точки зрения обеспечения точности измерения, следует заметить, что в качестве исходных данных метод использует необработанные результаты измерения (2), без учета неопределенности измерения. Для корректного восстановления фазового портрета в МИ предлагается использовать временной ряд обработанных результатов измерения (3).

Для этого по методу Такенса [13] выполняется реконструкция векторов состояния (8). Исходя из того, что истинное значение измеряемой ДП X_i находится в интервале $y_i - u_i \le X_i \le y_i + u_i$, вместо одного вектора состояния $\vec{x}(t_i)$ (7), введенного Такенсом, предлагается использовать два: $\vec{Y}(y_i - u_i, t_i)$, $\vec{Y}(y_i + u_i, t_i)$, выбрав значение времени задержки равное интервалу между двумя измерениями $\tau = \Delta t$:

$$\left.\begin{aligned} &\vec{Y}(y_i - u_i, t_i) = \\ &= \begin{bmatrix} Y_1(y_i - u_i, t_i), Y_2(y_{i-1} - u_{i-1}, t_i - \Delta t), \\ ..., Y_M(y_{i-M+1} - u_{i-M+1}, t_i - (M-1)\Delta t) \end{bmatrix}, \\ &\vec{Y}(y_i + u_i, t_i) = \\ &= \begin{bmatrix} Y_1(y_i + u_i, t_i), Y_2(y_{i-1} + u_{i-1}, t_i - \Delta t), \\ ..., Y_M(y_{i-M+1} + u_{i-M+1}, t_i - (M-1)\Delta t) \end{bmatrix}, \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

где $i = M+1, ..., N$, N – количество измерений X.

Расстояние между векторами (9) в момент времени t_i выражается формулой:

$$S(u_i, t_i) = \left| 2\sqrt{u_i^2 + u_{i-1}^2 + ... + u_{i-M+1}^2} \right|. \quad (10)$$

Значение $S(u_i, t_i)$ (10) характеризует неопределенность значения восстановленного вектора $\vec{Y}(t_i)$ состояния НДС в момент времени t_i.

Векторное поле, ограниченное векторами состояния (9) в M-мерном фазовом пространстве с течением времени составляет фазовый портрет с учетом неопределенности восстановленного вектора состояния НДС (10) (рис. 2). Заметим, что истинный вектор состояния НДС $\vec{X}(t)$ в момент времени t_i находится в векторном поле, ограниченном восстановленными векторами состояния (9). Восстановленный фазовый портрет НДС является объектом анализа результатов измерения и прогнозирования дальнейшего поведения НДС.

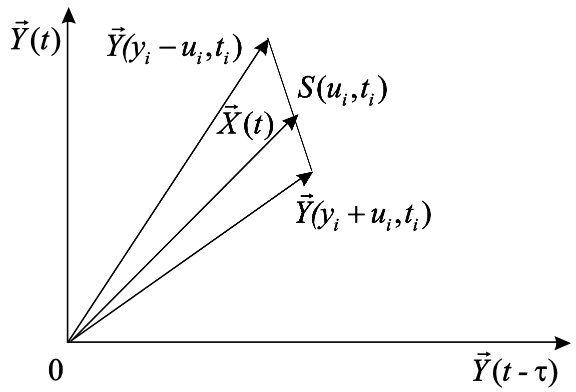

Рис. 2. Векторное поле восстановленных векторов состояния в момент времени t_i для $M = 2$

3.4. Определение локальных и общих характеристик НДС

Анализируя восстановленный согласно (9), (10) фазовый портрет НДС можно определить ряд ключевых для анализа характеристик системы. Одни из них являются локальными – показатели Ляпунова λ и время предсказания ϑ; другие – энтропия Колмогорова-Синая K, в частности, – являются общими. К локальным характеристикам относятся и определенные ранее x_i – результаты измерения, y_i – оценки измерения, u_i – стандартные неопределенности измерения. К общим характеристикам также относятся определенные ранее: $U(X)$ – неопределенность измерения всех состояний ДП X, фрактальная размерность D_F и размерность вложения M.

Показатели Ляпунова используются для анализа поведения системы в окрестностях отдельной точки. Могут служить показателем устойчивости ($\lambda < 0$), или неустойчивости ($\lambda > 0$) поведения ДП НДС, характеризуя скорость сближения ($\lambda < 0$), или разбегания ($\lambda > 0$) соседних траекторий фазового пространства (рис. 1). При этом в границах одного аттрактора могут чередоваться области хаотичности и регулярности.

В МИ предлагается рассчитывать показатели Ляпунова для траекторий, заданных векторами состояния $\vec{Y}(y_i - u_i, t_i)$ и $\vec{Y}(y_i + u_i, t_i)$ (9) соответственно:

$$\left.\begin{aligned}\lambda_1\left[\vec{Y}(y_i-u_i,t_i)\right]&=\sum_{j=0}^{K-1}\ln(\varepsilon'_j/\varepsilon_j)\Big/\sum_{j=0}^{K}T_j,\\ \lambda_1\left[\vec{Y}(y_i+u_i,t_i)\right]&=\sum_{j=0}^{K-1}\ln(\mu'_j/\mu_j)\Big/\sum_{j=0}^{K}T_j,\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

где $\varepsilon'_j,\varepsilon_j$ – расстояния между точками близких траекторий, изображенных вектором $\vec{Y}(y_i-u_i,t_i)$, в моменты времени *t* и t_0;

μ'_j,μ_j – расстояния между точками близких траекторий, изображенных вектором $\vec{Y}(y_i+u_i,t_i)$, в моменты времени *t* и t_0.

Значения показателей Ляпунова (11) ограничиваются интервалом неопределенности показателей Ляпунова с учетом (3):

$$\left(\lambda_1\left[\vec{Y}(y_i-u_i,t_i)\right],\lambda_1\left[\vec{Y}(y_i+u_i,t_i)\right]\right).\quad(12)$$

По показателям Ляпунова λ_1 может быть рассчитано время предсказуемости системы ϑ_1, в течение которого можно прогнозировать поведение ДП внутри аттрактора.

Чем больше значение показателя Ляпунова, тем меньше время предсказания поведения системы. Время предсказуемости ϑ_1 с учетом (11) может быть рассчитано по формулам:

$$\left.\begin{aligned}&\vartheta_1(\vec{Y}(y_i-u_i,t_i))=\\&=\frac{1}{\lambda_1\left[\vec{Y}(y_i-u_i,t_i)\right]}\ln\frac{1}{\lambda_1\left[\vec{Y}(y_i-u_i,t_i)\right]},\\&\vartheta_1(\vec{Y}(y_i+u_i,t_i))=\\&=\frac{1}{\lambda_1\left[\vec{Y}(y_i+u_i,t_i)\right]}\ln\frac{1}{\lambda_1\left[\vec{Y}(y_i+u_i,t_i)\right]},\end{aligned}\right\}\quad(13)$$

при $\lambda_1>0$.

Значение времени предсказуемости (13) ограничено интервалом неопределенности его определения с учетом (3):

$$\left(\vartheta_1(\vec{Y}(y_i-u_i,t_i)),\vartheta_1(\vec{Y}(y_i+u_i,t_i))\right).\quad(14)$$

Как показатели Ляпунова, так и время предсказания пригодны для анализа ДП НДС в окрестностях отдельных точек фазового портрета системы. Важнейшей общей характеристикой НДС является энтропия Колмогорова-Синая K, характеризующая степень неупорядоченности системы в целом, и пропорциональная скорости потери информации о системе [16]. Только энтропия обладает совокупностью свойств, позволяющих использовать ее в качестве меры неопределенности при статистическом описании [17].

Для одномерных отображений энтропия Колмогорова-Синая K равна показателю Ляпунова (11). Для систем большей размерности значение энтропии K равна сумме показателей Ляпунова:

$$\left.\begin{aligned}K(y_i-u_i,t_i)&=\sum_{j=1}^{M}\lambda_1\left[\vec{Y}(y_i-u_i,t_i)\right],\\ K(y_i+u_i,t_i)&=\sum_{j=1}^{M}\lambda_j\left[\vec{Y}(y_i+u_i,t_i)\right],\end{aligned}\right\}\quad(15)$$

при $\lambda_1>0$.

Значения энтропии Колмогорова-Синая (15) ограничены, с учетом (3), интервалом неопределенности:

$$\left(K(y_i-u_i,t_i),K(y_i+u_i,t_i)\right).\quad(16)$$

Таким образом, предложенный подход может служить аналитическим инструментом анализа результатов измерения ДП НДС.

Предложенные выражения для определения локальных и общих характеристик нелинейной динамической системы учитывают не только динамику поведения ДП, но и неопределенность ее измерения.

Выводы

Разработанная ранее модель измерения динамических переменных нелинейных динамических систем нуждалась в принципах анализа результатов измерений. Для решения этой задачи изучена возможность использования уравнений измерений, принятых в классической метрологии для анализа результатов измерения.

Доказано, что их использование для анализа результатов измерения в нелинейных динамических системах практически невозможно. Обоснована необходимость применения принципиально новых инструментов анализа.

Рассмотрена устойчивость динамических переменных нелинейных динамических систем, как обязательное условие использования результатов измерения для прогнозирования поведения системы.

Отмечено, что неустойчивость по Ляпунову делает маловероятной возможность описания реальных нелинейных систем при помощи уравнений измерения, но устойчивость по Лагранжу позволяет анализировать и прогнозировать поведение системы.

Предложена модель анализа результатов измерений динамических переменных нелинейных динамических систем, предусматривающая вычисление и анализ ключевых характеристик системы: показателей Ляпунова, времени предсказания, неопределенности измерения всех состояний динамической переменной, фрактальной размерности и размерности вложения, энтропии Колмогорова-Синая.

Получены выражения для определения локальных и общих характеристик нелинейной динамической системы с учетом неопределенности измерения динамической переменной.

Список литературы

1. Мачехин Ю.П. Модель измерения параметров нелинейных динамических систем / Ю.П. Мачехин, Ю.С. Курской // Системы обработки информации. – Х.: ХУ ПС, 2012. – Вып. 1 (99). – С. 169-175.

2. Machekhin Yu. Physical models for analysis of measurement results / Yu. Machekhin // Measurement Techniques. – Springer New York. – 2005. – Vol. 48, № 6. – P. 555-561.

3. Кузнецов С.П. Динамический хаос / С.П. Кузнецов. – М.: Наука, 2000. – 295 с.

4. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике / Н.Н. Боголюбов. – М.-Л.: ОГИЗ. Гостехиздат, 1946. – 119 с.

5. Крылов Н.С. Работы по обоснованию статистической физики / Н.С. Крылов. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1950. – 209 с.

6. Борн М. Возможно ли предсказание в классической механике / М. Борн // УФН. – 1959. – Том 69. – №2. – С. 173-187.

7. Лоскутов А.Ю. Очарование хаоса / А.Ю. Лоскутов // УФН. – 2010. –Том 180. – №12. – С. 1304-1329.

8. РМГ 43-2001. Рекомендации по межгосударственной стандартизации. Государственная система обеспечения единства измерений. Применение "Руководства по выражению неопределенности измерений". Дата введения 2003-07-01.

9. Мачехин Ю.П. Фрактальная шкала для временных рядов результатов измерений / Ю.П. Мачехин // Измерительная техника. – 2009. – №8. – С. 40-43.

10. Чуличков А.И. Математические модели нелинейной динамики / А.И. Чуличков. – М.: Физматлит, 2000. – 296 с.

11. Broomhead D.S. Extracting qualitative dynamics from experimental data / D.S. Broomhead, G. King // Physica. – 1986 . – D. 20. – P. 217-236.

12. Crutchfield J.P. Equations of Motion from a Data Series / J.P. Crutchfield, B. McNamara // Complex Systems. – 1987. – №1. – P. 417-452.

13. Takens F. Detecting strange attractor in turbulence / F. Takens // Warwick. – 1980. – Vol.898 of Lecture Notes in Mathematics; Eds. Rang, L.S. Young. – Berlin: Springer, 1981. – P. 366.

14. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 258 с.

15. Лоскутов Ю. Анализ временных рядов: Курс лекций / Ю. Лоскутов. – Физический факультет МГУ. – 113 с.

16. Шустер Г. Детерминированный хаос: Пер. с англ. / Г. Шустер. – М.: Мир, 1988. – 240 с.

17. Климонтович Ю.Л. Введение в физику открытых систем / Ю.Л. Климонтович. – М.: Янус-К, 2002. – 284 с.

Поступила в редколлегию 10.08.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Р.М. Трищ, Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков.

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ У НЕЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ

Ю.П. Мачехін, Ю.С. Курський

У статті розвивається модель вимірювань динамічних змінних нелінійних динамічних систем. Розглянуто стійкість динамічних змінних, як обов'язкова умова використання результатів вимірювань для прогнозування поведінки системи. Обґрунтовано необхідність створення нових, відмінних від класичних, інструментів аналізу результатів вимірювання. Запропоновано модель аналізу результатів вимірювань, що передбачає: відновлення фазового портрету, обчислення: фрактальної розмірності та розмірності вкладення, показників Ляпунова та ентропії Колмогорова-Сіная. Отримано вирази для визначення ключових характеристик системи з урахуванням невизначеності вимірювання динамічної змінної.

Ключові слова: *нелінійна динамічна система, невизначеність вимірювання, аналіз результатів вимірювання, фрактальна розмірність, показники Ляпунова, ентропія Колмогорова-Сіная.*

ANALYSIS OF THE MEASUREMENTS IN NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS

Yu.P. Machehin, Yu.S. Kurskoy

The authors develop the measurement model for dynamical parameters of nonlinear dynamical systems. The stability of dynamical parameters was researched, as a prerequisite for an use of measurements for predict of system dynamic. The necessity of creating new, non-classical analysis tools of measurement results was showed. The new model of analysis includes: recovery phase portrait computation: fractal dimension and embedding dimension, Lyapunov exponents and the Kolmogorov-Sinay entropy. Expressions are derived to identify the key characteristics of the system, taking into account the measurement uncertainty of the dynamic variable.

Keywords: *a nonlinear dynamic system, an uncertainty of measurement, an analysis of results, a fractal dimension, Lyapunov exponents, Kolmogorov-Sinai entropy.*