

621.396  
P15

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

## **РАДИОТЕХНИКА**

**Всеукраинский межведомственный  
научно-технический сборник**

Основан в 1965 г.

**В Ы П У С К 135**



Харків  
Харківський національний  
університет радіоелектроніки

2003

УДК 621.3

*Сборник включен в список специальных изданий ВАК Украины по физико-математическим и техническим наукам.*

*Регистрационное свидетельство КВ № 4486 от 22.08.2000 г.*

*Ответственность за содержание статей несут авторы.*

**Редакционная коллегия:** гл. ред., д-р техн. наук, проф. *А.И. Терещенко*, зам. гл. ред., д-р техн. наук, проф. *В.М. Шокало*, отв. секретарь, канд. техн. наук, проф. *Ж.Ф. Пащенко*, д-р физ.-мат. наук проф. *Б.М. Булгаков*, д-р техн. наук, проф. *И.Д. Горбенко*, д-р техн. наук, проф. *Б.Л. Кашеев*, д-р техн. наук, проф. *Н.И. Кравченко*, д-р физ.-мат. наук, проф. *В.М. Кузьмичев*, акад. НАН Украины *Л.Н. Литвиненко*, чл.-кор. НАН Украины *И.М. Неклюдов*, д-р физ.-мат. наук, проф. *В.А. Омельченко*, канд. физ.-мат. наук, доц. *А.Г. Пащенко*, д-р техн. наук, проф. *В.В. Поповский*, д-р техн. наук, проф. *Е.Г. Прошкин*, д-р техн. наук, проф. *А.И. Стрелков*, д-р техн. наук, проф. *К.С. Сундучков*, д-р физ.-мат. наук, проф. *О.А. Третьяков*, д-р техн. наук, проф. *Я.С. Шифрин*, д-р техн. наук, проф. *С.Н. Шостка*

Ответственный за выпуск д-р техн. наук *Е. Г. Прошкин*

Рекомендовано Ученым советом Харьковского национального университета радиоэлектроники, протокол № 50 от 26.09.03.

**Адрес редакционной коллегии:** Харьковский национальный университет радиоэлектроники (ХНУРЭ), просп. Ленина, 14, Харьков, 61166, тел. (0572) 7021-397.

С 2004 г. сборник «Радиотехника» включен в Каталог подписных изданий Украины, подписной индекс 08391.

## СОДЕРЖАНИЕ      ЗМІСТ

|                                                                                                                                                                                             |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Чурюмов Г.И., Максимов И.С., Еремеев Д.Б.</i> Математическое моделирование электромагнитных явлений методом конечных разностей. 1. Общие положения . . . . .                             | 7   |
| <i>Кривец А.С.</i> Особенности электродинамических характеристик открытого волновода при возбуждении объемных волн распределенными источниками излучения . . . . .                          | 15  |
| <i>Нестеренко М.В.</i> Электродинамический анализ системы проходных резонаторов, связанных резонансными щелевыми диафрагмами, в прямоугольном волноводе . . . . .                           | 19  |
| <i>Афонин И.Л., Бычков А.А.</i> Параметры электромагнитных волн в полосковом металлодиэлектрическом волноводе . . . . .                                                                     | 24  |
| <i>Бондаренко И.Н.</i> Генерация мощных СВЧ импульсов с помощью устройств на основе сверхпроводящих резонаторов . . . . .                                                                   | 32  |
| <i>Погарский С.А., Сапрыкин И.И., Андреев В.Б., Шаулов Е.А., Чумаченко В.А.</i> Электрически управляемый полосно-заграждающий фильтр 8-мм диапазона . . . . .                               | 38  |
| <i>Логачёва Л.М., Бондарев В.П.</i> Распространение электромагнитных волн в прямоугольном волноводе с нерегулярной узкой стенкой . . . . .                                                  | 42  |
| <i>Бугрова Т.И., Морозов В.М.</i> Взаимодействие поверхностной $H_1$ – волны диэлектрической пластины с решеткой диэлектрических щелевых волноводов . . . . .                               | 48  |
| <i>Котов Д.В., Рогожкин Е.В.</i> Исследование возможности применения СВЧ мостов в антенных коммутаторах радаров НР . . . . .                                                                | 53  |
| <i>Васюта К.С., Булаенко В.И., Булаенко М.В.</i> Компенсация регулярных ошибок угловых измерений при пространственной обработке . . . . .                                                   | 58  |
| <i>Туз В.Р.</i> Рассеяние гауссовых волновых пучков ограниченной последовательностью решеток из проводящих брусьев . . . . .                                                                | 62  |
| <i>Козарь А.И.</i> Числовой ряд Фибоначчи и рассеяние электромагнитных волн системой плоских однослойных решёток резонансных магнитодиэлектрических сфер . . . . .                          | 68  |
| <i>Дзюбенко М.И., Маслов В.В., Пелипенко В.П., Шевченко В.В.</i> Импульсно-периодический источник перестраиваемого излучения для ближней УФ области спектра . . . . .                       | 75  |
| <i>Пуляев В.А.</i> Автоматизированная система исследования параметров ионосферной плазмы на базе радара некогерентного рассеяния . . . . .                                                  | 78  |
| <i>Груша Г.В.</i> О распространении радиоволн в тропосфере с анизотропными флуктуациями температуры и влажности . . . . .                                                                   | 87  |
| <i>Семенец В.В., Леонидов В.И.</i> Использование акустического зондирования для контроля процесса естественного согревания в среде растительного сырья . . . . .                            | 95  |
| <i>Мамонтов А.В., Стыценко Т.Е., Маслов П.Н., Аллахверанов Р.Ю.</i> Построение оптимальной модели управления СОТР РЭС с целью снижения акустического шума . . . . .                         | 101 |
| <i>Тихонов В.А., Савченко И.В., Божко А.Н.</i> Статистическое моделирование каналов связи с нелинейной частотной характеристикой . . . . .                                                  | 107 |
| <i>Лемешко А.В., Беленков А.Г.</i> Двухуровневый алгоритм оптимизации процессов маршрутизации и управления доступом в телекоммуникационных сетях магистрального уровня . . . . .            | 113 |
| <i>Поспелов Б.Б., Грушенко М.В.</i> Исследование эффективности широкополосных систем адаптивной пространственной обработки сигналов в нестационарных условиях . . . . .                     | 119 |
| <i>Стасев Ю.В., Головашич С.А., Ковтун В.Ю.</i> Сравнительный анализ алгоритмов умножения и приведения по модулю в поле $GF(2^m)$ . . . . .                                                 | 129 |
| <i>Андреев Ф.М., Данник Ю.Г., Пащенко Р.Э., Кондрат В.В.</i> Стабилизация вероятности ложной тревоги с использованием метода порядковых статистик при обработке пачечного сигнала . . . . . | 142 |

|                                                                                                                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Худов Г.В.</i> Особенности методики расчета отношения правдоподобия<br>при совместном поиске и обнаружении объектов . . . . .                                                      | 146 |
| <i>Карлов В.Д., Рафальский Ю.И., Яровой С.В., Петрушенко Н.Н., Челпанов А.В.</i><br>Адаптивный алгоритм фильтрации параметров траектории целей . . . . .                              | 150 |
| <i>Рудякова А.Н., Крыжановский В.Г.</i> Учет инерционных свойств транзистора<br>в проектировании усилителя мощности класса F . . . . .                                                | 153 |
| <i>Лебедев П.Ф.</i> Эквивалентные структуры линейных электрических цепей . . . . .                                                                                                    | 158 |
| <i>Антонова В.А., Борщев В.Н., Резник А.П.</i> Оценка теплового режима гибридной<br>интегральной микросхемы на углепластиковом основании . . . . .                                    | 166 |
| <i>Коваль Ю.А., Бавыкина В.В., Трамбовецкий С.В.</i> Основы теории многопозиционных<br>систем синхронизации времени и частоты 2. Алгоритмы измерений сдвига шкал<br>времени . . . . . | 172 |
| <i>Пресняков И.Н., Омельченко С.В.</i> Алгоритмы распознавания фонем речи . . . . .                                                                                                   | 180 |
| <i>Пастушенко Н.С., Таран И.А.</i> Комплексирование угломерного<br>и разностно-дальномерного методов определения местоположения<br>сейсмического источника . . . . .                  | 190 |
| <i>Певцов Г.В., Колисниченко Д.А., Костюхина В.В.</i> Результаты моделирования<br>многофункциональной системы обработки сигналов . . . . .                                            | 194 |
| <i>Гордиенко Ю.Е., Пашков А.В., Слипченко Н.И.</i> Развитие прямого СВЧ<br>диэлектрического метода гигрометрии . . . . .                                                              | 206 |
| <i>Гимпилович Ю.Б.</i> Исследование стабильности метрологических характеристик<br>одноканального микроволнового преобразователя коммутационного типа . . . . .                        | 211 |
| Рефераты – Рефераты . . . . .                                                                                                                                                         | 218 |

# CONTENTS

|                                                                                                                                                                                                           |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Churyumov G.I., Maksimov I.S., Ereemeev D.B.</i> Computer modeling of electromagnetic phenomena by a finite – difference time – domain method. 1. General case. . . . .                                | 7   |
| <i>Krivets A.S.</i> Specialties of electrodynamics behaviours of open wave-guide under volume-waves stimulation by distributed sources of radiation . . . . .                                             | 15  |
| <i>Nesterenko M.V.</i> Electrodynamic analysis of the reentrant resonators system connected through resonant slot irises in the rectangular waveguide . . . . .                                           | 19  |
| <i>Afonin I.L., Bychkov A.A.</i> Electromagnetic waves parameters in metal-dielectric strip waveguide . . . . .                                                                                           | 24  |
| <i>Bondarenko I.N.</i> Power microwave pulses generation by the superconducting cavity devices . . . . .                                                                                                  | 32  |
| <i>Pogarsky S.A., Saprykin I.I., Andreyev V.B., Shaulov E.A., Chumachenko V.A.</i> The electrically controlled band-stop filter in 8-mm wave band . . . . .                                               | 38  |
| <i>Logacheva L.M., Bondarev V.P.</i> Propagation of electromagnetic waves in rectangular waveguide with an irregular narrow wall . . . . .                                                                | 42  |
| <i>Bugrova T.I., Morozov V.M.</i> Interaction between the surface $H_1$ – wave of dielectric slab and the grating of dielectric slot waveguides . . . . .                                                 | 48  |
| <i>Kotov D.V., Rogoshkin E.V.</i> Analysis of the possibility to use microwave bridges in antenna commutators of radars IS . . . . .                                                                      | 53  |
| <i>Vasiyta K.S., Bulayenko V.I., Bulayenko M.V.</i> Title of the paper . . . . .                                                                                                                          | 58  |
| <i>Tuz V.R.</i> Gaussian beam scattering by finite sequence of grates of conducting bars gratings . . . . .                                                                                               | 62  |
| <i>Kozar A.I.</i> Fibonacci's numerical row and electromagnetic waves scattering on the grate of the resonant magnetodielectric spheres . . . . .                                                         | 68  |
| <i>Dzyubenko M.I., Maslov V.V., Pelipenko V.P., Shevchenko V.V.</i> Pulse-periodic source of the tunable radiation for near UV-range of the spectrum . . . . .                                            | 75  |
| <i>Pulayev V.A.</i> The automated system for investigating ionospheric plasma parameters based on the incoherent scatter radar . . . . .                                                                  | 78  |
| <i>Grusha G.V.</i> On radio waves propagation in troposphere with anisotropic fluctuations of temperature and humidity . . . . .                                                                          | 87  |
| <i>Semenetz V.V., Leonidov V.I.</i> Acoustic sounding use for natural warming process control in vegetable raw material medium . . . . .                                                                  | 95  |
| <i>Mamontov A. V., Styzenko T.E., Maslov P.N., Allakhveranov R.Y.</i> Creation of the optimum model of radio electric equipment thermal regime securing system control to reduce acoustic noise . . . . . | 101 |
| <i>Tihonov V.A., Savchenko I.V., Bozhko A.N.</i> Statistical modeling of communication channels with nonlinear frequency characteristic . . . . .                                                         | 107 |
| <i>Lemeshko A.V., Belenkov A.G.</i> Two-level algorithm of routing and access control processes optimization in telecommunication networks of a trunk level . . . . .                                     | 113 |
| <i>Pospelov B.B., Grushenko M.V.</i> The efficiency investigation of wideband systems for adaptive spatial signal procession in non steady-state conditions . . . . .                                     | 119 |
| <i>Stasev J.V., Golovashich S.A., Kovtun V.J.</i> The comparative analysis of algorithms of multiplication and module reduction in the $GF(2^m)$ field . . . . .                                          | 129 |
| <i>Andrejev F.M., Danik U.G., Kondrat V.V., Pashhenko R.E.</i> False alarm probability stabilization with the serial statistics method when processing a bundle signal . . . . .                          | 142 |
| <i>Hudov G.V.</i> Peculiarities of methods for the plausibility relation calculation in the objects' joint search and detection . . . . .                                                                 | 146 |

|                                                                                                                                                                                                                 |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Karlov V.D., Rafalsky U.I., Yarovoy S.V., Petrushenko N.N., Chelpanov A.V.</i><br>Adaptive algorithm of the targets trajectory parameters filtration . . . . .                                               | 150 |
| <i>Rudiakova A.N., Krizhanovsky V.G.</i> Accounting of the BJT's slugged properties<br>when designing the F class power amplifier . . . . .                                                                     | 153 |
| <i>Lebedyev P.F.</i> The equivalent structures in linear electric circuits . . . . .                                                                                                                            | 158 |
| <i>Antonova V.A., Borshchov V.N., Reznik O.P.</i> Estimation of thermal conditions of the hybrid<br>integrated microcircuit on the carbon fiber substrate . . . . .                                             | 166 |
| <i>Koval Yu.A., Bavykina V.V., Trambovetcky S.V.</i> Fundamentals of the theory of time<br>and frequency synchronization multiposition systems. 2. Algorithms of measurements<br>of time scales shift . . . . . | 172 |
| <i>Presnjakov I.N., Omelchenko S.V.</i> Algorithms of speech phonemes recognition . . . . .                                                                                                                     | 180 |
| <i>Pastushenko N.S., Taran I.A.</i> Integration of goniometric and incremental ranging methods<br>for seismic source location . . . . .                                                                         | 190 |
| <i>Pevtsov G.V., Kolisnichenko D.A., Kostyhina V.V.</i> Results of signals processing<br>multipurpose system simulation . . . . .                                                                               | 194 |
| <i>Gordienko Yu.E., Pashkov A.V., Slipchenko N.I.</i> The development of direct microwave<br>dielectric method of hygrometry . . . . .                                                                          | 206 |
| <i>Guimpilevich Yu.B.</i> Research of metrological performance stability of single channel<br>microwave commutation transformer . . . . .                                                                       | 211 |
| Abstracts. . . . .                                                                                                                                                                                              | 218 |

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ.

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

### Введение

В настоящее время метод конечных разностей (МКР) является наиболее распространенным численным методом моделирования электромагнитных явлений. Основные теоретические положения данного метода известны (см, напр., [1-3]). Однако практическая реализация МКР стала возможна только с появлением ЭВМ, обладающих высоким быстродействием и большой оперативной памятью. Первой такой попыткой стала работа Yee, в которой рассматривалась задача распространения электромагнитного импульса в однородной и изотропной среде в двумерном приближении [4]. Дальнейшее развитие МКР связано с работами Holland [5], Tumolillo [6], Merewether [7], Taflove [8]. В работе [9] было реализовано трехмерное решение однородной системы уравнений Максвелла с использованием численной схемы «leapfrog», ее интегрирования во времени. Необходимо отметить, что с момента появления данных работ методология МКР значительно расширилась и обогатилась. Появились различные модификации данного метода: гибридный метод, объединяющий метод конечных разностей с методом конечных элементов [10], PSTD – [11], ADI – [12], MRTD – методы [13]. Каждый такой подход позволяет улучшить традиционную разностную схему численного решения системы уравнений Максвелла. В последующих рассуждениях будем отталкиваться от положений, развитых в работах [4, 9].

В данной работе рассматриваются методология численного решения системы уравнений Максвелла для общего случая возбуждения электромагнитной волны заданным током (ток проводимости, конвекционный ток зарядов, движущихся в свободном пространстве) при соответствующих граничных условиях.

### Постановка задачи

Для описания электромагнитных явлений в произвольной среде воспользуемся системой уравнения Максвелла в дифференциальной форме:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (4)$$

где  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля;  $\vec{H}$  – вектор напряженности магнитного поля;  $\vec{J} = \vec{J}_{\text{пров}} + \vec{J}_{\text{конв}} = \sigma \vec{E} + \rho \vec{v}$  – вектор плотности полного тока;  $\sigma$  – удельная проводимость среды;  $\vec{v}$  – вектор скорости движения заряженных частиц;  $\rho$  – объемная плотность заряда.

Уравнения (1) – (4) дополняются материальными уравнениями, описывающими среду, в которой распространяется электромагнитная волна. В общем случае эти уравнения для произвольной среды имеют вид:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad (5)$$

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – диэлектрическая и магнитная постоянные;  $\varepsilon = \varepsilon(x, y, z, t)$  и  $\mu = \mu(x, y, z, t)$  – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. Для упрощения рассмотрения задачи возбуждения электромагнитной волны в произвольной среде полагаем, что в качестве среды выступает однородная и изотропная среда, свойства которой неизменны во времени и в пространстве, т.е.  $\varepsilon(x, y, z, t) = \text{const}$  и  $\mu(x, y, z, t) = \text{const}$ .

Для понимания логики построения конечно-разностной схемы распишем подробно систему уравнений в частных производных (1) – (4) с учетом материальных уравнений (5) и (6) в декартовой системе координат. По аналогии все проводимые далее рассуждения будут также справедливы и для других систем координат (например, цилиндрической и сферической). Имеем:

$$\vec{i}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}\right) = J_x\vec{i} + J_y\vec{j} + J_z\vec{k} + \frac{\partial D_x}{\partial t}\vec{i} + \frac{\partial D_y}{\partial t}\vec{j} + \frac{\partial D_z}{\partial t}\vec{k}, \quad (7)$$

$$\vec{i}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) + \vec{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right) + \vec{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right) = \left(-\frac{\partial B_x}{\partial t}\vec{i}\right) + \left(-\frac{\partial B_y}{\partial t}\vec{j}\right) + \left(-\frac{\partial B_z}{\partial t}\vec{k}\right), \quad (8)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho, \quad (9)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

$$D_x\vec{i} + D_y\vec{j} + D_z\vec{k} = \varepsilon\varepsilon_0(E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}), \quad (11)$$

$$B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k} = \mu\mu_0(H_x\vec{i} + H_y\vec{j} + H_z\vec{k}), \quad (12)$$

где  $x, y, z$  – компоненты векторов напряженностей  $(\vec{E}, \vec{H})$  и индукций  $(\vec{D}, \vec{B})$  электрического и магнитного полей, соответственно, а также вектора полного тока  $\vec{J}$  по осям  $x, y, z$ . В результате имеем шесть дифференциальных уравнений для шести компонент электромагнитного поля, зависящих как от пространственных координат  $x, y$  и  $z$ , так и от времени  $t$ . Для перехода от непрерывного континуума по пространству и времени к дискретному воспользуемся пространственно-временной дискретизацией. Это означает, что все пространство вычисления вдоль координат  $x, y$  и  $z$  в произвольный текущий момент времени  $t_n$  покрывается равномерной сеткой  $(M, N, K)$ , где  $M, N$  и  $K$  – максимальный размер сетки разбиения соответственно вдоль осей  $x, y$  и  $z$ . В этом случае в узлах сетки разбиения в момент времени  $t_n$  значение любой физической величины  $A = f(x, y, z, t)$  трансформируется в  $A = f(i, j, k, t_n)$ . В результате получается следующее преобразование:  $f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) \Rightarrow f^n(i, j, k)$ , где  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  и  $\Delta t$  – шаги дискретизации соответственно по осям координат  $x, y, z$  и по оси времени  $t$ . Для определения значений пространственных производных в каждом узле сетки используем информацию о значениях искомой компоненты поля в соседних узлах сетки разбиения. При этом рассматриваются двухточечная и трехточечная разностные аппроксимации производных [14]. С учетом минимизации вычислительной неустойчивости более предпочтительной оказывается трехточечная аппроксимация производных или применение шаблона типа «крест» [15], который и будет использоваться в дальнейших рассуждениях.

На рис. 1 показаны шаблоны типа «крест», применение которых позволяет осуществить переход по пространственным координатам  $x, y$  и  $z$  от системы дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений.

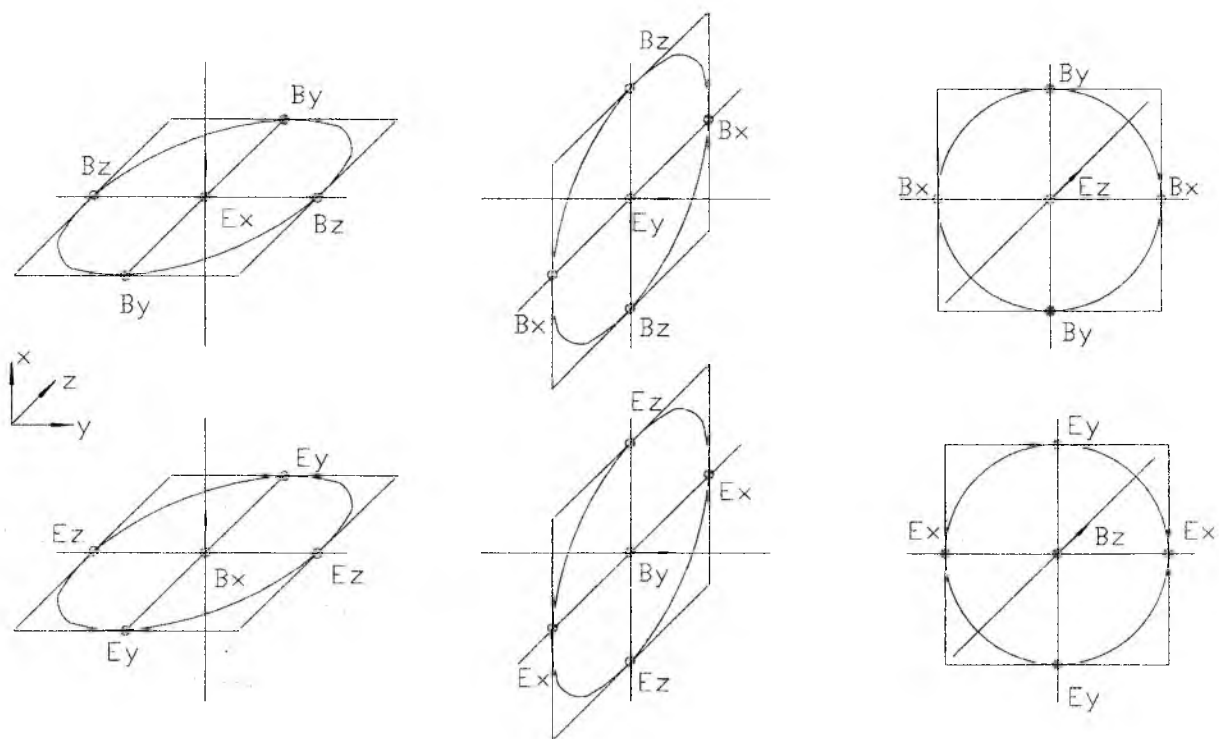


Рис. 1

Разбивая исследуемое пространство сеткой и фиксируя ее узел  $(i, j, k)$ , вычисляем  $x$ -компоненту электрического поля  $E_x$ . Для этого используем соответствующие компоненты индукции магнитного поля в соседних узлах сетки разбиения. Затем сделаем аналогичные действия для других компонент как электрического, так и магнитного полей.

На рис. 2 показан результат вышеприведенных действий – трехмерный шаблон, который используется для вычисления  $E_x$ . Аналогичный вид имеют трехмерные шаблоны для вычисления других компонент электрического поля.

После многократного повторения этой процедуры можно заметить следующую закономерность: каждому узлу пространственной сетки соответствует не более одной компоненты поля, и каждая компонента поля образует свою пространственную сетку с шагом, который в два раза превышает глобальный пространственный шаг  $\Delta x, \Delta y$  или  $\Delta z$ . На рис. 3 показана полученная таким образом сетка с пространственно разнесенными компонентами поля. Такой пространственный сдвиг компонент удобно использовать при задании граничных условий. Для этого необходимо определять значения величин поля не в каждом узле глобальной пространственной сетки, а на локальных решетках, соответствующих различным компонентам поля. Отсюда следует, что шаг вычисления по пространству должен быть равен двойному шагу глобальной пространственной сетки.

Для построения разностной схемы, которая соответствует такому шаблону, необходимо использовать узел привязки таким образом, чтобы при задании граничных условий соответствующие компоненты поля попадали на границы раздела. В качестве такого узла выбираем узел  $(i, j, k)$  сетки разбиения (рис. 3).

На рис. 4 показан результат построения шаблона разностной схемы по пространству для фиксированного момента времени (элементарная ячейка). Отметим, что такой шаблон

накладывает ограничения на граничные условия: граница области вычисления должна быть плоскостью, которая параллельна одной из осей координат.

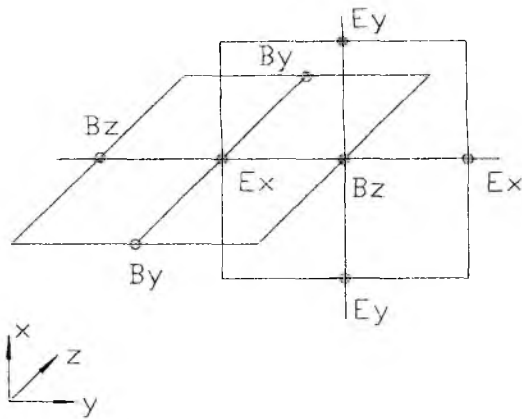


Рис. 2

Для конечно-разностной аппроксимации системы уравнений Максвелла во временной области используется трехточечная схема [14]. При этом электрические и магнитные составляющие электромагнитного поля определяются на разных временных шагах, а глобальный шаг вычисления становится равным  $2\Delta t$ . В этом случае обеспечивается значительная экономия вычислительных ресурсов, а также – снижается количество данных, необходимых для задания начальных условий ( $H^n, E^{n-1}$ , где  $n$  – текущий номер шага по времени).

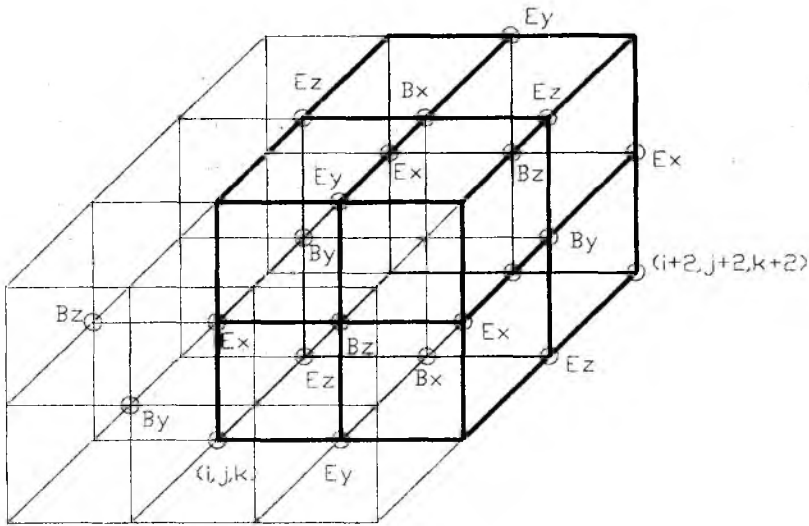


Рис. 3

Используя вышеуказанные соображения и уравнения (7) – (12), запишем их конечно-разностное представление в виде следующих выражений:

$$\frac{H_z^n_{(i+1,j+1,k)} - H_z^n_{(i+1,j-1,k)}}{2\Delta y} - \frac{H_y^n_{(i+1,j,k+1)} - H_y^n_{(i+1,j,k-1)}}{2\Delta z} = J_x^n_{(i+1,j,k)} + \epsilon^n_{(i+1,j,k)} \epsilon_0 \frac{E_x^{n+1}_{(j+1,j,k)} - E_x^{n-1}_{(i+1,j,k)}}{2\Delta t}, \quad (13)$$

$$\frac{H_x^n_{(i,j+1,k+1)} - H_x^n_{(i,j+1,k-1)}}{2\Delta z} - \frac{H_z^n_{(i+1,j+1,k)} - H_z^n_{(i-1,j+1,k)}}{2\Delta x} = J_y^n_{(i,j+1,k)} + \epsilon^n_{(i,j+1,k)} \epsilon_0 \frac{E_y^{n+1}_{(i,j+1,k)} - E_y^{n-1}_{(i,j+1,k)}}{2\Delta t}, \quad (14)$$

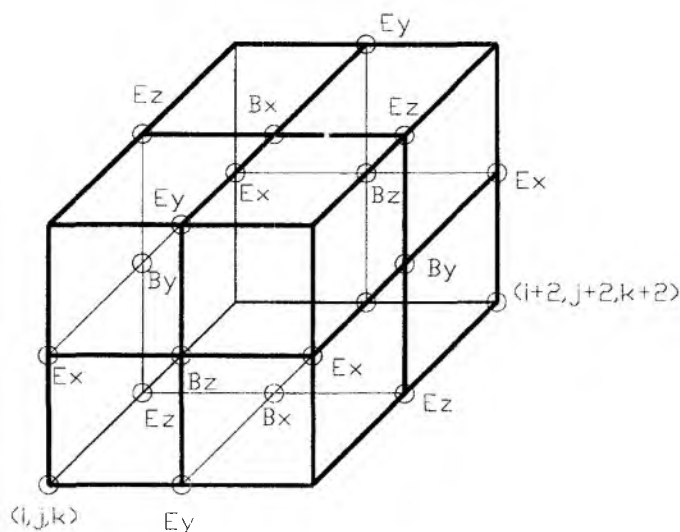


Рис. 4

$$\frac{Hy_{(i+1,j,k+1)}^n - Hy_{(i-1,j,k+1)}^n}{2\Delta x} - \frac{Hx_{(i,j+1,k+1)}^n - Hx_{(i,j-1,k+1)}^n}{2\Delta y} = Jz_{(i,j,k+1)}^n + \varepsilon_{(i,j,k+1)}^n \varepsilon_0 \frac{Ez_{(i,j,k+1)}^{n+1} - Ez_{(i,j,k+1)}^{n-1}}{2\Delta t}, \quad (15)$$

$$\frac{Ez_{(i,j+2,k+1)}^{n+1} - Ez_{(i,j,k+1)}^{n+1}}{2\Delta y} - \frac{Ey_{(i,j+1,k+2)}^{n+1} - Ey_{(i,j+1,k)}^{n+1}}{2\Delta z} = \mu_{(i,j+1,k+1)}^n \mu_0 \frac{Hx_{(i,j+1,k+1)}^{n+2} - Hx_{(i,j+1,k+1)}^n}{2\Delta t}, \quad (16)$$

$$\frac{Ex_{(i+1,j,k+2)}^{n+1} - Ex_{(i+1,j,k)}^{n+1}}{2\Delta z} - \frac{Ez_{(i+2,j,k+1)}^{n+1} - Ez_{(i,j,k+1)}^{n+1}}{2\Delta x} = \mu_{(i+1,j,k+1)}^n \mu_0 \frac{Hy_{(i+1,j,k+1)}^{n+2} - Hy_{(i+1,j,k+1)}^n}{2\Delta t}, \quad (17)$$

$$\frac{Ey_{(i+1,j,k+2)}^{n+1} - Ey_{(i+1,j,k)}^{n+1}}{2\Delta x} - \frac{Ez_{(i+2,j,k+1)}^{n+1} - Ez_{(i,j,k+1)}^{n+1}}{2\Delta x} = \mu_{(i+1,j,k+1)}^n \mu_0 \frac{Hx_{(i+1,j,k+1)}^{n+2} - Hx_{(i+1,j,k+1)}^n}{2\Delta t}, \quad (18)$$

Таким образом полученные выражения (13) – (18) представляют собой конечно-разностную систему алгебраических уравнений, соответствующих системе уравнений Максвелла в декартовой системе координат. Окончательно выражения для составляющих напряженностей электрического и магнитного полей, записанные в декартовой, цилиндрической и сферической системах координат приведены в Приложении.

### Критерий стабильности Куранта

Разбивая область вычисления равномерной конечно-разностной сеткой, необходимо учитывать, что размеры ячеек сетки не должны быть определенного размера, такого, чтобы как можно больше учесть информацию между узлами сетки. Очевидно, что пространственные приращения (инкременты)  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и  $\Delta z$  должны быть лишь некоторой малой частью волны. С точки зрения процесса вычисления это означает необходимость обеспечения связи между пространственным шагом и шагом по времени [2]. Такая связь выражается критерием стабильности Куранта и математически записывается в следующем виде

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} > c\Delta t, \quad (19)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме.

С учетом возможной дисперсии среды выражение (19) можно записать в более приемлемом виде

$$\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} > v_\phi \Delta t, \quad (20)$$

где  $v_\phi = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$  – фазовая скорость электромагнитной волны в данной среде.

С одной стороны соотношение (20) налагает ограничения на вариации значений  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  и  $\Delta z$  в зависимости от значения  $\Delta t$  и, с другой стороны, позволяет привести в соответствие значение этих параметров.

Таким образом, получены основные конечно-разностные уравнения для электромагнитного поля в наиболее распространенных на практике системах координат: декартовой, цилиндрической и сферической. Для выбора пространственного и временного шагов аппроксимации сформулировано условие Куранта, определяющее связь между пространственными и временными параметрами дискретизации пространства и времени.

**Список литературы:** 1. *Kron G.* // Proceedings IRE. 1944, № 32, p. 289. 2. *Вазов В., Форсайт Дж.* Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: ИЛ, 1963. 365 с. 3. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем. М.: Наука, 1974. 616 с. 4. *Yee K. S.* Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. // IEEE Transactions Antennas and Propagation. 1966. N 14. P. 302 – 307. 5. *Holland R.* IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-24 (1977), 2416. 6. *Tumolillo T. A. and Wondra J.P.* IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-24 (1977), 82. 7. *Merewether D. E. and Fisher R.* EMA Final Report, EMA-79-R-4, 1980. 8. *Taflove A., Brodwin M. E.* IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-23 (1975). 623. 9. *Хокни Р., Иствуд Дж.* Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987. 637 с. 10. *Yee K. S., Chen J. S.* Conformal hybrid finite difference time domain and finite volume time domain. // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 42, NO. 10, october 1994. 11. *Liu Q. H.* The pseudospectral time-domain (PSTD) method: A new algorithm for solution of Maxwell's equations. // IEEE Antennas and Propagation Society Ink, vol. 1, pp. 122-125, 1997. 12. *Smith G. D.* Numerical solution of partial differential equations. Oxford, U.K.: Oxford Univ. Press, 1965. 13. *Krumpholz M., Kateni L. P. B.* MRTD: New time-domain schemes based on multiresolution analysis. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 44, pp. 555 – 571, Apr. 1996. 14. *Поммер Д.* Вычислительные методы в физике. М.: Мир, 1975. 391 с. 15. *Турчак Л. И.* Основы численных методов. М.: Наука, 1987. 320 с.

## Приложение

### Декартова система координат

$$Ex_{(i+1,j,k)}^{n+1} = Ex_{(i+1,j,k)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_{(i+1,j,k)}} \times \\ \times \left[ -Jx_{(i+1,j,k)}^n + \frac{1}{2\Delta y} (Hz_{(i+1,j+1,k)}^n - Hz_{(i+1,j-1,k)}^n) - \frac{1}{2\Delta z} (Hy_{(i+1,j,k+1)}^n - Hy_{(i+1,j,k-1)}^n) \right],$$

$$Ey_{(i,j+1,k)}^{n+1} = Ey_{(i,j+1,k)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_{(i,j+1,k)}} \times \\ \times \left[ -Jy_{(i,j+1,k)}^n + \frac{1}{2\Delta z} (Hx_{(i+1,j+1,k+1)}^n - Hx_{(i+1,j+1,k-1)}^n) - \frac{1}{2\Delta x} (Hz_{(i+1,j,k)}^n - Hz_{(i-1,j,k)}^n) \right],$$

$$Ez_{(i,j,k+1)}^{n+1} = Ez_{(i,j,k+1)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_{(i,j,k+1)}} \times \\ \times \left[ -Jz_{(i,j,k+1)}^n + \frac{1}{2\Delta x} (Hy_{(i+1,j,k+1)}^n - Hy_{(i-1,j,k+1)}^n) - \frac{1}{2\Delta y} (Hx_{(i,j+1,k+1)}^n - Hx_{(i,j-1,k+1)}^n) \right],$$

$$Hx_{(i,j+1,k+1)}^{n+2} = Hx_{(i,j+1,k+1)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_0 \mu_{(i,j+1,k+1)}^n} \left[ \frac{1}{2\Delta y} (Ez_{(i,j+2,k+1)}^{n+1} - Ez_{(i,j,k+1)}^{n+1}) - \frac{1}{2\Delta z} (Ey_{(i,j+1,k+2)}^n - Ey_{(i,j+1,k)}^n) \right],$$

$$Hy_{(i+1,j,k+1)}^{n+2} = Hy_{(i+1,j,k+1)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_0 \mu_{(i+1,j,k+1)}^{n+1}} \left[ \frac{1}{2\Delta z} (Ex_{(i+1,j,k+2)}^{n+1} - Ex_{(i+1,j,k)}^{n+1}) - \frac{1}{2\Delta x} (Ez_{(i+2,j,k+1)}^n - Ez_{(i,j,k+1)}^n) \right],$$

$$Hz_{(i+1,j+1,k)}^{n+2} = Hz_{(i+1,j+1,k)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_0 \mu_{(i+1,j+1,k)}^{n+1}} \left[ \frac{1}{2\Delta x} (Ey_{(i+2,j+1,k)}^{n+1} - Ey_{(i,j+1,k)}^{n+1}) - \frac{1}{2\Delta y} (Ex_{(i+1,j+2,k)}^n - Ex_{(i+1,j,k)}^n) \right],$$

### Цилиндрическая система координат

$$Er_{(i+1,j,k)}^{n+1} = Er_{(i+1,j,k)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_{(i+1,j,k)}^n} \times \\ \times \left[ -Jr_{(i+1,j,k)}^n + \frac{1}{2\Delta \varphi} \frac{1}{\Delta r (i+1)} (Hz_{(i+1,j+1,k)}^n - Hz_{(i+1,j-1,k)}^n) - \frac{1}{2\Delta z} (H\varphi_{(i+1,j,k+1)}^n - H\varphi_{(i+1,j,k-1)}^n) \right],$$

$$E\varphi_{(i,j+1,k)}^{n+1} = E\varphi_{(i,j+1,k)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_{(i,j+1,k)}^n i \Delta r} \times \\ \times \left[ -J\varphi_{(i,j+1,k)}^n i \Delta r + \frac{1}{2\Delta z} (Hr_{(i,j+1,k+1)}^n - Hr_{(i,j+1,k-1)}^n) - \frac{1}{2\Delta r} (Hz_{(i+1,j+1,k)}^n - Hz_{(i-1,j+1,k)}^n) \right],$$

$$Ez_{(i,j,k+1)}^{n+1} = Ez_{(i,j,k+1)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\varepsilon_0 \varepsilon_{(i,j,k+1)}^n} \times \\ \times \left[ -Jz_{(i,j,k+1)}^n + \frac{1}{2\Delta r} \frac{1}{i \Delta r} (H\varphi_{(i+1,j,k+1)}^n (i+1) \Delta r - H\varphi_{(i-1,j,k+1)}^n (i-1) \Delta r) - \frac{1}{2\Delta \varphi} (Hr_{(i,j+1,k+1)}^n - Hr_{(i,j-1,k+1)}^n) \right],$$

$$Hr_{(i,j+1,k+1)}^{n+2} = Hr_{(i,j+1,k+1)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_0 \mu_{(i,j+1,k+1)}^{n+1}} \times \\ \times \left[ \frac{1}{2\Delta \varphi} \frac{1}{i \Delta r} (Ez_{(i,j+2,k+1)}^{n+1} - Ez_{(i,j,k+1)}^{n+1}) - \frac{1}{2\Delta z} (E\varphi_{(i,j+1,k+2)}^n - E\varphi_{(i,j+1,k)}^n) \right],$$

$$H\varphi_{(i+1,j,k+1)}^{n+2} = H\varphi_{(i+1,j,k+1)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_0 \mu_{(i+1,j,k+1)}^{n+1} (i+1) \Delta r} \times \\ \times \left[ \frac{1}{2\Delta z} (Er_{(i+1,j,k+2)}^{n+1} - Er_{(i+1,j,k)}^{n+1}) - \frac{1}{2\Delta r} (Ez_{(i+2,j,k+1)}^n - Ez_{(i,j,k+1)}^n) \right],$$

$$Hz_{(i+1,j+1,k)}^{n+2} = Hz_{(i+1,j+1,k)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_0 \mu_{(i+1,j+1,k)}^{n+1}} \times \\ \times \left[ \frac{1}{2\Delta r} \frac{1}{(i+1) \Delta r} (E\varphi_{(i+2,j+1,k)}^{n+1} (i+2) \Delta r - E\varphi_{(i,j+1,k)}^{n+1} i \Delta r) - \frac{1}{2\Delta \varphi} (Er_{(i+1,j+2,k)}^n - Er_{(i+1,j,k)}^n) \right].$$

# Сферическая система координат

$$Er_{(i+1,j,k)}^{n+1} = Er_{(i+1,j,k)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_{(i+1,j,k)}^n} \frac{1}{(i+1)\Delta r \cdot \sin(j\Delta\theta)} \times$$

$$\times \left[ -Jr_{(i+1,j,k)}^n (i+1)\Delta r \cdot \sin(j\Delta\theta) + \frac{1}{2\Delta\theta} \left( H\varphi_{(i+1,j+1,k)}^n \sin((j+1)\Delta\theta) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - H\varphi_{(i+1,j-1,k)}^n \sin((j-1)\Delta\theta) \right) - \frac{1}{2\Delta\varphi} (H\theta_{(i+1,j,k+1)}^n - H\theta_{(i+1,j,k-1)}^n) \right],$$

$$E\theta_{(i,j+1,k)}^{n+1} = E\theta_{(i,j+1,k)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_{(i,j+1,k)}^n} \frac{1}{i^2 (\Delta r)^2} \times$$

$$\times \left[ -J\theta_{(i,j+1,k)}^n i^2 (\Delta r)^2 + \frac{1}{2\Delta\varphi \sin((j+1)\Delta\theta)} (Hr_{(i,j+1,k+1)}^n - Hr_{(i,j+1,k-1)}^n) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2\Delta r} (H\varphi_{(i+1,j+1,k)}^n (i+1)\Delta r - H\varphi_{(i-1,j+1,k)}^n (i-1)\Delta r) \right],$$

$$E\varphi_{(i,j,k+1)}^{n+1} = E\varphi_{(i,j,k+1)}^{n-1} + \frac{2\Delta t}{\epsilon_0 \epsilon_{(i,j,k+1)}^n} \frac{1}{i^2 (\Delta r)^2 \cdot \sin(j\Delta\theta)} \times$$

$$\times \left[ -J\varphi_{(i,j,k+1)}^n i^2 (\Delta r)^2 \cdot \sin(j\Delta\theta) + \frac{1}{2\Delta r} (H\theta_{(i+1,j,k+1)}^n (i+1)\Delta r - H\theta_{(i-1,j,k+1)}^n (i-1)\Delta r) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2\Delta\theta} (Hr_{(i,j+1,k+1)}^n - Hr_{(i,j+1,k-1)}^n) \right],$$

$$Hr_{(i,j+1,k+1)}^{n+2} = Hr_{(i,j+1,k+1)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_o \mu_{(i,j+1,k+1)}^{n+1}} \frac{1}{i\Delta r \cdot \sin((j+1)\Delta\theta)} \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{2\Delta\theta} \left( E\varphi_{(i,j+2,k+1)}^{n+1} \sin((j+2)\Delta\theta) - \right. \right.$$

$$\left. \left. - E\varphi_{(i,j,k+1)}^{n+1} \sin(j\Delta\theta) \right) - \frac{1}{2\Delta\varphi} (E\theta_{(i,j+1,k+2)}^n - E\theta_{(i,j+1,k)}^n) \right],$$

$$H\theta_{(i+1,j,k+1)}^{n+2} = H\theta_{(i+1,j,k+1)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_o \mu_{(i+1,j,k+1)}^{n+1}} \frac{1}{(i+1)^2 (\Delta r)^2} \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{2\Delta\varphi \sin(j\Delta\theta)} (Er_{(i+1,j,k+2)}^{n+1} - Er_{(i+1,j,k)}^{n+1}) - \frac{1}{2\Delta r} (E\varphi_{(i+2,j,k+1)}^n (i+2)\Delta r - E\varphi_{(i,j,k+1)}^n i\Delta r) \right],$$

$$H\varphi_{(i+1,j+1,k)}^{n+2} = H\varphi_{(i+1,j+1,k)}^n + \frac{2\Delta t}{\mu_o \mu_{(i+1,j+1,k)}^{n+1}} \frac{1}{(i+1)^2 (\Delta r)^2 \cdot \sin((j+1)\Delta\theta)} \times$$

$$\times \left[ \frac{1}{2\Delta r} \left( E\theta_{(i+2,j+1,k)}^{n+1} (i+2)\Delta r - \right. \right.$$

$$\left. \left. - E\theta_{(i,j+1,k)}^{n+1} i\Delta r \right) - \frac{1}{2\Delta\theta} (Er_{(i+1,j+2,k)}^n - Er_{(i+1,j,k)}^n) \right].$$

## ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТКРЫТОГО ВОЛНОВОДА ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ИЗЛУЧЕНИЯ

**Введение.** В последние годы значительное внимание уделяется вопросам создания нерелятивистских усилителей на эффекте Смита-Парселла (дифракционного излучения) [1-3]. Электродинамическая система такого усилителя представляет собой открытый волновод (ОВ), образованный периодической структурой и металлическим экраном. Для такой системы при возбуждении ее распределенным источником излучения типа электронный поток (ЭП) построена линейная теория и проанализировано дисперсионное уравнение. Для источника излучения типа планарный диэлектрический волновод поведено экспериментальное моделирование волновых процессов в ОВ и изучены его электродинамические характеристики [4].

Вместе с тем, исследования дифракционно-черенковского излучения, возникающего при движении нерелятивистского ЭП вдоль периодических металлодиэлектрических структур, указывают на перспективность его использования в генераторных и усилительных устройствах КВЧ [5-6]. Поэтому задача исследования электродинамических характеристик ОВ с металлодиэлектрическим слоем при возбуждении его распределенными источниками излучения является актуальной.

В данной работе развита линейная теория усилителя при взаимодействии ЭП с полями периодической металлической структуры и металлодиэлектрического слоя, а также проведены экспериментальные исследования электродинамических характеристик ОВ при возбуждении его распределенным источником излучения типа планарный диэлектрический волновод.

**Теоретический анализ.** Открытый волновод исследуемой системы образован параллельно расположенными на расстоянии  $s$  периодической структурой типа «гребенка» с периодом  $2l$ , шириной и глубиной щелей соответственно  $2d$  и  $h$  и металлодиэлектрическим слоем толщиной  $\Delta = H - s$ , где  $H$  – расстояние от «гребенки» до металлического экрана. Ленточный нерелятивистский ЭП конечной толщины  $(r-b)$  движется вдоль оси  $Oy$  на расстоянии  $b$  от «гребенки». Вся система в плоскости зеркал предполагается бесконечной.

Решение линейной самосогласованной электродинамической задачи проводилось методом частичных областей [2] при условии максимального взаимодействия ЭП с полями волновода. В итоге получено модифицированное дисперсионное уравнение, позволяющее учитывать влияние металлодиэлектрического слоя на электронно-волновые процессы в ОВ:

$$\frac{\cot(\pi\kappa\gamma)}{\kappa\theta} = \frac{1}{\sqrt{(\mu+1)^2 - \kappa^2}} \left( \frac{\Gamma_1(1 + \Gamma_1 F M)}{\Gamma_1 F + M} - 1 \right) - \left( 2 \ln \left( \sin \left( \frac{\pi\theta}{2} \right) \right) + \frac{\varepsilon \cot \left( \pi\chi \sqrt{\varepsilon\kappa^2 - \mu^2} \right)}{\sqrt{\varepsilon\kappa^2 - \mu^2}} \right), \quad (1)$$

где  $\Gamma_1$  – величина характеризуемая параметрами ЭП (эффективная диэлектрическая проницаемость);  $\kappa = kl/\pi$ ;  $M = \tanh \left( \pi\zeta\Gamma_1 \sqrt{(\mu+1)^2 - \kappa^2} \right)$ ;  $F = \frac{\sqrt{\varepsilon\kappa^2 - (\mu+1)^2}}{\varepsilon\sqrt{\kappa^2 - (\mu+1)^2}}$ ;  $g = \omega_p/\omega$  – параметр пространственного заряда;  $\beta = v_0/c$  – относительная скорость пучка электронов,  $\mu = \kappa\hat{\alpha}_n - 1$ ;  $\hat{\alpha}_n = \alpha_n/k$  – безразмерный коэффициент распространения;  $\gamma = h/l$ ,  $\zeta = r/l$ ,  $\theta = d/l$ ,  $\chi = H/l$  – безразмерные геометрические параметры системы;  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость.

Решение данного дисперсионного уравнения для  $\varepsilon=3$  в виде графических зависимостей действительной и мнимой составляющих  $\delta\mu$  от  $\beta$  приведено на рис. 1.

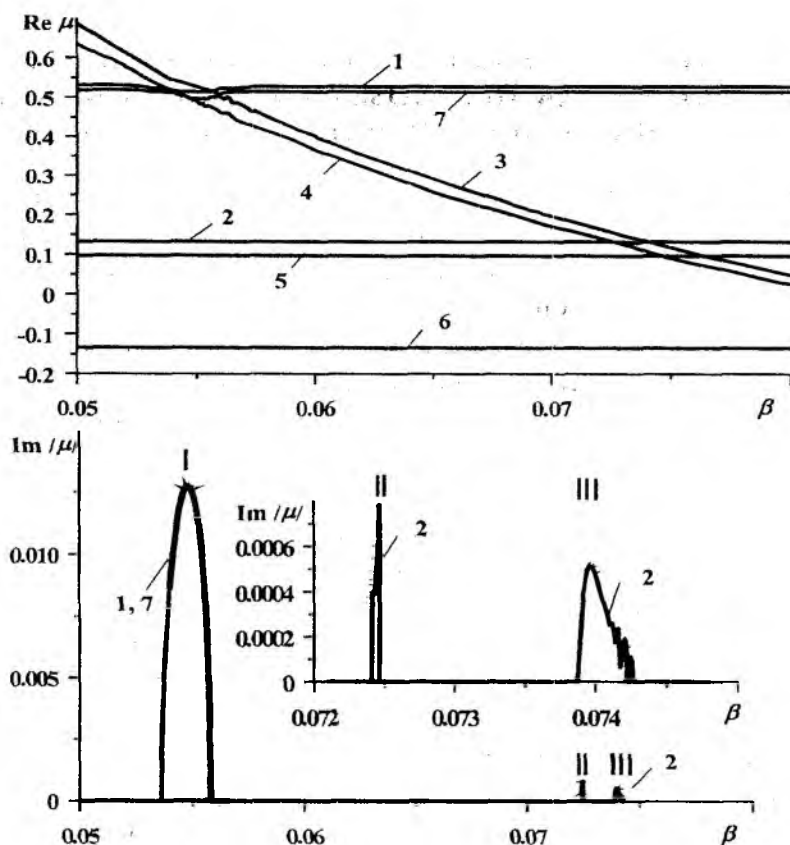


Рис. 1

Численный анализ дисперсионного уравнения позволяет выявить 7 волн, распространяющихся в объеме ОВ, имеющих различные волновые числа и различные фазовые скорости. Причем волны 1, 2, 5–7 – соответствуют гармоникам периодической структуры без ЭП. Соответственно 3 и 4, быстрая волна пространственного заряда (БВПЗ) и медленная волна пространственного заряда (МВПЗ). 5, 6 – волны, распространяющиеся в ОВ, практически не возмущаемые ЭП. Три корня дисперсионного уравнения имеют мнимые части с положительным значением инкремента нарастания амплитуды, что свидетельствует о возможности усиления колебаний в трех областях при изменении параметра  $\beta$ : I – режим поверхностных волн с максимальным значением амплитуды колебаний при синхронизме электронного потока с МВПЗ; области II и III соответствуют условию возбуждения объемных волн дифракционного излучения под углом, меньшим  $\pi/2$  относительно плоскости гребенки с передачей энергии от пучка полю соответственно посредством БВПЗ и МВПЗ.

Сравнивая результаты численного анализа дисперсионного уравнения, не учитывающего диэлектрический слой [1, 2], можно отметить, что заполнение пространства между ЭП и верхним металлическим зеркалом диэлектриком с  $\epsilon = 3$  приводит к появлению дополнительной поверхностной волны 7 (рис. 1), распространяющейся в ОВ и взаимодействующей с МВПЗ (область I, рис. 1). Возрастание  $\epsilon$  приводит к увеличению количества подобных волн. Кроме этого, влияние диэлектрического слоя проявляется в смещении областей усиления в сторону меньших  $\beta$  и увеличении инкремента нарастания колебаний по сравнению с моделью усилителя без металлodieлектрического слоя.

**Экспериментальное моделирование.** Одним из эффективных способов решения задач дифракционной электроники является метод экспериментального моделирования, при котором излучение электронной волны тока пространственного заряда ЭП моделируется излучением поверхностной волны планарного диэлектрического волновода (ДВ), расположенного вблизи периодической структуры – дифракционной решетки (ДР). Методика такого

моделирования к настоящему времени достаточно развита и обобщена в монографии [7]. Однако для каждого конкретного объекта она имеет свои особенности, которые необходимо учитывать при разработке и реализации измерительных установок [4, 8]. Выбор параметров системы ДР – ДВ проводился на основании выполнения условия формирования объемной волны в ОВ.

Расположенный в ОВ металлодиэлектрический слой по своим свойствам близок к экранированному плоскому диэлектрическому волноводу. Возможные механизмы распространения электромагнитных волн в такой системе при туннелировании поверхностной волны ДВ в диэлектрический слой описаны в [9]. Для качественного анализа физических явлений формирования электромагнитной волны в металлодиэлектрическом слое (МДС) можно воспользоваться концепцией парциальных волн, основанной на разложении электромагнитных полей на плоские волны [10]. Экспериментальные исследования электродинамической системы ОВ и его элементов проводились в диапазоне частот  $f = 30 \div 37$  ГГц при значениях диэлектрической проницаемости  $\epsilon = 2$ , в интервале  $\Delta \approx \lambda - 4\lambda$ . Методика таких исследований описана в [4] и заключается в замене распределенного источника излучения типа ЭП планарным диэлектрическим волноводом.

Результаты исследований мощности диаграмм направленности излучающих систем ОВ указывают на наличие излучения из торца МДС в режиме моделирования черенковского излучения для фазовых скоростей, удовлетворяющих соотношению  $\epsilon\beta_g^2 > 1$ , при туннелировании волны ДВ на однородной поверхности диэлектрика. Характерным для диэлектрического слоя с толщиной, меньшей длины волны, является распространение большей части энергии в окружающем пространстве. При этом условие одномодовости удовлетворяет условию согласования фазовой скорости волны в диэлектрике со скоростью волны в окружающем пространстве [9]. Диэлектрический слой фактически выполняет функцию антенны, излучающей энергию под углами, близкими к оси ЭП.

Для диэлектрического слоя с  $\Delta > \lambda$  начинает выполняться закон полного внутреннего отражения и значительная доля энергии сосредоточена в диэлектрике. Углы излучения из торца увеличиваются и приближаются к расчетным значениям, определяемым по законам лучевой оптики.

При нанесении на диэлектрический слой металлического экрана излучение, поступающее от системы ДР – ДВ, будет отражаться и поступать в объем ОВ, возбуждая вдоль его оси волну. Таким образом в исследуемой системе распространяются две объемные волны: волна в МДС и в общем объеме ОВ. Эти волны связаны между собой через поверхностную волну общего источника излучения – планарного диэлектрического волновода. Возможность появления в ОВ прямых и обратных связанных волн может приводить к резонансным явлениям при моделировании волновых процессов [10]. В такой системе основными являются волноводные характеристики: КСВ и коэффициент передачи системы ( $K_{\Pi} = P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}}$ , где  $P_{\text{вых}}$  и  $P_{\text{вх}}$  – мощности на выходе и на входе ДВ соответственно).

На рис. 2 для значений  $\Delta \approx \lambda$  представлены волноводные характеристики систем ДВ – диэлектрический слой (график 1), ДВ – ДР – диэлектрический слой (график 2) и общей системы ОВ (график 3). Из графиков рис. 2а видно, что КСВ элементов ОВ и системы лежат в интервале значений  $1.05 \div 1.4$ , что обусловлено отражениями от согласующих переходов ДВ – волноводный тракт при значительной отстройке от центральной частоты (рис. 2б). Данные характеристики отличаются от ОВ без диэлектрического слоя, где КСВ достигал значений порядка 2.0 (график 4) за счет резонансности системы. Существенные изменения наблюдаются также в поведении  $K_{\Pi}$  при изменении частоты. Если графики 1, 2 свидетельствуют об эффективности трансформации поверхностной волны ДВ в объемные волны, то график 3 указывает на наличие связанных волн в исследуемой системе и существенно отличается от поведения  $K_{\Pi}$  для ОВ без МДС (график 4). Можно предположить, что при  $\Delta \approx \lambda$  большая часть энергии выходит из диэлектрика и распространяется в ОВ. Наблюдаемые максимумы и минимумы в зависимости  $K_{\Pi}$  от частоты обусловлены синфазностью и противофазностью двух волн, распространяющихся в ОВ.

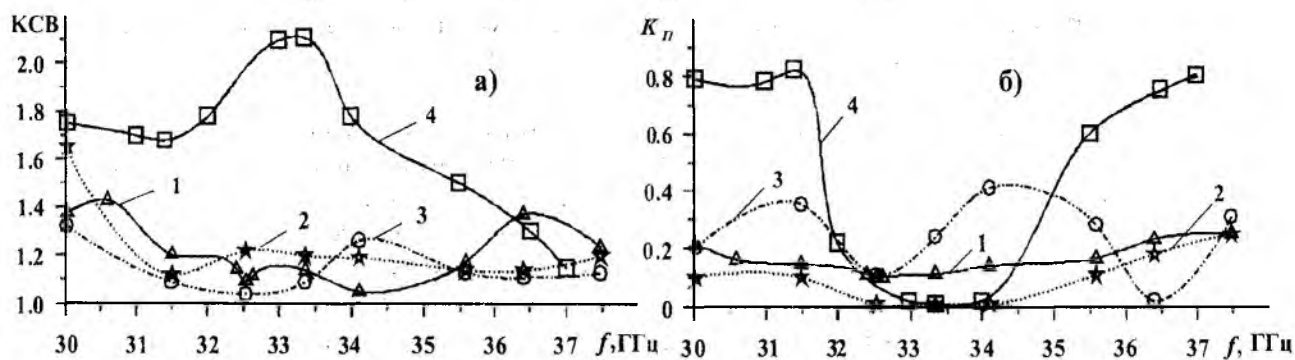


Рис. 2

С увеличением толщины диэлектрического слоя основная доля энергии сосредотачивается в диэлектрике, что приводит при значениях  $\Delta \approx 4\lambda$  к уменьшению связи МДС с ДВ и общему росту значений  $K_p$  для элементов ОВ. При этом поведение коэффициента прохождения в заданном диапазоне частот свидетельствует об уменьшении связи волн, распространяющихся в ОВ.

**Выводы.** Развита линейная самосогласованная теория усилителя на эффекте Смита-Парселла, учитывающая влияние металлодиэлектрического слоя и толщины ЭП на условия возбуждения колебаний в ОВ. Получено и проанализировано в длинноволновом приближении дисперсионное уравнение системы. В частности, установлена возможность передачи энергии от пучка полю посредством БВПЗ и обнаружена дискретность распространяющихся волн, зависящая от толщины ЭП и частоты.

Проведено экспериментальное моделирование волновых процессов в электродинамической системе усилителя на эффекте Смита-Парселла. Для описания физических явлений использованы концепции парциальных и связанных волн, а также представление МДС в виде многомодового плоского диэлектрического волновода. Установлена возможность управления волновыми процессами путем изменения толщины диэлектрического слоя, что представляет интерес при практической реализации усилителя на эффекте Смита-Парселла.

В заключении автор выражает благодарности проф. Воробьеву Г.С. и проф. Шматько А.А. за замечания и полезное обсуждение данной работы.

**Список литературы:** 1. *Линейная теория нерезонансного усилителя КВЧ с распределенным взаимодействием на эффекте Смита-Парселла* / Г.С. Воробьев, А.И. Рубан, А.С. Кривец, А.А. Шматько // Радиоэлектроника, 1999. Т. 42. № 6. С. 67 – 70 (Изв. высш. учеб. заведений). 2. *Підсилення електромагнітних хвиль на ефекті Смита-Парселла* / Г.С. Воробйов, А.І. Рубан, О.С. Кривець, О.О. Шматько // Фізичн. зб. НТШ. 2001. Т. 4. С. 323 – 330. 3. *Воробьев Г.С., Кривец А.С., Шматько А.А.* Электронно-волновой механизм усиления колебаний в открытом волноводе с периодической структурой // Материалы 11-й Междунар. Крым. конфер. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии». 2001. С. 197 – 198. 4. *Экспериментальное моделирование условий возбуждения колебаний в усилителе с распределенным взаимодействием на эффекте Смита-Парселла* / Г.С. Воробьев, А.И. Рубан, А.С. Кривец, А.А. Шматько // Вестн. Сумск. гос. ун-та. 1999. №1(12). С. 28 – 37. 5. *Энергетические характеристики дифракционно-черенковского излучения в периодических металлодиэлектрических структурах* / Г.С. Воробьев, К.А. Пушкарёв, А.И. Рубан, А.И. Цвык // Радиоэлектроника, 1999. Т. 42. № 10. С. 62 – 66 (Изв. высш. учеб. заведений). 6. *Черенковське та дифракційне випромінювання* / Г.С. Воробйов, К.О. Пушкарёв, А.І. Рубан, О.І. Цвик // Фізичн. зб. НТШ. 2001. Т. 4. С. 317 – 322. 7. *Генераторы дифракционного излучения* / Под ред. В.П. Шестопалова Киев: Наук. думка. 1991. 320 с. 8. *Экспериментальное исследование преобразования поверхностных волн в объемные в открытом волноводе* / А.А. Вертий, Г.С. Воробьев, И.В. Иванченко и др. // Радиофизика, 1988. Т. 31. № 6. С. 1242 – 1254 (Изв. высш. учеб. заведений). 9. *Воробьев Г.С.* Волновое моделирование черенковского и дифракционного излучений в пространственно ограниченных металлодиэлектрических структурах // Радиотехника: Всеукр. межвед. Науч.-техн. сб. 2000: № 116. С. 12 – 20. 10. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь. 1988. 440 с.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ПРОХОДНЫХ РЕЗОНАТОРОВ, СВЯЗАННЫХ РЕЗОНАНСНЫМИ ЩЕЛЕВЫМИ ДИАФРАГМАМИ, В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

В настоящее время системы резонаторов, связанных через отверстия различной формы, находят широкое применение в антенно-волноводной технике и приборах сверхвысокочастотного диапазона. Особое место среди отверстий связи занимают щелевые диафрагмы, обладающие ярко выраженными резонансными свойствами [1–4]. Анализ таких устройств проводится на основе приближенных (метод эквивалентных схем [2, 3]) и строгих электродинамических методов (метод частичных областей [4] с использованием понятия обобщенных матриц рассеяния [5]). Однако в работах [2, 3] не учитывается взаимодействие между соседними диафрагмами, а их толщина полагается бесконечно тонкой. В [4] проведены анализ и синтез волноводных фильтров на резонансных диафрагмах конечной толщины с учетом их влияния друг на друга, расположенных симметрично относительно стенок прямоугольного волновода. Последнее обстоятельство несколько ограничивает возможности изменения электродинамических характеристик рассматриваемых структур, хотя и значительно упрощает результирующую систему линейных алгебраических уравнений.

В данной работе на основе метода наведенных магнитодвижущих сил (МДС) и аппарата функций Грина соответствующих объемов построено приближенное аналитическое решение задачи о системе последовательно расположенных проходных резонаторов, связанных между собой резонансными щелевыми диафрагмами конечной толщины с учетом их взаимного влияния, причем щели могут быть смещены в плоскости поперечного сечения прямоугольного волновода относительно его широких стенок.

### Постановка задачи и решение

Рассматриваемая структура представляет собой цепочку объемных резонаторов, расположенных в бесконечном прямоугольном волноводе сечением  $a \times b$  с идеально проводящими стенками и связанных между собой через резонансные щелевые диафрагмы  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), как это показано на рис. 1.

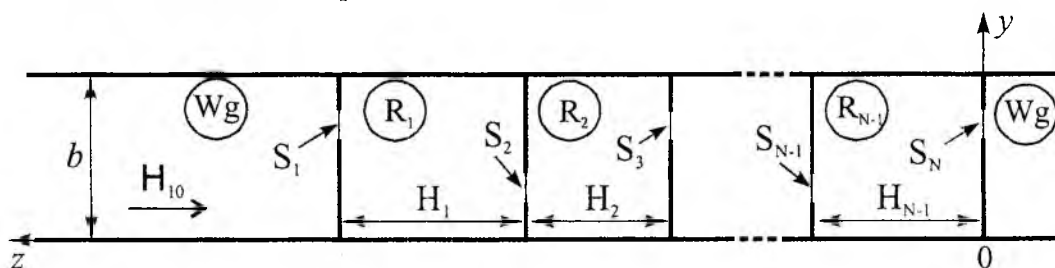


Рис. 1

Пусть из области  $z = \infty$  распространяется волна основного типа  $H_{10}$ , а геометрические размеры щелей удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\frac{d_i}{2L_i} \ll 1, \quad \frac{d_i}{\lambda} \ll 1, \quad (1)$$

где  $2L_i$  и  $d_i$  — длина и ширина щелей (рис. 2);  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве. Требуется найти эквивалентные магнитные токи в щелях (и соответственно коэффициенты матрицы рассеяния всей системы в целом), которые можно представить в виде ( $\vec{e}_{s_i}$  — единичные орты,  $s_i$  и  $\xi_i$  — локальные координаты, связанные со щелями):

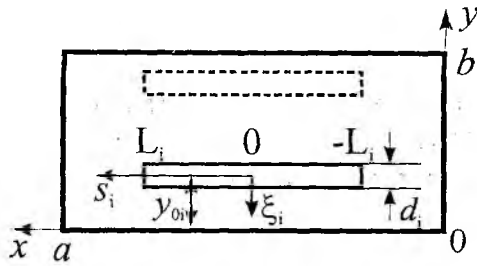


Рис. 2

$$\bar{J}_i(s_i, \xi_i) = \bar{e}_{s_i} J_{0i} f_i(s_i) \chi_i(\xi_i). \quad (2)$$

Функции  $f_i(s_i)$  должны удовлетворять краевым условиям  $f_i(\pm L_i) = 0$ , а функции  $\chi_i(\xi_i)$  – условиям на ребрах щелей [5] и условиям нормировки

$$\int_{\xi_i} \chi_i(\xi_i) d\xi_i = 1. \quad (3)$$

Принимая во внимание тот факт, что щели прорезаны в бесконечно тонких стенках и расположены симметрично относительно осевой линии широкой стенки волновода, целесообразно выбрать в качестве функциональных зависимостей от продольных и поперечных координат в щелях следующие функции [6, 7]:

$$f_i(s_i) = \cos k s_i \cos k_c L_i - \cos k L_i \cos k_c s_i, \quad \chi_i(\xi_i) = \frac{1}{\pi \sqrt{(d_i/2)^2 - \xi_i^2}}, \quad (4)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $k_c = 2\pi/\lambda_c$ ;  $\lambda_c$  – критическая длина  $H_{10}$  волны.

Отметим, что используемая в работе [1] пробная функция для решения задачи о резонансной диафрагме вариационным методом имеет вид:  $f(s) = \cos(\pi s/2L)$ , т.е. она включает в себя только геометрический размер щели и, в отличие от (4), не учитывает дисперсионных свойств волновода.

Воспользовавшись граничными условиями непрерывности тангенциальных составляющих магнитных полей на поверхностях щелей и следуя методу наведенных МДС для многощелевой структуры [7], получаем с учетом (3), (4) систему алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд токов  $J_{0i}$ :

$$\begin{cases} J_{01}(Y_1^{Wg} + Y_1^{R1}) + J_{02}Y_{12}^{R1} = -\frac{i\omega}{2k} \int_{-L_1}^{L_1} f_1(s_1) H_{0s_1}(s_1) ds_1, \\ J_{02}(Y_2^{R1} + Y_2^{R2}) + J_{01}Y_{12}^{R1} + J_{03}Y_{23}^{R2} = 0, \\ \dots\dots\dots \\ J_{0N}(Y_N^{Wg} + Y_N^{R_{N-1}}) + J_{0,N-1}Y_{N,N-1}^{R_{N-1}} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $H_{0s_1}(s_1)$  – проекция поля  $H_{10}$  волны на ось первой щели, а  $Y^{Wg}$ ,  $Y^{Ri}$  – матричные коэффициенты, определяемые с помощью функций Грина для векторного потенциала полубесконечного прямоугольного волновода и прямоугольного резонатора:

$$\begin{aligned} Y_{1(N)}^{Wg} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3..n=0,1..}^{\infty} \sum_{n=0,1..}^{\infty} \frac{\varepsilon_n(k^2 - k_x^2)}{kk_z} \cos k_y y_{01(N)} \cos k_y (y_{01(N)} + \frac{d_{1(N)}}{4}) I^2(kL_{1(N)}), \\ Y_i^{Ri} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3..n=0,1..}^{\infty} \sum_{n=0,1..}^{\infty} \frac{\varepsilon_n(k^2 - k_x^2)}{kk_z} \coth k_z H_i \cos k_y y_{0i} \cos k_y (y_{0i} + \frac{d_i}{4}) I^2(kL_i), \\ Y_{ij}^{Ri,j} &= \frac{4\pi}{ab} \sum_{m=1,3..n=0,1..}^{\infty} \sum_{n=0,1..}^{\infty} \frac{\varepsilon_n(k^2 - k_x^2)}{kk_z \operatorname{sh} k_z H_i} \cos k_y y_i \cos k_y (y_{0j} + \frac{d_j}{4}) I(kL_i) I(kL_j). \end{aligned} \quad (6)$$

В формулах (6) приняты следующие обозначения:

$$I_i(kL_i) = 2 \left\{ \frac{k \sin kL_i \cos k_x L_i - k_x \cos kL_i \sin k_x L_i}{k^2 - k_x^2} \cos k_c L_i - \frac{k_c \sin k_c L_i \cos k_x L_i - k_x \cos k_c L_i \sin k_x L_i}{k_c^2 - k_x^2} \cos kL_i \right\},$$

$k_x = m\pi/a$ ;  $k_y = n\pi/b$ ;  $k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}$ ;  $\varepsilon_n = \begin{cases} 1, n=0, \\ 2, n \neq 0; \end{cases}$   $y_{0i}$  – координаты осевых линий щелей;  $H_{i,j}$  – продольные размеры резонаторов;  $i, j = 1, 2, \dots, N$ .

Решая систему уравнений (5) с учетом того, что  $H_{0s_1}(s_1) = 2H_0 \cos k_c s_1$  ( $H_0$  – амплитуда падающей волны), находим амплитуду магнитного тока в первой щели:

$$J_{01} = -\frac{i\omega}{k^2} H_0 \frac{F(kL_1)}{Y_1^\Sigma - Y_{\Sigma N}}, \quad (7)$$

где  $Y_1^\Sigma = Y_1^{Wg} + Y_1^{R_1}$ ,  $Y_i^\Sigma = Y_i^{R_i} + Y_i^{R_{i-1}}$ ,  $Y_N^\Sigma = Y_N^{R_{N-1}} + Y_N^{Wg}$ ,

$$Y_{\Sigma N} = \frac{Y_{12}^{R_1} Y_{21}^{R_1}}{Y_2^\Sigma - \frac{Y_{23}^{R_2} Y_{32}^{R_2}}{Y_3^\Sigma - \frac{Y_{34}^{R_3} Y_{43}^{R_3}}{\dots \dots \dots Y_{N-1}^\Sigma - \frac{Y_{N-1,N}^{R_{N-1}} Y_{N,N-1}^{R_{N-1}}}{Y_N^\Sigma}}}},$$

$$F(kL_1) = 2 \cos k_c L_1 \frac{\sin kL_1 \cos k_c L_1 - (k_c/k) \cos kL_1 \sin k_c L_1}{1 - (k_c/k)^2} - \cos kL_1 \frac{\sin 2k_c L_1 + 2k_c L_1}{(2k_c/k)}.$$

Тогда коэффициент отражения по полю  $S_{11}$  и коэффициент передачи по мощности  $|S_{12}|^2$  (из условия баланса мощности) для рассматриваемой структуры имеют вид:

$$S_{11} = \left\{ 1 - \frac{8\pi k_g F^2(kL_1)}{iabk^3 (Y_1^\Sigma - Y_{\Sigma N})} \right\} e^{-i2k_g z}, \quad |S_{12}|^2 = 1 - |S_{11}|^2, \quad k_g = \sqrt{k^2 - k_c^2}. \quad (8)$$

Можно показать [8], что при выполнении условия  $(h_i/\lambda) \ll 1$ , где  $h_i$  – толщина стенки резонатора, система уравнений (5) справедлива с точностью до членов порядка  $\{(d_i h_i)/\lambda^2\}$ . При этом в формулах (6) следует заменить  $d_i$  на  $d_{ei}$  согласно следующим приближенным соотношениям [8]:

$$d_{ei} = d_i \left( 1 - \frac{h_i}{\pi d_i} \ln \frac{d_i}{h_i} \right), \quad \text{при } \frac{d_i}{h_i} \ll 1; \quad d_{ei} = d_i \left( \frac{8}{\pi e} \exp \left( -\frac{\pi h_i}{2d_i} \right) \right), \quad \text{при } \frac{d_i}{h_i} \geq 1, \quad (9)$$

которые получены с учетом того, что для двумерного идеально проводящего прямоугольного клина  $\chi(\xi) \sim [(d/2)^2 - \xi^2]^{-1/3}$  [5].

## Численные результаты

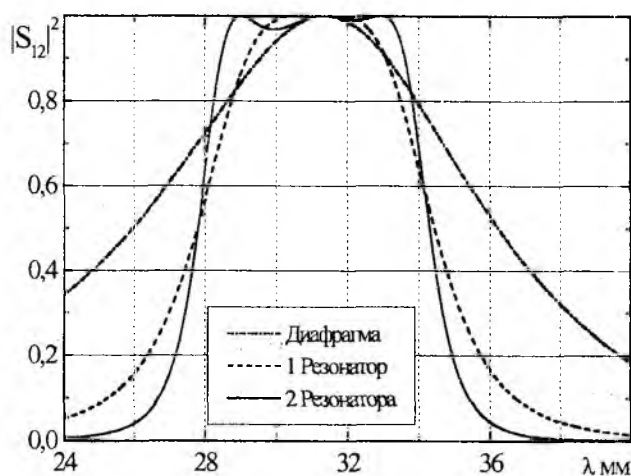


Рис. 3

приближается к прямоугольной (рис. 3:  $2L_i = 16\text{ мм}$ ,  $d_i = h_i = 1,6\text{ мм}$ ,  $y_{0i} = b/2$ ,  $H_i = b$ ). Отметим, что расстояние между щелями выбиралось равным  $\sim \lambda_g^{\text{res}} / 4$  [2, 3], где  $\lambda_g^{\text{res}}$  – резонансная длина волны в волноводе одиночной диафрагмы.

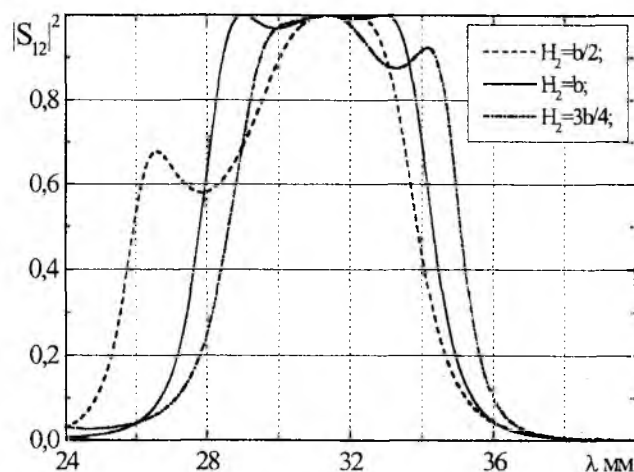


Рис. 4

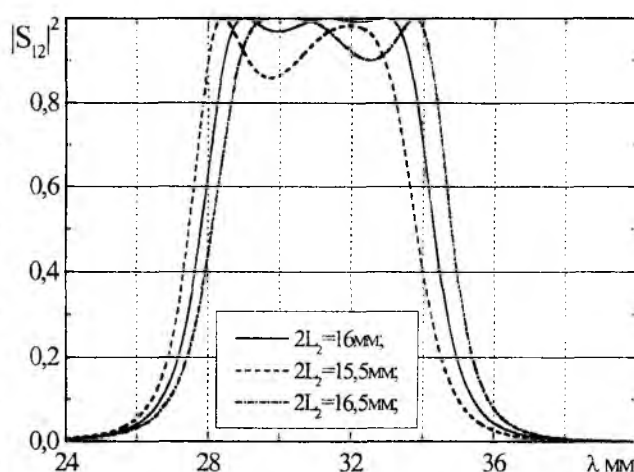


Рис. 5

Изменение длины одного из резонаторов (рис. 4:  $H_1 = b$ ) приводит к асимметрии амплитудно-частотной характеристики структуры, хотя полоса пропускания по уровню  $0,5 |S_{12}|^2$  может возрастать ( $H_2 = b/2$ ). Даже незначительное варьирование размера одной из щелей (в пределах  $\Delta 2L / \lambda_{\text{res}} = \pm 0,015$ ) увеличивает уровень пульсаций в полосе пропускания и смещает резонансную длину волны  $\lambda_{\text{res}}$  системы (рис. 5).

Увеличение толщины стенок диафрагм повышает добротность двухрезонаторной структуры (рис. 6) при практически неизменной резонансной длине волны  $\lambda_{\text{res}}$ . Смещение щелей в плоскости поперечного сечения волновода к его боковой стенке при постоянных остальных параметрах системы (рис. 7) дает возможность перемещения  $\lambda_{\text{res}}$  в длинноволновую часть рабочего диапазона, при этом добротность всей структуры заметно возрастает.

На рис. 3–7 приведены графики коэффициента передачи по мощности  $|S_{12}|^2$  для рассматриваемой структуры в диапазоне основной волны прямоугольного волновода сечением  $23 \times 10\text{ мм}^2$  в зависимости от количества проходных резонаторов, их размеров, а также параметров щелевых диафрагм связи.

Как и следовало ожидать, размещение в волноводе одного или нескольких проходных резонаторов существенно повышает добротность всей системы по сравнению с одиночной диафрагмой, при этом форма резонансной кривой

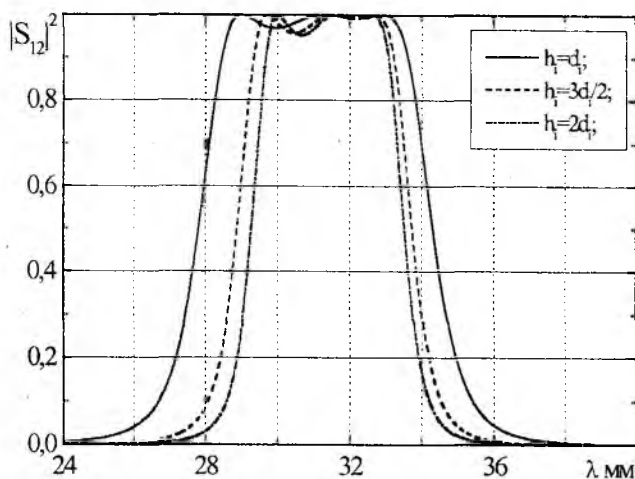


Рис. 6

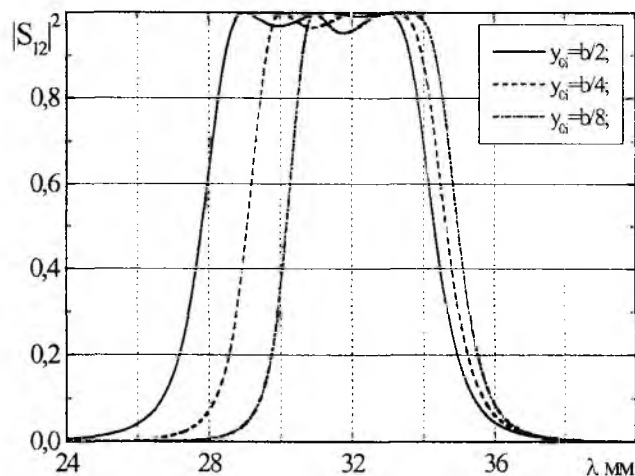


Рис. 7

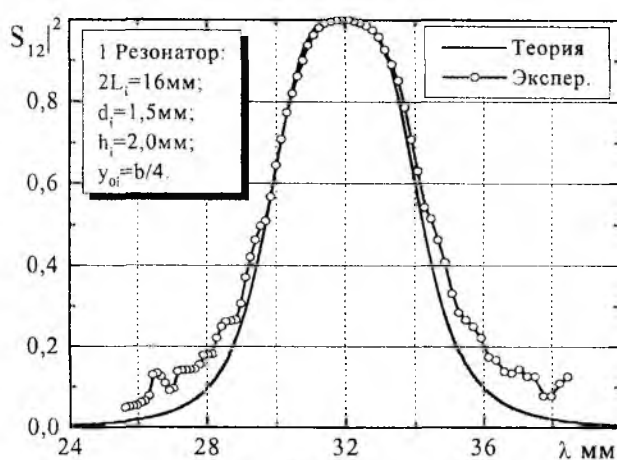


Рис. 8

Сравнение расчетных результатов с экспериментальными данными (рис. 8) подтверждает адекватность предложенной математической модели реальным электродинамическим процессам в системе проходных резонаторов, связанных щелевыми диафрагмами, в прямоугольном волноводе.

В заключение отметим, что предложенный подход к решению поставленной задачи, основанный на методе наведенных МДС и приближенных аналитических решениях интегральных уравнений относительно магнитного тока в одиночных щелевых отверстиях связи, без

особых принципиальных трудностей может быть использован и в случае щелей, оси которых расположены под углом к стенкам волновода, а также для многощелевых диафрагм.

**Список литературы:** 1. Левин Л. Современная теория волноводов. М.: ИЛ, 1954. 216 с. 2. Chen T.S. Waveguide resonant-iris filters with very wide passband and stopbands // Int. J. Electronics, 1966. V. 21, № 5. P. 401 – 424. 3. Chen T. S. Characteristics of waveguide resonant-iris filters // IEEE Trans. 1967. V. MTT-15, № 4. P. 260 – 262. 4. Электродинамический синтез и анализ широкополосных волноводных фильтров на резонансных диафрагмах / А.А. Кириленко, Л.А. Рудь, С.Л. Сенкевич, В.И. Ткаченко // Радиотехника. 1997. Т. 40, № 11. С. 55 – 62. (Изв. высш. учебн. заведений) 5. Мумтра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М.: Мир, 1974. 327 с. 6. Катрич В.А., Нестеренко М.В., Хижняк Н.А. Асимптотическое решение интегрального уравнения для магнитного тока в щелевых излучателях и отверстиях связи // Радиофизика и радиоастрономия. 2001. Т. 6, № 3. С. 230 – 240. 7. Фельд Я.Н., Бененсон С.Л. Антенно-фидерные устройства. М.: Изд-во ВВИА им. Жуковского, 1959. Ч. 2. 551 с. 8. Гарб Х.Л., Левинсон И.Б., Фридберг П.Ш. Учет толщины стенки в щелевых задачах электродинамики // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13, № 12. С. 2152 – 2161.

Харьковский национальный  
университет им. В.Н. Каразина

Поступила в редколлегию 01.08.2003

И. Л. АФОНИН, канд. техн. наук, А. А. БЫЧКОВ

## ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПОЛОСКОВОМ МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Электромагнитное поле в полосковом металлодиэлектрическом волноводе (ПМДВ), представленном на рис. 1 (1 – прямоугольный диэлектрический волновод (полосок); 2 – диэлектрическая подложка ( $\epsilon_2 < \epsilon_1$ ); 3 – металлические поверхности), можно рассматривать как результат сложения четырех плоских однородных волн, называемых парциальными, многократно отраженных от его граничных поверхностей, т. е. допустима лучевая трактовка явлений в волноводе [1]. Следовательно, параметры направляемых электромагнитных волн в ПМДВ могут быть определены методом геометрической электродинамики [2, 3].

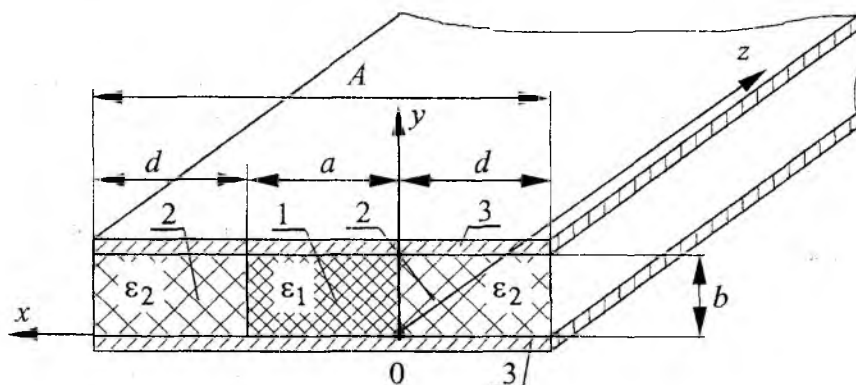


Рис. 1

Как показано в [2], любая составляющая векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  может быть представлена выражением

$$A = A_m \cdot \cos(k_x x - \varphi_{x0}/2) \cdot \cos(k_y y - \varphi_{y0}/2) \cdot \cos(\omega t - k_z z + \varphi_{x0}/2 + \varphi_{y0}/2), \quad (1)$$

где  $A_m$  – амплитуда любой составляющей вектора  $\vec{E}$  или  $\vec{H}$ ;  $k_x = k \cos \theta_x$ ,  $k_y = k \cos \theta_y$ ,  $k_z = k \cos \theta_z$  – проекции волнового вектора  $\vec{k}$  на оси координат;  $k = \omega \cdot \sqrt{\epsilon_{a1} \mu_{a1}} = 2\pi/\lambda$  – фазовая постоянная (волновое число);  $\lambda$  – длина волны в диэлектрике с параметрами:  $\epsilon_{a1}$ ,  $\mu_{a1}$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрика соответственно;  $\cos \theta_x$ ,  $\cos \theta_y$ ,  $\cos \theta_z$  – направляющие косинусы вектора Пойнтинга парциальной волны;  $\varphi_{x0}$ ,  $\varphi_{y0}$  – фазы коэффициентов отражения составляющих векторов поля от границ раздела  $x = 0$  и  $y = 0$  соответственно;  $A = 4.2a$  – размер подложки (при таком размере подложки ПМДВ влиянием внешнего окружающего пространства на структуру электромагнитного поля можно пренебречь).

Распределение амплитуды любой составляющей векторов поля вдоль оси  $Ox$  описывается функцией

$$A_x = A_{xm} \cos(k_x x - \varphi_{x0}/2). \quad (2)$$

При  $x = 0$   $A_{x0} = A_{xm} \cos(\varphi_{x0}/2)$ ; при  $x = a$   $A_{xa} = A_{xm} \cos(k_x a - \varphi_{x0}/2) = A_{xm} \cos(\varphi_{xa}/2)$ , где  $\varphi_{xa}$  – фаза коэффициента отражения на границе раздела  $x = a$ . Откуда следует

$$k_x a = m\pi + \varphi_{x0}/2 + \varphi_{xa}/2, \quad (3)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$  – целое число длин полувольт, укладываемых на отрезке  $a$  вдоль оси  $Ox$  (рис. 1);  $a$  – размер широкой стенки волновода.

Вследствие симметрии поперечной структуры волновода имеем соотношения:

$$\varphi_{xa} = \varphi_{x0} \text{ и } k_x a = m\pi + \varphi_{x0}. \quad (4)$$

Аналогично рассуждая, получаем

$$k_y \cdot b = n\pi + \varphi_{y0}/2 + \varphi_{yb}/2, \quad (5)$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$  – целое число полувольт, укладываемых на отрезке  $b$  вдоль оси  $Oy$ ;  $b$  – размер узкой стенки волновода.

Или, учитывая равенство  $\varphi_{yb} = \varphi_{y0}$ ,

$$k_y b = n\pi + \varphi_{y0}. \quad (6)$$

Так как при значениях  $y = 0$  и  $y = b$  находятся проводящие металлические поверхности, то фазы коэффициентов отражения  $\varphi_{y0}$  и  $\varphi_{yb}$  принимают значения либо  $0^\circ$ , либо  $180^\circ$ .

$x = 0$  и  $x = a$  – границы раздела двух диэлектрических сред. Для этих границ фаза коэффициента отражения равна

$$\varphi_{x0} = 2 \arctg \left[ N \times \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_x - \varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}}{\cos \theta_x} \right], \quad (7)$$

где  $N = \mu_1 / \mu_2$  – для класса волн  $E_y^{mn}$ ;  $N = \varepsilon_1 / \varepsilon_2$  – для класса волн  $E_x^{mn}$ .

Как известно из курса электродинамики, любая однородная плоская волна линейной, круговой или эллиптической поляризации может быть представлена суммой двух линейно поляризованных плоских волн, имеющих взаимно перпендикулярные векторы  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  ( $\vec{H}_1$  и  $\vec{H}_2$ ). Разложение на две ортогональные линейнополяризованные волны может быть проведено по двум произвольным взаимно перпендикулярным ортам, лежащим в поперечной по отношению к направлению распространения плоскости и называемым поляризационным базисом. Для анализа поля в ПМДВ плоскость поляризационного базиса ориентирована перпендикулярно плоскости  $S$ , проходящей через вектор Пойнтинга парциальной волны и ось  $Ox$ . Один из векторов, например  $\vec{E}_1$ , перпендикулярен плоскости  $S$ , другой вектор –  $\vec{E}_2$  будет лежать в этой плоскости. Волны с вектором  $\vec{E}_1$  будем называть нормально (вертикально) поляризованными и обозначать их символом  $E_y^{mn}$ ; волны с векторами  $\vec{E}_2$  – параллельно (горизонтально) поляризованными и обозначать  $E_x^{mn}$ .

## 1 Дисперсионные уравнения для поперечных коэффициентов

Подставляя в (3) значение  $\varphi_{x0}$  и в (4) –  $\varphi_{y0} = 0$ , запишем дисперсионные уравнения для обоих классов волн.

Для волн типа  $E_y^{mn}$ :

$$k_x a = m\pi + 2 \arctg \left[ \frac{\mu_1}{\mu_2} \times \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_{x2} - \varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}}{\cos \theta_x} \right], \quad (8)$$

$$k_y b = n\pi. \quad (9)$$

Для волн типа  $E_x^{mn}$ :

$$k_x a = m\pi + 2 \arctg \left[ \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \times \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_{x2} - \varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}}{\cos \theta_x} \right], \quad (10)$$

$$k_y b = n\pi. \quad (11)$$

Определив  $k_x$  и  $k_y$ , можно найти продольную постоянную распространения  $k_z$  из соотношения

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2. \quad (12)$$

Эти уравнения являются основой для расчета параметров ПМДВ и волн, распространяющихся в нем. Прежде всего, используем эти уравнения для определения направляющих углов вектора Пойнтинга однородной плоской волны в ПМДВ.

## 2 Направляющие углы вектора Пойнтинга

В дисперсионные уравнения (8) ÷ (11) подставим значения для поперечных коэффициентов, выраженные через направляющие косинусы

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cdot \cos \theta_x, \quad (13)$$

$$k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cdot \cos \theta_y. \quad (14)$$

В результате подстановки получаем дисперсионные уравнения для классов волн  $E_y^{mn}$  и  $E_x^{mn}$  в следующем виде.

Для волны типа  $E_y^{mn}$

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cdot \cos \theta_x}{m\pi + 2 \arctg \left[ \frac{\mu_1}{\mu_2} \times \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_x - \varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}}{\cos \theta_x} \right]}, \quad (15)$$

$$\frac{\lambda}{b} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cdot \cos \theta_y}{n}. \quad (16)$$

Для волны типа  $E_x^{mn}$

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cdot \cos \theta_x}{m\pi + 2 \arctg \left[ \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \times \frac{\sqrt{\sin^2 \theta_x - \varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}}{\cos \theta_x} \right]}, \quad (17)$$

$$\frac{\lambda}{b} = \frac{2\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cdot \cos \theta_y}{n}. \quad (18)$$

Полученные уравнения позволяют для заданного типа волны по известным параметрам волноводной структуры ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $a$ ,  $b$ ) найти на любой длине волны  $\lambda$  направляющие углы  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ . Угол  $\theta_z$  определяется из соотношения

$$\sin^2 \theta_z = \cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y. \quad (19)$$

Продольная постоянная распространения будет равна

$$k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cdot \cos \theta_z. \quad (20)$$

При проведении инженерных расчетов относительные магнитные проницаемости материалов волновода и подложки можно считать равными единице ( $\mu_1 \cong \mu_2 \cong 1$ ). Как видно из (15)÷(18), при значениях углов  $\theta_x = 90^\circ$ ,  $\theta_y = 90^\circ$  получаем  $\lambda/a = 0$ ,  $\lambda/b = 0$ . То есть при уменьшении длины волны, когда  $\lambda \rightarrow 0$ , направляющие углы  $\theta_x$  и  $\theta_y$  вектора Пойнтинга в волноводе стремятся к  $90^\circ$ , следовательно, угол  $\theta_z$  стремится к нулю. В пределе, когда  $\lambda \rightarrow 0$ , вектор Пойнтинга параллелен продольной оси волновода и энергия плоской волны переносится вдоль волновода без отражений от боковых границ волноводной структуры. Зависимости направляющих углов  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  от нормированной длины волны  $\lambda/a$  позволяют рассчитать практически все параметры ПМДВ и волн в этом волноводе. Определение углов  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  осуществляется для необходимого формата волновода (соотношение поперечных размеров)  $a/b$ .

Волна  $E_y^{00}$  не имеет отсечки (критической длины волны) при любых  $\lambda$ . Все остальные типы волн имеют отсечку. Ближайшим высшим типом для рассматриваемой структуры является волна  $E_y^{10}$ . При укорочении длины волны  $\lambda$  появляется мода  $E_y^{01}$  и т.д.

Как будет показано ниже, волна  $E_x^{mn}$  с нулевыми индексами  $m = n = 0$  существовать не может, следовательно, любая из волн этого класса на некоторой длине волны  $\lambda_{кр}$ , называемой критической, имеет отсечку.

### 3 Критические длины волн

Как следует из соотношений (15)÷(18), с увеличением длины волны углы  $\theta_x$  и  $\theta_y$  уменьшаются, а угол  $\theta_z$  увеличивается. При некоторой длине волны  $\lambda = \lambda_{кр}$  угол  $\theta_x$  может достичь своего критического значения, равного  $\theta_{xкр}$ , при  $\theta_x < \theta_{xкр}$  уже не будет выполняться условие полного внутреннего отражения. Из граней волновода  $x = 0$  и  $x = a$  начнется излучение, приводящее к значительному затуханию электромагнитного поля в волноводе. Чтобы волновод для данного типа волны сохранял свои направляющие свойства и мог передавать энергию вдоль продольной оси, необходимо одновременное выполнение двух условий:

- Угол  $\theta_x$  должен быть больше критического:

$$\theta_x > \theta_{xкр} = \arcsin \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}. \quad (21)$$

- Угол  $\theta_z$  должен быть меньше  $90^\circ$ :

$$\theta_z < 90^\circ. \quad (22)$$

При  $\theta_z = 90^\circ$  распространение волны вдоль волновода прекращается. Длину волны, при которой достигается равенство  $\theta_x = \theta_{xкр}$  либо  $\theta_z = 90^\circ$ , как было показано выше, называем критической. Критическая длина волны произвольного типа колебаний  $E_y^{mn}$  или  $E_x^{mn}$  определяется величинами  $m$  и  $n$ , соотношением размеров  $a$  и  $b$ , а также зависит от параметров  $\varepsilon_1$ ,  $\mu_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\mu_2$ .

При достижении угла  $\theta_x$  своего критического значения из (8) и (10), полагая  $\mu_1 \cong \mu_2 \cong 1$ , получаем:

$$\lambda_{кр}/a = 2\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}/m, \quad (23)$$

откуда

$$\lambda_{кр} = 2a \cdot \sqrt{\epsilon_1 - \epsilon_2} / m. \quad (24)$$

При  $\lambda > \lambda_{кр}$  из боковых граней  $x = 0$  и  $x = a$  будет наблюдаться излучение. При невыполнении условия (22), т. е. когда угол  $\theta_z$  достигает  $90^\circ$ , критическая длина волны определяется из соотношений (15)÷(18); с учетом того, что  $\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y = \sin^2 \theta_z = 1$  и  $\cos \theta_y = \sin \theta_x$ , получаем

$$\frac{\lambda_{кр}}{a} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{\epsilon_1 - (n/2)^2 \times (\lambda_{кр}/b)^2}}{m\pi + 2 \arctg \left[ \frac{N \sqrt{(n/2)^2 \times (\lambda_{кр}/b)^2 - \epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1 - (n/2)^2 \times (\lambda_{кр}/b)^2}} \right]}. \quad (25)$$

Из (24) следует, что при  $m = 0$  угол  $\theta_x$  достигает своего критического значения лишь при  $\lambda \rightarrow \infty$ . Следовательно, при любых конечных значениях  $\lambda$  излучения из боковых граней не происходит. Типы волн, имеющие индекс  $m = 0$ , являются неизлучающими. Из (25) вытекает, что при изменении размера волновода  $a$  критическая длина волны различных типов колебаний изменяется в пределах

$$2b\sqrt{\epsilon_2}/n < \lambda_{кр} < 2b\sqrt{\epsilon_1}/n. \quad (26)$$

При  $n = 0$  длина волны, при которой  $\theta_z$  достигает значения  $90^\circ$ , стремится к бесконечности, то есть  $\lambda_{кр} \rightarrow \infty$ . Таким образом, для волн  $E^{0n}$  ( $n \neq 0$ ) критическая длина волны определяется из соотношения (25). Для волн  $E^{m0}$  ( $m \neq 0$ ) критическая длина волны определяется из соотношения (24). В общем случае, когда  $n \neq 0$  и  $m \neq 0$ , критическая длина волны считается равной наименьшему из значений, найденных из выражений (24) и (25). При этом, если меньшим является значение, найденное из (25), то этот тип волн не будет излучаться из волновода, так как всегда  $\theta_x > \theta_{хкр}$ .

#### 4 Типы волн в ПМДВ

В ПМДВ могут распространяться волны типов  $E_y^{mn}$  и  $E_x^{mn}$ . В общем случае волна типа  $E_y^{mn}$  имеет следующие составляющие векторов электромагнитного поля:  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ , а волна типа  $E_x^{mn}$ :  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ .

Среди класса волн  $E_y^{mn}$  простейшей является волна с нулевыми индексами  $E_y^{00}$ . Эта волна не имеет отсечки и может распространяться по волноводу без излучения при любых  $\lambda$ , вплоть до  $\lambda \rightarrow \infty$ . Она имеет только три составляющие векторов поля:  $E_y$ ,  $H_x$ ,  $H_z$ , так как для всех типов волн, у которых отсутствует вариация поля вдоль оси  $Oy$  ( $n = 0$ ,  $\theta_y = 90^\circ$ ),  $E_z = 0$  и  $H_y = 0$  [3].

Вариация поля вдоль оси  $Ox$  будет иметь место всегда, даже при  $m = 0$ . В этом случае вдоль размера волновода  $a$  укладывается менее полуволны вариации поля. Ближайшими типами волн этого класса являются  $E_y^{10}$  и  $E_y^{01}$ . Волна  $E_y^{10}$  имеет также только три составляющих поля:  $E_y$ ,  $H_x$ ,  $H_z$ , а волна  $E_y^{01}$  будет иметь пять составляющих:  $E_y$ ,  $E_z$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ ,

$H_z$ . Среди класса волн  $E_x^{mn}$  простейшей является волна  $E_x^{01}$ . Волны этого класса с нулевыми индексами –  $E_x^{00}$  – быть не может, так как отсутствие вариации поля вдоль оси  $Oy$  ( $\cos\theta_y = 0$ ) приводит к равенству нулю составляющих  $H_z$  и  $E_y$ . Остаются только три составляющие:  $E_x$ ,  $E_z$ ,  $H_y$ , существование которых не допускают граничные условия (линии магнитного поля должны быть замкнутыми либо уходить в бесконечность). По этой же причине отсутствуют волны типа  $E_x^{m0}$ . Волна  $E_x^{01}$  имеет все пять составляющих:  $E_y$ ,  $E_x$ ,  $E_z$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ . Ближайшими типами волн этого класса являются  $E_x^{11}$  и  $E_x^{02}$ , также имеющие по пять составляющих. Волна  $E_x^{01}$  является неизлучающей, так как  $m = 0$ . Критическая длина волны ее определяется из выражения (25) по условию  $\theta_z = 90^\circ$ .

Как следует из вышеприведенного, все типы волн, кроме волны  $E_y^{00}$ , имеют конкретные значения критических длин волн. Следовательно, возможен одноволновый режим работы ПМДВ на волне  $E_y^{00}$ . Назовем ее основной или рабочей волной. Преимущества волны  $E_y^{00}$  не только в возможности одноволнового режима работы, но и в простоте структуры поля, в похожести ее на структуру поля волны  $H_{10}$  в прямоугольном металлическом волноводе, а, следовательно, в возможности моделирования волноводных устройств на ПМДВ по аналогии с устройствами на металлическом волноводе.

## 5 Длина волны в ПМДВ, фазовая и групповая скорости

Если бы направление распространения плоской парциальной волны совпадало с направлением продольной оси волновода, то длина волны в волноводе совпадала бы с длиной волны в однородном диэлектрике, из которого изготовлен волновод (область 1 на рис. 2). Однако распространение плоских волн происходит под углом к оси волновода. Из геометрических построений (рис. 2) можно определить взаимосвязь длины волны в волноводе –  $\lambda_g$  с длиной волны в диэлектрике –  $\lambda_1$ .

В направлении  $\vec{P}$  распространяется плоская волна со скоростью

$$V_1 = 1/\sqrt{\epsilon_{a1}\mu_{a1}} = c/\sqrt{\epsilon_1\mu_1} = c/\sqrt{\epsilon_1}, \quad (27)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме;  $\mu_1 = 1$ .

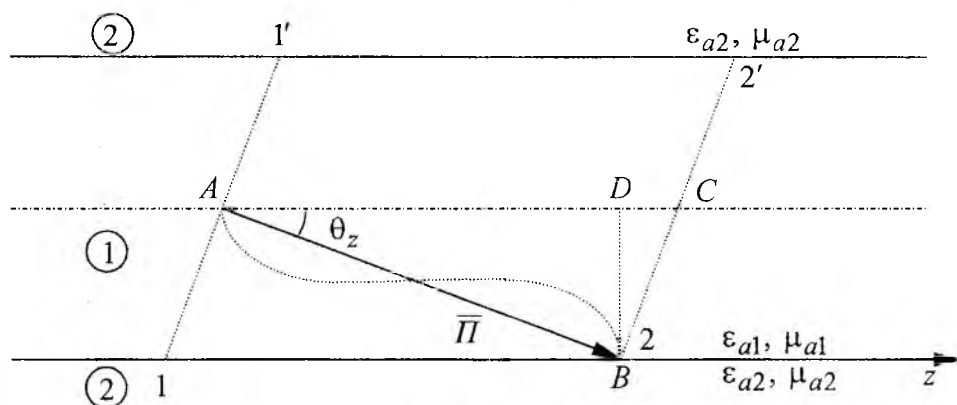


Рис. 2

Пунктирной линией 1–1' изображен фронт волны в момент времени  $t = 0$ . Фронт волны 1–1' перпендикулярен вектору Пойнтинга  $\vec{P}$  (линия  $AB$ ). Через промежуток времени

$\Delta t = T$ , где  $T$  – период, фронт волны займет положение  $2-2'$ . За это время плоская волна пройдет путь в направлении распространения, равный  $AB$ . Предположим, фаза волны в точке  $A$  была равна нулю; так как волна плоская, то и во всех точках фронта  $1-1'$  будет нулевая фаза. Фронт волны перемещается параллельно самому себе, следовательно, в точках линии  $2-2'$  также будет наблюдаться нулевая фаза волны. Скорость движения фронта волны – фазовая скорость в направлении  $AB$  – совпадает со скоростью распространения энергии и равна  $V_1 = AB/\Delta t$ . Скорость распространения фронта вдоль оси  $Oz$  будет определяться соотношением  $V_\phi = AC/\Delta t$ . Скорость распространения энергии вдоль волновода (групповая скорость) будет равна  $V_{gp} = AD/\Delta t$ . Скорости  $V_1$ ,  $V_\phi$ ,  $V_{gp}$  легко связать между собой; так как  $AD = AB \cdot \cos \theta_z$ ,  $AC = AB/\cos \theta_z$ , то

$$V_{gp} = AB \cdot \cos \theta_z / \Delta t = V_1 \cos \theta_z, \quad V_\phi = AB / \Delta t \cdot \cos \theta_z = V_1 / \cos \theta_z, \quad V_{gp} \cdot V_\phi = V_1^2. \quad (28)$$

Если на отрезке  $AB$  укладывается одна длина волны  $\lambda_1$ , то вдоль продольной оси волновода длина волны  $\lambda_g$  укладывается на отрезке  $AC$ , т. е.

$$\lambda_g = \lambda_1 / \cos \theta_z. \quad (29)$$

Как видно из выражений (28) и (29), фазовая и групповая скорости, длина волны в волноводе зависят от значения направляющего косинуса  $\cos \theta_z$ , который, в свою очередь, определяется типом волноводной структуры, электромагнитными параметрами материала волновода и подложки, размерами волновода  $a$  и  $b$ , длиной волны в свободном пространстве, классом полей, типом волны.

Длина волны в волноводе определяется продольной постоянной распространения

$$k_z = 2\pi/\lambda_g = k_1 \cos \theta_z = (2\pi\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_z)/\lambda, \quad \text{откуда} \quad \lambda_g = \lambda / (\sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_z). \quad (30)$$

Анализ выражений (27)÷(30) показывает, что метод геометрической электродинамики позволяет дать простое и точное толкование основных параметров электромагнитной волны, распространяющейся в ПМДВ.

Определим пределы изменения постоянной распространения  $k_z$  и длины волны в волноводе  $\lambda_g$ , когда  $\lambda$  изменяется от нуля до критического значения. На очень высоких частотах, когда  $\lambda$  стремится к нулю, углы  $\theta_x$  и  $\theta_y$  – к  $90^\circ$ , угол  $\theta_z$  – к нулю, постоянная распространения  $k_z$  стремится к волновому числу  $k_1$ , а длина волны в волноводе  $\lambda_g$  – к длине волны в однородном диэлектрике, из которого выполнен волновод.

При увеличении длины волны  $\lambda$  уменьшаются значения углов  $\theta_x$  и  $\theta_y$ , а также увеличивается  $\theta_z$ . На некоторой критической длине волны  $\lambda_{кр}$  волновод теряет свои направляющие свойства. Как отмечалось выше, это может произойти в двух случаях: 1 –  $\theta_z = 90^\circ$ , 2 –  $\theta_x = \theta_{xкр}$ . По какому из этих критериев ПМДВ потеряет направляющие свойства, зависит от ряда факторов: типа волны, параметров диэлектриков, размеров структуры. В том случае, когда при  $\lambda = \lambda_{кр}$ , угол  $\theta_z$  становится равным  $90^\circ$ ,  $k_z$  будет равен нулю, а длина волны в волноводе  $\lambda_g$  – бесконечности. Следовательно, пределы изменения этих величин будут определяться неравенствами:

$$0 < k_z \leq k_1, \quad \infty > \lambda_g \geq \lambda / \sqrt{\epsilon_1} = \lambda_1. \quad (31)$$

Если же волновод теряет свои направляющие свойства при достижении угла  $\theta_x$  своего критического значения  $\theta_{xкр}$ , при уменьшении которого начинается излучение энергии в подложку, то есть

$$\cos \theta_{z \kappa p} = \frac{k_2}{k_1} \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \cdot \cos^2 \theta_y} . \quad (32)$$

Постоянная распространения  $k_z$ , соответствующая этому углу, будет равна

$$k_z = k_{z \min} = k_1 \cos \theta_{z \kappa p} = k_2 \sqrt{1 - k_1^2 \cdot \cos^2 \theta_y / k_2^2} . \quad (33)$$

Для волн  $E_y^{mn}$ , имеющих нулевой индекс  $m$  ( $m = 0$ ), угол  $\theta_y = 90^\circ$  и  $k_{z \min} = k_2$ .

Таким образом, пределы изменения  $k_z$  в этом случае определяются соотношением

$$k_1 \geq k_z \geq k_2 \sqrt{1 - k_1^2 \cdot \cos^2 \theta_y / k_2^2} , \quad (34)$$

а пределы изменения длины волны в волноводе

$$\lambda_1 \leq \lambda_g \leq \frac{\lambda_2}{\sqrt{1 - \varepsilon_1 \cdot \cos^2 \theta_y / \varepsilon_2}} , \quad (35)$$

где  $\lambda_2$  – длина волны в однородном диэлектрике подложки.

Зная пределы изменения  $\cos \theta_z$ , можно из выражений (28) и (29) определить пределы изменения фазовой и групповой скоростей. Так при  $\lambda \rightarrow 0$ , фазовая  $V_\phi$  и групповая  $V_{gp}$  скорости стремятся к  $V_1$ . Если  $\theta_z = 90^\circ$ , то  $V_\phi = \infty$ ,  $V_{gp} = 0$ .

При  $\theta_x = \theta_{x \kappa p}$  выполняется соотношение  $\cos \theta_z = \frac{k_2}{k_1} \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \cdot \cos^2 \theta_y}$  и тогда

$$V_\phi = \frac{V_1}{\frac{k_2}{k_1} \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \cdot \cos^2 \theta_y}} , \quad \text{а} \quad V_{gp} = V_1 \cdot \frac{k_2}{k_1} \sqrt{1 - \frac{k_1^2}{k_2^2} \cdot \cos^2 \theta_y} .$$

**Выводы:** Получены дисперсионные уравнения для полоскового металлодиэлектрического волновода, которые позволили определить направляющие углы вектора Пойнтинга парциальной волны и основные параметры ПМДВ и собственных волн, распространяющихся в нем. Волновод допускает работу в одноволновом режиме на волне типа  $E_y^{00}$ , имеющей три составляющие  $E_y$ ,  $H_x$ ,  $H_z$ , как и волна  $H_{10}$  в прямоугольном металлическом волноводе. Возможности метода геометрической электродинамики позволяют проводить расчеты электромагнитных полей не только в рассмотренном типе направляющей системы, но и в природных волноведущих образованиях, например, в морском тропосферном волноводе, образующимся в условиях сверхрефракции [4].

**Список литературы:** 1. Бондаренко И.К. Анализ диэлектрических волноводов на основе геометрической оптики / И.К. Бондаренко, А.И. Буря, В.В. Саламатин // Электродинамические основы автоматизированного проектирования интегральных схем СВЧ. М.: ИРЭ АН СССР, 1981. С. 159 – 174. 2. Афонин И.Л. Интерпретация собственных полей прямоугольного волновода // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Міжнар. наук.-техн. журнал. Хмельницький, 2000. № 3. С. 19 – 26. 3. Афонин И.Л. Преобразование поляризации парциальных волн в полосковом металлодиэлектрическом волноводе // Радиотехника: Всеукр. міжвед. науч.-техн. сб., 2002. Вып. 129. С. 22 – 29. 4. Бычков А.А. Об использовании метода геометрической электродинамики при распространении радиоволн в тропосферном волноводе // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць. Хмельницький, 2001. № 8. С. 144 – 147.

## ГЕНЕРАЦИЯ МОЩНЫХ СВЧ ИМПУЛЬСОВ С ПОМОЩЬЮ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ РЕЗОНАТОРОВ

Высокая добротность сверхпроводящих резонаторов (СПР), достигающая значений  $\sim 10^7 - 10^{11}$  [1], позволяет использовать их как накопители электромагнитной энергии. В зависимости от рабочей температуры ( $T \sim 1,5-4,2$  К) и сверхпроводящего материала (Pb, Nb,  $Nb_3Sn$ ) в СПР могут быть достигнуты плотности электромагнитной энергии от 0,6 до нескольких десятков Дж/дм<sup>3</sup> [2]. При обеспечении быстрого ( $t \sim 10^{-6} - 10^{-8}$  с) вывода накопленной энергии можно получить импульсные СВЧ сигналы большой амплитуды (сотни кВт – десятки МВт). В [3] был достигнут коэффициент умножения мощности  $K = P_g / P_n \sim 10^4$  ( $P_g$  – пиковая мощность выходного импульса,  $P_n$  – мощность генератора накачки), в [4] – предельное значение  $P_g \sim 150$  кВт при длительности импульса 2 мкс.

Формирователи импульсов на основе СПР-накопителей имеют очень большую перспективу в плане получения СВЧ импульсов наносекундной длительности с пиковой мощностью от сотен МВт до единиц ГВт, которые, в свою очередь, могут послужить основой перспективных РЛС и средств РЭБ.

Целью данной работы является анализ возможных методов формирования мощных СВЧ импульсов с использованием СПР, определение основных направлений создания таких устройств.

Реализация формирователей импульсов на основе СПР-накопителей предполагает решение целого ряда задач, связанных с работой СПР при повышенных уровнях СВЧ мощности, обеспечением быстрого переключения СВЧ энергии из СПР в нагрузку, обеспечением работы линий передачи при больших значениях амплитуд выходного сигнала, согласованием высокостабильного генератора накачки с СПР в процессе накопления и излучения СВЧ энергии и других.

Многие из отмеченных вопросов в постановочном плане рассмотрены в работе [5], однако проблема обеспечения быстрого и с малыми вносимыми потерями переключения СВЧ энергии из СПР в нагрузку остается важнейшей. Предлагается ее решать различными способами: быстрой перестройкой частоты СПР под частоту настройки внешнего выходного устройства, изменением вида колебаний в СПР, быстрой перестройкой внешнего резонатора, сильно связанного с СПР на резонансной частоте, использованием коммутирующих устройств интерференционного типа на основе волноводных тройников [5].

Последний способ является наиболее проработанным в экспериментальном плане. Энергия из резонатора выводится за счет быстрого изменения связи с выходной нагрузкой. Для этого используется волноводный тройник, к симметричным плечам которого подключены СПР и короткозамыкатель с плазменным или электронным разрядником перед ним на расстоянии  $n\lambda_g / 4$ , где  $n = 1, 3, 5, \dots$ , а к третьему плечу подключена нагрузка. При выключенном разряднике энергия в третье плечо не ответвляется и резонатор совместно с частью тройника и разрядником функционирует как накопитель энергии. Включение разрядника приводит к перемещению плоскости короткого замыкания к месту его расположения, за счет этого появляется сильная связь с нагрузкой через третье плечо. На резонансной рабочей частоте такой переключатель может иметь при достаточно точном изготовлении и настройке тройника ослабление 30-40 дБ, если изготовлен из обычного металла, и  $\sim 120$  дБ, если из сверхпроводящего [5].

Одним из основных условий работоспособности такого устройства является равенство коэффициента отражения волны от разрядника величине, близкой к единице.

Зажженный разрядник можно рассматривать как проводящий штырь в волноводе. При этом коэффициент отражения будет описываться соотношением [6]

$$\Gamma = -Z_c (\lambda_g / a\lambda) \cdot I \cdot \sin(\pi D / a), \quad (1)$$

где

$$I = \frac{\sin[\pi(D+r)/a]}{(Z_c/4\pi\lambda\sigma)^{1/2} / r + (\lambda_g/a\lambda) \sin(\pi D/a) - \sin[\pi(D+r)/a]}, \quad (2)$$

$D$  – координата штыря в волноводе (если штырь в центре, то  $D = a/2$ );  $\sigma$  – проводимость материала штыря;  $r$  – радиус штыря;  $Z_c = 377$  Ом;  $\lambda_g$  – длина волны в волноводе;  $\lambda$  – длина волны в свободном пространстве;  $a$  – размер широкой стенки волновода.

На рис. 1 приведены графики зависимости коэффициента отражения от радиуса проводящего штыря, вычисленной по (1) и (2) при  $\lambda = 3 \cdot 10^{-2}$  м,  $a = 2,3 \cdot 10^{-2}$  м,  $D = a/2$ ,  $\sigma = 5,8 \cdot 10^7$  См/м (кривая 1), а также измеренной экспериментально для стального ( $\sigma \sim 10^7$  См/м) штыря (кривая 2). Видно, что уже при  $r \sim 1$  мм величина коэффициента отражения близка к единице для теоретической кривой, хотя ход экспериментальной кривой убеждает, что достижение  $\Gamma \sim 1$  при таких размерах штыря не простая задача. Анализ соотношений (1) и (2) показывает, что зависимость  $\Gamma(\sigma)$  должна быть достаточно сильной (при  $\sigma \cong 1 \cdot 10^{-1}$ ; 10 См/м при  $r = 1$  мм –  $\Gamma \approx 0,188$ ; 0,699 соответственно).

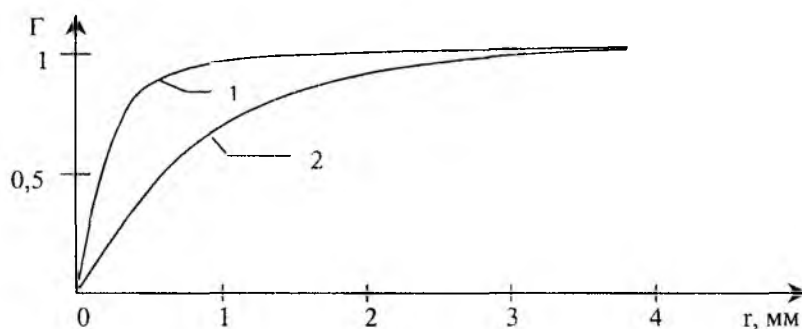


Рис. 1

Из проведенных оценок следует, что для эффективной работы разрядника необходимо обеспечить при малом диаметре плазменного или электронного столба его высокую проводимость.

Ионизированный газ может быть описан с помощью относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и удельной объемной проводимости  $\sigma$  [7]:

$$\epsilon = 1 - \omega_0^2 / (\omega^2 + \nu_{эф}^2), \quad (3)$$

$$\sigma = \omega_0^2 \cdot \nu_{эф} \cdot \epsilon_0 / (\omega^2 + \nu_{эф}^2), \quad (4)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{n \cdot e^2 \cdot 4\pi / m\epsilon_0}$  – плазменная частота;  $n$  – концентрация электронов в плазме;  $\omega$  – частота внешнего воздействия;  $\nu_{эф}$  – эффективная частота столкновений частиц;  $e$ ,  $m$  – заряд и масса электрона;  $\epsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума.

При  $\nu_{эф} = \omega$  величина  $\sigma$  достигает максимального значения

$$\sigma_{\max} = (\omega \epsilon_0 / 2) \left( \omega_0^2 / \omega^2 \right). \quad (5)$$

При  $\omega_0 = \omega$  и  $n_{кр} = \omega_0^2 m \epsilon_0 / 4 \pi e^2 = 1,24 \cdot 10^{10} \text{ ф}^2 \text{ (ГГц)} \text{ см}^{-3}$ , выражения для  $\epsilon$  и  $\sigma$  могут быть записаны следующим образом [8]:

$$\epsilon = 1 - \left( n / n_{кр} \right) \left( 1 + v_{эф}^2 / \omega^2 \right)^{-1}, \quad (3a)$$

$$\sigma = \omega \epsilon_0 \left( n / n_{кр} \right) \left( v_{эф} / \omega \right) \left( 1 + v_{эф}^2 / \omega^2 \right)^{-1}. \quad (4a)$$

При  $n \geq n_{кр}$  и  $\omega \approx v_{эф}$  величина  $\epsilon$  переходит через нулевое значение и может становиться отрицательной. При этом будет происходить отражение волны от плазмы и затухание поля, как в запердельном волноводе. При расположении плазмы в волноводе условие отсечки достигается при  $\epsilon = (\lambda / \lambda_{кр})^2$ . Сочетание отрицательной величины  $\epsilon$  с обеспечением по возможности большей величины  $\sigma$  приводит к эффективному отражению волны от плазменного столба. Допустим, что на частоте 10 ГГц в прямоугольном волноводе стандартного сечения существует плазменный разряд. Тогда  $\epsilon = (\lambda / \lambda_{кр})^2 = 0,425$ ;  $n_{кр} = 1,24 \cdot 10^{10} \text{ ф}^2 \text{ (ГГц)} \text{ см}^{-3} = 1,24 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ . При  $v_{эф} = \omega$   $n = 1,15 n_{кр} = 1,43 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ . Концентрация молекул в газе при нормальном давлении и  $T = 273 \text{ К}$  –  $N = 2,687 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Минимальные значения напряженности пробойного электрического поля для газообразного гелия (в нашем случае разрядник может работать только на газообразном гелии, так как все остальные газы при 4,2 К вымораживаются) достигаются при давлениях порядка нескольких тор [9]. Учитывая  $P_1 V / T_1 = P_2 V / T_2$  ( $P$ ,  $V$ ,  $T$  – давление, объем, температура), получим  $N \sim 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , что заведомо больше значения  $n$ , необходимого для эффективной работы разрядника.

В то же время при создании таких низкотемпературных разрядников возникают сложности, связанные с неизбежным рассеиванием части мощности сигнала в плазме и излучением ее в окружающие элементы конструкции и охлаждающую среду.

Мощность, излучаемая плазмой, при этом [10]:

$$P = A \cdot T_e \cdot \Delta \omega / 2 \pi, \quad (6)$$

где  $A = 1 - |\Gamma|^2 - |T|^2$ ;  $\Gamma$  – коэффициент отражения волны от волновода с плазмой;  $T$  – коэффициент передачи волны через элемент с плазмой;  $T_e \approx m \bar{v}^2 / k$  – температура электронного газа;  $\bar{v} \approx 10^6 \text{ м/с}$  – средняя скорость электронов;  $k$  – постоянная Больцмана;  $\Delta \omega$  – полоса частот.

Величина  $A$  может быть определена из следующего соотношения [10]:

$$A = \frac{2 \xi \left( n / n_{кр} \right) \left( v_{эф} / \omega \right)}{1 + v_{эф}^2 / \omega^2 + 2 \xi \left( n / n_{кр} \right) \left( v_{эф} / \omega \right) + \xi^2 \left( n^2 / n_{кр}^2 \right)}, \quad (7)$$

где  $\xi = (2 \lambda_g / a) (\pi r / \lambda)^2$ ;  $r$  – радиус баллона плазменного разрядника.

Потери, вносимые плазменным столбом с диаметром 2 мм, при концентрации заряженных частиц  $\sim 10^{14} \text{ см}^{-3}$  составляют 0,1 дБ, а при  $2 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  достигают 7 дБ.

Плазменный разрядник может быть управляем как внешним напряжением, так и от сформированного импульса СВЧ. При этом началом разряда будет достижение в системе «СПР–переключатель» напряженностей электрических полей, достаточных для пробоя газа в разрядной трубке. Однако система с самозапуском не всегда будет оптимальной, так как разряд может произойти до накопления максимальной энергии.

Главным условием работы разрядника в рассматриваемом переключающем устройстве является то, что он должен работать при низких температурах и иметь малые вносимые потери в выключенном состоянии (в режиме накопления энергии). Это предполагает высокую устойчивость к термоциклам, использование материалов с чрезвычайно малыми электрическими потерями, герметизацию, эффективную электромагнитную развязку между системой накопления энергии и устройством управления разрядом.

Выполнение переключателя на основе разрядника с электронным пучком [3, 5] также связано с преодолением ряда технических сложностей, обусловленных необходимостью введения электронного пучка в герметичное низкотемпературное сверхпроводящее устройство, сбором отработанных электронов, снятием тепловыделения, тщательной фокусировкой для уменьшения числа рассеянных электронов, электрической развязкой высоковольтных управляющих устройств от СВЧ тракта. В случае использования автоэлектронной эмиссии необходимо также решать проблему теплоотвода от катодного острия, сбора отработанных электронов, теплоотвода от анода, самопроизвольного срабатывания разрядника при достижении критических значений электрических полей и т.п.

В то же время, по быстрдействию и возможности сопряжения с криогенными сверхпроводящими устройствами переключатели на основе плазменных и электронных разрядников являются, по-видимому, наиболее перспективными при формировании мощных СВЧ импульсов.

Существенным недостатком переключателей на волноводных тройниках является то, что, во-первых, к тройнику предъявляются очень жесткие требования по точности его изготовления и симметричности, включая введение дополнительных устройств для его настройки, а, во-вторых, элементы переключающего устройства постоянно находятся в объеме, где происходит накопление энергии. Это ведет к снижению величины накапливаемой энергии, нестабильности генерируемой частоты за счет нестабильности во времени параметров разрядника, необходимости иметь малые потери в переключающем устройстве для обеспечения высокой добротности СПР, совместно с подключенными к нему цепями, в режиме накопления энергии. В результате снижается коэффициент умножения мощности, пропорциональный отношению добротностей в режиме накопления и в режиме разряда.

В связи с этим представляется целесообразным поиск других технических решений криогенных переключателей, при которых хотя бы часть нежелательных эффектов была бы устранена или ослаблена.

Одним из таких решений является использование свойств запердельных волноводов, в частности круглого сечения, подключение которых к СПР-накопителю не вносит значительных искажений и потерь в процессе накопления энергии (при достаточно малом диаметре волновода), а вывод энергии через них может быть осуществлен формированием с помощью плазменного разряда или электронного потока центрального проводника и трансформацией за счет этого на время вывода энергии запердельного участка круглого волновода в коаксиальный. Это позволяет вынести переключатель за пределы СПР-накопителя. Такое устройство, к тому же, при длительности излучаемых импульсов  $\sim 10^{-8} - 10^{-9}$  с не будет, в силу своей широкополосности, вносить дополнительных искажений в форму импульсов, что возможно при использовании волноводов.

На рис. 2 показана структурная схема генератора СВЧ импульсов. Особенностью устройства является то, что переключатель 3 выполнен на основе коаксиальной линии, часть внутреннего проводника которой представляет собой газовый разрядник 7. Накопление энергии в СПР 2 происходит с помощью генератора СВЧ 1. Для генерации мощного СВЧ

импульса в коаксиальную линию 5, соединенную с нагрузкой 4, подается импульсный ВЧ сигнал от генератора импульсов 9, который поджигает плазменный разряд в Г-образном отрезке, соединенным с внутренним проводником коаксиальной линии и представляющим собой полость, заполненную газообразным гелием. Для исключения попадания мощного СВЧ импульса на вход импульсного генератора 9 между ним и коаксиальной линией включается развязывающий СВЧ дроссель 8. Ввиду невысокой электрической прочности коаксиальных линий по сравнению с волноводами, пространство между внутренним и внешним проводниками заполняется диэлектриком с высоким значением пробивного напряжения. В режиме накопления, когда разрядник выключен, часть коаксиальной линии, примыкающая к СПР, представляет запердельный круглый волновод и за счет этого переключатель развязан с СПР и не вносит в него дополнительные потери. Поджиг разряда приводит к трансформации этого участка линии в коаксиальную линию передачи со связью с резонатором с помощью петли. При этом плоскость петли устанавливается перпендикулярно плоскости магнитных силовых линий в максимуме магнитного поля и в минимуме электрических полей СПР, что позволяет избежать самопроизвольного включения разрядника.

Некоторым недостатком описанного устройства является необходимость в генераторе импульсных сигналов для управления газовым разрядником.

С учетом того, что для накопления энергии в СПР требуется некоторое время, определяемое величиной его добротности, количество импульсов, которое можно будет получить от генератора СВЧ импульсов с СПР, будет  $\leq 100$  в секунду. В этом случае для управления переключателем возможно использование и электромеханических устройств. На рис. 3 показана структурная схема устройства, в котором используется механизм возвратно-поступательного перемещения 6 внутреннего проводника 4 коаксиальной линии 3, который заканчивается диэлектрической ампулой 8, заполненной газообразным гелием. Связь с нагрузкой 9 осуществляется с помощью петли связи 7, а развязка механизма перемещения 6 с передающей линией – дросселем 5. В данном устройстве подключение нагрузки происходит в момент введения разрядника в поле, напряженность которого будет достаточна для его поджига. При этом крутизна переднего фронта импульса будет определяться только временем срабатывания разрядника, и лишь начало его – механизмом возвратно-поступательного движения.

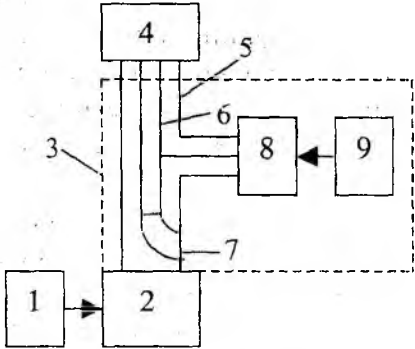


Рис. 2

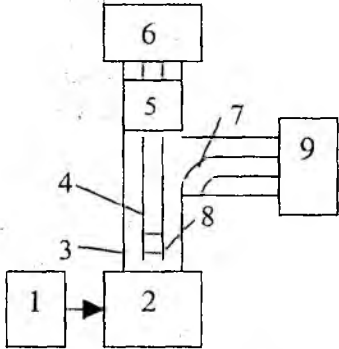


Рис. 3

Однако необходимость решения проблем, связанных с низкими температурами, внешним управлением процессом излучения, электрической прочностью выводющих линий передачи и других, отмеченных выше, тем не менее остается актуальной.

Подводя итоги данного рассмотрения, можно отметить, что разработка формирователей мощных СВЧ импульсов, в которых в качестве базового элемента используется СПР-накопитель, имеет перспективу за счет возможности достижения больших значений коэффициентов умножения мощности (до  $10^6$ ). Важнейшей задачей при этом является

разработка криогенного переключателя, который может быть создан с помощью использования свойств запердельных волноводов и плазменных или электронных разрядников.

**Список литературы:** 1. Менде Ф.Ф., Спицын А.И. Поверхностный импеданс сверхпроводников. К.: Наук. думка, 1985. 240 с. 2. Бондаренко И.Н. Накопление электромагнитной энергии в сверхпроводящем резонаторе // 36. наук. праць. Харків: ХВУ. 2000. Вип. 2(28). С. 24 – 30. 3. Bix D.G., Scalapino D.J. Microwave energy compression using a high intensity electron beam switch. // J. Appl. Phys. 1980. V. 51, N 7. P. 3629 – 3631. 4. Alvarez R.A., Bix D.G. et al. Generation of high-power microwave pulses using a spherical superconducting cavity and interference-type switch. // IEEE Trans. on Magn. 1981. V. 17, N 1. P. 935 – 938. 5. Диденко А.Н., Юшков Ю.Г. Мощные СВЧ-импульсы наносекундной длительности. М.: Энергоатомиздат, 1984. 112 с. 6. Левин Л. Теория волноводов. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1981. 312 с. 7. Райзер Ю.П. Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980. 416 с. 8. Резонансные разрядники антенных переключателей / Под ред. И.В. Лебедева. М.: Сов. радио, 1976. 248 с. 9. Мак-Доналд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. М.: Мир, 1969. 212 с. 10. Голант В.Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М.: Наука, 1968. 328 с.

Харьковский институт ВВС

Поступила в редколлегию 22.07.2003

С. А. ПОГАРСКИЙ, д-р физ.-мат. наук, И. И. САПРЫКИН,  
В. Б. АНДРЕЕВ, Е. А. ШАУЛОВ, В. А. ЧУМАЧЕНКО

## ЭЛЕКТРИЧЕСКИ УПРАВЛЯЕМЫЙ ПОЛОСНО-ЗАГРАЖДАЮЩИЙ ФИЛЬТР 8-ММ ДИАПАЗОНА

Бурное развитие современной радиофизики, освоение новых частотных диапазонов выдвигают на передний план создание малогабаритных многофункциональных элементов и радиотехнических систем. В первую очередь это относится к высокочастотной части сантиметрового диапазона и миллиметровому диапазону. Важными в этом плане являются задачи формирования электромагнитных полей с заданными характеристиками, осуществления частотной селекции, управления модовым составом собственных волн. Большинство из этих задач может быть решено с помощью использования гибридных электродинамических структур, представляющих собой комбинацию различных типов передающих линий, диэлектрических резонаторов, резонаторов, выполненных из анизотропных материалов [1–3].

Большие потенциальные возможности для решения комплексных задач таят в себе гибридные электродинамические структуры, поддерживающие многомодовый режим и позволяющие осуществлять селекцию модового состава. Именно такой вид канализирующих систем целесообразно выбирать в качестве базовой линии передачи. К таким структурам могут быть отнесены волноводно-щелевые линии (ВЩЛ) различных видов. ВЩЛ представляют собой высокотехнологичный тип линий передачи для создания селективных устройств, позволяющий реализовывать легковоспроизводимые конструкции с высоким уровнем эксплуатационных характеристик. Вместе с тем, строгий электродинамический анализ, синтез и оптимизация параметров таких систем сильно затруднены. Это обусловлено рядом причин.

Во-первых, большинство практических схем на ВЩЛ представляют собой системы, включающие в себя один или несколько типов переходов либо между различными типами ВЩЛ, либо между ВЩЛ и передающими линиями других типов. В любом случае такая структура представляет собой отрезок неоднородной линии. Вдоль такой линии наблюдается изменение значений волнового сопротивления  $\rho$  и постоянной распространения  $\gamma$  как функции линейной координаты (например,  $x$ ), определяющей длину переходного отрезка. Определение функциональных зависимостей  $\rho(x)$  и  $\gamma(x)$  составляет предмет задачи синтеза. Такая задача может быть решена строго, если известно аналитическое решение дифференциального уравнения Рикатти для входного сопротивления  $Z_{вх}$  или коэффициента отражения  $\Gamma$  отрезка неоднородной линии. Известны [4, 5] решения уравнения Рикатти и задачи синтеза многих практически важных классов устройств из отрезков неоднородных линий при определенных ограничениях, например, при условии  $|\Gamma|^2 \ll 1$  или для линий без потерь. Однако эти решения в силу ограничений оказываются неприменимыми для ряда других практических задач, особенно для задач анализа и синтеза многомодовых систем СВЧ и КВЧ.

Во-вторых, гибридные структуры, использующие в своем составе неоднородности диэлектрического типа в виде резонаторов (а тем более в виде резонаторов, выполненных из анизотропных материалов), являются существенно многомодовыми, а характер межмодового взаимодействия определяется природой резонансов.

В этой связи одним из возможных способов создания функциональных устройств на основе гибридных структур является способ приближенного синтеза с коррекцией основных параметров устройств на основе экспериментальных исследований. Возможности такого подхода можно продемонстрировать на примере управляемого полосно-заграждающего фильтра 8-мм диапазона.

## Конструкция и материалы

Основу конструкции составляет ВЦЛ, выполненной на базе стандартного прямоугольного волновода 8-мм диапазона сечением  $7,2 \times 3,4$  мм<sup>2</sup>. Волновод имеет узкую щель, расположенную строго по середине широкой стенки. В щель вставляется ламель определенной формы (медная фольга толщиной 0,2 мм). Проводящая плоскость ламели образует с противоположной широкой стенкой волновода щель примерно 0,25 мм, создавая возможность для возбуждения щелевых волн. Внешний вид конструкции приведен на рис. 1.

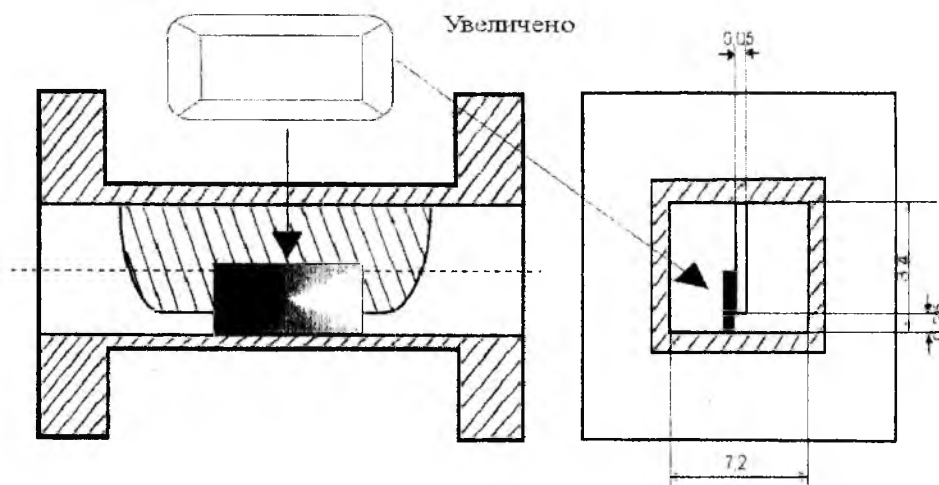


Рис. 1

Выбор геометрической формы ламели (задание определенного профиля) и оптимизация величины переходной области опирается на использование заданных функциональных зависимостей. Численные эксперименты показали, что оптимальным является профиль экспоненциального типа. При этом функцию профиля можно задать в виде:

$$W(x) = W(0) \exp \left[ \frac{x}{L} \ln \frac{W(L)}{b} \right], \quad (1)$$

где  $L$  – длина перехода;  $x$  – текущая координата по длине перехода;  $W(0)$  – ширина щели со стороны волновода (высота волновода);  $W(L)$  – ширина щели ВЦЛ. На основании процедуры оптимизации согласования по волновому сопротивлению волны основного типа (а не по характеристическому сопротивлению) получаем значения ширины щели и длины перехода.

Спектр собственных волн такой конструкции оказывается достаточно сложным, и он существенным образом отличается от спектра собственных волн базового прямоугольного волновода. Более того, такая конструкция обладает собственной амплитудно-частотной характеристикой, свойственной для высокочастотных селективных элементов [6].

Помещение в зазоре щелевой линии диэлектрического образца (рис.1) с геометрическими размерами, сравнимыми с длиной волны, приводит к существенному изменению спектрального состава гибридной структуры. Такой образец может резонировать на определенных частотах и по своей сути является волноводно-диэлектрическим резонатором (ВДР). Спектр собственных колебаний такого ВДР в 8-мм диапазоне является чрезвычайно плотным. Спектральное взаимодействие базовой волноведущей структуры (ВЦЛ) и резонирующего элемента (ВДР) приводит к тому, что в амплитудно-частотной характеристике появляются паразитные полосы загораживания (пропускания), которые отстоят всего лишь на расстоянии  $(0,05 \dots 0,08) f_0$ , где  $f_0$  – центральная частота полосы загораживания. Величина заполнения базового волновода диэлектриком позволяет существенным образом сузить

спектр возбуждаемых колебаний, что может быть объяснено снижением возможности межтипового взаимодействия. В то время как частичное заполнение позволяет управлять резонансной частотой основного типа и повышать его добротность, что объясняется возможностью перераспределения плотностей токов проводимости и смещения. Существенную роль играет и форма резонатора.

Помещение в зазор ВДР, выполненных из веществ с анизотропными свойствами, позволяет плавно изменять свойства такой системы. При отработке конструкции использовались поликристаллические ферритовые образцы с  $Li$ -замещением (типа  $Li_2O \cdot 5Fe_2O_3$ ) со значением  $4\pi M_s \approx 380 \text{ кА/м}$ , различной геометрической формы, при вариации их местоположения и величины подмагничивающего поля.

### Результаты экспериментальных исследований

Очевидно, что экспериментальная отработка такого рода конструкций должна включать в себя как минимум два этапа. На первом этапе необходимо решить задачу оптимального возбуждения гибридной структуры. Эффективность возбуждения можно оценивать по значениям вносимого затухания без подмагничивающего поля (сплошная линия) и при наличии такого поля (пунктирная линия), которые представлены на рис. 2. Обе кривые сильно изрезаны, что отражает проявление как волноводно-диэлектрических резонансов, так и спинового взаимодействия. Приведенные на рис. 2 характеристики получены при размещении образцов в максимуме магнитного поля ВЦЛ. Они являются типичными для многомодовых резонаторов с фиксированными относительно длины волны геометрическими размерами.

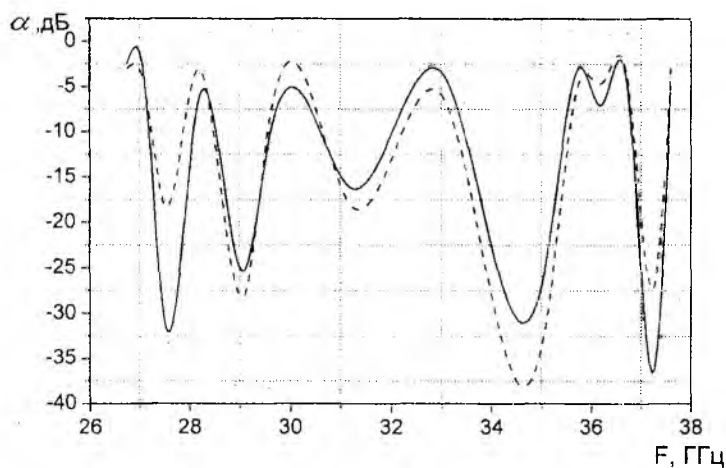


Рис. 2

Использование резонаторов в виде параллелепипеда при поперечном подмагничивании позволило реализовать частотно-селективную систему с управляемой АЧХ. На рис. 3 представлена характеристика зависимости вносимого затухания от величины подмагничивающего поля. Уровень изменения вносимого затухания мог быть плавно оптимизирован в пределах от -12 до -40 дБ. При этом результирующая полоса заграждения по уровню -3 дБ составляла около  $0,06 f_0$ .

Максимальная напряженность подмагничивающего поля соответствовала 1350 Э (или 107,4 кА/м).

Попытки улучшения АЧХ и оптимизации величины подмагничивающего поля привели к необходимости изменения формы и геометрических размеров резонатора. Известно [2], что селекция формы и геометрических размеров ВДР позволяет подавить часть волноводно-диэлектрических резонансов и тем самым разрядить спектр резонансных частот устройства. Так, придание резонатору трапецидальной формы (показано на рис. 1) с одновременным выбором его геометрических размеров позволило решить по крайней мере три важные проблемы. Во-первых, осуществить дополнительное согласование ВДР и ВЦЛ за счет минимизации отражений от кромок. Во-вторых, подавить часть волноводно-диэлектрических резонансов. И, наконец, повысить добротность структуры. Соответствующая зависимость представлена на рис. 4. Сравнение обеих кривых (рис. 3 и 4) показывает существенную зависимость результирующих свойств от геометрической формы и размеров резонатора. Так, с увеличением максимального уровня вносимого затухания (рис. 4) снизилось значение

необходимого подмагничивающего поля. Но вместе с тем несколько поднялся общий уровень затухания, и кривая стала существенно несимметрична.

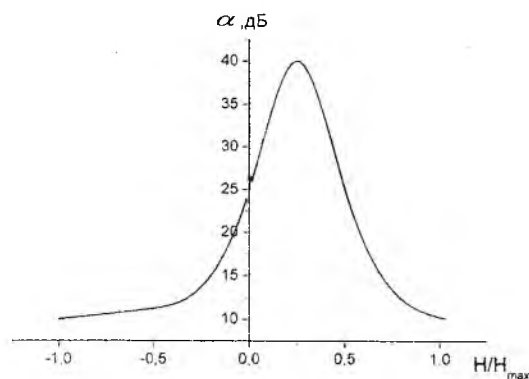


Рис. 3

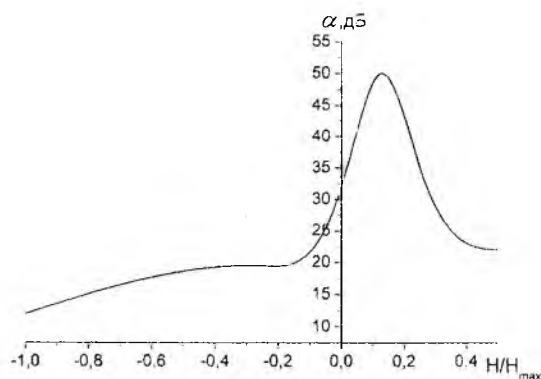


Рис. 4

Использование метода многопараметрической оптимизации позволило в конечном итоге получить полосно-заграждающий фильтр с достаточно высоким уровнем эксплуатационных характеристик. АЧХ фильтра приведена на рис. 5.

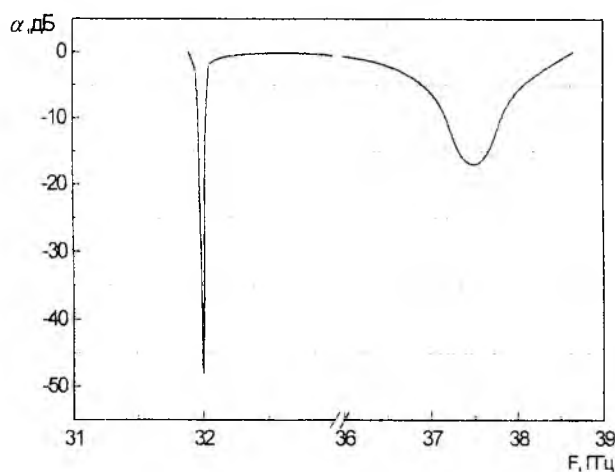


Рис. 5

На АЧХ отчетливо наблюдаются две полосы заграждения. Первая – очень узкая с высоким уровнем затухания. Максимальный уровень затухания составляет -52 дБ, а затухание в полосе  $0,03 f_0$  составляло -47 дБ. При этом сохранялась возможность перестройки полосы заграждения в пределах 10% от  $f_0$ . В тоже время существует и вторая (паразитная) относительно широкая полоса заграждения (около 1 ГГц) с относительно невысоким уровнем заграждения. Наличие двух полос с различным уровнем параметров может быть объяснено существованием разных механизмов резонанса в анизотропной структуре.

Таким образом, проведенный цикл исследований показал возможность создания частотно-селективных устройств с высоким уровнем эксплуатационных характеристик, легко воспроизводимых и достаточно простых в настройке. Дальнейшее повышение уровня параметров, очевидно, следует искать на пути использования ферритовых материалов и пленок с улучшенными характеристиками.

**Список литературы:** 1. Воробьев В.В. Щелевые линии передачи и компланарные волноводы для интегральных СВЧ схем // Зарубежная радиоэлектроника. 1972. № 5. С. 93 – 116. 2. Ильченко М.Е., Взятых В.Ф., Гасанов Л.Г. Диэлектрические резонаторы / Под. Ред. М.Е. Ильченко. М.: Радио и связь. 1989. 328 с. 3. Гвоздев В.И., Нефедов Е.И. Объемные интегральные схемы СВЧ. М.: Наука. 1985. 256 с. 4. Литвиненко О.Н., Сошников В.И. Теория неоднородных линий и их применение в радиотехнике. М.: Радио и связь. 1964. 434 с. 5. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполусников на СВЧ. М.: Связь. 1965. 562 с. 6. Полосовые заграждающие фильтры 8-мм диапазона / С.А. Погарский, И.И. Сапрыкин, Г.М. Петьков и др. // Тез. докл. на 10-ой Междунар. Крымской конфер. «КрыМиКо – 2001». Севастополь. 2001. С. 326 – 327.

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ С НЕРЕГУЛЯРНОЙ УЗКОЙ СТЕНКОЙ

Интенсивное развитие техники СВЧ привело к появлению разнообразных электродинамических задач. Одной из этих задач является исследование фильтров с утечкой волны, рассчитанных на высокий уровень мощности. С технической точки зрения такие фильтры представляют основной волновод, связанный с боковыми волноводами через систему отверстий круглой или эллиптической формы. В качестве связи в таких устройствах может использоваться и система щелей разнообразной формы и размеров. Несмотря на многообразие элементов связи, общим для всех является их периодичность.

Как известно, с математической точки зрения расчёт электромагнитных полей в таких структурах сводится к решению краевой задачи. При этом удовлетворение граничным условиям составляющих электрического и магнитного полей на элементах связи чрезвычайно сложно. Одним из подходов при решении таких задач является использование приближённых граничных условий [1]. Если  $E_\tau$  и  $H_\tau$  являются касательными составляющими электромагнитного поля на некоторой поверхности раздела двух областей, вводят понятие импеданса поверхности  $Z_s$  (в общем случае комплексного и анизотропного), связывающего эти компоненты соотношением

$$E_\tau = \hat{Z}_s H_\tau.$$

Обзор большого количества задач, эффективное решение которых стало возможным благодаря введению импедансных граничных условий, приведен в работах [2-4].

Рассмотрим прямоугольный волновод, у которого на узкой стенке вдоль линии, параллельной оси  $z$  расположен ряд отверстий круглой формы, как показано на рис. 1.

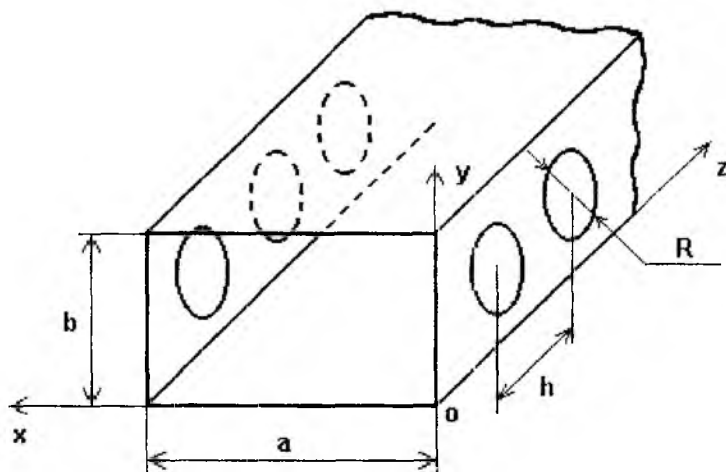


Рис. 1

В прямоугольной системе координат, начало которой совпадает с одной из вершин прямоугольника, введём следующие обозначения:  $a$  – размер широкой стенки основного волновода,  $b$  – размер узкой стенки основного волновода,  $R$  – радиус отверстия,  $h$  – расстояние между центрами отверстий.

Рассмотрим распространение магнитных волн в таком волноводе при условии, что поверхностный импеданс узкой стенки известен и может быть вычислен из соотношений, приведенных в [5].

Электромагнитное поле в таком волноводе определяется через продольную  $H_z$ -составляющую, которая удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial z^2} + k^2 \dot{H}_z = 0, \quad (1)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число,

и неоднородным импедансным граничным условиям на узкой стенке при  $x = a$

$$\dot{E}_y = -Z_s(y, z)\dot{H}_z. \quad (2)$$

Остальные стенки считаем идеально проводящими.

Периодический поверхностный импеданс можно представить в виде двойного ряда Фурье

$$Z_s(y, z) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} (A_{p,r} \cos \frac{p\pi}{b} y \cdot \cos \frac{r\pi}{h} z + B_{p,r} \sin \frac{p\pi}{b} y \cdot \cos \frac{r\pi}{h} z + C_{p,r} \cos \frac{p\pi}{b} y \cdot \sin \frac{r\pi}{h} z + D_{p,r} \sin \frac{p\pi}{b} y \cdot \sin \frac{r\pi}{h} z), \quad (3)$$

где коэффициенты  $A_{p,r}$ ,  $B_{p,r}$ ,  $C_{p,r}$ ,  $D_{p,r}$  вычисляются из соотношений, приведённых в [5].

Так как поверхностный импеданс является периодической функцией координаты  $z$ , решение уравнения (2) будем искать в виде ряда Флоке

$$\dot{H}_z = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} A_n^{(s)} \cos \gamma_{xn}^{(s)} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta_s z}, \quad (4)$$

где  $\beta_s = \beta_0 + p \frac{2\pi}{n}$ ;  $\gamma_{xn}^{(s)2} = k^2 - \beta_s^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$ ;  $\beta_0$  – комплексная постоянная распространения, подлежащая определению.

Исходя из уравнений Максвелла для магнитных волн, можно получить следующее выражение, связывающее электрическую  $\dot{E}_y$  и магнитную  $\dot{H}_z$  составляющие

$$\dot{E}_y = -j\omega\mu_0 \cdot \frac{1}{\gamma_{\perp n}^{(s)2}} \frac{\partial \dot{H}_z}{\partial x}, \quad (5)$$

где  $\gamma_{\perp n}^{(s)2} = \gamma_{xn}^{(s)2} + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$  – поперечное волновое число.

Учитывая соотношения (4) и (5), для  $E_y$  компоненты получим

$$\dot{E}_y = -j\omega\mu_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\gamma_{xn}^{(s)}}{\gamma_{\perp n}^{(s)2}} A_n^{(s)} \sin \gamma_{xn}^{(s)} x \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta_s z}. \quad (6)$$

Используя граничное условие (2) и выражение (6), путём несложных преобразований получим следующее соотношение

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} V_n^{(s)} A_n^{(s)} \cos \frac{p\pi}{b} y e^{-j\beta_s z} =$$

$$= \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \left[ \left( \tilde{A}_{p,r} \cos \frac{p\pi}{b} y \cos \frac{r\pi}{n} z + \tilde{C}_{p,r} \cos \frac{p\pi}{b} y \sin \frac{r\pi}{n} z \right) + \left( \tilde{B}_{p,r} \sin \frac{p\pi}{b} y \cos \frac{r\pi}{n} z + \tilde{D}_{p,r} \sin \frac{p\pi}{b} y \sin \frac{r\pi}{n} z \right) \right] \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} U_n^{(s)} A_n^{(s)} \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta_s z} \quad (7)$$

где коэффициенты  $V_n^{(s)}$  и  $U_n^{(s)}$  определяются выражениями

$$U_n^{(s)} = \cos \gamma_{xn}^{(s)} d, \quad V_n^{(s)} = \frac{jk\gamma_{xn}^{(s)}}{\gamma_{\perp n}^{(s)}} \sin \gamma_{xn}^{(s)} d. \quad (8)$$

Коэффициенты  $\tilde{A}_{pr}$   $\tilde{B}_{pr}$   $\tilde{C}_{pr}$   $\tilde{D}_{pr}$  нормированы к волновому сопротивлению свободного пространства  $z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ .

Заменяя тригонометрические функции  $\cos \frac{r\pi}{n} z$ ,  $\sin \frac{r\pi}{n} z$  экспоненциальными, получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} V_n^{(s)} A_n^{(s)} \cos \frac{p\pi}{b} y e^{-j\beta_s z} =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \left[ \left( \tilde{Z}_{p,r}^+ e^{-j\frac{r\pi}{n} z} + \tilde{Z}_{p,r}^- e^{-j\frac{r\pi}{n} z} \right) \cos \frac{p\pi}{b} y + \left( \tilde{F}_{p,r}^+ e^{-j\frac{r\pi}{n} z} + \tilde{F}_{p,r}^- e^{-j\frac{r\pi}{n} z} \right) \sin \frac{p\pi}{b} y \right] \times$$

$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{r=-\infty}^{\infty} U_n^{(s)} A_n^{(s)} \cos \frac{n\pi}{b} y e^{-j\beta_s z} \quad (9)$$

где  $\tilde{Z}_{pr}^+ = \tilde{A}_{pr} + j\tilde{C}_{pr}$ ;  $\tilde{Z}_{pr}^- = \tilde{A}_{pr} - j\tilde{C}_{pr}$ ;  $\tilde{F}_{pr}^+ = \tilde{B}_{pr} + j\tilde{D}_{pr}$ ;  $\tilde{F}_{pr}^- = \tilde{B}_{pr} - j\tilde{D}_{pr}$ .

Учитывая ортогональность поперечных собственных функций волновода и экспоненциальных функций  $e^{-j\beta_s z}$  на периоде структуры, получим систему однородных линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд волн  $A_k^{(s)}$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left\{ \left[ \left( \tilde{Z}_{p0}^+ + \tilde{Z}_{p0}^- \right) \cdot U_k^{(s)} - (1 + \delta_{n,k}) \delta_{n,k} \cdot V_k^{(s)} \right] \cdot A_k^{(s)} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{\infty} \left( \tilde{Z}_{p,r}^+ U_k^{(s-r)} A_k^{(s-r)} + \tilde{Z}_{p,r}^- \cdot U_k^{(s+r)} A_k^{(s+r)} \right) \right\} = 0, \quad (10)$$

где  $n = 0, 1, 2 \dots$ ;  $s = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$ ;  $p = |n - k|$ ;  $\delta_{n,k}$  – символ Кронекера.

Система (10) имеет нетривиальное решение, если её определитель, образованный из коэффициентов при  $A_k^{(s)}$ , равен нулю. Раскрывая определитель системы (10), получаем дисперсионное уравнение в матричной форме, из которого определяются постоянные распространения  $\beta_0$ .

Рассматриваемый прямоугольный волновод с импедансными узкими стенками является электродинамической моделью поглощающего фильтра гармоник. В нем ячейкой фильтра является соединение вторичного круглого волновода с основным прямоугольным волноводом. Сечение основного волновода  $a \times b = 48 \times 24$  мм, радиусы вспомогательных волноводов равны  $R = 9$  мм, расстояние между соседними ячейками фильтра равно  $h = 19$  мм. Анализ дисперсионного уравнения (10) показывает, что при выбранных параметрах влияние высших пространственных гармоник на значения постоянных распространения незначительны. Основной вклад вносят центральные элементы определителя системы (10), стоящие на главной диагонали

$$\tilde{Z}_{00}\gamma_{\perp}^2 \cos \gamma_x a + jk\gamma_x \sin \gamma_x a = 0, \quad (11)$$

где  $\gamma_{\perp}^2 = \gamma_x^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$ ;  $n = 0, 1, 2 \dots$

Дисперсионное уравнение (11) описывает объёмные (быстрые) волны в направляющей структуре. Для поверхностных волн, распространяющихся в импедансном волноводе, в (11) необходимо сделать замену  $\gamma_x \rightarrow j\gamma_x$ , тогда получим

$$\tilde{Z}_{00}\gamma_{\perp}^2 \operatorname{ch} \gamma_x a - jk\gamma_x \operatorname{sh} \gamma_x a = 0, \quad (12)$$

где  $\gamma_{\perp}^2 = -\gamma_x^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$ .

Дисперсионные уравнения (11), (12) позволяют получить спектр как объёмных, так и поверхностных волн, распространяющихся в такой структуре. В результате анализа были получены частотные характеристики постоянных распространения объёмных и поверхностных волн в зависимости от различных значений поверхностного импеданса и длин волн. Результаты численных расчетов представлены на рис. 2, 3, 4.

На рис. 2 приведена зависимость модуля мнимой части эффективного импеданса от длины волны для отверстий с указанным выше радиусом. Расчеты показывают, что реактивная часть эффективного импеданса имеет емкостной характер. Вычисления проводились для эффективного значения поверхностного импеданса, полученного на основании формул статьи [5]:

$$Z_{s \text{эфф}} = \sqrt{\frac{1}{b \cdot h} \cdot \int_0^b \int_0^h Z_s(y, z) \cdot Z_s^*(y, z) dy dz}, \quad (13)$$

где  $Z_s(y, z)$  – поверхностный импеданс, определяемый по формуле (3);  $Z_s^*(y, z)$  – комплексно-сопряженный импеданс.

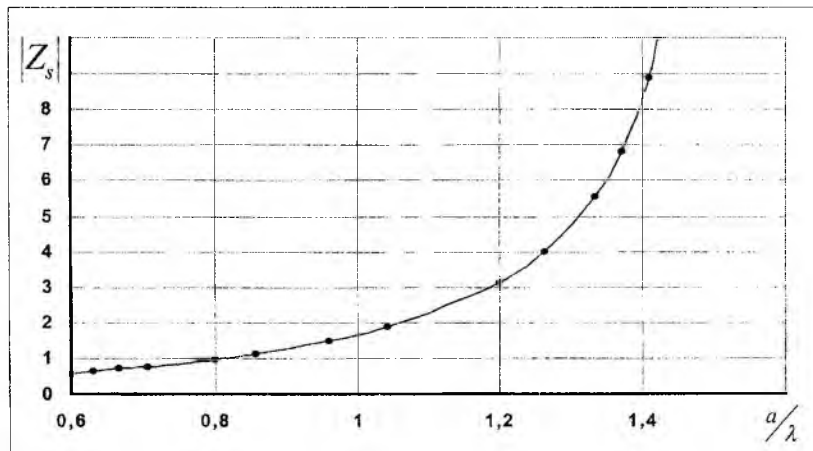


Рис. 2

На рис. 3 приведены частотные зависимости нормированных к волновому числу свободного пространства постоянных распространения объёмных волн (квази -  $H_{10}$  – кривая 2, квази -  $H_{20}$ , – кривая 3 квази -  $H_{30}$  – кривая 4) и поверхностной волны (кривая 1), которая отсутствует в регулярном волноводе.

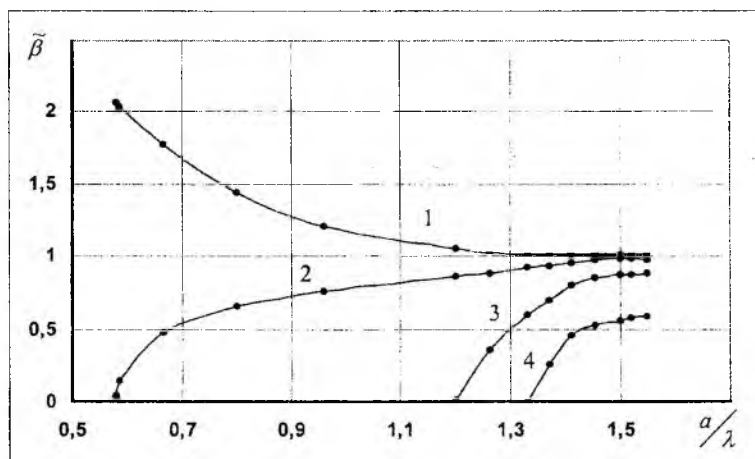


Рис. 3

Как следует из рис. 3, емкостной характер поверхностного импеданса одной стенки волновода смещает  $\lambda_{кр}$  в сторону больших значений длины волны. К тому же, с уменьшением длины волны происходит возбуждение высших типов волн. Расчеты показывают, что с увеличением  $|Z_{sэфф}|$  постоянная распространения увеличивается.

Численный анализ проводился также и для волновода с двумя импедансными стенками. В такой структуре, как показывают расчеты, возможно распространение двух поверхностных волн. На рис. 4 рассмотрен такой случай при  $a/\lambda=0,8$  и различных значениях поверхностного импеданса.

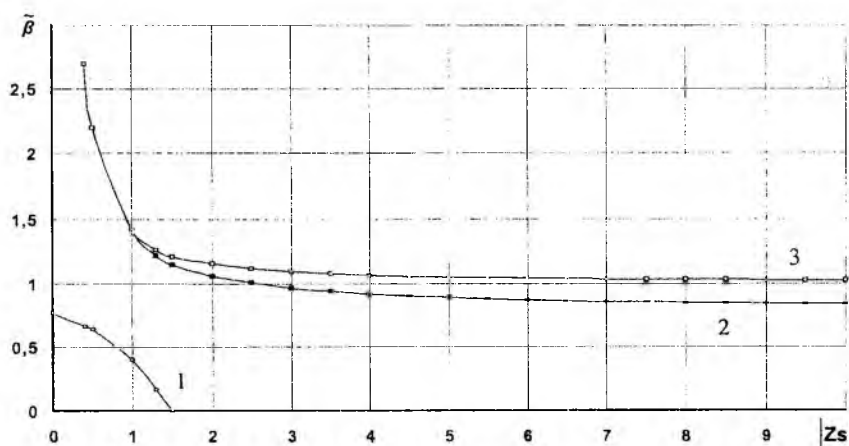


Рис. 4

При  $Z_{sэфф} \rightarrow 0$  волна квази- $H_{10}$  переходит в волну  $H_{10}$  регулярного волновода, а поверхностные волны вырождаются. Из рисунка также видно, что при некоторых значениях  $Z_{sэфф}$  объемная волна (кривая 1) претерпевает отсечку. С увеличением  $Z_{sэфф}$  значения постоянных распространения  $\tilde{\beta}$  уменьшаются, причем у одной из поверхностных волн (кривая 3)  $\tilde{\beta}$  стремится к единице, но волна остается поверхностной, а другая волна (кривая 2) переходит из поверхностной в объемную.

В результате проделанной работы получено дисперсионное уравнение в матричной форме для волновода с бесконечным числом отверстий вдоль узкой стенки. Для такой

структуры вычислены значения эффективного поверхностного импеданса и получены дисперсионные характеристики в зависимости от его величины и длины волны. Показано, что в такой структуре возможно распространение как объемных, так и поверхностных волн. Установлено, что в волноводе с двумя импедансными стенками возможно существование двух поверхностных волн, которые при определенных параметрах структуры вырождаются.

**Список литературы:** 1. М. А. Миллер, В. И. Таланов. Использование понятия поверхностного импеданса в теории поверхностных электромагнитных волн // Радиофизика. 1961. Т. 4, №5. С. 795 – 830. (Изв. высш. учеб. заведений). 2. Е. И. Нефедов, А. Н. Сивов. Электродинамика периодических структур. М.: Наука, 1977. 425 с. 3. Е. П. Курушин, Е. И. Нефедов, А. Т. Фиалковский. Дифракция электромагнитных волн на анизотропных структурах. М.: Наука, 1975. 375 с. 4. А. С. Ильинский, Г. Я. Слепян. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. М.: МГУ, 1983. 413 с. 5. Л. М. Логачева, В. П. Бондарев. Расчёт поверхностного импеданса в волноводе с нерегулярной стенкой // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. 1999. №1. С. 18 – 20.

*Запорожский национальный  
технический университет  
Днепропетровский национальный  
горный университет*

*Поступила в редколлегию 03.10.2003*

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ $H_1$ -ВОЛНЫ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ С РЕШЕТКОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЩЕЛЕВЫХ ВОЛНОВОДОВ

В настоящее время в литературе имеется достаточное количество публикаций, посвященных строгому решению задач дифракции волн на полубесконечных решетках, состоящих из элементов произвольного поперечного сечения. Для решения задач подобного типа наиболее широко используются два подхода: метод Винера – Хопфа [1-3], развитый Фоком [4], и метод задачи Римана – Гильберта [5]. Особенностью рассматриваемой в данной работе постановки задачи является возбуждение решетки плоской поверхностной магнитной волной диэлектрической пластины.

Целью данной работы является решение краевой задачи для электродинамических структур из решеток диэлектрических щелевых волноводов. Эти волноведущие структуры применяются в диапазоне миллиметровых волн из-за малых потерь. Решение дифракционной задачи позволяет справиться с проблемой согласования интегральных излучающих элементов антенных систем на основе диэлектрических щелевых волноводов.

Рассмотрим падение поверхностной  $H_1$ -волны экранированной диэлектрической пластины на решетку полубесконечных металлических лент, нанесенных симметрично на противоположные стороны диэлектрической пластины. Геометрия задачи показана на рис. 1. Как угол падения  $\varphi_n$ , так и углы разворота лент решетки относительно границы «решетка-пластина» полагаются произвольными. Пусть ширина металлических лент решетки мала по сравнению с длиной волны ( $2\ell \ll \lambda$ ), а ограничения на величину периода решетки нет.

Пусть из области  $X < 0$  на решетку набегают  $H_1$ -волны диэлектрической пластины:

$$\overline{E}_n = e_0 e^{-j\beta \cdot z - j\chi \cdot X} \quad (1)$$

Временная зависимость подразумевается в виде  $e^{j\omega t}$ , которая в выражениях полей для простоты опущена.

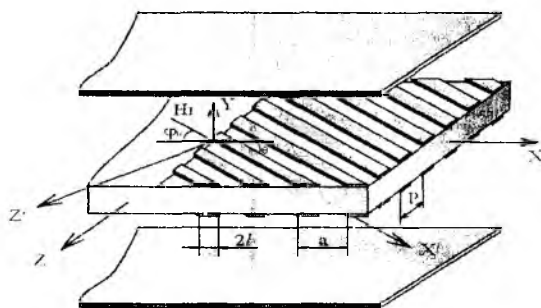


Рис. 1

Сведем задачу дифракции основной волны диэлектрической пластины к решению интегрального уравнения относительно неизвестного распределения электрического тока, текущего вдоль металлических полосок. Составляющими токов, текущих поперек полосок, можно пренебречь ввиду предполагаемой узости самих полосок. Тогда вторичное поле, возбуждаемое падающей волной, запишется как

$$\overline{E}_{ao}(X'; Z') = \int_S \hat{G}(X'; \tilde{X}'; Z'; \tilde{Z}') I(\tilde{X}'; \tilde{Z}') d\tilde{X}' d\tilde{Z}', \quad (2)$$

где  $I(\tilde{X}'; \tilde{Z}')$  – плотность тока на полосках;  $\hat{G}(X'; \tilde{X}'; Z'; \tilde{Z}')$  – функция Грина экранированной диэлектрической пластины;  $S$  – область существования источников.

Воспользуемся граничными условиями

$$E_{Xn} + E_{Xsm} = 0, \quad (3)$$

которые с учетом (1) и (2) дают уравнение относительно неизвестных плотностей токов, текущих вдоль полосок:

$$E_{Xn} + \int_S G(X'; \tilde{X}; Z'; \tilde{Z}) I_{X'}(\tilde{X}; \tilde{Z}) d\tilde{X} d\tilde{Z} = 0. \quad (4)$$

Источники расположены в области:

$$\left. \begin{aligned} -\ell + nP \cos \theta < Z' < \ell + nP \cos \theta \\ -nP \sin \theta < X' < \infty \\ n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \\ P = a / \cos \theta \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Ввиду эквидистантности решетки токи на каждой полоске отличаются фазовым множителем:

$$I_{X'_n} = e^{-j\beta nP} I_{X'}(Z' - na; X' - nP \sin(\theta)). \quad (6)$$

Пусть распределение тока поперек полосок описывается в статическом приближении функцией  $1/\sqrt{1-(Z'/\ell)^2}$ . Тогда  $I_{X'_n} = I(X')/\sqrt{1-(Z'/\ell)^2}$  и неизвестным остается лишь распределение тока вдоль полоски  $I(X')$ . С учетом области расположения источников (5) и дискретности распределения токов вдоль  $Z'$  уравнение (4) примет вид:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-nP \sin \theta}^{nP \sin \theta} \int_{na}^{na+P} G(X'; \tilde{X}; Z'; \tilde{Z}) \frac{I(\tilde{X}' + nP \sin \theta)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{Z}' - na}{\ell}\right)^2}} e^{-j\beta nP} d\tilde{X}' d\tilde{Z}' + E_{X'_n} = 0, \quad (7)$$

Вводя новые переменные

$$\left. \begin{aligned} X' + nP \sin \theta &= \tilde{X}; \\ Z' - na &= \tilde{Z} \end{aligned} \right\}$$

и представляя функцию Грина в виде интеграла Фурье, преобразуем интегральное уравнение к виду

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} 2\pi j \sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} \int_{-\ell}^{\ell} \int_{-\ell}^{\ell} \tilde{g}(\chi; \chi_{e,h}) e^{-j\chi(X' - \tilde{X} + nP \sin \theta)} e^{+j\chi_{e,h}(Z' - \tilde{Z} - na - j\beta nP)} \frac{I(\tilde{X}') d\tilde{X} d\tilde{Z} d\chi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{Z}}{\ell}\right)^2}} + E_{X'_n} = 0. \quad (8)$$

Обозначим сумму в (8) как

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(\chi; \chi_{e,h}) e^{j\chi(X' - \tilde{X} + nP \sin \theta) + j\chi_{e,h}(Z' - \tilde{Z} - na - j\beta nP)} = S_{e,h}(\bar{Z} - \tilde{Z}) e^{-j\beta KP - j\chi(\bar{X} - \tilde{X})}. \quad (9)$$

Тогда, учитывая, что в системе переменных  $\bar{X}$  и  $\bar{Z}$  падающее поле имеет вид:

$$\tilde{E}_{X'_n} = e_0 \cdot e^{-j\bar{Z}(\beta \cos \theta + \chi_h \sin \theta) - j\bar{X}(\chi_h \cos \theta - \beta \sin \theta) - j\beta \ell}, \quad (10)$$

и подставив (9) и (10) в (8), получаем, что интегральное уравнение перестает зависеть от номера полоски  $K$ , то есть удастся привести его к одному периоду. Проинтегрировав уравнение

$$2\pi j \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\ell}^{\ell} \int_{-\ell}^{\ell} \tilde{g}(\chi; \chi_{e,h}) S_{e,h}(\bar{Z} - \tilde{Z}) e^{j\chi(X' - \tilde{X})} \frac{I(\tilde{X}') d\tilde{X} d\tilde{Z} d\chi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\tilde{Z}}{\ell}\right)^2}} + E_{X'_n} = 0 \quad (11)$$

по  $\tilde{Z}$  и домножив его на  $1/\sqrt{1-(\tilde{Z}/\ell)^2}$ , а затем проинтегрировав по  $\tilde{Z}$ , получаем:

$$2\pi\gamma \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} I(\tilde{X}) \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(\chi, \chi_{e,h}) (f_m + \tilde{S}_m) e^{-j\chi(\tilde{X}-\tilde{X})} d\chi d\tilde{X} + \tilde{E}_{\chi_n} = 0, \quad (12)$$

где  $f_m = \pi^2 \cdot \ell^2 \int_{-\infty}^{+\infty} J_0^2(\alpha\ell) d\alpha$ ;  $\tilde{S}_m = \pi^2 \cdot \ell^2 \cdot J_0^2(j\chi_{e,h}\ell) \sum_{q=0}^{\infty} \cos[q \cdot (\chi \cdot \ell \sin\theta + \beta \cdot \ell)] e^{j\chi_{e,h}q\ell}$ ;  $J_0(j\chi_{e,h}\ell)$  – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

В уравнении (12)  $\tilde{S}_m$  – собственные волны диэлектрической пластины, очень быстро затухающие с ростом  $m$ . Пусть незатухающими являются первые две волны  $\tilde{S}_{0,1} \neq 0$ , а для всех  $i > 1$  выполняется условие  $\tilde{S}_i = 0$ . Учтем также, что  $J_0(\chi\ell) \cong 1$ , поскольку ширина полоски мала. С учетом изложенных допущений уравнение (12) примет вид:

$$\pi^2 \cdot \ell^2 \int_0^{+\infty} I(\tilde{X}) \int_{-\infty}^{\infty} g(\chi, \alpha) J_0^2(\alpha \cdot \ell) d\alpha + 2\pi\gamma [\tilde{S}(\chi, \chi_h) + \tilde{S}(\chi, \chi_e)] e^{-j\chi(\tilde{X}-\tilde{X})} d\chi d\tilde{X} + E_{\chi_n} = 0. \quad (13)$$

Рассмотрим несобственный интеграл в уравнении (13). Вычисление интегралов такого типа сопряжено со значительными затратами машинного времени, связанными с необходимостью выделения особых точек у подинтегральной функции для улучшения сходимости интеграла. В данном случае удастся сократить затраты, выразив интеграл численно-аналитически:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\chi, \alpha) J_0^2(\alpha \cdot \ell) d\alpha = -j \frac{\pi^2}{2} \frac{J_0^2(\chi_h \ell) \varphi(\chi_h)}{H'(\chi_h) k_0} \left( \frac{Z_e}{W} + \frac{\chi^2 \beta_e \eta_s}{k_0^3 \chi_e} + \frac{\chi_h k_0}{\beta_h^2} \right), \quad (14)$$

где  $H_1' = \partial H_1 / \partial \chi$ ;  $E_2' = \partial E_2 / \partial \chi$ ;  $H_1$  и  $E_2$  – дисперсионные функции  $H_1$  – и  $E_2$  – волн диэлектрической пластины;  $Z_e/W$  – нормированный поверхностный импеданс металлических полосок.

В случае отсутствия потерь в полосках величина  $Z_e$  имеет чисто мнимый характер. Таким образом, с учетом (14) приходим к окончательному виду интегрального уравнения относительно плотности тока, текущего вдоль полосок:

$$\pi \cdot \ell \int_0^{+\infty} I(\tilde{X}) C \left[ \frac{\frac{Z_e}{W} D_e D_h + j \frac{\chi^2 h k_0}{\beta_h^2} \sin(\chi_h a) D_e + j \frac{\chi^2 \beta_e^2 \eta_s}{k_0^3 \chi_e} \sin(\chi_e a) D_h}{D_e D_h} \right] e^{-j\chi(\tilde{X}-\tilde{X})} d\chi d\tilde{X} = -\tilde{E}_{\chi_n}, \quad (15)$$

$$\text{где } D_{e,h} = \cos(\chi_{e,h} a) - \cos(\chi P \sin \theta + \beta P); C = \frac{\omega \mu_a a}{4\pi} \cdot \frac{J_0^2(\chi_h \ell) \varphi(\chi_h)}{H'(\chi_h) k_0}. \quad (16)$$

Если учесть, что  $2\ell \ll \lambda$  и  $J_0(\chi\ell) \cong 1$ , то  $C$  не зависит от  $\chi$ .

В уравнении (15) числитель выражения в квадратных скобках при  $\theta = 0$  превращается в дисперсионное уравнение решетки металлических полосок. Само уравнение (15) относится к числу уравнений, решаемых методом Винера-Хопфа. Введем обозначения:

$$R(\chi) = D_e D_h \frac{Z}{W} + j \frac{\chi^2 h k_0}{\beta_h^2} \sin(\chi_h a) D_e + j \frac{\chi^2 \beta_e^2 \eta_s}{k_0^3 \chi_e} \sin(\chi_e a) D_h,$$

$$S(\chi) = D_e D_h,$$

$$g(\bar{X} - \tilde{X}) = C \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{R(\chi)}{S(\chi)} e^{-j\chi(\bar{X}-\tilde{X})} d\chi,$$

$$A(\bar{X}) = e_0 J_0(\beta \cdot \ell \cos \theta + \chi_h \ell \sin \theta) e^{-j\bar{X}(\chi_h \cos \theta - \beta \sin \theta)}. \quad (17)$$

Тогда уравнение (15) преобразуется в уравнение Винера-Хопфа:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} I_{X'}(X) g(X - X') dX' = a_+(X). \quad (18)$$

Формальная процедура решения уравнения типа (18) подробно изложена в [2]. Поэтому остановимся только на особенностях данной задачи. Для того, чтобы уравнение (18) имело вид интеграла свертки, и к нему можно было применить преобразование Фурье с получением результирующего уравнения в пространстве изображений относительно Фурье-образа плотности тока, необходимо расширить область определения уравнения (18) для всех  $X$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Выполним теперь Фурье – преобразование ядра и правой части интегрального уравнения (18):

$$G(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\chi) e^{-j\alpha\chi} d\chi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} C \frac{S(\chi)}{S(\chi)} e^{-j\alpha\chi} d\chi = \sqrt{2\pi} N \frac{S(\chi)R(\chi)}{S(\chi)}, \quad (19)$$

$$A_+(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a_+(\chi) e^{-j\alpha\chi} d\chi = \frac{C}{\alpha + \alpha_h}, \quad (20)$$

где 
$$C = j \frac{e_0 J_0(\beta \cdot \ell \cos \theta + \chi_h \ell \sin \theta)}{\sqrt{2\pi}}; \quad \alpha_h = \beta \sin \theta - \chi \cos \theta$$

Применение к (19) преобразования Фурье дает уравнение относительно Фурье-образа плотности тока на лентах решетки  $I_+(\alpha)$ :

$$G(\alpha)I_+(\alpha) = A_+(\alpha) - B_-(\alpha), \quad (21)$$

где  $G(\alpha)$  и  $A_+(\alpha)$  определяются выражениями (19) и (20), а  $I_+(\alpha)$  и  $B_-(\alpha)$  подлежат определению.

Выполнив факторизацию функции  $G(\alpha)$  [3] в виде  $G(\alpha) = G(\alpha)_+ G(\alpha)_-$ , где  $G(\alpha)_+$  и  $G(\alpha)_-$  регулярны соответственно в верхней и нижней полуплоскостях комплексной плоскости  $\alpha$ , и воспользовавшись уравнениями (15) и (21), определим плотность токов на полосках, совершив обратное преобразование Фурье выражения (21). Учтем при этом, что для данной задачи (согласно теореме Лиувилля)  $B_-(\alpha) = 0$ . Таким образом, вторичное поле равно:

$$E_{X'}(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{G_-(-\alpha_0)} \int_{-\infty}^{+\infty} A_+(\alpha) G_-(\alpha) e^{-j\alpha X} d\alpha. \quad (22)$$

Для нахождения вторичного поля  $H_1$  – волны необходимо замкнуть контур интегрирования (23) в верхней полуплоскости. Интеграл будет равен вычету подинтегральной функции в точке  $-\chi_h$ , где  $\chi_h$  – проекция волнового числа  $H_1$  – волны, направленная вдоль полоски. При этом модуль коэффициента отражения равен

$$|\dot{R}_{hh}| = \sqrt{\frac{R(-\chi_h) S(-\alpha_0) \prod_{i=1}^n (\chi_h + \tilde{\chi}_i)}{S(-\chi_h) R(-\alpha_0) \prod_{j=1}^m (\chi_h + \chi_j)}} \sqrt{\frac{\prod_{j=1}^m (\alpha + \chi_j)}{\prod_{i=1}^n (\alpha + \chi_i)}}, \quad (23)$$

где  $\chi_i$  – нули, а  $\chi_j$  – полюса функции  $G(\chi)$ .

Поскольку анализируемая структура экранирована, и на границе решетки непрерывный спектр излучения волн не возникает, для определения коэффициента прохождения волн в решетку в одномодовом режиме можно воспользоваться законом сохранения энергии:

$$|\dot{T}_{hh}| = \sqrt{I - |\dot{R}_{hh}|^2} . \quad (24)$$

Численный анализ по (23) и (24) был проведен для подложки толщиной  $2d = 0,5$  мм из поликора с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 9,8$ . Решетка состояла из металлических лент шириной  $2\ell = 0,2$  мм и периодом  $P = 3$  мм. Длина падающей волны составляла  $\lambda = 8$  мм. Установлено, что условия одномодовости при таких параметрах структуры нарушаются только в случае больших углов разворота лент решетки ( $\theta \geq 45^\circ$ ) к оси X. На рис.2 показаны зависимости коэффициента отражения от решетки интегральных волноводов в одноволновом (а) и двухволновом (б) режимах работы.

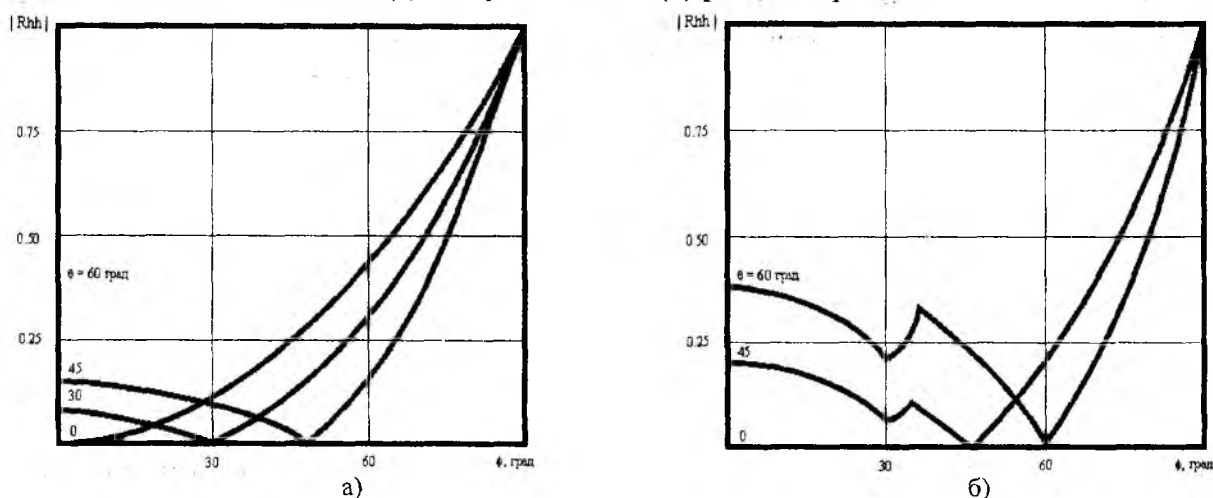


Рис. 2

Результаты анализа позволяют установить следующие закономерности влияния параметров структуры, длины волны и угла её падения на элементы матрицы рассеяния решеток диэлектрических щелевых волноводов:

- в широком диапазоне изменения параметров решетка узких металлических лент хорошо согласована с пластиной;

- возникновения нерегулярных участков в угловых зависимостях  $|R|^2$  и  $|T|^2$  (аномалий Вуда), связанных с появлением и исчезновением высших мод, можно избежать, уменьшая относительный период решеток  $P/\lambda$  и относительную толщину пластины  $2d/\lambda$ .

Полученные в работе простые аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения можно в дальнейшем использовать при моделировании интегральных антенных элементов.

**Список литературы:** 1. Karp S.N., Hills N.L. Semi-Infinite Diffraction Gratings // Commun. on Pure and Applied Mathematics. 1965. Vol. 18, № 1 – 2. P. 203 – 207. 2. Нобл Б. Метод Винера – Хопфа. М.:ИЛ, 1962. 279 с. 3. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. Пер. с англ / Под ред. Воскресенского Г.В. М.: Мир, 1974. 327 с. 4. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Наука, 1970. 298 с. 5. Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. Харьков: Изд-во ХГУ, 1973. 278 с.

Запорожский национальный  
технический университет

Поступила в редколлегию 03.10.2003

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ СВЧ МОСТОВ В АНТЕННЫХ КОММУТАТОРАХ РАДАРОВ НР

Метод некогерентного рассеяния (НР) радиоволн при импульсном зондировании позволяет вести исследования ионосферы от ее нижней кромки до магнитосферных высот.

Сигнал НР на больших высотах (2000-3000 км) имеет уровни существенно ниже шумов системы, и именно дисперсия шума определяет верхнюю границу исследований, если шум является стационарным. Однако не исключены случаи, когда радиопередающее устройство становится источником высокочастотного нестационарного шума, и этот шум накладывается через антенный коммутатор (АК) «прием-излучение» на общий шум системы. Следовательно, помимо надежной блокировки входных цепей радиоприемного устройства в режиме «излучение», что вполне выполняется балансными АК на базе щелевых мостов, они должны обеспечивать предельно высокий уровень развязки в режиме «прием». Кроме того, на малых высотах переходные процессы в плазме разрядников далеки от своего завершения, и поэтому шум системы и коэффициент передачи таких АК в общем случае являются функциями радиолокационной задержки; в [1-3] анализируются их возможности и указываются пути улучшения и учета характеристик при анализе результатов ионосферных измерений.

Понятно, что разрядники, которые изменяют свои параметры в течение всего довольно короткого срока службы, существенно усложняют процесс ионосферных измерений. Кроме того, на действующих радиолокаторах НР с целью подавления эффекта Фарадея приходится использовать зондирующие сигналы с круговой поляризацией. Эти два обстоятельства порождают потребность в иных схемах антенных коммутаторов. Например, на радарх НР в обсерватории Хайстек (Массачусетский технологический институт, США) применяют турникетное соединение, непосредственно соединенное с коническим рупорным облучателем.

Целью работы является исследование возможностей применения СВЧ мостов в антенных коммутаторах радиолокаторов, в которых излучение и прием поляризованных по кругу сигналов осуществляется за счет двухканального возбуждения антенны, и на рис. 1 в качестве примера приведена схема АК на базе кольцевого моста (КМ).



Рис. 1

Как представляется, основной причиной неудовлетворительной развязки плеч 3 и 4 являются те неточности выполнения элементов моста, которые приводят к фазовым ошибкам, и поэтому на первом этапе анализа будем допускать отсутствие амплитудных ошибок.

Амплитудные ошибки могут быть вызваны разбросом значений волновых сопротивлений элементов моста, а также геометрическими неоднородностями.

Исходя из принятых допущений и используя современные методы описания многополюсников СВЧ, запишем волновую матрицу рассеяния для реального КМ:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{bmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} s_{12} = s_{21} &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot (e^{-j\Phi_{12}} - e^{-j\Phi_{21}}); & s_{13} = s_{31} &= \frac{-j}{2\sqrt{2}} \cdot (e^{-j\Phi_{13}} + e^{-j\Phi_{31}}); \\ s_{14} = s_{41} &= \frac{-j}{2\sqrt{2}} \cdot (e^{-j\Phi_{14}} + e^{-j\Phi_{41}}); & s_{24} = s_{42} &= \frac{j}{2\sqrt{2}} \cdot (e^{-j\Phi_{24}} + e^{-j\Phi_{42}}); \\ s_{23} = s_{32} &= \frac{-j}{2\sqrt{2}} \cdot (e^{-j\Phi_{23}} + e^{-j\Phi_{32}}); & s_{34} = s_{43} &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot (e^{-j\Phi_{34}} - e^{-j\Phi_{43}}); \\ s_{ii} &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot (1 - e^{-j\Phi_{ii}}), & i &= 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (1)$$

Если принять, что  $d_{mk}$  – абсолютное отклонение длины элемента моста между сечениями  $m$  и  $k$  ( $m, k = 0, 1, 2, 3, 4$ ) моста от теоретических ( $\lambda_g/4$  или  $\lambda_g/2$ ), то выражения для фазовых ошибок будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \Phi_{ii} &= \beta(d_{13} + d_{23} + d_{02} + d_{04} + d_{14}); & \Phi_{12} &= \beta(d_{02} + d_{04} + d_{14}); \\ \Phi_{21} &= \beta(d_{13} + d_{23}); & \Phi_{13} &= \beta \cdot d_{13}; & \Phi_{31} &= \beta(d_{02} + d_{04} + d_{14} + d_{23}); \\ \Phi_{14} &= \beta \cdot d_{14}; & \Phi_{41} &= \beta(d_{02} + d_{04} + d_{13} + d_{23}); & \Phi_{24} &= \beta(d_{02} + d_{04}); \\ \Phi_{42} &= \beta(d_{13} + d_{23} + d_{14}); & \Phi_{23} &= \beta \cdot d_{23}; & \Phi_{32} &= \beta(d_{02} + d_{04} + d_{13} + d_{14}); \\ \Phi_{34} &= \beta(d_{02} + d_{04} + d_{23}); & \Phi_{43} &= \beta(d_{13} + d_{14}); & \text{где } \beta &= \frac{2\pi}{\lambda_g}. \end{aligned} \quad (2)$$

Анализируя выражения для  $S_{43}$ ,  $\Phi_{34}$  и  $\Phi_{43}$  для наихудших комбинаций отклонений  $d_{mk}$  и принимая относительную погрешность длин элементов как

$$\delta = \frac{|d_{\max}|}{\lambda_g} \cdot 100\%,$$

можно получить:

$$C_{43}^{\min} = 20 \lg S_{43}^{\min} = 20 \lg \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi \delta}{20} \right|.$$

Так минимальное значение для развязки при относительной погрешности не более одного процента:

$$C_{43}^{\min} = -19 \text{ дБ}.$$

Существующие элементы юстировки мостов позволяют получать развязку на уровне 30 дБ. Такая развязка приемлема при излучении, если используется управляемый аттенюатор (рис. 1), но она недостаточна при НР для того, чтобы уверенно пренебрегать паразитными шумами передатчика в паузе между зондирующими импульсами [4].

Для оценки возможности увеличить развязку найдем выражение для сигнала на входе приемника (плечо 4) при условии, что на вход 3 моста поступает сигнал достаточно узкополосный, чтобы считать его гармоническим:

$$a_3 = I \cos(\omega \cdot t + \varphi).$$

В режиме излучения векторы воздействия и откликов имеют вид:

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = S \cdot A = \begin{pmatrix} a_3 \cdot s_{13} \\ a_3 \cdot s_{23} \\ a_3 \cdot s_{33} \\ a_3 \cdot s_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix},$$

здесь  $b_4 = a_3 s_{43}$  – паразитный сигнал.

Опуская промежуточные выкладки, получим:

$$b_4 = -\frac{I}{\sqrt{2}} \sin \frac{\Phi_{34} - \Phi_{43}}{2} \cdot \sin \left( \omega t + \varphi + \frac{\Phi_{34} + \Phi_{43}}{2} \right). \quad (3)$$

Из выражений (3), (2) следует:

– при наличии только фазовых ошибок паразитный сигнал может быть представлен двумя ортогональными составляющими: одна из них синфазна (или асинфазна) с сигналом в сечении 3, вторая – сдвинута на  $\pi/2$  или  $-\pi/2$ ;

– вторая компонента при малых значениях фазовых ошибок является превалирующей.

Если подобный анализ провести, исходя из наличия только амплитудных ошибок, то можно прийти к следующим очевидным результатам:

– при наличии только амплитудных ошибок паразитный сигнал также может быть представлен двумя ортогональными составляющими: одна из них синфазна (или асинфазна) с сигналом в сечении 3, вторая – сдвинута на  $\pi/2$  или  $-\pi/2$ ;

– превалирующей является первая компонента.

Исходя из полученных амплитудных и фазовых соотношений при условии, что уровень паразитного сигнала значительно (-30 дБ) ниже уровня сигнала в сечении 3, а КБВ антенно-фидерной системы близок к 1, может быть предложен следующий принцип компенсации паразитного сигнала, обусловленного сначала только фазовыми ошибками:

– на расстояниях  $R_1$  и  $R_2$  от входных сечений 1 и 2 моста соответственно располагают регулируемые отражатели с малым модулем коэффициента отражения  $p$ ;

– значения регулируемой величины  $p$  и фиксированных значений  $R_1$  и  $R_2$  подбираются таким образом, чтобы отраженный введенными искусственными неоднородностями сигнал  $b_{4omp}$  в плече 4 мог бы иметь такую амплитуду и фазу, чтобы выполнялось равенство:

$$b_{4omp} + b_4 \approx 0.$$

Допуская в первом приближении равенство коэффициентов отражения  $\dot{p}_1 = \dot{p}_2 = \dot{p}$ , а также вводя аналогично (2) неточности в расстояниях между отражателем и соответствующим сечением, с использованием матрицы  $S$  найдем выражение для отраженного сигнала:

$$b_{4omp} = -\left\{ s_{13}s_{41}e^{-j2\beta(d_{11}+R_1)} + s_{23}s_{42}e^{-j2\beta(d_{22}+R_2)} \right\} p a_3.$$

В результате преобразований и очевидных допущений получим:

$$b_{4omp} \approx I \cdot p \cdot \sin \theta \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi + \xi). \quad (4)$$

Здесь

$$\theta = \beta \cdot (R_2 - R_1) + \Delta_\theta;$$

$$\xi = \beta \cdot (R_2 - R_1) + \Delta_\xi,$$

где  $\Delta_\theta$  и  $\Delta_\xi$  определяются алгебраической суммой неточностей длин, причем их максимальные значения могут быть определены формулами:

$$|\Delta_{\theta \max}| = 0,04\pi\delta; \quad (5)$$

$$|\Delta_{\xi \max}| = 0,14\pi\delta. \quad (6)$$

Сравнивая (3) и (4), можно записать условие полной компенсации паразитного сигнала:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin\left(\frac{\Phi_{34} - \Phi_{34}}{2}\right) = p \cdot \sin\theta, \quad (7)$$

$$\frac{\Phi_{34} - \Phi_{34}}{2} = \xi. \quad (8)$$

Учитывая (5) и то обстоятельство, что при ненулевом сигнале величина  $|\xi| < 0,05\pi\delta$ , можно сделать вывод о том, что для приближенного соблюдения условия (8) существует, как одно из возможных, решение:

$$R_2 + R_1 = \lambda_g.$$

При этом для выполнения равенства (7) при малом значении  $p$ , а также для обеспечения возможности смены знака правой части (7) необходимо, чтобы

$$|R_2 - R_1| = \frac{\lambda_g}{4}.$$

Совмещая эти требования, можно получить одно из возможных решений задачи. Практическая реализация этого решения заключается в следующем.

На каждом из входов 1 и 2 на расстояниях  $\frac{3}{8}\lambda_g$  и  $\frac{5}{8}\lambda_g$  в трактах передачи сигналов к антенне располагают по два реактивных штыря (рис. 2).



Рис. 2

При одновременно введенных штырях А и D правая часть уравнения (7) положительна; соответственно при одновременно введенных штырях В и С – отрицательная.

При этом очевидно, что  $\theta = \pm \frac{\pi}{2} + \Delta_\theta$ , а  $\xi = 2\pi + \Delta_\xi$ , т.е. выполняются условия, обеспечивающие подавление паразитного сигнала  $b_4$ , которые в значительной мере зависят от глубины погружения штырей.

Оценивая теперь влияние только амплитудных ошибок, обратимся к тому обстоятельству, что определяемый ими паразитный сигнал, в отличие от паразитного сигнала, вызванного фазовыми ошибками, практически совпадает по фазе с сигналом в сечении 3 или сдвинут относительно него на  $180^\circ$ . В этом случае подавление паразитного сигнала достигается смещением обеих пар штырей (А и В, С и D) на  $\lambda_g/8$ .

Однако, если мост выполнен с достаточной точностью, то в любом из двух вариантов (либо фазовая, либо амплитудная ошибка) можно обойтись только парой штырей. Например, при фазовой ошибке – только А и только С. Создаваемые ими сигналы противофазны и, следовательно, можно получить в плече 4 компенсирующий сигнал любого знака, амплитуда которого определяется глубиной погружения штыря.

Наконец, если существуют и фазовая и амплитудная ошибки, то паразитный сигнал в плече 4 сдвинут по отношению к входному сигналу (плечо 3) на некоторый угол  $\varphi$ , который может принимать любые значения в пределах  $-\pi < \varphi < \pi$ . Тогда подавление паразитного сигнала достигается при расстояниях между штырями А и В, С и D, равных  $\lambda_g/8$ .

Более того, если такие пары установлены в трактах на одинаковых расстояниях R от сечений 1 и 2, то необходимый компенсирующий сигнал можно получить при любом значении R.

По самым критическим оценкам, использование предлагаемого метода увеличивает развязку между приемником и передатчиком еще как минимум на 35 дБ. Такой же порядок ослабления дает и применение непосредственно на входе приемника управляемого аттенюатора. Однако управляемый аттенюатор обеспечивает дополнительное ослабление только во время работы передатчика. Рассмотренная же методика гарантирует высокое значение ослабления (порядка 65 дБ) паразитного сигнала передатчика и в межимпульсный период. Это и является главным достоинством рассмотренного способа компенсации.

При этом следует отметить как существенный недостаток то, что в экстремальных ситуациях (например, электрический пробой в антенно-фидерном тракте) возможно начительное (на порядки) увеличение паразитного сигнала. Исходя из этого, необходимо предусмотреть меры оперативного (например, ещё до окончания зондирующего импульса) отключения возбуждения радиопередатчика и целесообразно оставить на входе приемника управляемый аттенюатор, который дополнительно блокирует приемник при излучении.

**Список литературы:** 1. *Рогожкин Е.В., Хлебников А.Н.* Методы контроля переходной характеристики антенного коммутатора радара некогерентного рассеяния // Сб. научн. тр. Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье. Харьков: ХГПУ, 1999. Вып. 7, ч.3. 2. *Рогожкин Е.В., Антонова В.А., Емельянов Л.Я.* О возможности улучшения характеристик антенных коммутаторов в радиолокаторах некогерентного рассеяния // Радиотехника. 2001. Вып. 121. 3. *Рогожкин Е.В., Емельянов Л.Я., Мозговая О.Л.* Пристрій захисту приймача. Пат. №41011А, Україна, МКІ 7НО 1Р 1/14. Заявл. 03.01.2001. Опубл. 15.08.2001. Бюл. №7. 4. *Головин В.И., Галушкин Н.Н. и др.* Радиопередающее устройство измерительного комплекса некогерентного рассеяния // Вестник ХПИ. №155. 1979. С. 45 – 50.

*Национальный технический университет  
«Харьковский политехнический институт»*

*Поступила в редколлегию 02.07.2003*

## КОМПЕНСАЦИЯ РЕГУЛЯРНЫХ ОШИБОК УГЛОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКЕ

Решение задачи электромагнитной совместимости в крупных городах является актуальной из-за наличия большого числа телекоммуникационных систем и других источников радиоизлучений. Эти источники оказывают сильное взаимное влияние друг на друга и затрудняют решение задач разрешения сигналов. При разрешении радиолокационных сигналов важно учитывать ошибки измерений, возникающие после обработки.

Образование провалов в диаграмме направленности (ДН) приемной антенны в направлении на источник помехи является основным способом оптимального разрешения сигналов [1, 2, 3]. Естественно, что образование провалов будет приводить к искажению оптимальной ДН по сравнению с согласованной, что видно, например, из рис. 1. На рис. 1 величина  $\theta$  выражена в единицах эффективной длины антенны,  $\rho(\theta)$  – нормированная величина. Величина максимума главного лепестка оптимальной ДН может уменьшаться при подавлении помехи, в результате чего ослабляется прием в направлении прихода сигнала. Искажение главного лепестка ДН приводит к смещению его максимума относительно истинного (согласованного) направления на источник сигнала.

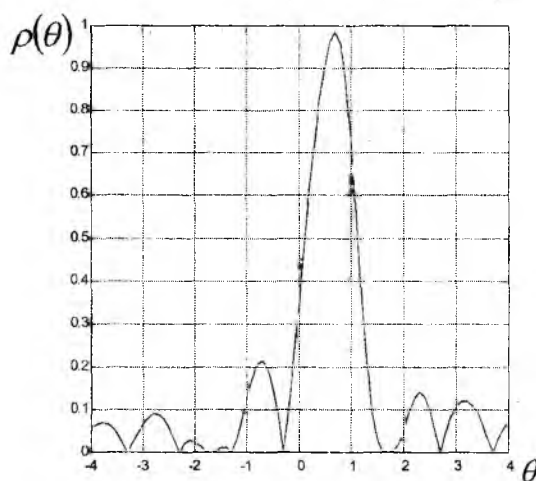


Рис. 1

Такое смещение максимума главного лепестка ДН порождает регулярную ошибку определения истинного направления на источник полезного сигнала, возникающую за счет обработки сигнала и помехи

$$\sigma_{\theta} = \hat{\theta}_{\text{согл}} - \hat{\theta}_{\text{опт}}, \quad (1)$$

где  $\hat{\theta}_{\text{согл}}$  – оценка угла прихода, определяемая по направлению максимума согласованной ДН;  $\hat{\theta}_{\text{опт}}$  – оценка угла прихода, определяемая по направлению максимума оптимальной ДН.

Для устранения причин возникновения таких ошибок предлагается сформировать симметричный провал по отношению к направлению на источник истинной помехи в оптимальной ДН, компенсирующий ее искажения.

Рассмотрим возможность компенсации угловых смещений максимума оптимальной ДН за счет формирования в ней симметричного провала. При этом будем полагать, что параметры антенны позволяют разделять принимаемые волны.

Результирующее напряжение на выходе устройства оптимальной пространственной обработки можно при этом описать с использованием полученных в [1, стр. 338] соотношений

$$\rho_{рез}(\theta) = \rho(\theta - \hat{\theta}_y) - k_1 \rho(\theta - \hat{\theta}_n) - k_2 \rho(\theta - \hat{\theta}'_n), \quad (2)$$

где  $\rho(\theta - \hat{\theta}_y)$  – ДН, согласованная с направлением прихода сигнала;  $\rho(\theta - \hat{\theta}'_n)$  – ДН, согласованная с направлением прихода мнимой помехи  $\hat{\theta}'_n$  (симметричная по отношению к ориентации ДН  $\rho(\theta - \hat{\theta}_n)$ ), при этом коэффициенты  $k_1 = k_2 = [\chi_n / (\chi_n + 1)] \rho(\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_y)$ . Направление формирования компенсирующего провала можно определить из условия

$$\hat{\theta}'_n = \hat{\theta}_n - 2(\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_y). \quad (3)$$

На рис. 2 представлена структурная схема устройства, позволяющего проиллюстрировать формирование в оптимальной ДН провала, ориентированного на источник помехи и компенсирующего ее искажения симметричного провала, ориентированного в направлении на источник мнимой помехи  $\hat{\theta}'_n$ .

Устройство состоит из  $n$ -элементной антенной решетки (АР). Для формирования в заданных направлениях ДН используется диаграммообразующая схема (ДОС). Для оценки углов прихода сигнала и помехи и для коммутации на вход блока обработки необходимых ДН используется решающее устройство (РУ). В РУ формируются и коммутируются на вход блока обработки диаграммы направленности:  $\rho(\theta - \hat{\theta}_n)$ ,  $\rho(\theta - \theta_n)$ ,  $\rho(\theta - \hat{\theta}_y)$ . Направление ориентации главного максимума  $\rho(\theta - \hat{\theta}_n)$  определяется в РУ с использованием (3). Для оценки относительной интенсивности помехи в устройстве предусмотрен измеритель мощности. При большой интенсивности помехи значением  $\chi_n$  можно пренебречь. Величины  $\rho(\hat{\theta}_n - \hat{\theta}_y)$  и  $\rho(\hat{\theta}'_n - \hat{\theta}_y)$  определяются в устройстве вычисления.

В блоке обработки первоначально осуществляется формирование провала в направлении действия истинной помехи на выходе первого устройства вычитания, а затем во втором устройстве вычитания из оптимальной ДН, определяемой как зависимость выходного напряжения от направления прихода  $\theta$ , вычитается  $\rho(\theta - \hat{\theta}_n)$  с величиной коэффициента  $k_2$ .

На рис. 3-4 представлены результаты численного анализа компенсации искажений ДН устройством, представленным на рис. 2. На этих рисунках направление  $\theta = 0$  соответствует направлению прихода сигнала. Угол  $\theta$  выражен в единицах, обратных электрическому размеру антенны. На рис. 3-а изображен случай подавления помехи, действующей по первому боковому лепестку ДН, а на рис. 3-б изображена скомпенсированная ДН, имеющая симметричные провалы. Как видно из рис. 3, при таком случае воздействия помехи искажения оптимальной ДН незначительны и формирование в ней симметричного провала приводит к ослаблению приема в направлении прихода сигнала на 10 %.

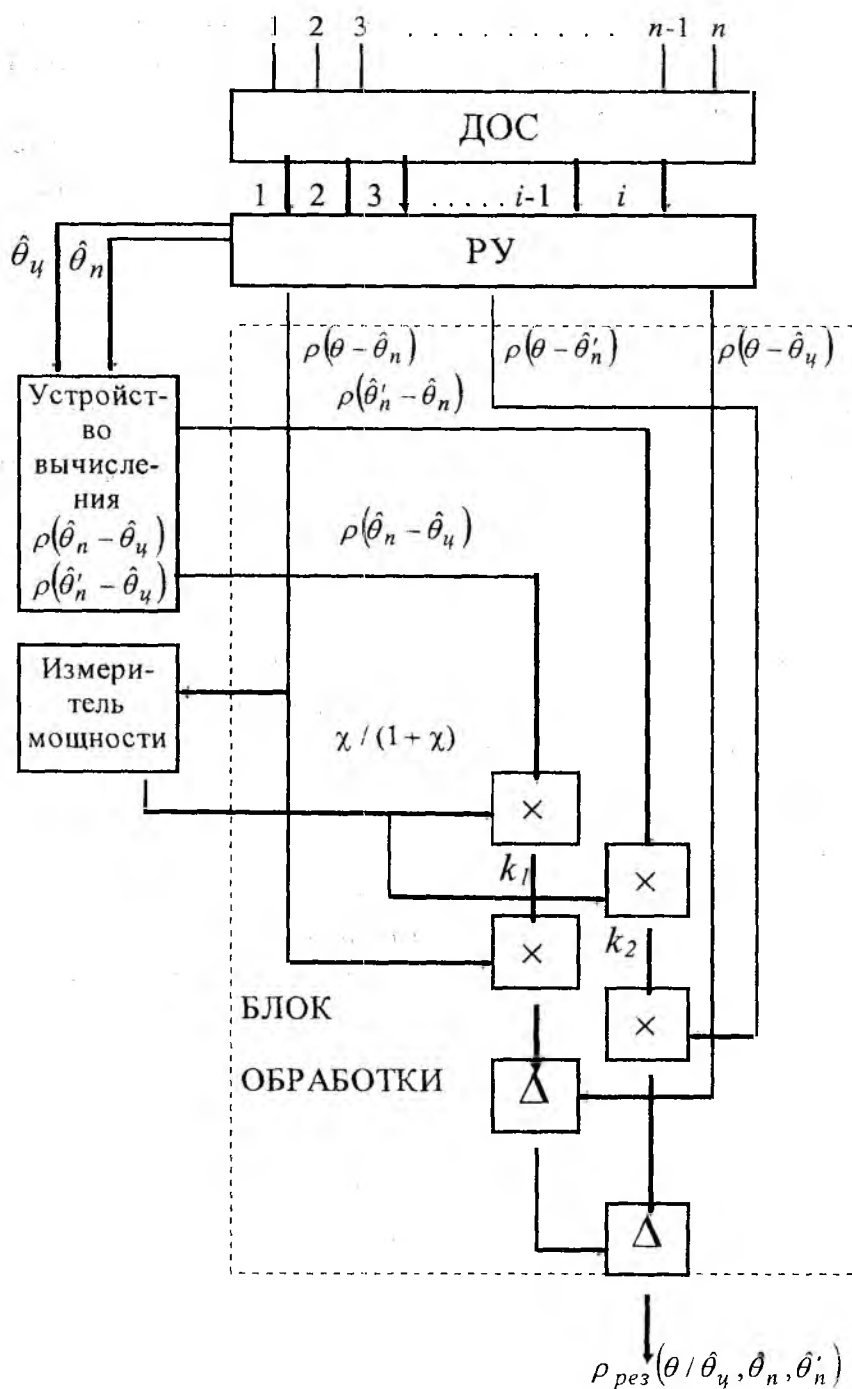
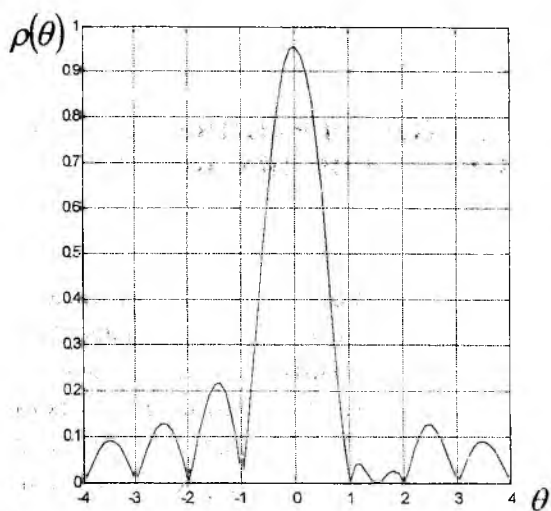
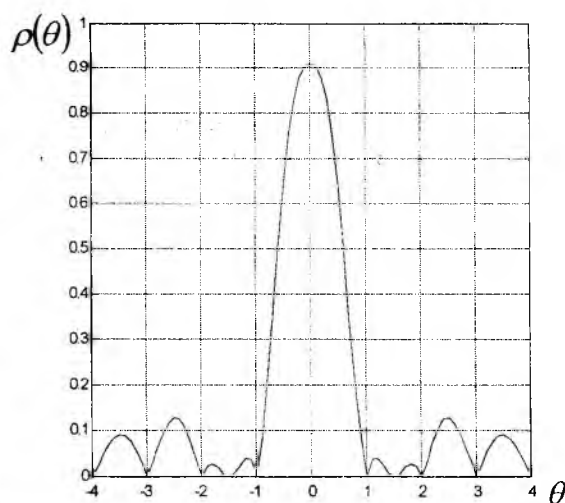


Рис. 2

На рис. 4 представлен случай воздействия помехи по главному лепестку ДН устройства обработки: а) оптимальная ДН; б) результирующая (скомпенсированная) ДН. Из рисунков видно, что формирование симметричного провала в оптимальной ДН эффективно компенсирует смещение ее главного максимума.

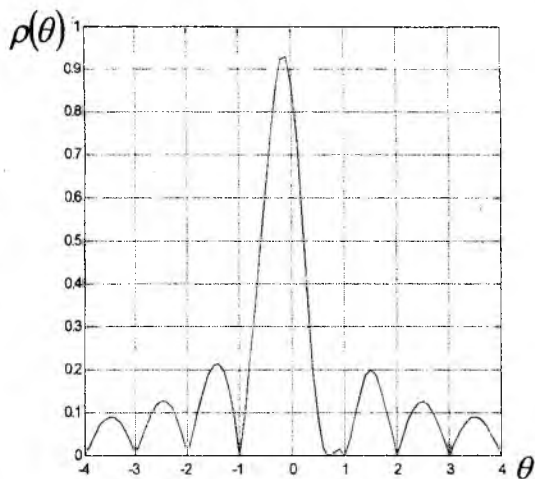


а)

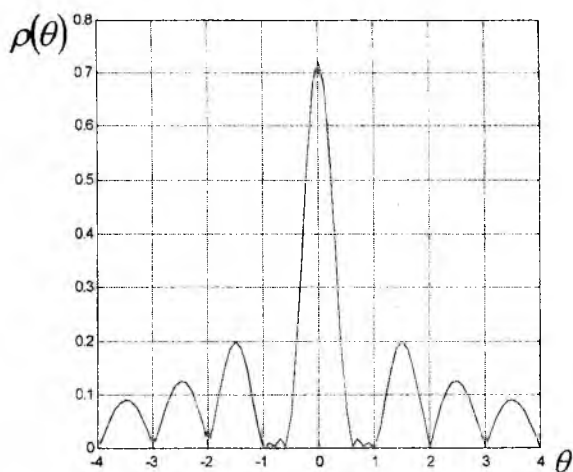


б)

Рис. 3



а)



б)

Рис. 4

Численная оценка границ применимости такого метода компенсации регулярной ошибки показывает, что эффективно его можно использовать лишь при угловом различии между источниками сигнала и помехи не менее  $\Delta\theta_s = 0,5$  ширины согласованной ДН, так как формирование симметричного провала в оптимальной ДН приводит к еще большему ослаблению приема в направлении на источник сигнала. Например, при угловом различии между источниками сигнала и помехи, равному половине ширины согласованной ДН, это ослабление составляет 75%. В этом случае ошибка измерения угла прихода волны за счет ослабления приема сигнала, выраженная в единицах ширины диаграммы направленности антенны, составляет 0,4 и превышает ошибку, обусловленную искажением ДН, составляющую 0,3.

**Список литературы:** 1. Ширман Я.Д. Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с. 2. Chin Francois, Foo S.S. An adaptive algorithm for separating and tracking multiple directional sources in linear arrays // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1992. Vol. 40, №3. Pp. 261 – 267. 3. Ширман Я.Д. и др. Справочник по радиоэлектронным системам / Под ред. Ширмана Я.Д. М.: 1998. 825 с.

Харьковская государственная  
академия городского хозяйства

Поступила в редколлегию 06.10.2003

## РАССЕЯНИЕ ГАУССОВЫХ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ ОГРАНИЧЕННОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ РЕШЕТОК ИЗ ПРОВОДЯЩИХ БРУСЬЕВ

### Введение

При решении большинства задач дифракции в качестве возбуждающих выбирают поля в виде плоских электромагнитных волн, поля же реальных источников излучения имеют пространственное распределение и могут быть охарактеризованы континуумом плоских волн с заданными направлениями распространения и величинами амплитуд – волновыми пучками. К ним относятся гауссовы пучки, у которых амплитуда в поперечной плоскости задается функцией Гаусса – Эрмита, а фазовая поверхность искривляется по мере распространения пучка. Они моделируют лазерные пучки и распределение поля собственных колебаний открытых резонаторов оптических квантовых генераторов [1, 2]. Важные в практических приложениях свойства гауссовых пучков выявлены при анализе как их распространения в изотропных и анизотропных структурах, так и при взаимодействии со слоями с отрицательными величинами вещественной части диэлектрической и магнитной проницаемостей, с решетками из идеально проводящих лент и фотонными кристаллами [3 – 8].

Особый интерес представляет задача дифракции гауссова пучка на структурах с резонансной и полосовой пространственной селекцией. Моделью таких структур является ограниченная периодическая последовательность металлodieлектрических неоднородностей. В качестве последних в работе рассматриваются частые периодические решетки из идеально проводящих брусев прямоугольного поперечного сечения. Коэффициенты отражения и прохождения для таких ограниченных последовательностей находятся по методике, изложенной в работах [9, 10].

### Постановка задачи. Метод решения

Решается задача рассеяния гауссова волнового пучка на ограниченной периодической последовательности (ОПП) в свободном пространстве. Структура однородна вдоль оси  $OX$  и образована из  $N$  одинаковых эквидистантно (с периодом  $L$ ) расположенных вдоль оси  $OZ$  частых решеток из идеально проводящих брусев прямоугольного поперечного сечения высотой  $h$  и зазором между ними  $d$ . Период решетки  $l$  намного меньше длины волны  $\lambda$  ( $l/\lambda = kl/2\pi \ll 1$ ) (рис. 1). Со стороны  $z \leq 0$  в плоскости  $ZOY$  под углом  $\theta^{in}$  к оси  $OZ$  на структуру падает либо  $E$  – ( $H_x = 0, u^{in} = E_x$ ), либо  $H$  – ( $E_x = 0, u^{in} = H_x$ ) поляризованный гауссов волновой пучок  $u^{in}(y, z)$ . Временная зависимость выбирается в виде  $\exp(-i\omega t)$ . В локальной системе координат  $y_{in}, z_{in}$   $x$  – компонента поля пучка представляется как континуальная сумма плоских волн по спектральному параметру  $\zeta$

$$u^{in} = \int_{-\infty}^{\infty} U(\zeta) \exp[i(\zeta y_{in} + \eta z_{in})] d\zeta, \quad (1)$$

где  $\zeta$  и  $\eta$  – проекции волнового вектора в этой системе;  $k^2 = \zeta^2 + \eta^2$ ,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $U(\zeta) = \exp(-w^2\zeta^2/4) H_n(\zeta w/\sqrt{2})$  – спектральная плотность пучка в плоскости  $z_{in} = 0$ ;  $H_n$  – полином Эрмита  $n$  – й степени;  $w$  – полуширина гауссова пучка. Пучок предполагается хорошо определенным, т.е.  $kw \gg 2\pi$ .

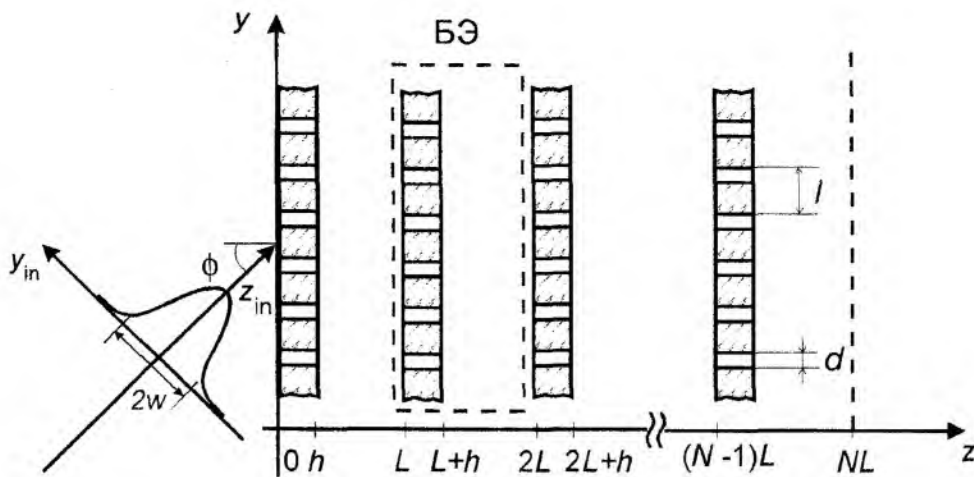


Рис. 1

Учитывая, что

$$y_{in} = y \cos \theta_{in} - z \sin \theta_{in}; \quad z_{in} = y \sin \theta_{in} + z \cos \theta_{in},$$

поле пучка в основной системе координат описывается следующим образом:

$$u^{in} = \int_{-\infty}^{\infty} U(\zeta) \exp[i(\alpha y + \gamma z)] d\zeta, \quad (2)$$

где проекции волновых векторов на оси  $OY$  и  $OZ$  соответственно равны

$$\alpha = \zeta \cos \theta_{in} + \eta \sin \theta_{in}; \quad \gamma = -\zeta \sin \theta_{in} + \eta \cos \theta_{in}.$$

При таком представлении возбуждающего поля отраженное и прошедшее поля имеют вид

$$u^r = \int_{-\infty}^{\infty} R^s(\alpha) U(\zeta) \exp[i(\alpha y - \gamma z)] d\zeta, \quad (3)$$

$$u^t = \int_{-\infty}^{\infty} T^s(\alpha) U(\zeta) \exp[i(\alpha y + \gamma(z - NL))] d\zeta,$$

где  $R^s(\alpha)$  и  $T^s(\alpha)$  – комплексные коэффициенты отражения (КО) и прохождения (КП) парциальной плоской волны ( $s = e, h$ ).

Поля рассеяния плоской монохроматической волны от ОПП определялись в длинноволновой области ( $kl/2\pi \ll 1$ ) отдельно для  $E$  – и  $H$  – поляризованного ( $s = e, h$ ) волнового пучка. Эквивалентная схема повторяющегося базового элемента (БЭ) (решетка с прилегающей к ней областью) представлялась четырехполюсником, а ОПП – их каскадным соединением. Амплитуды полей на входе и выходе всей структуры связаны через  $N$  – ю степень матрицы передачи (МП) БЭ ( $T = \{t_{mn}\}$ ) [9, 10]:

$$\begin{pmatrix} A_0^s \\ B_0^s \end{pmatrix} = T_s^N \begin{pmatrix} A_N^s \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11}^s P_N(X) - P_{N-1}(X) & t_{12}^s P_N(X) \\ t_{21}^s P_N(X) & t_{22}^s P_N(X) - P_{N-1}(X) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_N^s \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Здесь  $P_N(X) = (\xi^N - \xi^{-N}) / (\xi - \xi^{-1})$  – полиномы Могина,  $\xi^{\pm 1} = X \pm \sqrt{X^2 - 1}$  – корни характеристического уравнения МП БЭ,  $X^s = (t_{11}^s + t_{22}^s) / 2$ . Отсюда следуют значения коэффициентов отражения ( $R^s = B_0^s / A_0^s$ ) и прохождения ( $T^s = A_N^s / A_0^s$ ):

$$R^s = t_{21} P_N(X) / [t_{11} P_N(X) - P_{N-1}(X)]; \quad T^s = 1 / [t_{11} P_N(X) - P_{N-1}(X)]. \quad (5)$$

Алгоритм расчета по этим формулам не зависит от типа возбуждающего поля, характера рассеяния волн БЭ, его структуры и их числа в ОПП. Особенности последней проявляются в коэффициентах МП БЭ.

Запишем поля вне структуры ( $z \leq 0, z \geq NL$ ) и в областях между решетками ( $((j-1)L + h \leq z \leq jL, j = 1, 2, \dots, N-1)$ ) через  $x$  – компоненты векторов напряженности:

$$E_{xj}(H_{xj}) = \sqrt{k/\gamma}(\sqrt{\gamma/k})\{A_j^{e(h)}e^{i\gamma(z-jL)} + (1-\delta_N^j)B_j^{e(h)}e^{-i\gamma(z-jL)}\}e^{i\alpha y}, \quad j = 0, 1 \dots N,$$

где  $\delta_N^j$  – символ Кронекера. Применяя эквивалентные граничные условия [12]

$$\begin{aligned} E_{x2} + E_{x1} &= -ikl_0(H_{y2} - H_{y1}), & H_{x2} - H_{x1} &= ikl_1(E_{y2} + E_{y1}), \\ E_{x2} - E_{x1} &= -ikl_2(H_{y2} + H_{y1}), & E_{y2} - E_{y1} &= -ikp(H_{x2} + H_{x1}) + il_2\partial(E_{z2} + E_{z1})/\partial y, \end{aligned}$$

находим МП БЭ для  $E$  – и  $H$  – поляризованных волн:

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{1}{L_0 + L_2} \begin{pmatrix} -(1-L_0)(1+L_2)e_L^- & -(1+L_0L_2)e_L^+e_c^- \\ (1+L_0L_2)e_L^-e_c^+ & (1+L_0)(1-L_2)e_L^+ \end{pmatrix}, \\ T_h &= \frac{1}{\gamma + L_1L_p} \begin{pmatrix} (1-L_1)(\gamma + L_p)e_L^- & (L_1\gamma + L_p)e_L^+e_c^- \\ -(L_1\gamma + L_p)e_L^-e_c^+ & (1+L_1)(\gamma - L_p)e_L^+ \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{6}$$

где  $L_j = i\gamma l_j$ ;  $L_p = i(k^2p - \alpha^2l_2)$ ;  $p = \pi\delta(1-\theta)$ ;  $e_c^\pm = \exp(\pm il\gamma\delta)$ ;  $e_L^\pm = \exp(\pm i\gamma L)$ ;  $\delta = h/l$ ;  $\theta = d/l$ . Значения коэффициентов  $l_j$  приведены в [12].

### Численные результаты и их анализ

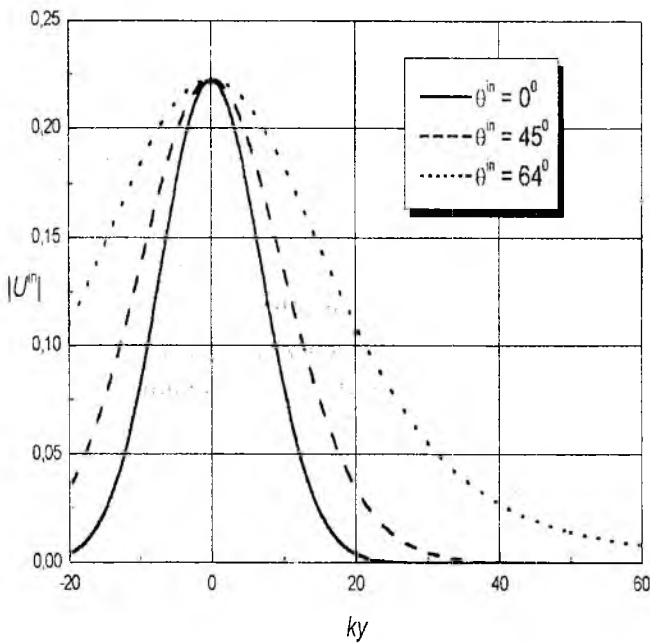


Рис. 2

Ограничимся анализом полей дифракции гауссового волнового пучка с полиномами Эрмита нулевой ( $n = 0$ ) степени (рис. 2. Распределение  $|u^n|$  вдоль границы раздела ( $z = 0$ ) для падающего гауссового волнового пучка;  $kl = 0.6$ ,  $kw = 10$ ,  $N = 1$ ,  $\theta = 0.7$ ,  $\delta = 0.3$ ). В рассеянном пучке отмечен ряд таких явлений, как искажение его формы, расщепление на несколько пучков, боковое смещение оси пучка и др. Эти явления непосредственно связаны с угловой зависимостью фазы и модуля КО (КП) изолированных решеток (рис. 3. Угловые зависимости  $|R|$  для  $E$  – и  $H$  – поляризованной плоской монохроматической волны;  $kl = 0.6$ ,  $L/l = 10$ ,  $\theta = 0.7$ ,  $\delta = 0.3$ ). Зазор  $\theta$  между металлическими брусками в решетке играет роль волноведущего канала. Ввиду его критического размера для  $E$  – поляризованной волны

в длинноволновом диапазоне ( $kl/2\pi \ll 1$ ) решетка ее практически полностью отражает. В этом случае ( $N = 1$ ) модуль КО слабо зависит от угла падения и близок к единице. Поэтому,

следуя [11], поле отраженного пучка  $E$  – поляризованных волн можно представить в виде

$$u^r(y, z) = \exp\{i\Phi^e(\alpha_0)y\} R^e(\alpha_0) \int_{-\infty}^{\infty} U(\zeta) \exp\{i[(\alpha - \alpha_0)(y + \Delta^e) - \gamma z]\} d\zeta,$$

где  $\alpha_0 = k \sin \theta^{in}$ ;  $\gamma_0 = k \cos \theta^{in}$ ;  $\Phi^e(\alpha_0)$  – фаза КО парциальной волны, падающей под углом  $\theta^{in}$ . Смещение пучка вдоль границы освещенной поверхности решетки равно

$$\Delta = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0} = \frac{(l_0 - l_2)(1 - \gamma_0^2 l_0 l_2)}{(1 + \gamma_0^2 l_0^2)(1 + \gamma_0^2 l_2^2)} \operatorname{tg} \theta^{in}. \quad (7)$$

Здесь, учтено, что  $\Phi(\alpha) = \arctg[\gamma(l_0 - l_2)/(1 + \gamma^2 l_0 l_2)]$  (рис. 4а. Распределение  $|u^r|$  вдоль границы раздела ( $z = 0$ ) одной решетки для отраженного гауссового волнового пучка, а)  $E$  – б)  $H$  – поляризация;  $kl = 0.6$ ,  $kw = 10$ ,  $L/l = 10$ ,  $N = 5$ ,  $\theta = 0.7$ ,  $\delta = 0.3$ ). Для частного случая решетки из бесконечно тонких лент “жалюзи” (7) приводится к виду

$$\Delta^e = -\frac{l \ln[\operatorname{sh}(\pi\delta/2) \operatorname{ch}(\pi\delta/2)] [\pi^2 + \gamma_0^2 l^2 \ln \operatorname{sh}(\pi\delta/2) \ln \operatorname{ch}(\pi\delta/2)]}{\pi [\pi^2 + \gamma_0^2 l^2 \ln^2 \operatorname{sh}(\pi\delta/2)] [\pi^2 + \gamma_0^2 l^2 \ln^2 \operatorname{ch}(\pi\delta/2)]} \operatorname{tg} \theta^{in}.$$

Решетка слабо отражает волны ортогональной поляризации и становится резонансно прозрачной при их определенном угле падения (эффект Малюжинца). Когда угол падения  $\theta^{in}$  близок к этому углу, пучок расщепляется на два со значительным ослаблением интенсивности (рис. 4б). При этом ослабление пропорционально модулю КО.

Параметрические (в том числе угловые) зависимости коэффициентов рассеяния плоских монохроматических волн от ограниченных периодических последовательностей ( $N > 1$ ) имеют вид чередующихся областей с высоким (зоны квазизапираания) и низким (зоны квазипрозрачности) средним уровнем отражения. Уровень отражения для волн ортогональных поляризаций в заданном диапазоне изменения параметров имеет альтернативный характер (рис. 3). В зонах квазипрозрачности существуют  $N - 1$  мелкомасштабных осцилляций, минимальное значение амплитуды которых равно нулю. Чем выше отражательная способность решетки, тем шире зоны квазизапираания. Отмеченные свойства структуры влияют на характеристики рассеянного пучка, это наглядно видно при разных его ширине ( $\sim w$ ) и углах падения  $\theta^{in}$ . В случае нормального падения  $\theta^{in} = 0$  уменьшается интенсивность и увеличивается ширина пучка (рис. 5. Распределение  $|u^r|$  вдоль границы раздела ( $z = 0$ ) ОПП для отраженного гауссового волнового пучка, а)  $E$  – б)  $H$  – поляризация;  $kl = 0.6$ ,  $kw = 10$ ,  $L/l = 10$ ,  $N = 5$ ,  $\theta = 0.7$ ,  $\delta = 0.3$ ). С изменением угла падения отраженный пучок смещается вдоль границы, что связано с более сильным угловым изменением фазы рассеянного поля. На углах, близких к углам полного прохождения парциальной плоской волны, происходит “расщепление” пучка.

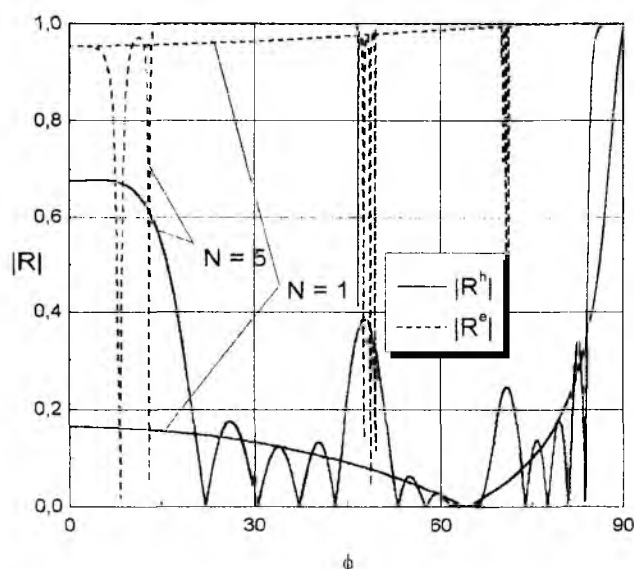


Рис. 3

С увеличением ширины пучка искажения сглаживаются. Этот эффект справедлив как для  $E$  – , так и для  $H$  – поляризованных волн.

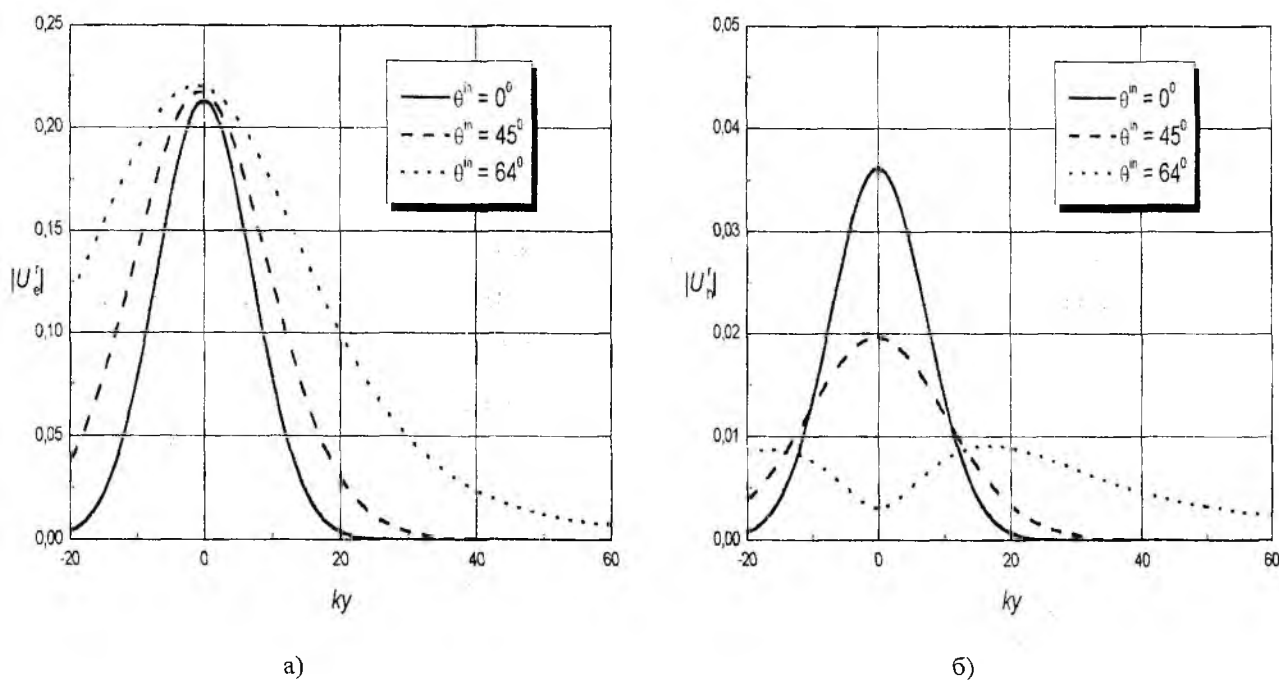


Рис. 4

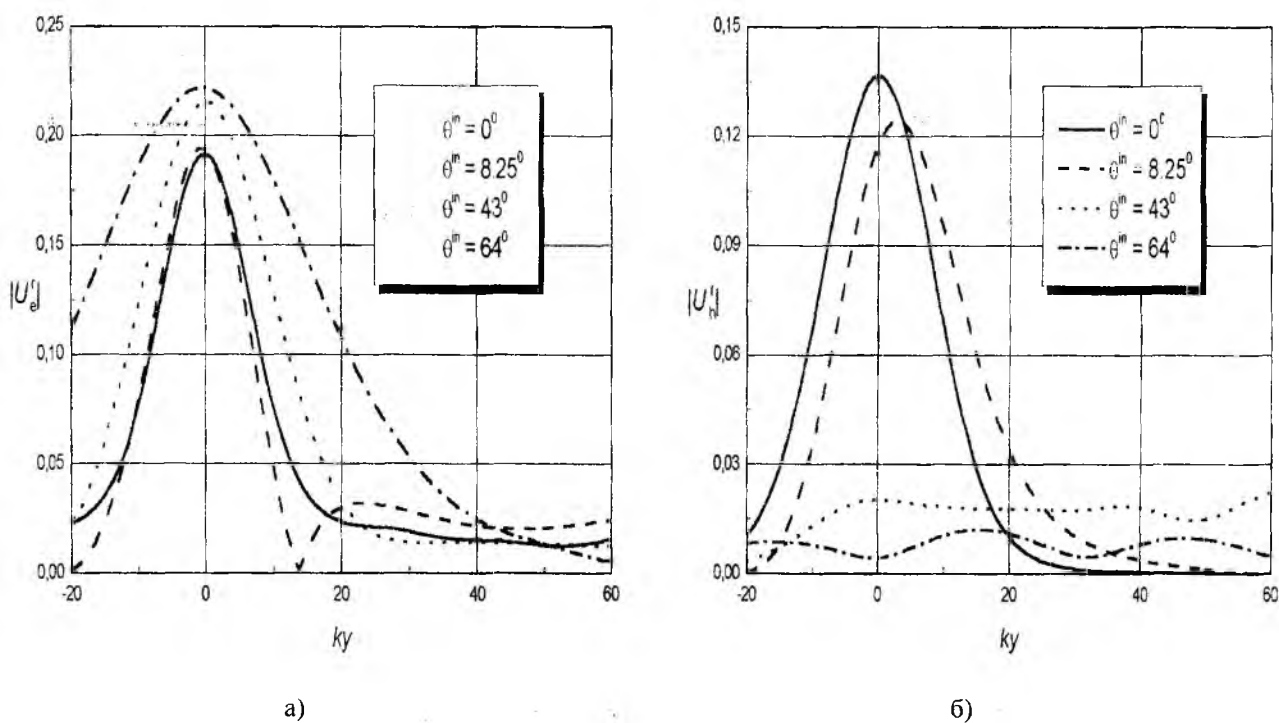


Рис. 5

Угловые зависимости среднего уровня КО плоских монохроматических волн от ОПП и отношений отраженного пучка к падающему практически совпадают (рис. 6. Зависимость отношения отраженного поля к падающему от угла падения для гауссового волнового пучка).

Таким образом, характеристики структуры существенно влияют на форму и параметры отраженного (прошедшего) волнового пучка. Поскольку структура пучка сохраняется при строго определенных соотношениях между длиной падающей волны и параметрами решетки, то такую последовательность можно использовать для построения как систем селекции по поляризации волновых пучков, так и частотных и угловых дискриминаторов.

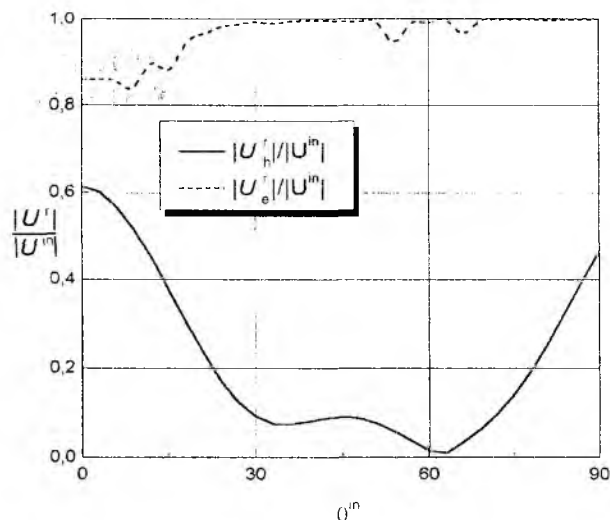


Рис. 6

**Список литературы:** 1. Шестопалов В.П. Дифракционная электроника. Харьков: ХГУ, 1976. 232 с. 2. Гончаренко А.М. Гауссовы пучки света. Минск: Наука и техника, 1977. 144 с. 3. Шульга С.Н. Двумерная задача рассеяния волнового пучка на анизотропном полупространстве с анизотропным включением // Оптика и спектроскопия. 1999, Т.87, №3. С. 503 – 509. 4. Сысов А.С. Волновые пучки дифракционного излучения // Автореф. дисс. канд. физ.-мат. наук / Харьков. гос. ун-т. Харьков, 1973. 15 с. 5. Lakhtakia A. On Planewave Remittances and Goos-Hanchen Shifts of Planar Slabs with Negative Real Permittivity and Permeability // Electromagnetics. 2003. P. 71 – 75. 6. Третьякова С.С., Третьяков О.А., Шестопалов В.П. Дифракция волновых пучков на плоских периодических структурах // Радиотехника и электроника. 1972. №7. С. 1366 – 1373. 7. Теоретическое и экспериментальное исследование дифракции двумерных волновых пучков на решетке из прямоугольных брусьев / Иванченко Д.Д., Колчигин Н.Н. и др. Харьков. 1981. 49 с. (препр. / ИРЭ АН УССР; №172.). 8. Pelosi G., Cocchi A., Monorchio A. A hybrid FEM – Based procedure for the scattering from photonic crystals illuminated by a Gaussian beam // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2002. – vol. 48, №6. – P. 973 – 979. 9. Казанский В.Б., Подлозный В.В. Многоканальный высокочастотный частотный и пространственный селектор поля // Вісн. Харків. ун-ту. 1999. №427. С. 98 – 101. 10. Казанский В.Б., Подлозный В.В. Исследование периодических ограниченных структур с использованием полиномов Могина // Доповіді НАН України. 1998, №3. С. 86 – 91. 11. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Физматгиз, 1957. 502 с. 12. Нефедов Е.И., Сивов А.Н. Электродинамика периодических структур. М.: Наука, 1977. 209 с.

Харьковский национальный  
университет им. В.Н. Каразина

Поступила в редколлегию 29.04.2003

# ЧИСЛОВОЙ РЯД ФИБОНАЧЧИ И РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СИСТЕМОЙ ПЛОСКИХ ОДНОСЛОЙНЫХ РЕШЕТОК РЕЗОНАНСНЫХ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СФЕР

## Введение

Крупнейший математик эпохи средневековья Леонардо из Пизы по прозвищу Фибоначчи написал в 1202 году трактат «Liber abaci», в котором приведен числовой ряд 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, ... . Этот ряд в честь автора называли рядом Фибоначчи, а его члены – числами Фибоначчи. Математик Бине вывел формулу

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right], \quad (1)$$

с помощью которой любое число Фибоначчи можно определить непосредственно как некоторую функцию его натурального номера  $n=1, 2, 3 \dots$  [1]. Отношение чисел Фибоначчи с номерами  $n+1$  и  $n$  имеет значение «золотого сечения»  $\sim 1,618$ .

В математике, естественнонаучных и технических дисциплинах существует постоянное внимание к числам Фибоначчи. Представляется интересным исследовать некоторые электродинамические структуры, которые можно подчинить ряду Фибоначчи.

Целью работы является решение задачи о рассеянии электромагнитных волн системой плоских однослойных решеток, построенных из малых однородных резонансных магнитодиэлектрических сфер, пространственное распределение которых подчинено числовому ряду Фибоначчи. В данной задаче длина рассеиваемой волны может быть соизмерима с постоянными решетки, что позволяет учесть влияние решеточных структурных резонансов электромагнитного взаимодействия сфер на внутренние резонансы сфер решетки. Это решение описывает области аномальной дисперсии решеток.

## Постановка и решение задачи

Рассмотрим в декартовой системе координат порождающее пространственную систему простых плоских однослойных решеток координатное представление вида, рис. 1,

$$\begin{aligned} x_{p,s} &= [s - \{(-1)^s - 1\}0.5]d - (-1)^{s-1}x_{p,s=0} \quad \left( s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \left[ \frac{1}{\sqrt{5}} (\alpha^{|t|+1} - \beta^{|t|+1}) - 1 \right] \right), \\ y_{p,t} &= [t - \{(-1)^t - 1\}0.5]h - (-1)^{t-1}y_{p,t=0} \quad (t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \\ z_p &= z_0 + l_p = z_0 + pl \quad (p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\alpha = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$ ,  $\beta = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$ ,  $|t|+1 = n$ ; величины  $d, h$  определяются условиями  $x = 0, x = d; y = 0, y = h$ , а  $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$  – координаты порождающих решетку узлов и находящихся внутри области

$$\begin{aligned} 0 &\leq x_{p,s=0} \leq d, \\ 0 &\leq y_{p,t=0} \leq h, \\ -z &< z_p < z. \end{aligned} \quad (3)$$

Координаты  $x_{p,s}, y_{p,t}, z_p$  – определяют положение узлов вне пределов области (3) и являются функциями значений координат  $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$ . В координатное представление (2)

можно ввести зависимость от времени, если координаты узлов  $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$  внутри области (3) считать некоторыми функциями времени. Каждому узлу решеток (2) сопоставляется упорядоченная тройка чисел  $c = (p, s, t)$ , выделенный узел решеток будем обозначать  $c' = (p', s', t')$ .

Значение индекса  $p$  определяет номер простой плоской решетки, рис. 2, а значения индексов  $s, t$  задают положение узла  $p$ -й простой плоской решетки. Нужный тип элементарной ячейки сложной плоской однослойной решетки формируют из  $p$  порождающих простые плоские решетки узлов внутри области (3), которую повторит за пределами области (3) координатное представление (2) в виде определенной сложной плоской однослойной решетки.

Задавая максимальные значения чисел  $p, s, t$ , можно рассматривать конечные и бесконечные решетки. Числа Фибоначчи определяют число узлов вдоль оси  $x$  (2) для заданной точки  $(p, s = 0, t)$ .

На рис. 2 представлена система простых плоских однослойных решеток, когда порождающий узел решетки находится в центре области (3), для случая  $p=1, 2, 3$  и с распределением узлов вдоль оси  $x$ , подчиняющимся числам Фибоначчи 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. Каждой тройке чисел  $(p, s = 0, t)$  плоскости  $y_{p,t}, z_p$  ставится в соответствие определенное число Фибоначчи, например, точке  $(p = 1, s = 0, t = -4)$  – число 5, а точке  $(p = 3, s = 0, t = 7)$  – число 21.

Между тройкой чисел  $(p, s = 0, t)$  плоскости  $y_{p,t}, z_p$  и числом Фибоначчи существует связь, определяемая функцией (1)

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \left( \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{|t|+1} - \left( \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{|t|+1} \right].$$

Отсюда числа  $s$ , определяющие координаты узлов вдоль оси  $x$  (2), задаются последовательностью

$$0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm \left[ \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \alpha^{|t|+1} - \beta^{|t|+1} \right) - 1 \right],$$

где  $|t| = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ .

Если изменять координаты узлов, находящихся в пределах области (3), то, в соответствии с координатным представлением (2), положения узлов решеток вне области (3) будут также соответствующим образом смещаться, что позволяет перестраивать пространственную конфигурацию решеток.

Полагаем, что в узлы решеток (2) помещаются центры  $N = \sum_p N_p$  малых однородных резонансных магнитодиэлектрических сфер с проницаемостями  $\epsilon_c, \mu_c$  и радиусами  $a_c (c \in N)$ , где  $N_p$  – число сфер  $p$ -й плоской решетки. Проницаемости заполнения пространства вне сфер –  $\epsilon_0, \mu_0$ .

Поля будем записывать в виде  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{i\omega t}$ ,  $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$ .

Расстояние между центрами сфер  $c$  и  $c'$  представим (2)

$$r_{cc'} = \sqrt{(x_{p',s'} - x_{p,s})^2 + (y_{p',t'} - y_{p,t})^2 + (z_{p'} - z_p)^2}. \quad (4)$$

Считаем, что вне сфер  $a_c/\lambda \ll 1$ , но внутри сфер возможен резонансный случай  $a_c/\lambda_g \sim 1$ , где  $\lambda$  – длина волны вне сферы, а  $\lambda_g$  – длина волны в сфере.

Для решения задачи используем интегральные уравнения [3] и решать ее будем в два этапа. На первом этапе найдем внутреннее поле рассеивающих сфер, а на втором найдем поле, рассеянное системой решеток сфер.

Рассеянное поле по известному внутреннему полю рассеивателей определим через электрический  $\vec{\Pi}^{\mathcal{E}}$  и магнитный  $\vec{\Pi}^{\mathcal{M}}$  потенциалы Герца решетки

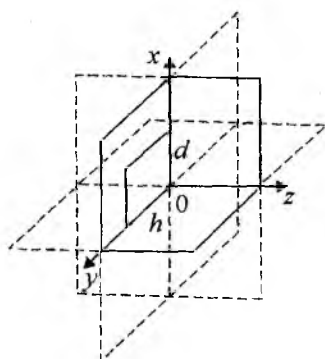


Рис. 1

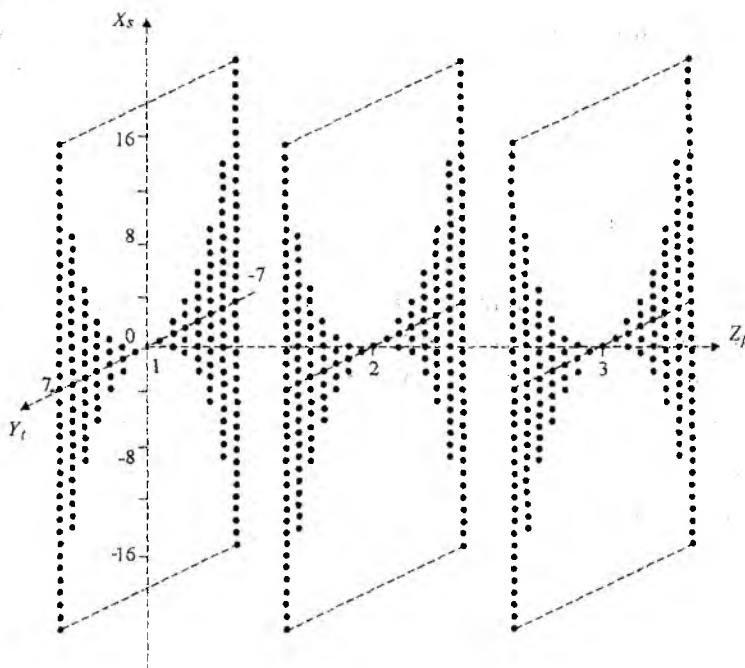


Рис. 2

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\text{расс}} &= (\nabla\nabla + k^2 \epsilon_0 \mu_0) \vec{\Pi}^{\mathcal{E}} - ik\mu_0 [\nabla, \vec{\Pi}^{\mathcal{M}}], \\ \vec{H}_{\text{расс}} &= (\nabla\nabla + k^2 \epsilon_0 \mu_0) \vec{\Pi}^{\mathcal{M}} + ik\epsilon_0 [\nabla, \vec{\Pi}^{\mathcal{E}}].\end{aligned}\quad (5)$$

Потенциалы Герца рассеянного поля отдельными сферами имеют вид

$$\begin{aligned}\vec{\Pi}_c^{\mathcal{E}} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_c} \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - 1 \right) \vec{E}_c^0(\vec{r}') f_c(|\vec{r} - \vec{r}'|) dV, \\ \vec{\Pi}_c^{\mathcal{M}} &= \frac{1}{4\pi} \int_{V_c} \left( \frac{\mu_c}{\mu_0} - 1 \right) \vec{H}_c^0(\vec{r}') f_c(|\vec{r} - \vec{r}'|) dV,\end{aligned}\quad (6)$$

где  $f_c(|\vec{r} - \vec{r}'|)$  является решением уравнения

$$\Delta f(|\vec{r} - \vec{r}'|) + k^2 \epsilon_0 \mu_0 f(|\vec{r} - \vec{r}'|) = -4\pi \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|),$$

удовлетворяющего условию излучения на бесконечности, и имеет вид

$$f(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \frac{e^{-ik\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (7)$$

а  $\vec{E}_c^0(\vec{r}')$ ,  $\vec{H}_c^0(\vec{r}')$  – внутренние поля рассеивателей,  $V_c$  – объем рассеивателей.

Если учесть, что для внешних точек сферы ( $r > r'$ ) интеграл по объему сферы от функции Грина для свободного пространства (7) имеет вид

$$W(\vec{r}) = \int_{V_c} \frac{e^{-ik\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV = \frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \frac{e^{-ik_1 r}}{r}, \quad (8)$$

где  $k_1 = k\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $r$  – расстояние от центра до внешних точек сферы, то можно построить уравнения для внутренних полей  $c'$  сферы, используя результаты, полученные в [4], в виде

$$\begin{aligned}\bar{E}_{0(p',s',t')}(\vec{r}',t) &= \frac{(\varepsilon_{c'\varepsilon\phi} + 2\varepsilon_0) + \theta_{1c'}^2 \varepsilon_{c'\varepsilon\phi} + i\theta_{1c'}(\varepsilon_{c'\varepsilon\phi} + 2\varepsilon_0)}{3\varepsilon_0 e^{i\theta_{1c'}}} \bar{E}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) - \\ &- \sum_p \sum_s \sum_t \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \varepsilon_0 \mu_0) \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_{c'\varepsilon\phi}}{\varepsilon_0} - 1 \right) W_{cc'}^{\varepsilon}(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) - \right. \\ & (p,s,t) \neq (p',s',t') \\ & \left. - ik\mu_0 \left[ \nabla, \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\mu_{c\varepsilon\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{cc'}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \right\}, \\ \bar{H}_{0(p',s',t')}(\vec{r}',t) &= \frac{(\mu_{c'\varepsilon\phi} + 2\mu_0) + \theta_{1c'}^2 \mu_{c'\varepsilon\phi} + i\theta_{1c'}(\mu_{c'\varepsilon\phi} + 2\mu_0)}{3\mu_0 e^{i\theta_{1c'}}} \bar{H}_{(p',s',t')}^0(\vec{r}',t) - \\ &- \sum_p \sum_s \sum_t \left\{ (\nabla\nabla + k^2 \varepsilon_0 \mu_0) \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\mu_{c\varepsilon\phi}}{\mu_0} - 1 \right) W_{cc'}^M(\vec{r}) \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) + \right. \\ & (p,s,t) \neq (p',s',t') \\ & \left. + ik\varepsilon_0 \left[ \nabla, \frac{1}{4\pi} \left( \frac{\varepsilon_{c\varepsilon\phi}}{\varepsilon_0} - 1 \right) W_{cc'}^{\varepsilon}(\vec{r}) \bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t) \right] \right\},\end{aligned}\tag{9}$$

где  $\bar{E}_{0(p',s',t')}(\vec{r}',t)$ ,  $\bar{H}_{0(p',s',t')}(\vec{r}',t)$  и  $\bar{E}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t)$ ,  $\bar{H}_{(p,s,t)}^0(\vec{r}',t)$  – поле падающей волны в сфере и внутреннее поле сфер соответственно,  $\theta_{1c'}^2 = k^2 a_c^2 \varepsilon_0 \mu_0$ .

Величины  $W_{cc'}^{\varepsilon}(\vec{r})$ ,  $W_{cc'}^M(\vec{r})$  имеют вид (4), (8), (9)

$$\begin{aligned}W_{cc'}^{\varepsilon}(\vec{r}) &= \frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \frac{e^{-ik_1 r_{cc'}}}{r_{cc'}}, \\ W_{cc'}^M(\vec{r}) &= -\frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \frac{e^{-ik_1 r_{cc'}}}{r_{cc'}},\end{aligned}\tag{10}$$

а величины  $\varepsilon_{c\varepsilon\phi}$ ,  $\mu_{c\varepsilon\phi}$  представим как [2, 4, 5]

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c\varepsilon\phi} &= \varepsilon_c F(ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}), \\ \mu_{c\varepsilon\phi} &= \mu_c F(ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}),\end{aligned}\tag{11}$$

$$\text{где } F(ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}) = \frac{2(\sin ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} - ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \cos ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c})}{(k^2 a_c^2 \varepsilon_c \mu_c - 1) \sin ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} + ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c} \cos ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}}.$$

На рис. 3 представлены особенности поведения  $\text{Re} F(\theta)$  (сплошная кривая) и  $\text{Im} F(\theta)$  (пунктирная кривая) в зависимости от  $\text{Re} \theta$  при разных значениях тангенса угла диэлектри-

ческих потерь  $\operatorname{tg} \delta_\varepsilon$  (1 кривая –  $\operatorname{tg} \delta_\varepsilon = 0$ ; 2 кривая –  $\operatorname{tg} \delta_\varepsilon = 0,05$ ; 3 кривая –  $\operatorname{tg} \delta_\varepsilon = 0,1$ ) и  $\mu_c = 1$ , здесь  $\theta = ka_c \sqrt{\varepsilon_c \mu_c}$ .

Первые слагаемые справа в уравнениях (9) связаны с внутренним полем выделенной сферы, а вторые слагаемые учитывают влияние на выделенную сферу всех остальных сфер.

Для определения внутреннего поля имеем алгебраическую систему  $2N$  векторных неоднородных уравнений (9) или же для  $x-, y-, z$ -составляющих  $6N$  уравнений с  $6N$  неизвестными.

В основной матрице алгебраической системы уравнений (9) содержатся сведения об особенностях электромагнитного взаимодействия между сферами решеток рассматриваемого типа.

Решение системы уравнений (9) для сферы  $c'$  имеет вид:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{(p',s',t')}^0(\bar{r}',t) &= \frac{1}{\Delta^{\text{эм}}_c} \sum_c (\hat{g}_c^{\text{эс}'} \bar{E}_{0(p,s,t)}(\bar{r}',t) + \hat{\beta}_c^{\text{эс}'} \bar{H}_{0(p,s,t)}(\bar{r}',t)), \\ \bar{H}_{(p',s',t')}^0(\bar{r}',t) &= \frac{1}{\Delta^{\text{эм}}_c} \sum_c (\hat{\beta}_c^{\text{мс}'} \bar{H}_{0(p,s,t)}(\bar{r}',t) + \hat{g}_c^{\text{мс}'} \bar{E}_{0(p,s,t)}(\bar{r}',t)),\end{aligned}\quad (12)$$

где  $\Delta^{\text{эм}}$  – детерминант основной матрицы системы уравнений (9).

Если предположить, что у всех сфер с одинаковым индексом  $p$  внутреннее поле равно, например, внутреннему полю сферы  $(p, s = 0, t = 0)$ , то систему уравнений (9) можно свести к системе  $2(|p|+1)$  уравнений. В случае, когда все сферы решетки одинаковы и можно предположить, что и внутренние поля сфер одинаковы, то систему уравнений (9) можно свести к двум векторным неоднородным уравнениям [4].

Если электромагнитным взаимодействием между сферами решетки можно пренебречь, то выражения для внутреннего поля произвольной сферы решетки (12) будут иметь вид

$$\begin{aligned}\bar{E}_{(p,s,t)}^0(\bar{r}',t) &= \frac{3\varepsilon_0 e^{i\theta_{1c}}}{(\varepsilon_{c\text{эф}} + 2\varepsilon_0) + \theta_{1c}^2 \varepsilon_{c\text{эф}} + i\theta_{1c}(\varepsilon_{c\text{эф}} + 2\varepsilon_0)} \bar{E}_{0(p,s,t)}(\bar{r}',t), \\ \bar{H}_{(p,s,t)}^0(\bar{r}',t) &= \frac{3\mu_0 e^{i\theta_{1c}}}{(\mu_{c\text{эф}} + 2\mu_0) + \theta_{1c}^2 \mu_{c\text{эф}} + i\theta_{1c}(\mu_{c\text{эф}} + 2\mu_0)} \bar{H}_{0(p,s,t)}(\bar{r}',t).\end{aligned}$$

Потенциалы Герца  $\bar{\Pi}^{\text{э}}$  и  $\bar{\Pi}^{\text{м}}$  рассеянного системой плоских решеток поля по известному внутреннему полю (12) отдельных рассеивателей представим в виде суперпозиции потенциалов Герца отдельных сфер решеток (6) как

$$\begin{aligned}\bar{\Pi}^{\text{э}}(\bar{r},t) &= \sum_p \sum_s \sum_t \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \left( \frac{\varepsilon_{c\text{эф}}}{\varepsilon_0} - 1 \right) \bar{E}_c^0(\bar{r}',t) \frac{e^{-ik_1 r_{(p,s,t)}}}{r_{(p,s,t)}}, \\ \bar{\Pi}^{\text{м}}(\bar{r},t) &= - \sum_p \sum_s \sum_t \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \left( \frac{\mu_{c\text{эф}}}{\mu_0} - 1 \right) \bar{H}_c^0(\bar{r}',t) \frac{e^{-ik_1 r_{(p,s,t)}}}{r_{(p,s,t)}}.\end{aligned}\quad (13)$$

В выражениях (13)

$$r_{(p,s,t)} = \sqrt{(x - x_{p,s})^2 + (y - y_{p,t})^2 + (z - z_p)^2}, \quad (14)$$

где координаты  $(x, y, z)$  определяют вне сфер точку наблюдения поля, рассеянного системой плоских решеток, а координаты  $(x_{p,s}, y_{p,t}, z_p)$  – точку нахождения центра рассеивающей сферы решетки.

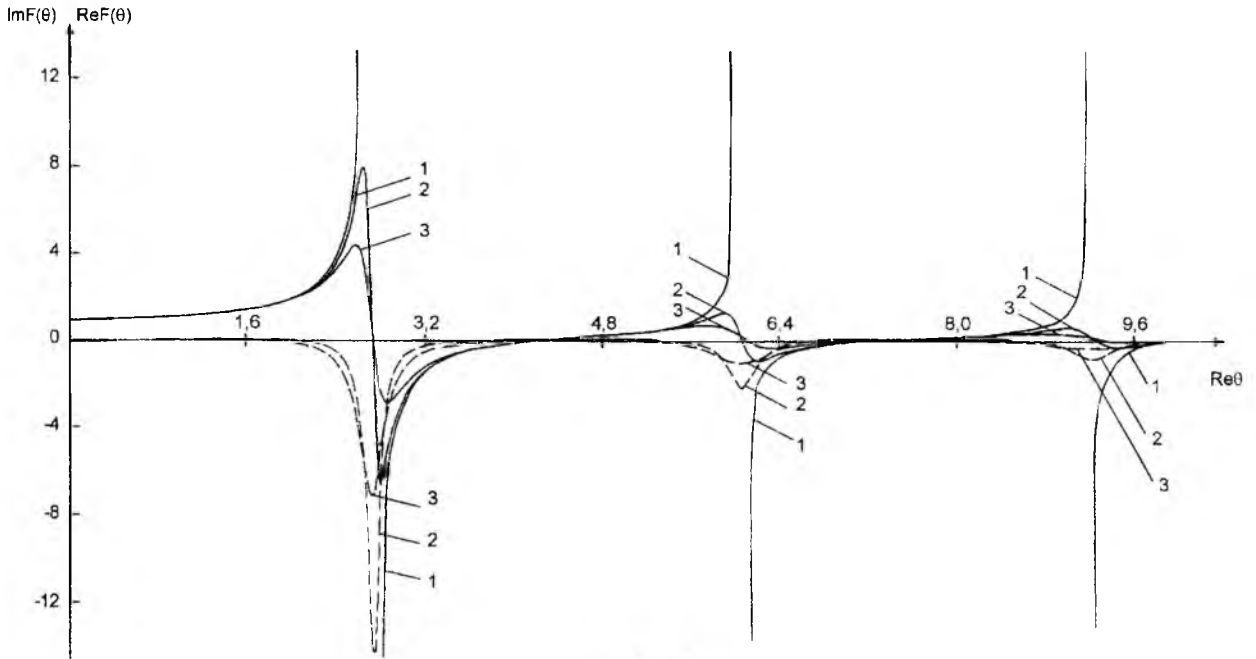


Рис. 3

Тогда, учитывая (13), из (5) найдем рассеянное системой плоских решеток поле

$$\begin{aligned}\bar{E}_{pacc}(\vec{r}, t) &= \sum_c \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \left\{ \left( \frac{\epsilon_{c\phi}}{\epsilon_0} - 1 \right) \bar{L}_c \bar{E}_c^0(\vec{r}') - \right. \\ &\quad \left. - ik\mu_0 \left( \frac{\mu_{c\phi}}{\mu_0} - 1 \right) (-1) \bar{P}_c \bar{H}_c^0(\vec{r}') \right\} e^{i(\omega t - k_1 r_c)}, \\ \bar{H}_{pacc}(\vec{r}, t) &= \sum_c \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a_c - k_1 a_c \cos k_1 a_c) \left\{ \left( \frac{\mu_{c\phi}}{\mu_0} - 1 \right) (-1) \bar{L}_c \bar{H}_c^0(\vec{r}') + \right. \\ &\quad \left. + ik\epsilon_0 \left( \frac{\epsilon_{c\phi}}{\epsilon_0} - 1 \right) \bar{P}_c \bar{E}_c^0(\vec{r}') \right\} e^{i(\omega t - k_1 r_c)},\end{aligned}\quad (15)$$

где  $\bar{L}_c$  и  $\bar{P}_c$  — функциональные матрицы, которые имеют вид

$$\bar{L}_c = \begin{bmatrix} \Psi_{xxc} & \Psi_{xyc} & \Psi_{xzc} \\ \Psi_{yxc} & \Psi_{yyc} & \Psi_{yzc} \\ \Psi_{zxc} & \Psi_{zyc} & \Psi_{zzc} \end{bmatrix}; \quad \bar{P}_c = \begin{bmatrix} 0 & \Psi_{zc} & \Psi_{yc}^0 \\ \Psi_{zc}^0 & 0 & \Psi_{xc} \\ \Psi_{yc} & \Psi_{xc}^0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Величины, входящие в функциональные матрицы (16), запишем в виде (2), (14)

$$\begin{aligned}\Psi_{xxc} &= \frac{1}{r_{(p,s,t)}} k^2 \epsilon_0 \mu_0 + \frac{3(x - x_{p,s})^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(x - x_{p,s})^2}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(x - x_{p,s})^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^4}, \\ \Psi_{yyc} &= \frac{1}{r_{(p,s,t)}} k^2 \epsilon_0 \mu_0 + \frac{3(y - y_{p,t})^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(y - y_{p,t})^2}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(y - y_{p,t})^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^4}, \\ \Psi_{zzc} &= \frac{1}{r_{(p,s,t)}} k^2 \epsilon_0 \mu_0 + \frac{3(z - z_p)^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(z - z_p)^2}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(z - z_p)^2 - r_{(p,s,t)}^2}{r_{(p,s,t)}^4},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Psi_{xyc} = \Psi_{yxc} &= \frac{3(x-x_{p,s})(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(x-x_{p,s})(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(x-x_{p,s})(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^4}, \\ \Psi_{xzc} = \Psi_{zxc} &= \frac{3(x-x_{p,s})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(x-x_{p,s})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(x-x_{p,s})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^4}, \\ \Psi_{yzc} = \Psi_{zyc} &= \frac{3(y-y_{p,t})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^5} - k_1^2 \frac{(y-y_{p,t})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{3(y-y_{p,t})(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^4}, \\ \Psi_{xc} &= \frac{(x-x_{p,s})}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{(x-x_{p,s})}{r_{(p,s,t)}^2}, \Psi_{xc}^0 = -\Psi_{xc}, \\ \Psi_{yc} &= \frac{(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{(y-y_{p,t})}{r_{(p,s,t)}^2}, \Psi_{yc}^0 = -\Psi_{yc}, \\ \Psi_{zc} &= \frac{(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^3} + ik_1 \frac{(z-z_p)}{r_{(p,s,t)}^2}, \Psi_{zc}^0 = -\Psi_{zc}.\end{aligned}$$

Поле в произвольной точке пространства, лежащей вне сфер решеток, определим в виде

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) + \vec{E}_{\text{расс}}(\vec{r}, t),$$

где  $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$  – невозмущенное поле падающей волны.

Из детерминанта уравнений (9) находятся резонансные условия для случая, когда  $a_c/\lambda_g \sim 1$  внутри сфер. Если  $\epsilon_c, \mu_c$  сфер решеток действительны, то резонансные условия находим из выражения

$$\det \text{Re} \|\alpha_{ij}\| = 0,$$

разрешая его относительно функции  $F(ka_c\sqrt{\epsilon_c\mu_c})$  (11), рис. 3, где  $\|\alpha_{ij}\|$  – основная матрица системы уравнений (9) [4, 6, 7].

### Заключение

Впервые рассмотрено рассеяние волн на решетках резонансных магнитодиэлектрических сфер, анизотропная топологическая структура которых задается числовым рядом Фибоначчи.

Предложенное решение может быть полезно для разработки устройств по управлению полем излучения электромагнитных излучателей [8], в которых используются тонкие эффекты электромагнитного взаимодействия решеточных структурных резонансов и внутренних резонансов сфер решетки.

**Список литературы:** 1. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. М.: Наука. 1978. С. 141. 2. Козарь А.И., Хижняк Н.А. Отражение электромагнитных волн от резонансной диэлектрической сферы в волноводе // Укр. физ. журн. 1970. Т. 15. С. 847 – 849. 3. Хижняк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев: Наукова думка. 1986. С. 279. 4. Козарь А.И. Рассеяние электромагнитных волн системой плоских однослойных решеток резонансных магнитодиэлектрических сфер // Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 2002. Вып. 130. С. 42 – 53. 5. Левин Л. Современная теория волноводов. М.: Изд-во иностр. лит. 1954. С. 216. 6. Козарь А.И. Рассеяние электромагнитных волн в волноводе с однородными магнитодиэлектрическими сферами // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. 2002. 7. Спец. выпуск С. 183 – 189. 7. Козарь А.И. Фигурные числа (арифметическая прогрессия) и рассеяние электромагнитных волн на пространственных решетках резонансных магнитодиэлектрических сфер // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. 2003. Т. 8. № 2. С. 206 – 212. 8. Kozar’A.I. Scattering of electromagnetic fields on complex spatial lattices of magnetodielectric spheres // IEEE Proceedings IV<sup>th</sup> International Conference on “Antenna theory and techniques”. Sevastopol. Ukraine. September 9-12. 2003. Vol. 1. P. 145 – 148.

*М. И. ДЗЮБЕНКО, д-р физ.-мат. наук, В. В. МАСЛОВ, канд. физ.-мат. наук,  
В. П. ПЕЛИПЕНКО, канд. физ.-мат. наук, В. В. ШЕВЧЕНКО, канд. физ.-мат. наук*

## **ИМПУЛЬСНО-ПЕРИОДИЧЕСКИЙ ИСТОЧНИК ПЕРЕСТРАИВАЕМОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДЛЯ БЛИЖНЕЙ УФ ОБЛАСТИ СПЕКТРА**

В настоящее время спектрально-селективное взаимодействие мощного оптического излучения с веществом представляет интерес для различных областей науки и техники, включая биологию, медицину, дистанционное зондирование и т.п. [1 – 5]. В качестве источников перестраиваемого излучения часто применяются импульсно-периодические (ИП) лазеры на красителях (ЛК) с ламповой накачкой (ЛН), которые обеспечивают плавную перестройку длины волны излучения в широкой спектральной области и имеют достаточно высокие энергетические показатели. Например, для решения ряда прикладных задач, где применяется комбинационное рассеяние [2, 3], микросекундные импульсы излучения ЛК с ЛН имеют преимущество по сравнению с ИП излучением ЛК, которые возбуждаются излучением других лазеров, имеющих длительности импульсов порядка единиц или десятков наносекунд. Это связано с тем, что большая длительность импульсов ЛК с ЛН позволяет использовать более низкую плотность исследуемого физического объекта и допускает большую энергию, которая вносится в фокальный объем без изменения его состояния, что обеспечивает более высокие уровни рассеянного излучения [2]. Однако оптический диапазон перекрыт излучением ИП ЛК с ЛН неодинаково. Например, эффективность и средняя мощность генерации этих лазеров в красном, ближнем инфракрасном и ближнем ультрафиолетовом (УФ) участках оптического диапазона значительно ниже, чем в середине видимого диапазона [6]. Это стимулирует работы, направленные на совершенствование существующих и создание новых источников перестраиваемого излучения на базе ЛК с ЛН.

Ранее нами сообщалось о создании ИП ЛК с ЛН, перестраиваемого в пределах 450–680 нм видимого диапазона спектра [7], и реализации на его основе источника излучения, перестраиваемого в пределах 260–340 нм ультрафиолетового (УФ) участка оптического диапазона при генерации второй гармоники (ГВГ) [8].

Целью настоящей работы являлось расширение диапазона перестройки излучения ИП ЛК с ЛН и создание источника перестраиваемого излучения для ближней УФ области.

В качестве активной среды были испытаны некоторые красители, которые в разных растворителях обеспечивали достаточно эффективную генерацию в импульсном режиме при относительно невысоких уровнях накачки и больших концентрациях ( $2 \times 10^{-4}$  моль/л и более) [6]. Однако этот режим малоприменим для создания источника излучения, перестраиваемого в УФ диапазоне, так как высокая оптическая плотность растворов красителей приводит к появлению больших термооптических искажений в резонаторе, что, в свою очередь, приводит к эволюции диаграммы направленности и отрицательно сказывается на ГВГ.

Экспериментальные исследования проводились на установке, собранной на базе ИП ЛК с ЛН, который был описан ранее [7]. Импульсная ксеноновая лампа накачки (длина 300 мм, диаметр 6 мм) питалась от батареи накопительных конденсаторов типа К75-48 суммарной емкостью 0,66 мкФ через коммутируемый разрядник типа РУ-65. Дополнительный источник питания поддерживал в лампе постоянный ток силой до 2 А, что способствовало повышению светоотдачи и ресурса работы лампы.

Раствор красителя прокачивался со скоростью около 6 л/мин в кварцевой кювете, имеющей внутренний диаметр 6 мм и длину 300 мм. Резонатор ЛК длиной 700 мм был образован плоскими зеркалами, имеющими коэффициенты отражения 98% и 45 % в пределах диапазона перестройки. В качестве спектрального селектора использовался 8-элементный интерференционно-поляризационный фильтр (ИПФ), состоящий из одинаковых кварцевых пластин толщиной около 2 мм. Область свободной дисперсии этого селектора в красном участке спектра составляет 25–30 нм.

На рис. 1 показаны зависимости энергии генерации лазера ( $W_r$ ) на исследованных красителях от энергии накачки ( $W_n$ ), полученные при невысоких концентрациях красителей ЛК-678 (1) и ЛК-747 (2) при концентрации  $C=5 \times 10^{-5}$  моль/л, которая обеспечивала расходимость излучения менее 5 мрад. Видно, что в этих условиях энергия излучения достигает величины порядка 100 мДж. Этого, как было установлено ранее [8], достаточно для эффективной ГВГ в нелинейно-оптических кристаллах дигидрофосфата калия (*KDP*) при использовании микросекундных импульсов излучения описанного ЛК с ЛН.

Следует отметить, что основная полоса поглощения исследуемых красителей расположена в красной области спектра, в то время как максимум спектра излучения импульсной лампы описанной системы накачки соответствовал более коротковолновому участку видимого диапазона. В связи с этим для данных красителей спектральное согласование с системой накачки не было оптимальным. Это подтверждают результаты, показанные на рис. 2, где приведены зависимости энергии генерации красителей ЛК-678 (1) и ЛК-747 (2) от концентрации родамина 6 Ж, полученные при исследовании растворов их смесей в этаноле. Видно, что применение родамина 6 Ж в качестве донора позволяет заметно увеличить выходную энергию излучения ЛК с ЛН в длинноволновой области видимого диапазона спектра.

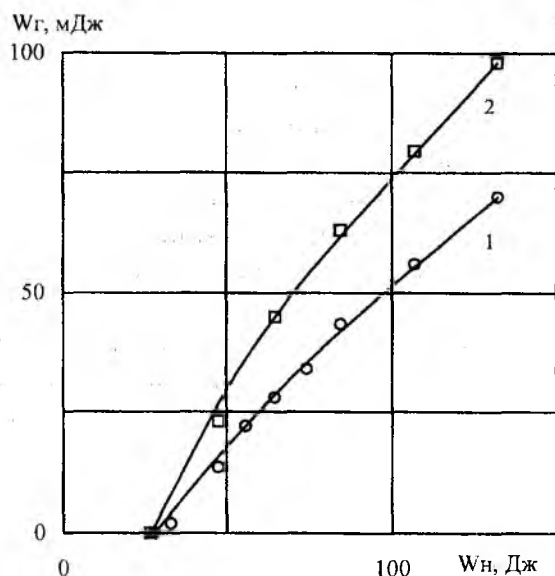


Рис. 1

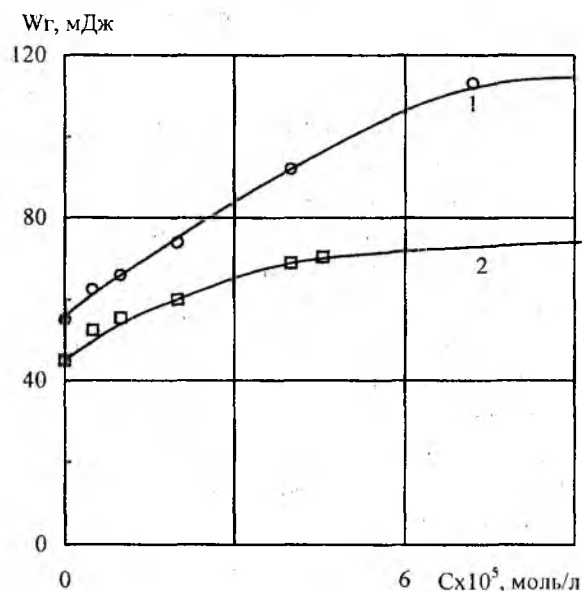


Рис. 2

Исследования ГВГ излучением ЛК с ЛН на растворах этих красителей проводилось по методике, описанной в [8], с кристаллами *KDP* длиной 40 мм. В качестве согласующей оптической системы применялась сферическая линза с фокусным расстоянием 260 мм.

На рис. 3 показаны нормированная на максимум энергия ГВГ  $W_n$  как функция волновой расстройки  $\Delta\lambda$  (а) излучения ЛК и угловой расстройки  $\Delta\theta$  кристалла (б), полученные с красителем ЛК-678. Результаты исследований, проведенных с обоими красителями при одинаковых условиях, свидетельствуют, что величины  $\Delta\theta_{0,5}$  и  $\Delta\lambda_{0,5}$  (соответственно ширина угловой и волновой расстроек, определяемые по уровню 0,5 от максимума) также оказались практически одинаковыми.

Следует отметить, что полоса люминесценции красителей, которые применялись в настоящих исследованиях, заметно превышала область свободной дисперсии спектрального селектора, описанного выше. По этой причине в наших опытах генерация происходила в окрестностях максимума полосы усиления. При этом в пределах диапазона перестройки, который составлял 662–688 нм и 698–724 нм соответственно для красителей ЛК-678 и ЛК-747, мощность основного излучения изменялась незначительно. Это обстоятельство способствовало тому, что средняя мощность УФ излучения, реализуемого при ГВГ, также была практически одинаковой (около 20 мВт) в диапазонах 331–344 и 349–362 нм соответственно.

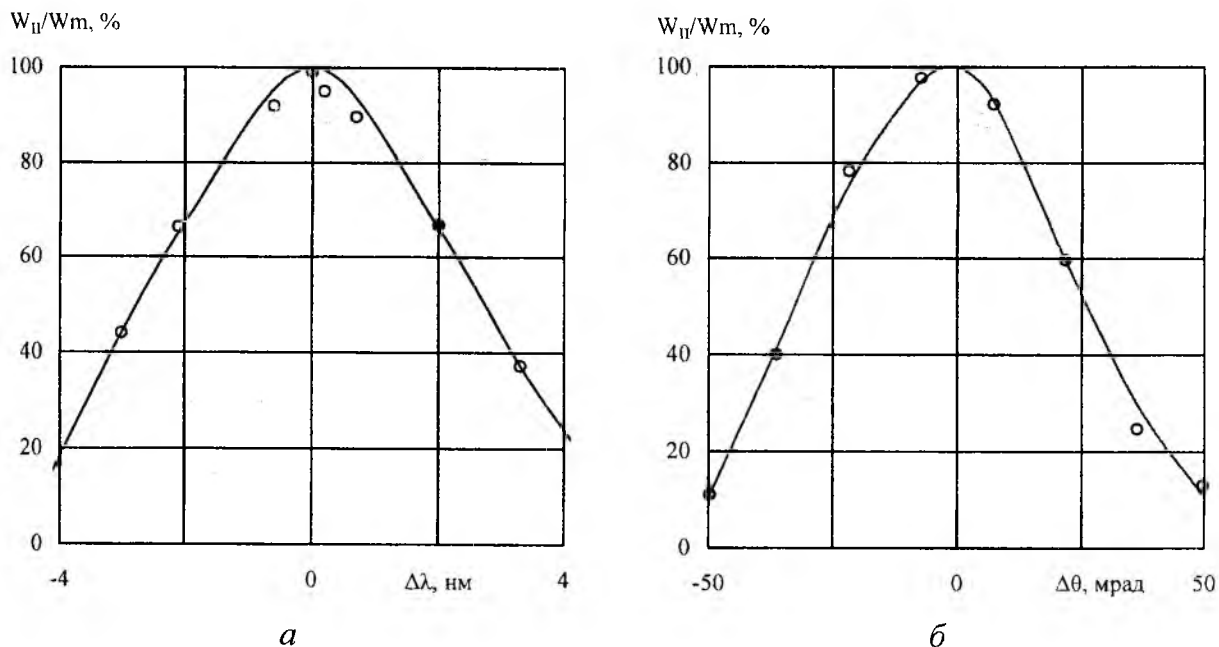


Рис. 3

Из приведенных результатов видно, что в наших опытах диапазон перестройки основного излучения исследованных красителей имел заметный коротковолновый сдвиг по сравнению с результатами работы [6]. Очевидно, что это связано с меньшим влиянием перекрытия полос поглощения и люминесценции при более низких концентрациях красителей на спектральный состав излучения лазера, которые применялись в настоящей работе.

Основными результатами работы является следующее.

1. Показано, что красители типа ЛК-678 и ЛК-747 [6] могут применяться для создания ИП источников излучения, перестраиваемого в ближнем участке УФ диапазона.
2. Установлено, что использование смесей растворов красителей ЛК-678 или ЛК-747 [6] и родамина 6Ж в этаноле позволяет заметно улучшить энергетические характеристики источников перестраиваемого излучения на базе ИП ЛК с ЛН.

**Список литературы:** 1. Bertuccioli L., Roth G.I., Katz J., Osborn T.R. Turbulence measurements in the bottom boundary layer using particle image velocimetry // Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 1999. V. 16. P. 1635 – 1646. 2. Gittins C.M., Shenoy S.U., Aldag H.R., Pacheco D.P., Miller M.F., Allen M.G. Measurements of major species in a high pressure gas turbine combustion simulator using Raman scattering // American Institute of Aeronautics and Astronautics. Paper No 2000 – 0772, 38th AIAA Aerospace Sciences, Meeting & Exhibit, 10–13 January 2000 / Reno, NV. 3. Sentell J.C. Fourier transform Raman lidar for trace gas detection and quantification // SPIE Proceedings. V. 2266. Paper #: 2266-64. 4. Cninsry L., Turpin P.Y., Duquesne V., Brahms J. Nucleic Acid Derivatives Studied by Preresonance Ultraviolet Region // Biopolymers. 1978. V. 17, №5. P. 1347 – 1359. 5. Lempert W.R., Harris S.R. Flow tagging velocimetry using caged dye photo-activated fluorophores // Meas. Sci. Technol. 2000. V. 11. P. 1251 – 1258. Printed in the UK. 6. Новое поколение красителей спектрального диапазона 660 ... 860 нм для лазеров с ламповой накачкой / Б.И. Степанов, Н.Н. Бычков и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, вып. 7. С. 650 – 653. 7. Перестраиваемые импульсно-периодические лазеры на красителях с ламповой накачкой / М.И. Дзюбенко, В.В. Маслов, В.П. Пелипенко, В.В. Шевченко // Квантовая электроника. 1998. Т.25, №12. С. 1091 – 1094. 8. Исследование импульсно-периодического источника излучения, перестраиваемого в ультрафиолетовом диапазоне спектра / М.И. Дзюбенко, С.Н. Колпаков, В.П. Пелипенко, В.В. Шевченко // Радиофизика и электроника. 2002. Т. 7, № 2. С. 385 – 391.

Институт радиофизики и электроники  
им. А.Я.Усикова НАН Украины

Поступила в редколлегию 04.08.2003

## **АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ НА БАЗЕ РАДАРА НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ**

### **Введение**

Изучение околоземной среды, анализ характеристик ее геомагнитного поля дает богатый материал для фундаментальных и прикладных исследований физики нижней и верхней атмосферы, для дальнейшего развития теории взаимодействия физико-химических и энергетических процессов в системе Солнце-Земля [1 – 3]. Однако изучение состояния околоземного космического пространства является очень важным не только для понимания процессов, которые происходят в рамках земной атмосферы, ионосферы, магнитосферы, а и для пояснения тех явлений, которые присущи непосредственно жизнедеятельности человека, а именно – повседневному физическому и психологическому состоянию его здоровья. Поэтому исследование солнечно-земных связей стало в последнее время одним из приоритетных направлений современной космической науки. Ионосферные процессы отражают также результаты техногенной деятельности человека, диктуют необходимость прогнозирования глобальных тенденций во всем околоземном пространстве, требуют раскрытия их связи с экологическими проблемами и перспективами развития человечества в целом.

### **Постановка задачи**

С целью автоматизации процесса обработки ионосферной информации, получаемой с помощью он-лайн-овых радарных систем, оперативного обмена результатами экспериментальных исследований между ионосферными обсерваториями, для систематизации получаемых данных и принятия оперативных решений возникла необходимость в организации международных систем непрерывного ионосферного мониторинга на базе радиофизических устройств, расположенных в различных регионах земного шара. В связи с этим на одной из действующих радарных установок некогерентного рассеяния (НР) Института ионосферы НАН и МОН Украины (г. Харьков) выполнены работы по объединению ее разрозненных подсистем в единый автоматизированный комплекс технических средств, и с его помощью внедрены режимы конвейерной обработки, хранения и представления в международную сеть данных с использованием современных компьютерных технологий.

Программно-технический комплекс состоит из большого числа взаимосвязанных компонентов, а режим автоматизации позволяет обеспечить их взаимодействие в соответствии с задаваемым технологическим процессом. К основным функциональным задачам можно отнести определение вероятностных характеристик сигнала, рассеянного на тепловых флуктуациях ионосферной плазмы при ее импульсном зондировании, и последующую параметрическую идентификацию этого сигнала с целью получения геофизической информации. Завершающим этапом является анализ этой информации и обмен результатами экспериментов, предназначенных исследователям на других терминалах, в едином он-лайн-овом цикле.

В настоящее время на радаре полностью или частично автоматизированы такие процедуры, как выбор режимов функционирования радиотехнических устройств, сам технологический процесс многосуточных измерений, контроль состояния радара, обработка результатов измерений, подготовка данных и передача их в единый Международный центр по сети Интернет.

Целью данной работы является описание и обоснование принципов построения автоматизированной системы для исследования параметров ионосферной плазмы, которые были заложены в организацию этой системы на базе радарной установки Института ионосферы.

## Аппаратурная реализация автоматизированной системы

Институт ионосферы имеет уникальный экспериментальный центр (в 2001 году ему присвоен статус «Национальное достояние Украины»), в состав которого как одна из его составных частей входит радар НР метрового диапазона ( $f=158$  MHz). Радар подобного типа является единственным на Украине и снабжен крупнейшей в Европе двузеркальной (высотой 60 м) параболической антенной диаметром 100 м (см. рис.1), передающим устройством с импульсной мощностью в 4-канальном режиме до 3.6 МВт, высокостабильным чувствительным приемным устройством и несколькими программируемыми корреляторами для многоканальной цифровой обработки сигнала в режиме реального времени [4].

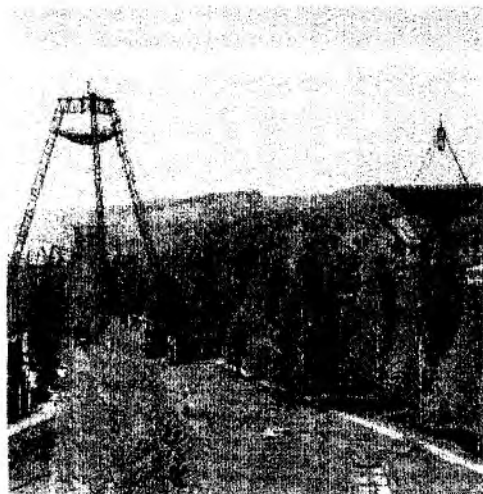


Рис. 1

Внедрение метода НР вызвало к жизни обширную область научных исследований – от абстрактных математических теорий до многочисленных аппаратных и программных средств, которые послужили базой для реализации совокупности последовательно применяемых приемов извлечения и преобразования ионосферной информации в виде некоторой информационно-технической технологии обработки. В рамках этой технологии, а также для внедрения быстродействующих систем обмена данными с аналогичными научными организациями других стран, на базе радара НР и была создана автоматизированная система исследования параметров ионосферной плазмы, куда вошли непосредственно сам радар, а также устройства вычислительной и организационной техники и средства передачи информации. При синтезе в структуру системы было заложено наличие таких основополагающих структурных звеньев (см. рис. 2):

1. Радиотехническая подсистема (излучение и прием сигнала, его анализ, первичная обработка информационных массивов, выдача и отслеживание управляющей информации).

2. Информационная подсистема (выделение и анализ геофизической информации, выработка стратегических управляющих рекомендаций, организация и управление базой данных).

3. Подсистема инженерного анализа (оптимизация режимов и устройств зондирования, синтез устройств обработки сигналов и алгоритмов оценки параметров ионосферной плазмы, разработка адекватных моделей исследуемых процессов в ионосфере и др).

Критерием эффективности при создании такой структуры послужила оценка комплексной производительности, характеризующая долю подсистемного времени в общем цикле прохождения потока данных. Такая оценка позволила определить степень сбалансированности технических и программных средств и обосновать их рациональный выбор.

Основной составляющей частью радиотехнической подсистемы является сам радар НР. Сюда входят передающее и приемное устройства, система накопления и управления, устройство синхронизации, блоки кодирования и декодирования сигналов, имитатор. Подобные импульсные установки имеют общую для излучения и приема неподвижную или полноповоротную антенну. Измерение высотного распределения параметров производится за один сеанс, когда статистическим усреднением информации в течение нескольких минут можно получить вертикальное распределение параметров ионосферы в интервале высот 80 – 1500 км с высотным разрешением, соответствующим длительности элемента импульса [5]. Нижняя граничная высота определяется временем восстановления коммутаторов «прием-передача», а верхняя чувствительностью установки НР, которая тем выше, чем больше энергии в излучаемом импульсе и значительней эффективная площадь антенны.

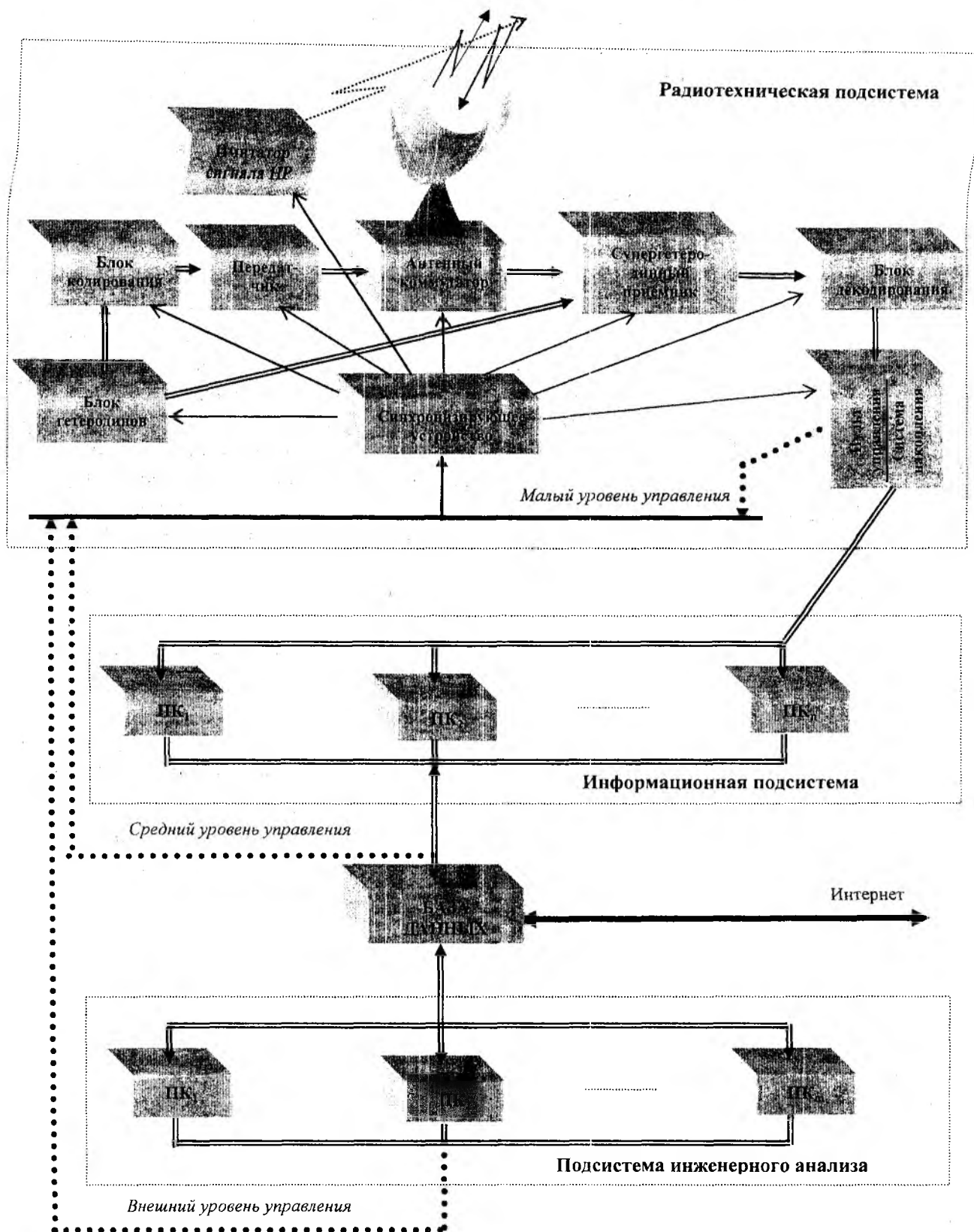


Рис. 2

После прохождения через супергетеродинный приемник сигнал поступает на многоканальное цифровое устройство первичной обработки и тестового контроля. Уже разработаны и апробированы несколько вариантов таких устройств [6], последнее из которых предназначено для определения квадратурных составляющих корреляционной функции НР сигнала, вычисления и индикации контрольных параметров (мощности шума, высотных зависимостей корреляционных функций, спектра сигнала, отношения сигнал-шум). Устройство имеет гибкую структуру, обеспечивает оперативное изменение режимов в зависимости от текущей ситуации и ориентировано на обработку по изменяемым алгоритмам.

Синхронизатор радара обеспечивает тактирование комплекса, вырабатывая управляющие сигналы. Имитатор сигнала предназначен для оперативного контроля, настройки систем и подтверждения достоверности получаемых геофизических данных. Как один из вариантов, он обеспечивает формирование и подачу в зондируемый объем гармонического или шумового сигнала с характеристиками, близкими к типовым характеристикам сигнала НР.

Информационная подсистема для выполнения задач обработки в качестве инструмента использует вычислительные сети на базе ПК типа Pentium и SUN, их аппаратуру и каналы передачи данных. Определение состава этих информационно-вычислительных средств и их общее взаимодействие с радарной системой определяется условиями конвейерной обработки геофизических данных. При этом легко реализуема организация обратных связей, автоматизация процедур потоковой обработки данных, сортировка и компоновка информационных массивов, извлечение из них геофизической информации, организация и хранение архивов, связь с Международной базой через сеть Интернет [7].

### **Алгоритмическое обеспечение**

В последнее время характерен быстрый прогресс в автоматизации процедур регистрации, накопления и анализа информации с помощью современной исследовательской аппаратуры. Это связано с необходимостью увеличения объема экспериментальной информации, обработка которой при решении научных и технических задач к тому же непрерывно усложняется. Отсюда следовало ожидать, что повышение информативности радара НР неизбежно приведет к необходимости усложнения аппаратно-методических алгоритмов анализа. Это и произошло, и в настоящее время сложные и большие системы распознавания геофизической информации имеют следующий состав: технические средства, предназначенные для выявления признаков объектов и оценки описывающих их параметров; совокупность алгоритмов распознавания и процедур, преобразующих входную информацию в определенные результаты; вычислительную технику, привлекаемую для реализации этих алгоритмов; коллективы специалистов, осуществляющих первичную формализацию априорной информации и проводящих анализ полученных апостериорных данных.

Значительная часть геофизических наблюдений и экспериментов имеет дело с анализом процессов, стремительно развивающихся в пространстве и во времени. Поэтому на современном этапе требуются прецизионные точности и повышенные метрологические характеристики радиотехнических устройств. Высокие требования предъявляются к технологии и алгоритмам спектрального и корреляционного анализов, что обеспечивается синтезом структур оптимальных зондирующих сигналов, предназначенных для определения корреляционных характеристик рассеянного сигнала в широком диапазоне высот [6].

Практика показывает, что особенностью при измерении характеристик сигнала НР является существенное изменение характера флуктуации электронной плотности с высотой, из-за чего трудно, применяя зондирующий сигнал с фиксированными параметрами, измерять спектр или автокорреляционную функцию (АКФ) на всех высотных уровнях с одинаковой точностью. Для выполнения задач измерений, которая заключается в том, чтобы обеспечить эту точность при оценке параметров ионосферной плазмы, необходимо использовать сложные зондирующие сигналы с различными (ФМ, ЧМ, АМ и др.) законами манипуляции.

Такие кодированные сигналы применительно к методу НР были разработаны, предложены методики и средства, реализующие их излучение, прием и обработку [8 – 9].

Широкий круг проблем, связанных с автоматизацией геофизических измерений, приводит к такой классической задаче, как обнаружение полезного сигнала на фоне помех, исторически возникшей в радиолокационной измерительной технологии. Даже если этот фон – обычный шум, его статистические характеристики нестационарны, и требуется периодическая адаптация алгоритма обнаружения к его изменениям. Необходима специальная обработка сигналов с целью компенсации помех и повышения отношения сигнал-шум в откликах среды на электромагнитное воздействие. Часто это отношение можно улучшить путем фильтрации спектральных составляющих помех, лежащих за пределами основной полосы сигнала. Однако иногда нужны и широкополосные фильтры, так как они резко увеличивают информативность ионосферных записей и возможность их динамической интерпретации. В этом случае низкая стоимость вычислений на ПК позволяет при идентификации параметров исследуемой среды использовать достаточно сложные алгоритмы, реализующие оптимальные статистические процедуры идентификации на фоне импульсных и флуктуационных составляющих, и приблизиться к теоретическим пределам для вероятностей оценок соответствующих статистических характеристик наблюдаемых процессов [10, 11].

Особенностью радиофизических исследований является и то, что так называемая первичная обработка, которая включает в себя вычисление характеристик принимаемого сигнала, из-за неповторяемости экспериментов в безостановочном технологическом цикле обязана создавать дублирующие, и к тому же – мегабайтные объемы информации. Отсюда и необходимость в специализированных, быстродействующих прикладных приложениях к современным методам решения задач приема, анализа, очистки экспериментальных данных, получаемых на радарных системах. Такие приложения были созданы [5, 6] и выполняют функции одновременно и статистической задачи, и задачи управления процессом измерений.

| <b>CODES</b> | <b>VALUE</b> | <b>DESCRIPTION</b>                       | <b>UNITS</b> |         |
|--------------|--------------|------------------------------------------|--------------|---------|
| KODS( 1 )    | 44           | Local solar time                         | 1.E-03       | hour    |
| KODS( 2 )    | 60           | Integration time for these data          | 1.           | s       |
| KODS( 3 )    | 115          | Altitude averaging interval              | 1.           | km      |
| KODS( 5 )    | 130          | Mean azimuth angle (0=geog N, 90=east)   | 1.E-02       | deg     |
| KODS( 6 )    | 140          | Elevation angle (0=horizontal, 90=vert)  | 1.E-02       | deg     |
| KODS( 7 )    | 160          | Geodetic latitude of measurement         | 1.E-02       | deg     |
| KODS( 8 )    | 170          | Geodetic longitude of measurement        | 1.E-02       | deg     |
| KODS( 9 )    | 216          | Geomagnetic field downward inclination   | 1.E-02       | deg     |
| KODS( 10 )   | 224          | Geomagnetic (centered dipole) latitude   | 1.E-02       | deg     |
| KODS( 11 )   | 244          | Geomagnetic (cntrd dipol) east longitude | 1.E-02       | deg     |
| KODS( 12 )   | 418          | ACF lags calculated                      | 1.           |         |
| KODS( 13 )   | 482          | System temperature                       | 1.           | K       |
| KODS( 14 )   | 486          | Peak power                               | 1.           | KW      |
| KODS( 15 )   | 490          | Transmitted frequency                    | 1.E+05       | Hz      |
| KODS( 16 )   | 494          | Receiver bandwidth                       | 1.           | kHz     |
| KODS( 17 )   | 530          | Maximum electron density                 | 1.E+09       | m-3     |
| KODS( 18 )   | 540          | Height of maximum electron density       | 1.           | km      |
| KODM( 7 )    | 120          | Range                                    | 1.           | km      |
| KODM( 8 )    | 121          | Additional increment to range            | 1.E-01       | m       |
| KODM( 9 )    | 410          | Signal to noise ratio                    | 1.E-02       |         |
| KODM( 10 )   | 520          | Log10(Ne in m-3)                         | 1.E-03       | lg(m-3) |
| KODM( 11 )   | 550          | Ion temperature                          | 1            |         |
| KODM( 12 )   | 560          | Electron temperature                     | 1            |         |
| KODM( 13 )   | 580          | Line of sight ion velocity (pos = away)  | 1.E+00       | m/s     |
| KODM( 14 )   | 620          | Composition - (O+)/Ne                    | 1.E-03       |         |
| KODM( 15 )   | 650          | Composition - (He+)/Ne                   | 1.E-03       |         |
| KODM( 16 )   | 660          | Composition - (H+)/Ne                    | 1.E-03       |         |

Рис. 3

Имеет свои особенности и вторичная обработка, направленная на оценивание параметров ионосферы с использованием оптимальных процедур распознавания характеристик сигнала. Такая процедура должна применять трудоемкий статистический поиск на множестве решений, генерируемых во всей области возможных значений, среди которых необходимо отыскать лучший глобальный экстремум в многоэкстремальном пространстве решений [12]. В настоящее время такие процедуры на основе методов покоординатного спуска позволяют в диапазоне высот от 100 км до 1500 км по полученным АКФ с приемлемой точностью рассчитать большинство параметров ионосферной плазмы (см. выдержку о харьковских данных из каталога Международной базы на рис. 3), в том числе и в случае очень низких (единицы процента) соотношений сигнал-шум. В результате вычисляются скорость дрейфа плазмы  $V_d(h, t)$ , компоненты  $\nu$  ионного состава [ $O^+(h, t)$ ,  $H^+(h, t)$ ,  $He^+(h, t)$  и  $M^+(h, t)$ ], ионная и электронная температуры [ $T_i(h, t)$ ,  $T_e(h, t)$ ], а уже с их использованием – электронная концентрация  $N_e(h, t)$  и др. Полученные с погрешностью не более 5 – 20 % высотные, а по ним – суточные и сезонные зависимости ионосферных параметров позволяют выявить и исследовать закономерности в поведении ионосферы для прогнозирования ее состояния в дальнейшем.

В соответствии с техническим составом и назначением радарной установки Института ионосферы, ее алгоритмам функционирования и процедурам обработки в том же каталоге присвоены следующие идентификационные коды [13]:

Т а б л и ц а

| Обозначение по международному классификатору | Присвоенный код | Пояснение                      |
|----------------------------------------------|-----------------|--------------------------------|
| KINSTE                                       | 90              | Kharkov, Ukraine, I.S.Radar    |
| MODEXP                                       | 801             | Common programme 80, version 1 |
| KINDA T                                      | 8031            | Common algoritm 80, version 31 |
| KINDAT                                       | 8032            | Common algoritm 80, version 32 |
| KINDAT                                       | 8033            | Common algoritm 80, version 33 |
| KINDAT                                       | 8034            | Common algoritm 80, version 34 |
| KINDAT                                       | 8035            | Common algoritm 80, version 35 |
| KINDAT                                       | 8036            | Common algoritm 80, version 36 |

Здесь KINSTE – код радара; MODEXP – код алгоритма функционирования его радиотехнической аппаратуры; KINDAT – коды алгоритмов обработки ионосферной информации при различных режимах излучения (простые и чередующиеся последовательности).

### Контроль и диагностика функционирования систем

Одновременно с процессом измерений организован контроль правильности функционирования автоматизированной системы. Основные функции контроля (первый уровень управления) возложены на систему первичной обработки принимаемого сигнала рассеяния, так как она непосредственно связана с радиотехнической частью комплекса [14]. Для контроля и корректировки технических параметров в радиотехническую часть включены дополнительные элементы, а также разработаны специальные программные средства. В качестве источника контрольного сигнала во многих случаях служит шум антенны или “выстреливаемый” имитатором в луч радара контрольный сигнал. Это позволяет диагностировать ход амплитудно-частотных характеристик каналов приемника и равномерность их уровней усиления вдоль развертки дальности. В ходе контроля фиксируются и корректируются истинные значения определяющих технических параметров, и эти значения являются исходными для выбора программ обработки результатов наблюдений.

Ядром контролирующего звена на среднем и внешнем уровнях управления системы являются ПК, позволяющие оперативно реагировать на изменения физических параметров, проводить коррекцию процесса ионосферных измерений, осуществлять проверку адекватности результатов экспериментальных исследований модельным представлениям.

В целом с целью автоматизации процесса измерений контроль и диагностика на всех трех уровнях управления включает в себя такие компоненты:

1. Варьирование параметрами радиопередающей системы радара и режимами излучения (длительностью и составом зондирующих импульсов), а также шириной полосы пропускания радиоприемного тракта в зависимости от текущего состояния ионосферной плазмы.

2. Варьирование режимами адаптивной корреляционной обработки сигнала НР и набором определяемых параметров в зависимости от суточных, сезонных условий и аномальных случаев в поведении ионосферы.

3. Контроль переходных процессов в антенной системе радара и анализ уровня шумовых составляющих комплекса, учет степени зашумленности принимаемого сигнала НР, проверка качества корреляционной обработки на контрольных участках развертки дальности, использование имитатора сигнала с целью проверки состояния тракта «излучение-прием» радара и систем аналоговой и цифровой обработки информации.

4. Учет влияния и коррекция результатов из-за наличия аппаратных факторов (конечной длительности зондирующего импульса и строба, ограниченной ширины полосы пропускания фильтра приемного тракта и др.) на функционирование алгоритмов обработки сигнала НР и на процесс параметрической идентификации.

5. Учет влияния методических факторов и математических методов при компьютерной обработке на точность оценки параметров ионосферной плазмы. Определение вероятностных оценок и доверительных интервалов результатов вычислений.

### **Программное обеспечение**

Для решения задач автоматизации процесса обработки ионосферной информации помимо создания современных информационно-вычислительных систем требуется постоянное совершенствование также и программного обеспечения, а именно – разработка и внедрение пакетов прикладных программ, ориентированных на решение функционально нестандартных задач. Методы анализа данных реализуются на компьютерах различного класса, как правило, в виде пакетов специализированных прикладных программ, которые используют известные процедуры на основе дисперсионного, корреляционного, регрессионного, факторного анализов, а также на основе многомерной прикладной статистики.

С целью реализации задач сбора, обработки, хранения и обмена результатами измерений, для метрологического контроля параметров радиотехнической системы потребовалось создание программ оперативного анализа все возрастающего объема входной информации. Отсюда возникли программные средства оперативного управления процессом потоковой обработки данных на уровне диалоговых средств, адаптируемых применительно к изменяющейся обстановке и уровню квалификации и подготовки пользователей, использующих формы языкового, символьного и графического вариантов диалогов [15].

Для организации наблюдений ионосферных процессов, для обнаружения коротко- и долгопериодных закономерностей в поведении ионосферы набор прикладных программ должен включать в себя компоненты как для расчета и визуализации высотно-временных зависимостей ионосферных параметров, так и для расчета их суточного и сезонного поведения. Эти программные компоненты были созданы и в настоящее время реализуют следующие функции [10 – 13]:

- анализ слабого сигнала рассеяния на фоне шумов, расчет и визуализацию высотных зависимостей авто- и взаимокорреляционных функций и спектральных характеристик

рассеянного сигнала в высотном диапазоне 100 – 1500 км при уменьшении соотношения сигнал-шум от 100 до 0.01;

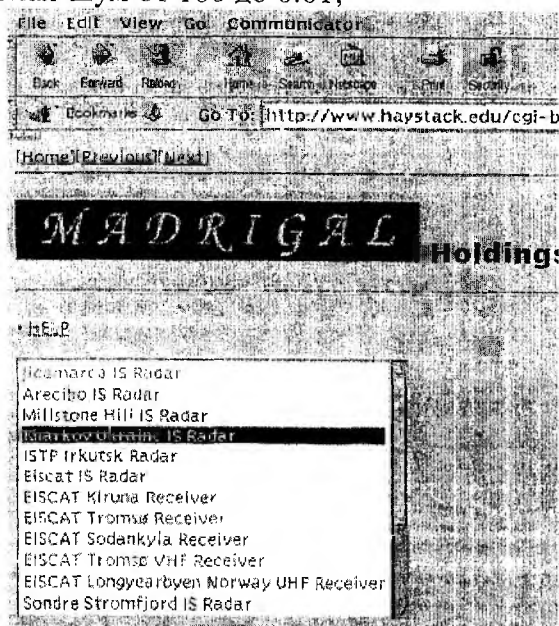


Рис. 4

- оценка по корреляционным функциям сигнала HP параметров ионосферной плазмы с высотным (10-50 км) и временным (1-15 мин) разрешением;

- проведение численных расчетов, связанных с исследованием физических закономерностей поведения плазмы и отображения физической схемы развития природных изменений и антропогенных возмущений ионосферы в зависимости от уровня сезонной, солнечной, геомагнитной и других активностей;

- организацию базы данных ионосферных параметров по наблюдениям на радаре в г. Харькове, ориентированной на использование при разработке и уточнении эмпирической региональной модели ионосферы над Украиной и Европейским регионом;

- сопоставление результатов исследований с модельными и теоретическими расчетами и с результатами, полученными на аналогичных установках в различных регионах земного шара;

- оперативный обмен результатами экспериментов с зарубежными обсерваториями, проводящими исследования ионосферы методом HP, пополнение Международной базы данных MADRIGAL (см. рис. 4), организованной для радаров HP при Массачусетском Институте технологии (США), в участники которой Институт ионосферы принят Национальным научным фондом США за успехи в геопространственном изучении околоземного космического пространства.

## Получение и использование результатов

Будучи модернизированным на основе приведенных выше рекомендаций и разработок, харьковский радар HP в составе автоматизированной системы проводит систематические экспериментальные и теоретические исследования околоземного космического пространства. Получены результаты совместных международных аэрокосмических исследований с обсерваториями США, Перу и др. [16, 17] в виде высотных и временных вариаций таких геофизических параметров ионосферной плазмы, как электронная концентрация, температура заряженных частиц, скорость дрейфа плазмы, ионный состав. Исследования проводились согласно Международному геофизическому календарю, и в моменты аномального поведения ионосферы – в периоды, вызванные магнитными бурями, затмениями, а также искусственными возмущениями ионосферы и другими техногенными причинами.

Результаты измерений обобщаются и анализируются для последующего определения суточных и сезонных особенностей поведения ионосферы, а также для изучения ее динамики в соответствии с изменениями состояния ионосферной плазмы под воздействием активности Солнца и вызванных вспышками магнитных бурь. Эксперименты были направлены на исследование морфологической картины и физической схемы развития ионосферных возмущений и дали богатый материал для фундаментальных исследований физики верхней атмосферы Земли, для развития теории взаимодействия физико-химических и энергетических процессов в системе Солнце-Земля. Получены уникальные данные для решения задач, связанных с разработкой модели влияния возмущений космической «погоды» на состояние системы магнитосфера-ионосфера-термосфера в глобальном масштабе.

## Заключение

Приведенный выше анализ показывает, что на базе радара НР с целью автоматизации процесса обработки геофизической информации решены задачи модернизации радиотехнической и создание информационной подсистем, реализованы процедуры сбора, обработки и анализа результатов экспериментальных исследований и их последующего обмена с представителями международной научной общественности. Создано программное обеспечение, использующее профессиональную вычислительную технику, внедрены современные системы хранения и представления данных на базе современных компьютерных технологий, позволяющие проводить достоверный анализ и оценку статистических нестационарных ионосферных процессов и обобщать результаты анализа для получения более полных сведений о состоянии космического пространства над Украиной и в различных регионах земного шара. Полученные результаты могут быть использованы как в фундаментальных исследованиях, так и для решения ряда прикладных задач, например обеспечения надежной радиосвязи, радиолокации и радионавигации, усовершенствование прогнозов погоды и т.п.

Автор благодарит весь творческий коллектив Института ионосферы и его директора профессора Тарана В.И. за активное содействие в реализации и внедрении аппаратурных, методических и программных разработок.

**Список литературы:** 1. Черногор Л. Ф. Энергетика процессов на Земле, в атмосфере и околоземном космосе в свете проекта «Попередження» // Космічна наука і технологія. 1999. № 1. С. 38 – 47. 2. Таран В.И. Исследование ионосферы в естественном и искусственно возмущенном состояниях методом НР // Геомагнетизм и аэронавигация. 2001. т. 41, № 5. С. 659 – 666. 3. Вариации параметров ионосферы в периоды высокой и низкой солнечной активности / Е.И. Григоренко, В.К. Боговский и др // Геомагнетизм и аэронавигация. 2001. т. 41, № 2. С. 199 – 203. 4. Головин В.И., Рогожкин Е.В., Таран В.И. Наблюдения ионосферы с помощью метода НР. Сообщение 2. Аппаратурные и методические особенности // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. Харьков, 1979. № 155, Вып. 1. С. 12 – 22. 5. Пуляев В.А. Вычислительные методы при обработке корреляционных функций сигнала НР // Вестн. ХГПУ: Сб. науч. тр. Харьков: ХГПУ, 2000. Вып. 103. С. 94 – 96. 6. Пуляев В.А. Вычислительные устройства формирования и обработки кодированных сигналов для ионосферных комплексов НР: Автореф. дисс. канд. техн. наук // Харьков, 1990. 26 с. 7. Пуляев В.А. Разработка алгоритмов преобразования данных Харьковского радара согласно требований Международного формата // VII Международная науч.-техн. конф. «МісгоСАD '2000». Тез. докл. Харьков, ХГПУ. 24-25 мая 2000 г. С. 22. 8. Рогожкин Е.В., Пуляев В.А. Авт. свид. № 1371248, 1378602, 1412476, 1429771, 1429931, 1489406, 1542257, 1588248 (СССР), патент № 20022075909 (Украина). 9. Пуляев В.А., Карпенко Ф.И. Система формирования составных зондирующих сигналов // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. Харьков, 1988. № 259, Вып. 6. С. 28 – 30. 10. Пуляев В.А. Информационная обработка сигнала НР на фоне импульсных и флуктуационных помех // Вестн. НТУ «ХПИ»: Сб. науч. тр. Харьков: НТУ «ХПИ», 2002. №9, т.5. С. 57 – 60. 11. Пуляев В.А. Статистическое оценивание параметров ионосферы в методе НР радиоволн // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2002. Вип. 129. С. 98-102. 12. Пуляев В.А. Расчет параметров ионосферной плазмы по корреляционной функции сигнала НР // Сб. тр. первой укр. конф. по перспективным космическим исследованиям. Киев: Ин-т косм. иссл. НАНУ-НКАУ, 2001. С. 134 – 137. 13. Пуляев В.А. База данных международной сети радаров НР // Анн. докл. межд. науч.-техн. конф. Харьков: НТУ «ХПИ». 15-16 мая 2003г. С. 602. 14. Рогожкин Е.В., Пуляев В.А., Антонова В.А. Особенности контроля переходных процессов на радаров НР // Системи обробки інформації: Зб. наук. пр. Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ. 2001. Вип. 6(16). С. 98 – 103. 15. Пуляев В.А. База ионосферных данных Харьковского радара НР // Анн. докл. межд. науч.-техн. конф. Харьков: НТУ «ХПИ». 16-17 мая 2002 г. С. 431 – 432. 16. Taran V.I., Goncharenko L.P., Bogovsky V.K., Pulyayev V.A. Diagnostics of the artificial ionospheric disturbances above Kharkov by using incoherent scatter radars // United States National Committee. International Union of Radio Science. Program and Abstracts. National Radio Science Meeting. 3-7 January 1995. P. 270. 17. Taran V.I., Pulyayev V.A. Kharkov's radar: Ionospheric investigations by incoherent scatter method // Report Abstracts at National Center for Atmospheric Research, Incoherent Scatter Radar Working Group Workshop. CEDAR Meeting in Boulder, Colorado, USA, June 14, 1999.

## О РАСПРОСТРАНЕНИИ РАДИОВОЛН В ТРОПОСФЕРЕ С АНИЗОТРОПНЫМИ ФЛУКТУАЦИЯМИ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВЛАЖНОСТИ

### Введение

Анизотропные свойства атмосферной турбулентности представляют интерес и как геофизический объект статистической гидромеханики [1], и как объект экспериментальных исследований [2]. В 60-е–70-е годы многими авторами были разработаны модели однократного и многократного рассеяния радиоволн, основные численные оценки которых базируются на конкретном виде спектров или корреляционных функций флуктуаций коэффициента преломления радиоволн. Для ряда моделей корреляционных функций в теории однократного рассеяния анизотропной турбулентностью были проведены аналитические исследования статистических характеристик сигналов [3,4]. Однако ограниченность рамками этих моделей, отсутствие анализа влияния типа устойчивости атмосферы, зависимости статистических характеристик метеорологических полей от степени анизотропии турбулентных полей и векторного характера конфигурационного пространства (последнее было позже предложено в [5]) привели к необходимости провести исследования, изложенные в данной статье.

Другая рассматриваемая проблема – учет влияния флуктуаций влажности в тропосфере и роли их анизотропии. Этого требуют теоретические и экспериментальные оценки вкладов спектров влажности, температуры воздуха и их коспектров в спектр коэффициента преломления радиоволн [6]. Теоретическое рассмотрение влияния анизотропных свойств флуктуаций метеорологических полей сравнивается с экспериментальными результатами.

### Статистические характеристики пассивных метеовеличин

Для температурного турбулентного поля в термодинамически неравновесной атмосфере А.М. Обухов, рассмотрев структурную функцию в горизонтальной плоскости с расстоянием между точками  $\rho$ , определил область влияния архимедовых сил, создающих аксиальную

анизотропию, как  $\rho \geq L_A$ , где  $L_A = \frac{\varepsilon^{5/4}}{N^{3/4}(g/T)^{3/2}}$ ,  $\varepsilon$  – скорость диссипации турбулентной

энергии,  $N$  – скорость выравнивания температурных неоднородностей,  $\frac{g}{T}$  – параметр плавучести. Численная оценка  $L_A$  на основе теории подобия в приземном слое указывает на минимальный масштаб  $L_A$  от нескольких десятков метров до нескольких метров [7]. Границы, разделяющие архимедову низкочастотную и инерционную высокочастотную (изотропную) части спектра  $Q_A = \frac{2\pi}{L_A}$  для вертикальных и горизонтальных волновых чисел,

различаются пропорционально степени анизотропии. Зависимость  $L_A$  от числа Ричардсона определяет влияние типа устойчивости атмосферы; в приземном слое эта граница зависит от  $Z/L_*$ , где  $Z$  – высота слоя,  $L_*$  – масштаб Монино-Обухова.

Теория аксиально-анизотропных турбулентных полей как динамических (скорость ветра), так и пассивных (потенциальная температура и удельная влажность) метеовеличин фактически состоит из нескольких подходов, основанных на различных гипотезах [8]. Если искажающим действием ветра можно пренебречь, турбулентные поля пассивных метеовеличин в горизонтальной плоскости локально изотропны [8 – 10]. Как динамический подход (влияние потенциальной энергии флуктуаций плавучести, градиента потенциальной температуры или градиента средней плавучести в спектральных уравнениях Ламли, Шура или

Филлипса [8]), так и подход, основанный на теории размерностей (Болджиано, Монин [8]), а также спектральные уравнения Гисиной [9] для среды с градиентом скорости ветра позволяют выделить асимптотические области волновых чисел с определенным степенным падением спектров. Такие важные параметры турбулентности, как степень анизотропии и структурная характеристика определяются эмпирически и имеют в тропосфере разнообразный высотный ход, а наклон спектров с инерционной высокочастотной областью нередко имеет изломы. Изломы интерпретируются не только существованием границы, разделяющей архимедов и инерционный интервалы (при  $L_A < L_0$ , где  $L_0$  – внешний масштаб турбулентности), но и различием корреляционных функций метеополей, каждая из которых отвечает определенной гипотезе. Значение степени анизотропии  $\eta$  показателя преломления радиоволн в устойчивой тропосфере колеблется в широких пределах. Например, над сухой землей  $\eta = 1.25 \dots 5$  [10, 11] на основе измерений радиорефрактометрами, радарами в метровом диапазоне и на тропосферных трассах в УКВ диапазоне длин радиоволн;  $\eta = 13$  по измерениям углов прихода радиоволн со спутника на частоте 7,3 ГГц [10],  $\eta = 70$  [12] при интерферометрических измерениях в см-диапазоне и  $\eta = 5 \dots 10$  в приводном слое [13]. Здесь  $\eta = L_{\perp} / L_z$  ( $\eta > 1$ ) соответствует устойчивой стратификации (согласно принятому в теории представлению об эллипсоидальной структуре турбулентных вихрей с отношением горизонтальных осей  $L_{\perp}$  к вертикальной оси  $L_z$ , задаваемым корреляционной функцией). В экспериментальных исследованиях последних лет немалое внимание уделяется спектрам случайных внутренних гравитационных волн (ВГВ) в устойчиво стратифицированной атмосфере. В отличие от стратосферы, тропосферные слои часто находятся в неустойчивом состоянии [2], но ВГВ наблюдались даже на высотах атмосферного пограничного слоя. Экспериментальные исследования степени анизотропии  $\beta = L_z / L_{\perp}$  ( $\beta > 1$ ) в термодинамически неустойчивой атмосфере в некоторой степени представлены в [5].

Рассматривая коэффициент преломления радиоволн  $n$ , зависящий от температуры, влажности воздуха и атмосферного давления согласно формуле Дебая, как пассивную величину, исследуем его турбулентные статистические характеристики, следуя методике, предложенной в [5] для одной из моделей спектра мелкомасштабных флуктуаций (размеров  $\frac{1}{Q} \ll L_0$ ). В данной статье эта методика распространена на все известные теоретические модели спектров, подтвержденные экспериментальными измерениями. Взаимосвязь с характеристиками флуктуаций температуры, влажности и давления воздуха дана в отдельном параграфе.

Определим трехмерный спектр показателя преломления радиоволн в общем виде:

$$\Phi_n = C(z) \Phi(L\tilde{Q}) L_{\perp}^2 L_z, \quad (1)$$

где  $C(z)$  зависит от структурной характеристики, для устойчивой стратификации  $L = L_z$ ,  $\tilde{Q} = (Q_z, \eta \tilde{Q}_{\perp})$ ,  $\Phi(L\tilde{Q}) = \eta^2 \tilde{\Phi}(L_z \tilde{Q})$ , для неустойчивой стратификации  $L = L_{\perp}$ ,  $\tilde{Q} = (\beta Q_z, \tilde{Q}_{\perp})$ ,  $\Phi(L\tilde{Q}) = \beta \tilde{\Phi}(L_{\perp} \tilde{Q})$ ,  $\tilde{Q}$  – волновой вектор. Такой выбор зависимости спектров от степеней анизотропии  $\eta$  и  $\beta$  соответствует пределам слоистой среды при сверхстабильности и двумерной локально изотропной в горизонтальной плоскости среды при сверхнеустойчивости [5]. При выборе в интервале  $0 \leq Q < \infty$ :

$$\tilde{\Phi}(L\tilde{Q}) = (1 + L^2 \tilde{Q}^2)^{-\mu/2}, \quad (2)$$

$C(z) = AC_n^2 L^{\mu-3}$ ,  $A = \sin \frac{\pi}{2} (\mu-3) \cdot \Gamma(\mu-1) / 4\pi^2$ , – такая зависимость соответствует при  $\eta = \beta = 1$  обобщенной модели изотропной турбулентной среды с насыщением структурной функции по Карману при  $\mu = 11/3$ , рассмотренной Просиным [4]. При выводе статистических характеристик сигналов дальнего тропосферного распространения (ДТР) УКВ радиоволн, в отличие от (1)-(2), зависимость сечений рассеяния от  $L_Z$  и  $L_\perp$  вводилась ранее без учета стратификации в пределе  $L\tilde{Q} \gg 1$ , который назван в [4] областью крупномасштабных анизотропных флуктуаций по сравнению с длиной радиоволны. Структурный коэффициент в формуле (2) выбран, исходя из требований соответствия модели изотропной турбулентности Обухова-Корсина при  $\eta = \beta = 1$ . Совокупность данных тропосферного распространения также нередко аппроксимируют сечением рассеяния с гауссовым спектром [11]:

$$\tilde{\Phi}(L\tilde{Q}) = \exp(-\tilde{Q}^2 L^2 / 4), \quad (3)$$

рассмотренным Райсом [14] исходя из распределения неоднородностей по скоростям. Определим корреляционную  $B(\vec{r})$  и структурную  $D(\vec{r})$  функции преобразованием Фурье [15]:

$$B(\vec{r}) = \int \exp(i\vec{Q}\vec{r}) \Phi(\vec{Q}) d^3 \vec{Q}, \quad D(\vec{r}) = 2(B(0) - B(\vec{r})). \quad (4)$$

Подставляя в (4) спектры (1-3) и переходя к интегрированию по  $d^3 \vec{Q}$ , введем новое конфигурационное пространство, следуя [5]:

$\vec{x} = (z, \vec{\rho} / \eta)$  при устойчивости атмосферы,  $\vec{x} = (z / \beta, \vec{\rho})$  при неустойчивости атмосферы.

Такое преобразование Фурье-интеграла (4) позволяет явно выделить зависимость структурной и корреляционной функции от степени анизотропии и компонент вектора  $\vec{r}$  в физическом пространстве, заполненном турбулентностью. В результате

$$B(\vec{r}) = C(\mu) \left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{\mu-3}{2}} K_{\frac{\mu-3}{2}}\left(\frac{x}{L}\right) \quad (5)$$

– экспоненциально убывающая с ростом аргумента функция для степенных спектров (1)-(2),

$$B(\vec{r}) = C(z) 8\pi^{3/2} \exp(-x^2 / L^2) \quad (6)$$

– для гауссовых спектров (1), (3).

В выражении (5)  $K_\nu(\frac{x}{L})$  – модифицированная функция Бесселя 3-го рода. Обобщенная модель корреляционной функции вида (5), предложенная Просиным, применялась в [4] для вывода параметров тропосферного рассеяния радиоволн изотропной турбулентностью. Она имеет ясный физический смысл при  $3 < \mu < 5$  (положительность структурной функции) и объединяет ряд моделей корреляций: 1) изотропных полей при  $\mu = 4$  (Букер и Гордон),  $\mu = 13/3$  ( $LQ \gg 1$  – Вайскопф и Вилларс),  $\mu = 11/3$  ( $LQ \gg 1$  – Обухов, Корсин,  $1 \leq Q < \infty$  – Карман); 2) анизотропных полей при  $\mu = 17/5$  (Болджиано, Монин  $LQ \gg 1$ );  $\mu = 4$  (Стэрас). Особое место занимает модель турбулентного перемешивания с  $\mu = 5$  (Нортон), при  $LQ \gg 1$  хорошо соответствующая экспериментальным данным ДТР УКВ радиоволн [4, 5] (зависимость средней принимаемой мощности от угла рассеяния и от длины волны). Чтобы придать физический смысл структурной функции при  $\mu = 5$ , надо не только учесть крупномасштабные флуктуации, но и видоизменить их вес в спектре относительно

модели Кармана (2) (например, весовая функция  $f = \exp(\frac{-Q_0}{4\tilde{Q}})$  в спектре определяет положительную структурную функцию; конкретный вид функции требует экспериментального обоснования).

На малых расстояниях  $x/L \ll 1$  для корреляций, соответствующих (5) при  $3 < \mu < 5$ :

$$D(\vec{r}) = C_n^2(x)\mu^{-3}. \quad (7)$$

Для гауссовых корреляций (6)  $D(\vec{r}) = 2B(0)(x/L)^2$ , где  $B(0) = C(z)8\pi^{3/2}$ . Значение переменной  $x/L$  в формулах (5)-(7) определяется в зависимости от типа устойчивости атмосферы:

$$x/L_z = \sqrt{Z^2 + \rho^2/\eta^2}/L_z \text{ при устойчивости,} \quad (8)$$

$$x/L_\perp = \sqrt{Z^2/\beta^2 + \rho^2}/L_\perp \text{ при неустойчивости,}$$

а длины  $L_z$  либо  $L_\perp$  определяют масштаб вихрей для вертикальных либо горизонтальных волновых чисел, который можно определить по автокорреляционной функции  $R(\vec{r}) = B(\vec{r})/B(0)$ :

$$L = \int_0^\infty R(x)dx,$$

где  $x$  зависит от стратификации атмосферы в соответствии с формулами (8).

Полученные формулы дают возможность интерпретировать экспериментальные измерения корреляционной и структурной функции, проведенные с изменением ориентации вектора  $\vec{r}$  между двумя точками.

### **Зависимость статистических параметров радиоволн от типа устойчивости атмосферы**

Статистические параметры радиоволн, распространяющихся в турбулентной среде с анизотропными флуктуациями пассивных метеовеличин, также можно выразить в зависимости от степени анизотропии и типа устойчивости атмосферы. Согласно современным экспериментальным данным, анизотропия флуктуаций коэффициента преломления радиоволн с вертикальными размерами от 1 м до 300 м и более, горизонтальными размерами от 5 м до 50 км наблюдается при распространении радиоволн в тропосфере. Поэтому задача является актуальной, и её решение различными методами [3, 4, 13] должно быть рассмотрено с этой точки зрения. Например, рассмотрение многократного перерассеяния на крупных по сравнению с длиной радиоволны неоднородностях в прямой волне методом геометрической оптики [15] на основе спектров вида (1) – (3) позволяет прийти к следующим выводам: отношение структурных функций  $D_s$  эйконала для радиоволн, распространяющихся в горизонтальном и вертикальном направлении, растет с ростом степени анизотропии при устойчивости атмосферы:

$$\frac{D_s(\text{гор})}{D_s(\text{верт})} = \frac{\eta x}{z} \cdot \frac{I(\sqrt{z^2 + y^2/\eta^2})}{I(\sqrt{x^2 + y^2/\eta})},$$

где  $I(\xi) = \int_0^\infty (1 - J_0(\xi\kappa))\tilde{\phi}(\kappa)\kappa d\kappa$ ,  $\vec{\kappa} = (0, \eta\kappa_y, \kappa_z)$ ,  $\vec{\kappa} = (\eta\kappa_x, \eta\kappa_y, 0)$  для горизонтальной и вертикальной компонент,  $J_0(\xi\kappa)$  – функция Бесселя первого рода. При неустойчивой

стратификации  $\frac{D_s(\text{гор})}{D_s(\text{верт})} = \frac{x}{\beta z} \cdot \frac{I(\sqrt{z^2 / \beta^2 + y^2})}{I(\sqrt{x^2 + y^2})}$  – отношение структурных функций

эйконала убывает с ростом степени анизотропии.

Обобщим результаты исследований влияния на статистические характеристики радиоволн анизотропных флуктуаций коэффициента их преломления вертикальных размеров  $\lambda/2$  (при обратном рассеянии радиоволн длины  $\lambda$ ) и размеров  $\lambda/2 \cdot \sin \Theta/2$  при рассеянии в зеркальном направлении на угол  $\Theta$ , представленные в [3, 4, 5]. Преобразуя в соответствии с (1)-(2) результаты интегрирования, полученные для степенных спектров на основе известной связи сечения рассеяния линейно поляризованных радиоволн  $\sigma$  и спектра коэффициента преломления радиоволн  $\sigma = 2\pi k^4 \phi_n(\vec{Q}) \cos^2 \Theta$  [15], где  $\vec{Q}$  – вектор рассеяния,  $k = 2\pi/\lambda$ , можно охарактеризовать влияние устойчивости атмосферы следующим образом: 1) при устойчивой стратификации с ростом степени анизотропии  $\eta$  в случае широких диаграмм направленности (ДН) антенн либо узких, но (в случае очень сильной анизотропии) таких, что  $A(\gamma_e \eta) \gg \Theta$ ,  $\gamma_e$  – ширина ДН антенны в горизонтальной плоскости, средняя принимаемая мощность и поперечный разнос линейно растут, а потери усиления антенны перестают зависеть от  $\eta$ ; в случае узких ДН антенн при несильной анизотропии ( $A(\gamma_e \eta) \ll \Theta$ ) средняя принимаемая мощность квадратично растет, поперечный разнос перестает зависеть от  $\eta$ , а потери усиления антенны убывают обратно пропорционально  $\eta$ . 2) при неустойчивой стратификации с ростом степени анизотропии  $\beta$  в случае широких ДН антенн (либо узких при сильной анизотропии) средняя принимаемая мощность убывает пропорционально  $\beta^{-\mu+2}$ , поперечный разнос линейно убывает, потери усиления антенны перестают зависеть от  $\beta$ ; в случае узких ДН антенн при несильной анизотропии средняя принимаемая мощность убывает пропорционально  $\beta^{-\mu+1}$ , поперечный разнос не зависит от  $\beta$ , потери усиления антенн растут линейно. Таким образом, при несильной анизотропии и узких ДН потери усиления антенны растут либо убывают в зависимости от типа устойчивости атмосферы.

Для аксиально симметричной турбулентности при произвольной трассе сечение рассеяния зависит от полярного угла  $\psi$  вектора рассеяния  $\vec{Q}$ ; при вертикальной ориентации  $\vec{Q}$  в плоскости большого круга максимальны не только принимаемая мощность, но и сечение рассеяния. Перечисленные свойства статистических характеристик ДТР радиоволн, полученные для таких трасс, можно распространить на гауссовы спектры (3), например, рассмотрев представление корреляционных функции в виде, предложенном в [15], однако для мощности это верно только при устойчивой стратификации. Угловая зависимость принимаемой мощности на основе аппроксимации [15] интеграла по рассеивающему объему  $V$  в области пересечения узких ДН антенн для степенных спектров имеет вид:

$$P_r = AC_n^2 k^4 (2k \sin \Theta / 2)^{-\mu} VFB,$$

где  $F$  – зависит от параметров антенн и трассы, причем  $B = \eta^2 \cdot (\cos^2 \psi + \eta^2 \sin^2 \psi)^{-\mu/2}$  при устойчивости,  $B = \beta \cdot (\beta^2 \cos^2 \psi + \sin^2 \psi)^{-\mu/2}$  при неустойчивости, фактор  $A$  – указан в (2).

### Влияние флуктуаций влажности в тропосфере

Спектр флуктуаций показателя преломления УКВ радиоволн может быть выражен в виде линейной комбинации спектров абсолютной температуры  $T$  и удельной влажности  $q$  воздуха и их коспектра, так как влияние флуктуаций атмосферного давления более слабое [16]:

$$\Phi_n = A_1\Phi_T + A_2\Phi_q + A_3\Phi_{Tq}, \quad (9)$$

$\Phi_{Tq}$  – коспектр величин  $T$  и  $q$ .

Действительно, вычислив произведения флуктуаций  $T$ ,  $q$  и  $n$  в точках, находящихся на расстоянии  $r$ , по формуле Дебая и усреднив, получим для корреляционных функций линейную комбинацию вида (9), где коэффициенты  $A_i$  ( $i = 1, 2$ ) равны производным  $n$  по метеопараметрам,  $A_3 = -2A_1A_2$ . Выполнив Фурье-преобразование, получим соотношение (9), получившее экспериментальное подтверждение в [6] для приповерхностного слоя атмосферы.

С ростом высоты в тропосфере абсолютная температура снижается на десятки  $^{\circ}\text{C}$ , удельная влажность – на два порядка. При изменениях метеопараметров от  $T=293^{\circ}\text{K}$ ,  $q=10^{-2}\text{г/г}$  до  $T=253^{\circ}\text{K}$ ,  $q=10^{-3}\text{г/г}$  по мере перехода от приземного слоя к средней тропосфере, например, численные значения коэффициентов  $A_i$  на основе формулы Дебая содержатся в пределах:

$$A_1 \approx (1,8 \dots 1,5)10^{-12}; \quad A_2 \approx (5 \dots 9,5)10^{-5}; \quad A_3 \approx -(2 \dots 2,3)10^{-8}.$$

Эти оценки подтверждают, что относительный вклад  $\Phi_q$  и  $\Phi_{Tq}$  существенен не только в атмосферном пограничном слое (АПС), но и в средней тропосфере, несмотря на низкий уровень относительной влажности. Пусть в соотношении (9) выполняется изотропия флуктуаций всех пассивных величин либо универсальность функциональной зависимости спектров всех полей от компонент вектора рассеяния при анизотропных флуктуациях. При выполнении этих условий связь структурных функций пассивных величин не зависит от степени анизотропии и как при устойчивости, так и при неустойчивости имеет вид:

$$C_n^2 = A_1C_T^2 + A_2C_q^2 + A_3C_{Tq}^2. \quad (10)$$

Сечение рассеяния радиоволн в тропосфере, таким образом, может зависеть от анизотропии двух метеополей ( $T$  и  $q$ ). Экспериментальным обоснованием такого рассмотрения являются сравнительные измерения [6] в приповерхностном слое действия на баланс турбулентной энергии сил плавучести полей температуры и влажности, в которых получено отношение энергий, равное 70 над степью и равное 1 над океаном. Над водной поверхностью также резко возрастает  $C_q^2$ : в 40 раз больше, чем над степью в приповерхностном слое.

Прекрасное экспериментальное исследование влияния флуктуаций влажности и особенностей статистических характеристик коэффициента преломления радиоволн на основе самолетных и зондовых измерений на высотах до 3 км над водной поверхностью было предоставлено Госсардом в [16]. Основные полученные результаты: подобие высотного хода дисперсии флуктуаций температуры, влажности и шкалы масштабов, а также рост этих величин, начиная с высоты 600 м, для неустойчивой стратификации и падение для устойчивой. Данные о стратификации сопровождались измерением чисел Ричардсона, достигших значения  $R_i \approx 2$  при устойчивости. Кроме того, показано подобие спектров температуры и влажности и оценка влияния коспектра  $T$  и  $q$ .

Представлено большое количество одномерных спектров, в которых виден излом при значениях волновых чисел  $Q_0 \approx 0,5\text{м}^{-1}$ , соответствующих масштабу  $L \approx 12\text{м}$ , причем средний наклон при  $Q > Q_0$  близок к  $-5/3$ , в то время, как при  $Q < Q_0$  наклон возрастает при неустойчивости (до  $-7/3$ ) и уменьшается при устойчивости. Такое явление по современным представлениям соответствует росту либо убыванию турбулентной энергии в зависимости от работы сил плавучести либо работы против этих сил.

Окончательно, при условии универсальности спектров пассивных метеовеличин относительное влияние влажности и ее анизотропных флуктуаций, полученное для приповерхност-

ного слоя,  $C_n^2 \approx 1,5 \cdot 10^{-13}$  над сушей ( $A_1 C_T^2 \approx 2,7 \cdot 10^{-13}$ ,  $A_2 C_q^2 \approx 3 \cdot 10^{-13}$ ,  $A_3 C_{Tq} \approx -4,2 \cdot 10^{-13}$ ) и  $C_n^2 \approx 9,6 \cdot 10^{-12}$  над океаном ( $A_2 C_q^2 \approx 1,2 \cdot 10^{-11}$ ,  $A_3 C_{Tq} \approx -2,7 \cdot 10^{-12}$ ) на основе имеющихся экспериментальных данных и оценки коэффициентов (10) существенно и может сохраняться до высот средней тропосферы при одинаковой скорости убывания структурных характеристик флуктуаций температуры и влажности. Для уточнения требуется более тщательное исследование высотного хода структурных характеристик при обоих типах стратификации.

### Прямые экспериментальные наблюдения анизотропии на тропосферных трассах

Прямые экспериментальные наблюдения анизотропии отражающей турбулентности возможны при изменении ориентации вектора рассеяния, которая зависит от угловых координат осей ДН радиоантенн. Если при обратном рассеянии достаточно сравнить значения принимаемой мощности при зондировании в различных направлениях [5], то в экспериментах на тропосферных трассах требуется либо изменение углов места ДН обеих антенн при неизменном угле рассеяния в плоскости большого круга, либо вращение области пересечения осей ДН антенн в плоскости, ортогональной плоскости большого круга. Достаточно представительные результаты экспериментов на тропосферных трассах длины 165 и 340 км в высотном интервале отражающей области  $Z=600 \dots 4400$  м были представлены в [11] Гессингом. В этих экспериментах, проведенных при углах рассеяния  $\Theta = 1,5^\circ \dots 6,7^\circ$ , отклонение от изотропии флуктуаций коэффициента преломления радиоволн наблюдалось в зависимости средней принимаемой мощности от полярного угла вектора рассеяния  $\Psi$ , причем угол рассеяния фиксировался, а угол  $\Psi \approx 0^\circ \dots 80^\circ$ . Кроме того, в [11] проводились прямые измерения анизотропии поля скоростей ветра по зависимости ширины доплеровского спектра от флуктуаций скорости ветра  $\vec{V} = (u, v, w)$  при  $\psi = 0^\circ$  и  $\Psi = 80^\circ$ , в результате получено  $\eta \approx u' / w' \approx 3,3$  в максимуме, что соответствует устойчивой стратификации. Значение  $\eta$  на основе падения средней мощности  $P_r$  с ростом  $\Psi$  определить трудно, так как влияет выбор модели спектральной функции коэффициента преломления. Измерения медианной зависимости  $P_r$  от угла рассеяния при  $\Psi = 0$ ,  $\Theta \geq 3^\circ \dots 4^\circ$  соответствуют  $\Theta^{-7,4}$  и  $\Theta^{-10}$  для длин трасс 165 и 340 км соответственно, что заметно отличается от предсказаний для отражения изотропной турбулентностью. Значение степени убывания принимаемой мощности с ростом угла рассеяния на трассе 165 км согласуется с анизотропной моделью спектра (2) при  $\mu=5$ , если структурная характеристика пропорциональна  $z^{-2/3}$ , что согласуется с рядом экспериментальных наблюдений при устойчивой стратификации. Полная совокупность данных соответствует зависимости  $\frac{1}{\Theta^2} \exp\left(-\frac{\Theta^2}{4}\right)$ . Судя по ограничению  $|\vec{Q}| \geq \frac{2\pi}{1} \text{ м}^{-1}$  [11], вертикальные масштабы турбулентных неоднородностей соответствуют дециметровому диапазону. Результаты исследования анизотропии более крупных масштабов в прямой волне перечислены в обзоре [13].

### Заключение

Получены практически важные результаты, позволяющие оценить влияние типа устойчивости атмосферы и роста степени анизотропии флуктуаций температуры и влажности воздуха на корреляционные и структурные функции коэффициента преломления радиоволн для широкого класса спектров, охватывающие все предложенные в теории геофизической

турбулентности модели и соответствующие экспериментальным исследованиям по результатам их обзора. Это, в частности, создает возможность последовательной интерпретации контактных и дистанционных измерений структурных и корреляционных функций в термодинамически неравновесной атмосфере. С этой же точки зрения рассмотрены такие статистические характеристики радиоволн, как структурные функции эйконала в прямой волне, средняя мощность, поперечный разнос и потери усиления антенны при зеркальном отражении радиоволн. Результаты также могут быть применены как при оценке погрешности измерения метеовеличин зондированием, так и в расчетах влияния высотного хода влажности воздуха и её флуктуации на тропосферное распространение радиоволн.

**Список литературы:** 1. Монин А.С. Геофизическая турбулентность. УМН. 1983. Т. 38. вып. 4 (232). С. 113-131. 2. Ануфриев В.А., Яковлев О.И. Флуктуации амплитуды и фазы радиоволн при просвечивании на трассах спутник-спутник // Радиофизика. 2002. Т. 45. №7. с. 549 – 557. (Изв. высш. учеб. заведений). 3. Н. Staras. Forward scattering of radio waves by atmospheric turbulence // Proc. IRE, 1955. V.43 №10. 4. Дальнее тропосферное распространение ультрокоротких радиоволн / Под ред. Б.А. Введенского и др. М.: Сов. радио 1965. 415 с. 5. Гурвич А.С. О рассеянии звука и радиоволн турбулентными структурами в стратосфере // Изв. РАН.ФАО. 1994. Т. 30. №1. С. 3 – 12. 6. Конров Б.М. Изменчивость показателя преломления радио- и акустических волн при вариациях влажности и температуры // Изв. АН СССР.ФАО. 1981. Т. 17. №8. С. 869 – 872. 7. Обухов А.М. О влиянии архимедовых сил на структуру температурного поля в турбулентном потоке // ДАН СССР. 1959. Т.125. №6. С. 1246 – 1248. 8. Атмосферная турбулентность и распространение радиоволн / Труды междунар. коллоквиума. М.: Наука. 1967. С. 105 – 112; 113 – 120; 121 – 129. 9. Гисина Ф.А. О влиянии градиентов средней скорости и температуры на спектральные характеристики турбулентности // Изв. АН СССР. ФАО. 1966. Т. 2. №8. С. 804 – 813. 10. Арманд Н.А., Кибардина И.Н., Ломакин А.Н. О коэффициенте анизотропии неоднородностей показателя преломления атмосферы // РЭ. 1981. №6. С. 1127 – 1131. 11. Gjessing D.T. Radio physical aspects of irregular structure in the atmosphere // опубли. в [8], С. 226 – 240. 12. Ракитин Б.В. Определение анизотропии неоднородностей показателя преломления при помощи горизонтального и вертикального интерферометров // РЭ. 1979. Т. 24. №6. С. 1204 – 1207. 13. Кукушкин А.В., Фрейлихер В.Д. Фуке И.М. Загоризонтное распространение ультракоротких радиоволн над морем. // Радиофиз. 1987. Т. 30. №7. С. 811 – 839 (Изв. высш. учеб. заведений). 14. Вопросы дальней связи на ультрокоротких волнах: Сб. статей. М.:Сов. радио. 1957. 371 с. 15. Татарский В.И. Распространение радиоволн в турбулентной атмосфере. М.: Наука. 1967. 548 с. 16. Gossard E.E. Power spectra of Temperature, Humidity and Refractive index from Aircraft and Tethered Ballon Measurements // IRE Transactions on Antennas and Propag. 1960. V AP-8. № 2. p. 186 – 201.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 26.06.2003

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ПРОЦЕССА ЕСТЕСТВЕННОГО СОГРЕВАНИЯ В СРЕДЕ РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ

### Введение

Создание эффективных систем автоматизированного контроля процесса естественного согревания в среде растительного сырья является актуальной, современной задачей, преследующей цель минимизации энергозатрат при сохранении качества хранимых злаковых культур. Важным аспектом этой задачи является также обеспечение условий пожаробезопасности хранилищ и растительного сырья.

В настоящее время для контроля температуры растительного сырья, хранимого в элеваторах бункерного типа, используются термоподвесы, содержащие шесть точечных датчиков температуры проволоочного типа. Датчики закреплены на тросовом подвесе с интервалом в четыре метра. Система закрепляется в верхней части элеватора и спускается вниз вдоль высоты бункера на длину 24 м. Недостатком такой системы является отсутствие возможности контролировать температуру сырья вдоль всей длины подвеса, необходимость проведения периодических профилактических и калибровочных работ, которые связаны с риском для исполнителей.

С целью устранения этих недостатков был разработан метод контроля температуры растительного сырья [1], использующий в качестве чувствительного элемента трубчатую магистраль (звуковод), заглушенную с одной стороны и имеющую внутри акустические неоднородности в виде колец одинакового диаметра, установленные на известном расстоянии  $\Delta z_i$ . К открытому концу трубчатой магистрали присоединен акустический излучатель-приемник. В процессе измерений подсчитываются интервалы времени  $\Delta t_i$  прохождения волны между неоднородностями и рассчитываются скорости распространения акустической волны:  $C_{si} = 2 \Delta z_i / \Delta t_i$ . Температура  $T_i$  на участках звуковода между отражателями рассчитывается по известной зависимости скорости распространения акустических волн  $C_s$  от температуры воздушной среды  $T_0$  [2]:

$$C_s = \sqrt{\frac{C_p}{C_v} R T_0} \quad (1)$$

или

$$T_i = C_{si}^2 \cdot \frac{C_v}{C_p R}, \quad (2)$$

где:  $C_p$ ,  $C_v$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно;  $R$  – газовая постоянная.

Звуковод опускается в бункер элеватора и используется вместо точечного термоподвеса.

В настоящее время подобные системы в практике контроля температурного режима отсутствуют. Поэтому нам представилось важным привести данные по распространению звука в звуководах, изготовленных из стандартного трубного проката шовного типа, поскольку он имеет наименьшую стоимость и может быть перспективным в данном случае. Мы приводим данные по исследованию диапазона несущих частот зондирующего сигнала от 500 Гц до 5000 Гц, так как для этого диапазона существуют стандартные высокоэффективные электроакустические преобразователи (ЭАП), предназначенные для эксплуатации в условиях открытого пространства и в них предусмотрены меры электробезопасности. В конечном счете мы хотим разработать методику использования этих недорогих компонентов для создания системы достаточного качества. Мы считаем, что

темы достаточного качества. Мы считаем, что добиться этого можно путем сочетания оптимальной конструкции акустической неоднородности (отражателя) и оптимальной несущей частоты с относительно несложным алгоритмическим приемом – временной корректировкой усиления. Если этих мер будет достаточно и сигнал будет не слишком искажен помехами, то система окажется оптимальной также и по критерию стоимости и достаточного качества.

## 1 Затухание акустических эхосигналов

Если в идеальном цилиндрическом звуковом диаметром  $D$  возбуждено продольное акустическое колебание с длиной волны  $\lambda$ , то в нем, при соблюдении условия  $D \ll \lambda$ , распространяется плоская волна, интенсивность звука в которой практически не зависит от расстояния, пройденного волной [2]. По-видимому, стальную шовную трубу нельзя отнести к «идеальным» звуковым. Этому понятию в значительно большей степени отвечает калиброванный трубный прокат из латуни. Однако его стоимость примерно в 25 раз выше, чем стоимость шовного проката. В связи с этим возникает задача определения обобщенных характеристик затухания звука в волноводных трактах, изготовленных именно из стандартного трубного проката шовного типа.

Обычно затухание в локационных системах измеряют как потери мощности при распространении. В данном случае измерить мощность акустического сигнала оказывается затруднительно, так как КПД ЭАП известен только как оценочное значение, а для проведения калибровок потребовалась бы акустическая камера и соответствующая измерительная техника. Однако, поскольку приемник регистрирует напряжение, а также в связи с тем, что смысл исследования затухания эхосигналов состоит в определении возможности различения напряжения эхосигнала на фоне собственных шумов приемника, внешних помех и паразитного эхосигнала, для оценки потенциала системы удобно регистрировать входное напряжение приемника  $U_e$  при постоянном значении электрической мощности, подводимой к электроакустическому преобразователю.

### 1.1 Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) системы «ЭАП – звуководный тракт» измерялась для фиксированной длины звуковода  $\Delta L = 2,66$  м, на конце которого устанавливалась металлическая заглушка. На выбранной длине можно наблюдать реальную АЧХ ЭАП, так как с увеличением дальности распространения проявляются свойства звуковода как фильтра нижних частот. На выходе приемника измерялись амплитуды эхосигналов, отраженных от заглушки. На рис.1 приведена полученная экспериментальная зависимость.

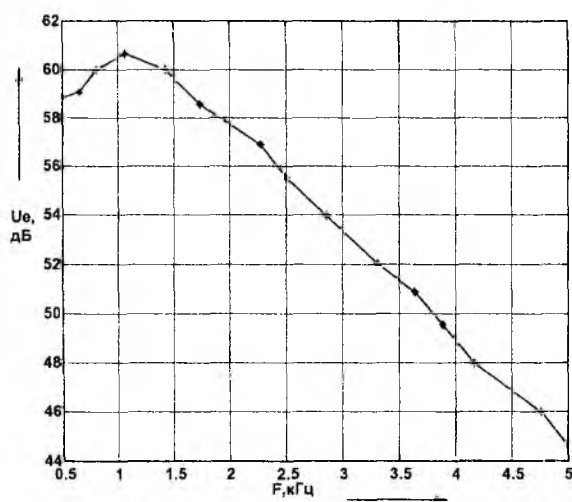


Рис. 1

Акустическая система, состоящая из подвижной мембраны и акустического трансформатора, нагруженная на звуковод, имеет собственную резонансную частоту  $f_p$ . Как следует из полученной зависимости, для данной системы эта частота, определенная экспериментально, имеет значение:  $f_p = 1000 \pm 50$  Гц. На частотах выше 1 кГц

эхосигнал быстро затухает, так что для рассматриваемых волноводов и ЭАП в практических целях могут быть использованы зондирующие сигналы с частотой заполнения не выше 1 кГц. В связи с этим зависимость затухания от дальности измерялось на двух частотах 1 кГц и 500 Гц.

## 1.2 Результаты экспериментальных исследований на частоте 1 кГц

Для получения обобщенной зависимости амплитуды эхосигнала  $U_e = \Psi(z)$ , где  $z$  - координата вдоль длины звуковода [м], длина звуковода изменялась дискретно путем последовательного присоединения отдельных 4-х метровых секций (по аналогии с реальными контактными системами). На выходе приемника измерялись амплитуды напряжения эхо-сигналов в децибелах (дБ) по отношению к значению 1 мВ. Напряжение зондирующего сигнала на входе ЭАП поддерживалось на постоянном уровне. В качестве источника эхосигнала использовалась заглушка, устанавливаемая в конце последней из присоединяемых секций. Отражатели при этом не устанавливались.

Измерение распределений  $U_e = \Psi(z)$  указанным выше способом для частоты 1 КГц приводят к обобщенному выражению, описывающему экспериментальное распределение с точностью не хуже 2%:

$$U_e = A \cdot e^{-z^{0,68}}, \quad (3)$$

где:  $-z = 2 \div 28$  [м];  $A$  - коэффициент пропорциональности, который определяется излучаемой мощностью, эффективностью ЭАП и его согласованностью со звуководом. Для частоты 1 кГц  $A = 6,2$ .

На рис. 2 приведен график этой зависимости в дБ по отношению к 1 мВ (кривая 1). Из полученной зависимости следует, что величина ослабления акустического давления является функцией дальности распространения акустической волны вдоль звуковода. Это явление наблюдается вследствие того, что высокочастотные составляющие спектра зондирующего сигнала по мере распространения затухают быстрее низкочастотных составляющих.

Выражение (3) также показывает, что затухание звуковых волн при распространении в стальных шовных трубах внутренним диаметром 16 мм оказывается значительно выше, чем это может следовать из теоретической модели [3]. Исследования показывают, что основным фактором, определяющим аномальное затухание, является флуктуация площади поперечного сечения трубы вдоль координаты  $z$ . Доказательством этого служит непрерывный эхо-сигнал, который наблюдается в течение всего периода времени от момента излучения зондирующего импульса до момента прихода эхосигнала от заглушки и в данном случае считается паразитным. Амплитуда этого сигнала не имеет периодической структуры, но ее временная зависимость при неизменной температуре повторяется с высокой стабильностью от зондирования к зондированию для данного отрезка трубы или волновода в целом и может быть идентификатором соответствующего волноводного тракта. Подобные сигналы наблюдаются при облучении распределенной цели импульсным сигналом. В таких случаях общий эхосигнал представляет собой суперпозицию отражений от отдельных неоднородностей, расстояние между которыми меньше разрешающей способности локатора по дальности. Случайно расположенными неоднородностями в данном случае могут быть только дефекты внутренней поверхности звуковода и деформации его внутреннего объема. Эти дефекты возникают в частности за счет неоднородностей (наплывов) сварного шва у сварных труб и механических деформаций диаметра. Кроме того, шероховатости внутренней поверхности также вызывают дополнительное поглощение акустической энергии.

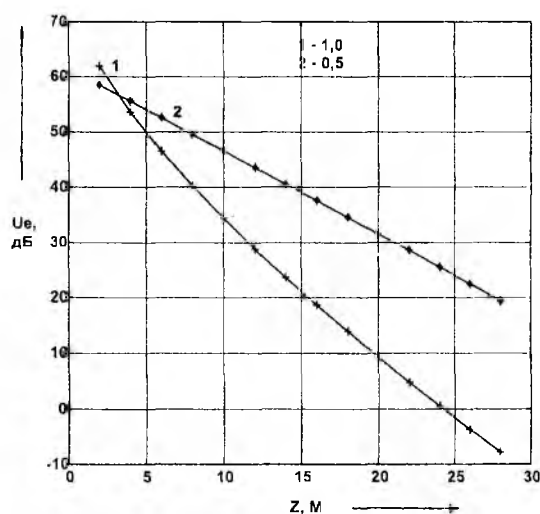


Рис. 2

На частоте 1 кГц амплитуда паразитного сигнала изменяется в соответствии с функцией (3), но коэффициент А при этом меньше, чем в случае эхосигнала от заглушки в среднем на 22 дБ. Из зависимости (3) также следует, что на дальностях, превышающих 15 м, эхосигнал от заглушки по напряжению становится ниже 20 дБ. В связи с тем, что паразитный эхосигнал ниже эхосигнала от заглушки только на 22 дБ, эхосигнал от встроенных отражателей (вставок) для этих дальностей может составлять величину только порядка 10 дБ. Из этого можно сделать вывод о том, что для данного типа волновода и несущей частоты 1 кГц дальность 15 м является предельной.

### 1.3 Результаты экспериментальных исследований на частоте 500 Гц

Полученные данные показывают, что в тех случаях, когда необходимо увеличение дальности действия системы, несущую частоту зондирующего сигнала необходимо уменьшить. В данном случае, исходя из поставленной задачи использования стандартных электроакустических преобразователей, были проведены эксперименты на частоте 500 Гц. В результате получена обобщающая зависимость вида:

$$U_e = U_0 \cdot 2^{-(0,25 \cdot z - 1)}, \quad (4)$$

где  $U_0$  – напряжение на входе приемника при отражении от заглушки, установленной на дальности  $z = 4$  м (в данном случае от конца первой секции звуковода);  $U_0 = 0,6$  В для данной системы зондирования; 0,25 – постоянный коэффициент.

В выражении (4) параметр «2» и коэффициент «0,25» отображают частное свойство этой зависимости, выражающееся в уменьшении входного напряжения эхосигнала в два раза на каждые 4 м увеличения дальности (длины звуковода). На рис. 2 приведен график выражения (4) кривая 2.

Выражение (4) показывает, что для частоты 500 Гц ослабление амплитуды эхосигнала, выраженное в дБ, является линейной функцией «х», т.е. не зависит от дальности распространения. Следовательно, в этом случае может быть использовано понятие погонного уменьшения напряжения эхосигнала  $V$ . В данном случае можно принять  $V \cong 1,5$  дБ/м. Из совместного рассмотрения кривых 1 и 2 следует, что рассматриваемый волновод при несущей частоте зондирующего сигнала 500 Гц обеспечивает дальность действия системы до 30 м.

В связи с тем, что исследуемый звуковод изготовлен из трубного проката, для которого ГОСТом не регламентируется качество внутренней поверхности, выражения (6) и (7) следует рассматривать только как оценочные. Однако их использование оказывается полезным для оптимизации параметров акустических систем контроля температуры при различных исходных требованиях.

## 2 Акустические отражатели

В устройстве, рассмотренном в [1], одна акустическая неоднородность в виде кольца рассматривается как источник только одного эхосигнала. Такое явление может наблюдаться только в том случае, если ширина кольца  $\Delta S$  меньше разрешающей способности  $\Delta l$  системы зондирования по дальности, где  $\Delta l$  определяется как [4]:

$$\Delta l = C_s \cdot \tau / 2, \quad (5)$$

где  $\tau$  – длительность зондирующего импульса.

Однако каждая неоднородность дает два отражения – от переднего и заднего торцов. При малой ширине кольца, когда выполняется условие  $\Delta S < \Delta l$ , эти два сигнала интерферируют и если ширина кольца равна одной четверти длины звуковой волны в звуковом, то на выходе приемника наблюдается сложение этих двух сигналов в одинаковой фазе, начиная со второго полупериода зондирующего сигнала. Очевидно, что это приводит к увеличению амплитуды эхосигнала в два раза. Однако, поскольку  $C_s$  зависит от температуры, разрешающая способность  $\Delta l$ , а значит и фазовое соотношение интерферирующих эхосигналов также бу-

дуг изменяться в зависимости от температуры. Следовательно, при этом будет изменяться и амплитуда эхосигнала. В связи с этим использование эффекта сложения амплитуд в общем случае нельзя считать оптимальным. Оптимальной будет такая длина отражателя, при которой сигналы от переднего и заднего торцов будут наблюдаться раздельно и отстоять на дальности, равной интервалу дискретности отсчетов  $\Delta z_i$  распределения (профиля) температуры  $T_i = F(\Delta z_i)$  вдоль звуковода, то есть  $\Delta S = \Delta z_i > \Delta l$  (например, для существующих контактных систем  $\Delta z_i = 4$  м). В этом случае оба отраженных сигнала будут полезными и при этом их амплитуды не будут зависеть от температуры среды. При соблюдении этого условия уменьшение  $\Delta S$  улучшает разрешающую способность системы по восстановлению профиля температуры  $T_i = F(\Delta z_i)$ . Минимальное значение  $\Delta z_{i \min}$  ограничено разрешающей способностью системы зондирования так, что должно выполняться условие:

$$\Delta S_{\min} = \Delta z_{i \min} > \Delta l = C_s \cdot \tau/2 \quad (6)$$

или, привлекая (1):

$$\Delta S_{\min} > \sqrt{\frac{C_p}{C_v}} R T_0 \cdot \tau/2. \quad (7)$$

Выражение (7) позволяет рассчитать минимальный участок длины звуковода, на котором может быть усреднено измерение температуры. Очевидно, что максимальное значение  $N$  таких дискретных участков определится делением общей длины звуковода  $L$  на эту величину:  $N = L/\Delta S_{\min}$ . В существующих контактных системах  $N = 6$  при  $L = 24$  м, т.е.  $\Delta z_{i \min} = 4$  м. В данном случае число  $N$  ограничивается потерями, которые возникают за счет каждого акта частичного отражения от встроенного отражателя.

В рассматриваемых экспериментах отражатели устанавливались в начале каждой секции ( $\Delta z_i = 4$  м) за исключением первой. Вместо колец [1] в качестве отражателей использовались стальные пластины. Высота пластин подгонялась по внутреннему диаметру трубы так, чтобы обеспечить примерно плотную посадку. Их минимально допустимая длина  $\Delta S_{\min}$  определяется следующим образом. Исходя из (1), в выражении (7) следует использовать максимальное значение температуры  $T_{0 \max}$ . При диапазоне возможных температур от  $-30^\circ\text{C}$  до  $+120^\circ\text{C}$   $T_{0 \max} = 293^\circ\text{K}$ . Если принять, что импульсная посылка должна содержать по крайней мере один период, то при максимальном (в данном эксперименте) значении периода несущей частоты зондирующего сигнала  $T = 2 \cdot 10^{-3}$  с из (7) получим:  $\Delta S_{\min} = \Delta z_{i \min} > 0,396$  м. Исходя из этого, была выбрана длина пластины  $\Delta S = 0,5$  м, т.е. условие (6) соблюдалось во всем диапазоне контролируемых температур, при этом сигналы, отраженные от каждого из торцов пластины наблюдались раздельно. Однако условие  $\Delta S = \Delta z_i$  не соблюдалось, то есть было принято  $\Delta S < \Delta z_i = 4$  м как это принято в существующей системе контроля элеваторов. Оптимальное значение  $\Delta z_i$  в пределах  $\Delta S \leq \Delta z_i < 4$  м для конкретной системы может быть определено на основании данных о затухании сигналов при распространении в реальном звуковом.

Толщина пластин отражателей подбиралась экспериментально по величине требуемого отраженного сигнала от каждого из отражателей, исходя из условия превышения амплитуды эхосигнала над паразитным сигналом, по крайней мере, на 10 дБ, так как увеличение отражательной способности отражателя неизбежно приводит к ослаблению последующих эхосигналов. Исходя из этих соображений, была подобрана толщина пластин  $\delta = 2$  мм. При таких параметрах пластин и интервала их установки распределение амплитуд эхосигналов от отражателей по виду не отличается от описываемого выражением (4) с той лишь разницей, что  $U_0 = 0,115$  в.

### Заключение

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования подтвердили возможность использования акустического зондирования внутреннего пространства звуководов,

изготовленных из стандартного трубного проката для контроля температурного режима окружающей среды. Использование акустического локатора позволяет вести наблюдение непрерывно (круглосуточно). Метод позволяет проводить измерения температур в диапазоне от  $-30^{\circ}\text{C}$  до  $+120^{\circ}\text{C}$  при разрешающей способности не хуже  $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$ , что удовлетворяет потребностям температурного контроля. Электроакустический преобразователь (датчик) устанавливается вне контролируемой зоны, что повышает пожарозащищенность метода и ремонтпригодность устройства.

По сравнению с используемыми в настоящее время системами точечного измерения температуры на базе терморезисторов акустическая система обладает значительно большей информативностью, так как измеряет усредненные значения температуры на участках длиной 4 м. Использование звуковода устраняет необходимость периодических калибровок датчиков и обеспечивает ремонтпригодность чувствительных элементов на уровне электроакустического преобразователя, который располагается в легко доступной зоне.

Однако экспериментальные исследования также показывают необходимость и целесообразность проведения дальнейших исследований с целью оптимизации системы для контроля температуры на более протяженных трассах, например в кабельных каналах телецентров, для чего целесообразно исследовать другие типы трубного проката.

В настоящее время нами проводятся исследования по определению передаточной функции температуры в системе «контролируемая среда – измерительная система». С целью автоматизации процесса контроля разрабатывается аппаратно-программный комплекс системы измерения температуры, включающий 256 контролируемых объекта (бункера).

**Список литературы:** 1. Патент України №49219 А МПК7G08B17/10,G01K11. Спосіб контролю за температурою / В. Семенець, В. Єлізаров, А. Сидоренко, В. Леонідов, С. Муравйов, О. Олевський, опубл. 16.09.2002 Бюл. №9. 2. Э. Госсард, У. Хук. Волны в атмосфере, М.:Мир, 1978. 532 с. 3. Иофе В, Корольков В, Сапожков М. Справочник по акустике. М. 1979. 312 с. 4. Дымова А, Альбац М, Бонч-Бруевич А. Радиотехнические системы. М.: Сов. радио, 1975. 439 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 06.08.2003

А. В. МАМОНТОВ, Т. Е. СТЫЦЕНКО, П. Н. МАСЛОВ, Р. Ю. АЛЛАХВЕРАНОВ

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ СОТР РЭС  
С ЦЕЛЬЮ СНИЖЕНИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА

Негативное влияние акустического шума на работу РЭС часто проявляется в электрических шумах, ухудшающих функциональные характеристики. Не менее важной является проблема влияния акустического шума на человека как вредного производственного фактора, снижающего производительность труда, ухудшающего самочувствие и приводящего к профессиональным заболеваниям.

Одними из наиболее распространенных источников акустического шума в РЭС являются системы обеспечения теплового режима (СОТР). Особенно актуальна проблема шума в мощных РЭС с большим тепловыделением. Уровень шума пропорционален потребляемой мощности СОТР, которая в свою очередь пропорциональна требуемой теплоотдаче РЭС. Для СОТР с несколькими приводами хладагента уровень акустического шума является функцией нескольких переменных. Следовательно, снижение уровня шума является оптимизационной задачей, в которой он является целевой функцией, а температура нагретых зон (НЗ) и тепловая мощность – ограничивающими условиями. Оптимизация заключается в построении оптимальной модели управления всеми приводами хладагента, при которой уровень шума в нестационарных тепловых условиях будет минимальным.

На рис. 1 и рис. 2 представлены типовые схемы СОТР, соответственно с воздушным и комбинированным (воздушно-жидкостным) охлаждением.

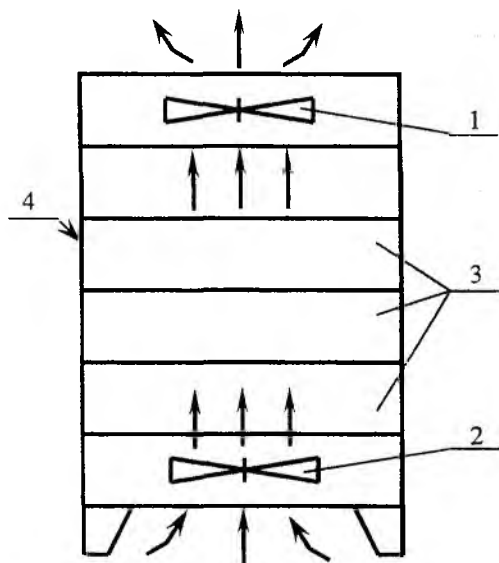


Рис. 1

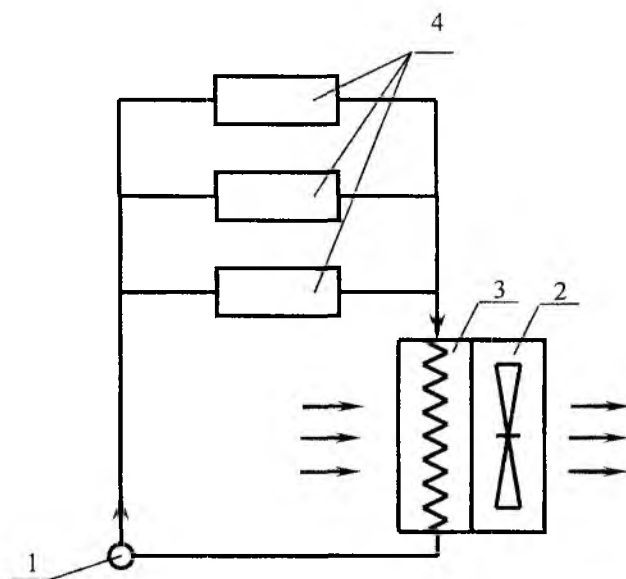


Рис. 2

На рис. 1 обозначены: 1 и 2 – соответственно вытяжной и приточный вентиляторы, 3 – НЗ, 4 – корпус стойки. На рис. 2: 1 – жидкостной насос, 2 – вентилятор, 3 – теплообменник, 4 – НЗ. В первой схеме движение воздуха происходит последовательно от приточного вентилятора к вытяжному. Во второй схеме движение тепла осуществляется последовательно от жидкости, приводимой в движение насосом, к воздуху, приводимому в движение вентилятором. В обоих случаях теплоотдача зависит от эффективности работы каждого источника, приводящего в движение хладагент. Для наибольшей наглядности составлена упрощенная электрическая схема-аналог [1, 2] (рис. 3). На ней обозначены:  $G1$  – источник суммарной тепловой мощности НЗ,  $R1$  – тепловое сопротивление между  $G1$  и остальной частью НЗ,  $R2$  и  $R3$  – тепловые сопротивления между НЗ и окружающей средой, зависящие

соответственно от первого и второго источника движения хладагента,  $C1$  – теплоёмкость НЗ,  $U$  – температура НЗ,  $\perp$  – окружающая среда.

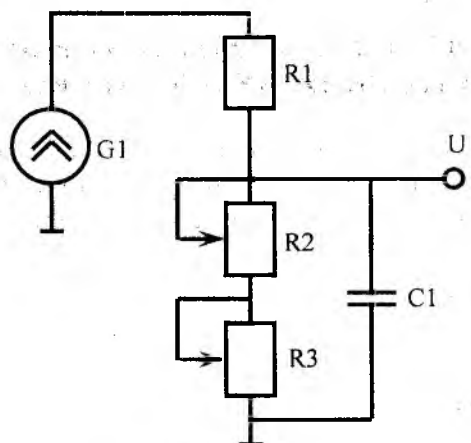


Рис. 3

Из рис. 3 видно, что заданное значение температуры НЗ ( $U$ ) в установившемся режиме может быть получено различными сочетаниями сопротивлений  $R2$  и  $R3$ . Иначе говоря, заданная температура НЗ может быть достигнута различными сочетаниями производительности вентиляторов (вентилятора и насоса).

Для эксперимента были использованы две лабораторные установки, собранные по схемам рис. 1 и рис. 2. В качестве источника воздуха в обеих установках использовались вентиляторы УВО 2,6–6,5 с асинхронным двигателем. В качестве жидкого хладагента был использован тосол АЛ-40, который приводился в движение автомобильным омывателем стекол с двигателем постоянного тока. В ходе эксперимента были получены следующие зависимости: рис. 4 – изотермы напряжения питания вытяжного ( $U1$ ) и приточного ( $U2$ ) вентиляторов в установившемся тепловом режиме; рис. 5 – изотермы напряжения питания вентилятора ( $U3$ ) и напряжения питания жидкостного насоса ( $U4$ ) также в установившемся тепловом режиме; рис. 6 – зависимость перегрева НЗ (см. рис. 1) от времени переходного процесса (1 – охлаждение без вентиляции; 2 – охлаждение с максимальной вентиляцией; 3 – нагрев без вентиляции; 4 – нагрев с максимальной вентиляцией).

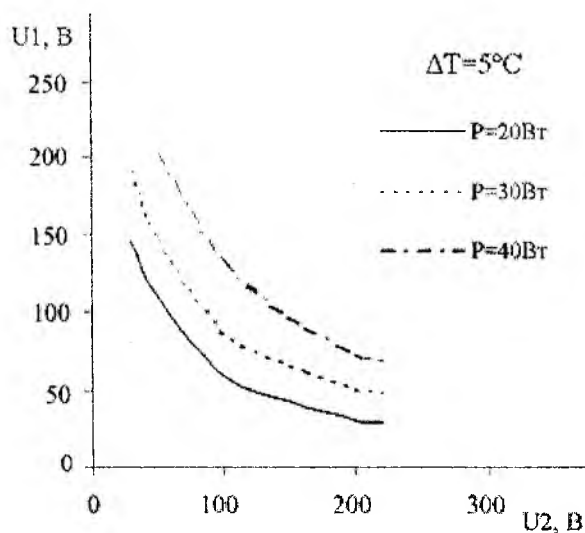


Рис. 4

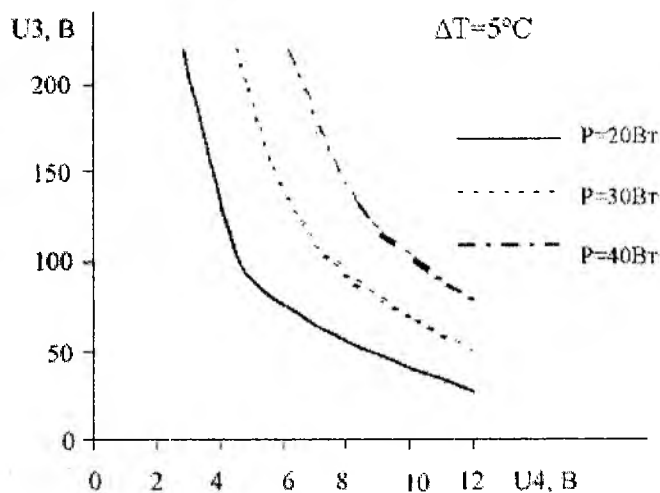


Рис. 5

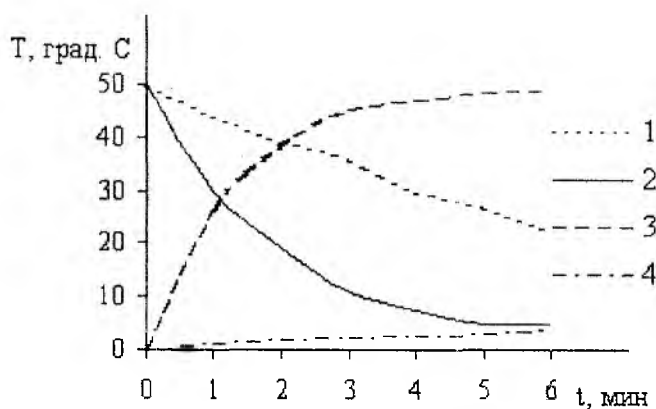


Рис. 6

Анализируя полученные зависимости, приходим к выводу, что реальные тепловые процессы могут быть пояснены с помощью эквивалентной электрической схемы (рис. 3). Графики, приведенные на рис. 4 и рис. 5, объясняются гиперболической зависимостью теплового сопротивления от расхода хладагента. Графики, приведенные на рис. 6, иллюстрируют переходные тепловые процессы и приближаются к экспонентам. Погрешность не превышает 5% от максимального значения температуры.

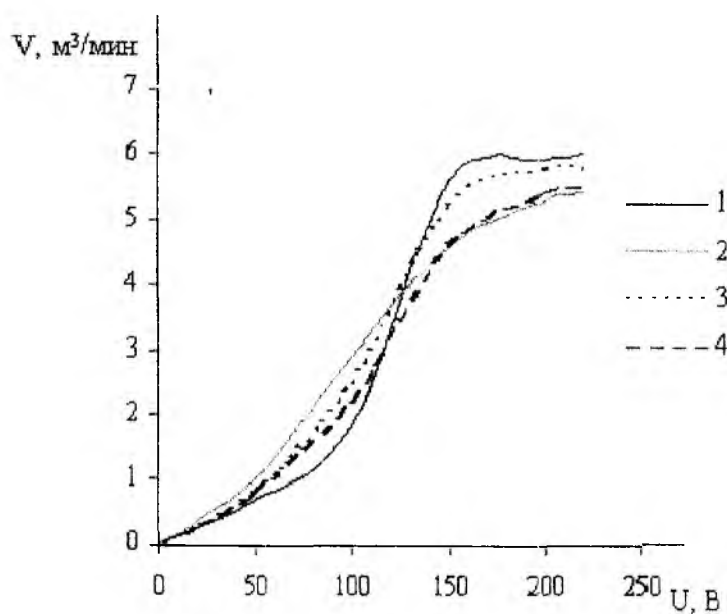


Рис. 7

На рис. 7 приведены зависимости расхода воздуха вентилятора от приложенного напряжения (1 – отдельно взятый вентилятор; 2 – вентилятор в схеме по рис. 2; 3 и 4 – соответственно приточный и вытяжной вентилятор в схеме по рис. 1). На рис. 8 приведены зависимости уровня шума вентилятора от напряжения питания.

Как отмечалось выше, необходимо подобрать такой режим работы вентиляторов (вентилятора и насоса), при котором уровень акустического шума будет минимальным, а расход хладагента будет обеспечивать заданную температуру НЗ. Для термостабилизации НЗ в условиях изменяющейся температуры окружающей среды или тепловой мощности необходимо регулировать расход хладагента ( $V$ ). Возможность такой термостабилизации подтверждается графиками на рис. 6. Однако изменение расхода хладагента означает переход на другую изотерму  $\Delta T_i = const$  (рис. 4 и 5), что влечет за собой изменение уровня акустиче-

ского шума. На рис. 9 представлены шумовые характеристики, соответствующие этим изотермам, снятые на установке с воздушным охлаждением (рис. 1). Аналогичный результат получен на установке с комбинированным охлаждением (рис. 2).

Таким образом, минимизация уровня шума от работы СОТР с двумя источниками движения хладагента при изменяющейся тепловой мощности  $P$  и постоянной температуре НЗ сводится к нахождению линии, соединяющей минимальные уровни шума при соответствующих изотермах. Как правило, она носит нелинейный характер, что объясняется нелинейностью происходящих процессов (рис. 7 и 8).

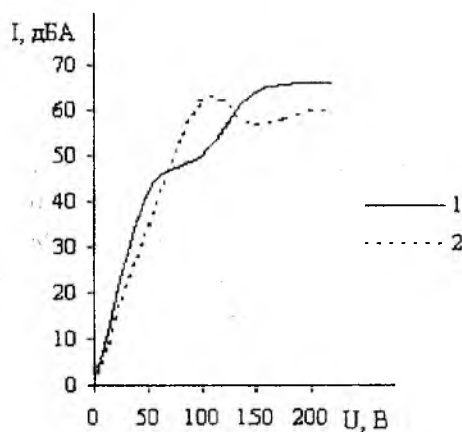


Рис. 8

В общем виде задача описывается следующим образом:

$T$  – интегральная температура в системе (средняя в НЗ) есть функция времени  $t$  и вектора напряженности  $\vec{U}(t)$  с очевидным ограничением  $\frac{\partial t}{\partial U} < 0$ ,  $i=1 \dots n$ , где  $n$  – число вентиляторов (они же источники шума).  $J(\vec{U})$  – функционал интегрального шума в системе. При отсутствии интерференции естественно считать

$$J(\vec{U}) = \sum J_i(\vec{U}_i), \quad (1)$$

где  $J_i$  – шум от каждого из источников.

Общая задача имеет вид:

$$\min_{t \in [0, t_1]} J(\vec{U}), \quad (2)$$

где  $t_1$  – максимально допустимое время перехода из состояния  $T$  в состояние с допустимой температурой  $T_0$ . Минимум в (2) берется по всем кривым такого перехода. Для монотонных зависимостей  $J(U)$  можно задать промежуточные точки  $T \rightarrow T_k \rightarrow T_{k+1} \dots \rightarrow T_1 \rightarrow T_0$ , считая задачу квазистационарной (инерционность температурных процессов велика). Тогда в пространстве векторов  $\vec{U}$  выделяется линейное многообразие  $U_{T_e}$ , для каждого  $T_e$  на каждом ищется  $\min J(\vec{U})$ .

Ниже показан дискретный случай такого подхода, когда многообразие аппроксимируется результатами эксперимента для каждой данной точки  $T_e$ . При этом предполагается, что вектор  $\vec{U} \min$  из  $U_{T_e}$  действительно приведет систему из состояния  $T_e$  в  $T_{e-1}$  (в нештатных ситуациях перегрева это предположение может не выполняться).

Следующим шагом является адаптивное управление работой вентиляторов. В простейшем случае имеем:

$$\begin{cases} U_i = x_i \cdot 1(T - T_0), \\ J = \sum J_i(U_i) + \tau(\bar{U}), \end{cases} \quad (3)$$

где  $x_i \geq 0$  – вектор управлений;  $\tau$  – интеграл по времени от положительной, монотонно растущей функции разности  $(T - T_0)$ . Если время регулирования не критично, можно ограничиться выражением (1). Ввиду нелинейности зависимости рис. 8  $J$  будет существенно нелинейной функцией как управляющего параметра  $\bar{x}$ , так и отклонения  $T - T_0$ , и от ПИД-регулятора (3) можно вернуться к классической задаче экстремума функции с параметром  $\bar{U}$ . При этом считать процесс квазистационарным. Здесь попутно возникает задача оптимальной частоты опроса датчиков (в данной статье не рассматривается).

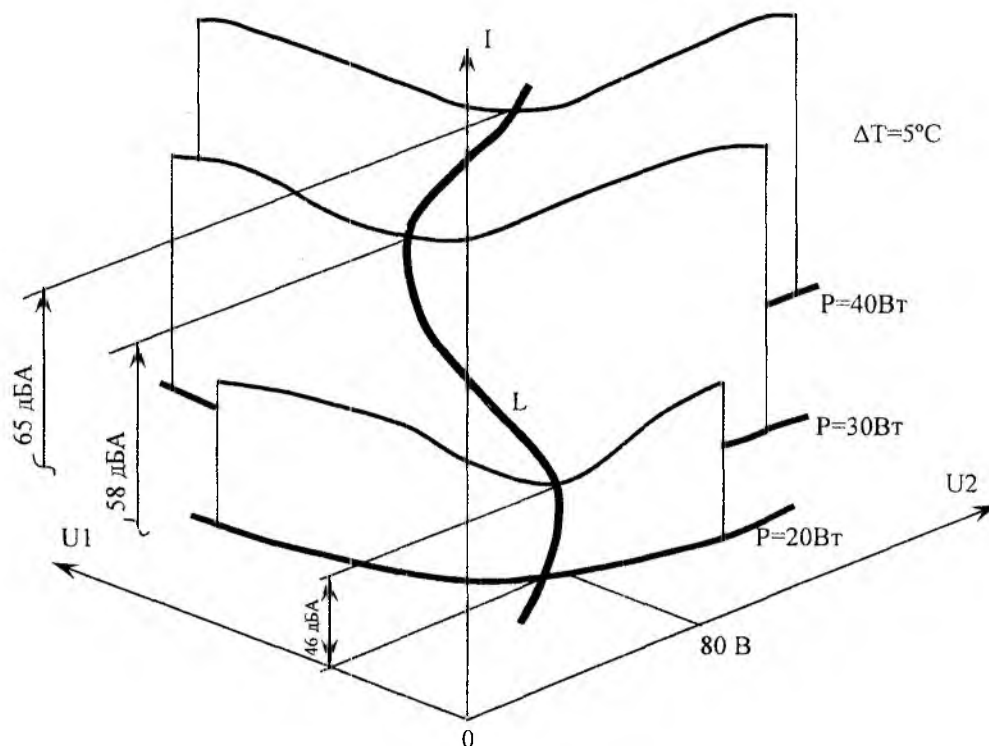


Рис. 9

Теоретическое решение задачи оптимизации на проектной стадии затруднено множеством трудно учитываемых факторов. Поскольку поверхность отклика  $I(U_1, U_2)$  получена экспериментальным путем, наиболее простым решением авторы считают также экспериментальное, и предлагают следующий алгоритм:

1. Построить изотермы  $V_j = \text{const}$ , каждая из которых представляет зависимость  $U_1$  от  $U_2$ :

$$\begin{cases} U_1 = \varphi_i(U_2), \\ P_j = \text{const}, \\ T_j = \text{const}, \end{cases} \quad (4)$$

где  $V_j$  – расход хладагента;

$j$  – номер изотермы, соответствующий заданной температуре НЗ;

$P_j$  – тепловая мощность;

$T$  – заданная температура НЗ.

2. Построить шумовую характеристику  $I_j$  для каждой изотермы  $\Delta T = const$  :

$$\begin{cases} I_j = f_i(U1; U2), \\ T = const, \\ P_j = const. \end{cases} \quad (5)$$

3. Построить линию, соединяющую минимальные значения полученных шумовых характеристик  $I_j$  :

$$\begin{cases} L = F_{\min}(U1; U2), \\ T = const, \\ P \neq const. \end{cases} \quad (6)$$

4. Построенная в ходе эксперимента линия  $L$  представляется аналитическим выражением одним из известных способов и может использоваться в СОТР с автоматическим управлением источниками движения хладагента.

**Список литературы:** 1. Дульнев Г. Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Высш. шк., 1984. 247 с. 2. Веников В. А. Теория подобия и моделирования. М.: Высш. шк., 1976. 479 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступили в редколлегию 24.06.2003

# СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАНАЛОВ СВЯЗИ С НЕЛИНЕЙНОЙ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

Разработка отечественных высокоскоростных модемов для кабельных и радиоканалов, оценка их потенциальных и эксплуатационных характеристик связаны с решением комплекса технических задач, а также требуют создания соответствующего программного обеспечения, моделирования систем и каналов связи. Внедрение и тестирование зарубежной аппаратуры должно сопровождаться совершенствованием методов защиты от помех и искажений, которое бы учитывало специфику характеристик и качество отечественных линий передачи. Особенно актуальной при больших скоростях передачи данных становится проблема защиты от искажений из-за нелинейных частотных характеристик каналов связи. Частотные характеристики каналов по коммутируемым телефонным линиям изменяются каждый раз при наборе нового номера, зависят от типа кабеля, от условий и срока его эксплуатации. Поэтому можно полагать, что характеристики каналов передачи под воздействием различных факторов могут изменяться в широких пределах.

В качестве моделей каналов связи могут применяться цифровые фильтры (ЦФ). Однако в большинстве работ, посвященных вопросам синтеза цифровых фильтров, рассматривается возможность аппроксимации идеальных фильтров, дифференциаторов, преобразователей Гильберта и т. д. Гораздо меньше внимания уделяется моделированию реальных линий и каналов передачи, нелинейные частотные характеристики которых обычно трудно или вообще невозможно точно представить аналитически. В данной работе делается попытка проанализировать некоторые структуры цифровых фильтров с точки зрения их применимости для моделирования каналов и линий связи.

Для моделирования каналов, частотные характеристики которых не содержат узкополосных составляющих, целесообразно использовать нерекурсивные, или трансверсальные, цифровые фильтры (рис. 1). При этом зачастую удается получить приемлемую аппроксимацию заданной частотной характеристики при небольшом числе коэффициентов усиления.

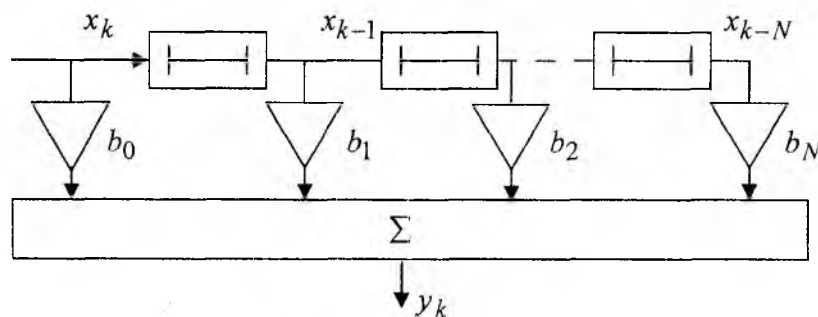


Рис. 1

Выходной сигнал нерекурсивного фильтра (НРФ) описывается выражением вида

$$y_k = \sum_{i=0}^N x_{k-i} b_i, \quad (1)$$

где  $b_i$  — коэффициенты усиления отводов нерекурсивного фильтра;  $N$  — число линий задержки или число звеньев НРФ.

Существует множество методов синтеза нерекурсивных фильтров, наиболее известными из которых являются: метод взвешивающих окон, метод частотной выборки, метод наилуч-

шей равномерной аппроксимации [1, 2]. В случае, когда известно аналитическое выражение для передаточной функции, оправданным во многих случаях оказывается использование метода взвешивающих окон.

В сотовых системах радиосвязи с GMSK – и FQPSK – модуляцией применяют оптимальные каналные гауссовы фильтры [3]. Рассмотрим пример использования метода взвешивающих окон для синтеза НРФ с частотной характеристикой гауссова фильтра четвертого порядка. Гауссов фильтр четвертого порядка описывается частотной характеристикой вида

$$K(j\omega) = \left( \prod_{i=1}^2 \frac{\omega_i^2}{\omega_i^2 + 2j\xi_i\omega_i\omega - \omega^2} \right)^2, \quad (2)$$

где  $\omega_1 = 1,9086$ ;  $\omega_2 = 1,6768$ ;  $\xi_1 = 0,7441$ ;  $\xi_2 = 0,9792$ .

Модуль частотной характеристики НРФ определяется из выражения

$$|K(j\omega)| = \sum_{i=0}^N b_i \exp(-ji\omega). \quad (3)$$

Так как коэффициенты  $b_i$  НРФ равны отсчетам его импульсной характеристики  $h_i$  и частотная характеристика любого цифрового фильтра является периодической, то коэффициенты нерекурсивного фильтра можно вычислить обратным преобразованием Фурье заданной частотной характеристики

$$h_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K(j\omega) \exp(ji\omega) d\omega. \quad (4)$$

Найденная согласно (4) импульсная характеристика является некаузальной, так как при отрицательных  $i$  содержит ненулевые значения. Поэтому для обеспечения физической реализуемости НРФ необходимо задержать полученную импульсную характеристику на  $\frac{N}{2}$  тактов.

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) моделируемого гауссова фильтра представлена на рис. 2. Коэффициенты трансверсального фильтра определялись по каузальной импульсной характеристике согласно (4). Полученный по формуле (3) модуль частотной характеристики нерекурсивного фильтра показан на рис. 3. Здесь кривые 1, 2 и 3 соответствует числу коэффициентов НРФ, равному соответственно 3, 5 и 7. Как видно из рис. 2 – 3, уже при семи коэффициентах нерекурсивного фильтра получаем довольно высокую степень соответствия между заданной и полученной АЧХ. Следует заметить, что из-за отсутствия на модулируемой частотной характеристике точек разрыва эффект Гиббса не проявляется. Это позволяет использовать при моделировании простейшее прямоугольное весовое окно.

При моделировании каналов, частотные характеристики которых содержат узкополосные составляющие, применение нерекурсивных фильтров уже не будет оправданным. Это связано с тем, что для хорошей аппроксимации понадобится большое число отсчетов импульсной характеристики, а значит существенно возрастет количество звеньев НРФ и вычислительная сложность фильтрации. Гораздо более эффективным в этом случае оказывается применение рекурсивных фильтров (РФ). Известные методы синтеза цифровых РФ можно разделить на три большие класса [2]: методы, включающие проектирование соответствующего фильтра непрерывного времени и его дискретизацию; методы расчета в  $z$ -плоскости; методы, использующие процедуры оптимизации. Все описанные методы синтеза

рекурсивных фильтров отличаются значительно большей вычислительной сложностью, нежели методы синтеза НРФ.

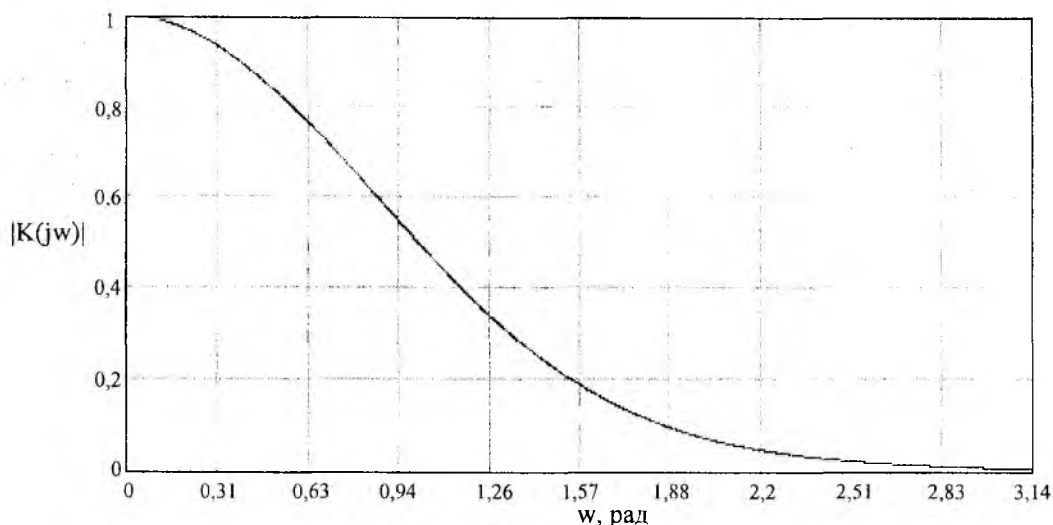


Рис. 2

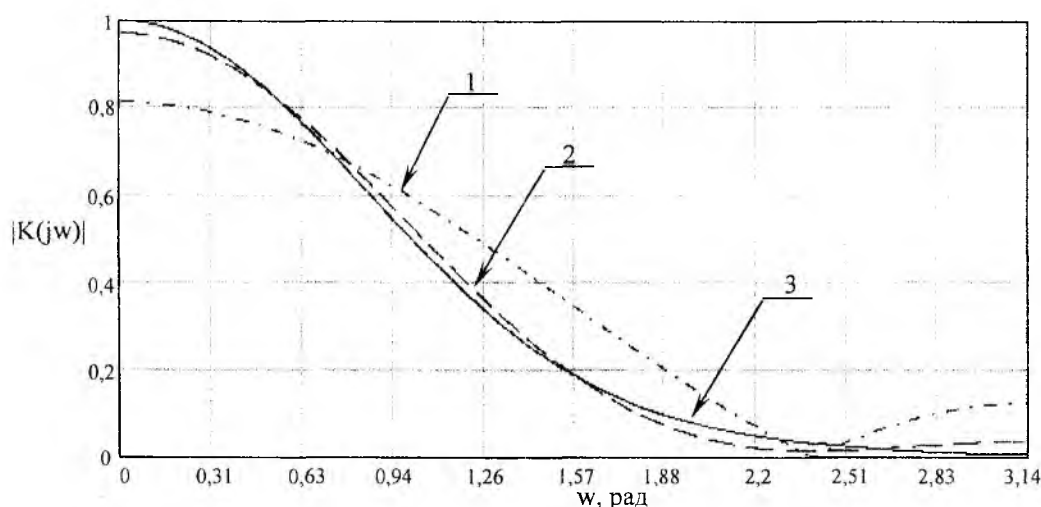


Рис. 3

Несмотря на все достоинства существующих методов синтеза цифровых фильтров, при решении практических задач моделирования каналов и линий связи нередко возникают трудности, связанные в основном с необходимостью аналитического описания передаточных функций и большой, в случае рекурсивных фильтров, вычислительной сложностью. В такой ситуации более эффективными могут оказаться методы синтеза ЦФ, предлагаемые в данной публикации.

Рассмотрим модель, позволяющую имитировать довольно значительный класс линий передачи, амплитудно-частотные характеристики которых содержат узкополосные пики в рабочей полосе частот. Для моделирования таких линий предлагается использовать неканоническую прямую форму рекурсивного фильтра [2], в которой только один из коэффициентов прямой цепи ( $b_0 = 1$ ) не равен нулю. Данный рекурсивный фильтр представлен на рис. 4. Выходной сигнал такого РФ описывается соотношением:

$$z_k = x_k - \sum_{i=1}^P a_i z_{k-i}, \quad (5)$$

где  $x_k$  – входные отсчеты дискретизированного сигнала,  $a_i$  – коэффициенты усиления фильтра,  $z_k$  – отсчеты выходного сигнала рекурсивного фильтра.

Структура РФ, изображенного на рис. 4, совпадает со структурой формирующего фильтра процесса авторегрессии. Приведенный в статье [4] метод расчета коэффициентов и числа звеньев авторегрессионного формирующего фильтра вполне соответствует решаемой задаче синтеза рекурсивного фильтра по заданной АЧХ. В качестве порождающего процесса в авторегрессионной модели линейного предсказания используется белый шум. Поэтому спектральная плотность мощности (СПМ) процесса авторегрессии совпадает с квадратом модуля частотной характеристики рекурсивного фильтра, которая рассчитывается по формуле:

$$|K(jw)| = \frac{1}{\left| 1 - \sum_{i=1}^P a_i \exp(-jw) \right|^2} \quad (6)$$

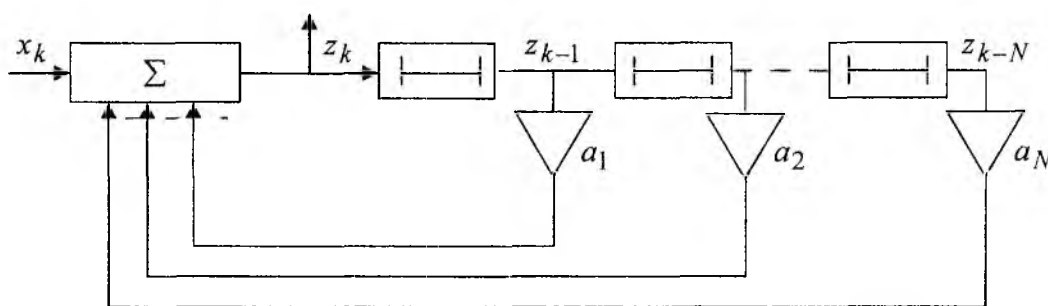


Рис. 4

Метод расчета  $a_i$  основан на простой, с хорошим приближением связи между коэффициентами рекурсивного фильтра и корнями характеристического уравнения процесса авторегрессии. Корни характеристического уравнения выражаются через ширину полосы по уровню половинной мощности и частоту пика АЧХ. Если АЧХ содержит несколько пиков, коэффициенты усиления рассчитываются по известным частотам и ширине полос каждого из них. Число звеньев рекурсивного фильтра должно быть в два раза больше числа пиков расположенных на ненулевой частоте и частоте, отличной от максимальной. Если пик АЧХ находится на нулевой частоте или на максимальной, равной  $1/2T$ , для формирования такой АЧХ достаточно одного звена рекурсивного фильтра.

Приведем два примера расчета рекурсивного фильтра с неравномерной АЧХ. Для моделирования каналов связи с помощью рекурсивного фильтра выбирались параметры АЧХ для первого канала, равные:  $f_1 = 15$ ,  $\Delta f_1 = 7$ ,  $f_2 = 30$ ,  $\Delta f_2 = 10$ ,  $f_3 = 40$ ,  $\Delta f_3 = 15$ ,  $f_4 = 65$ ,  $\Delta f_4 = 15$  и для второго канала:  $f_1 = 10$ ,  $\Delta f_1 = 20$ ,  $f_2 = 25$ ,  $\Delta f_2 = 15$ ,  $f_3 = 40$ ,  $\Delta f_3 = 10$ ,  $f_4 = 60$ ,  $\Delta f_4 = 3$ .

Для анализа частотных характеристик цифровых фильтров удобно использовать нормирование по частоте. Если нормированная частота  $w = \omega T$ , то при  $\omega = \omega_0$  имеем  $w = 2\pi$  и требования к фильтрам необходимо задавать на интервале  $[0, \pi]$ .

Если выбрать частоту дискретизации  $f_0 = 200$ , то период дискретизации окажется равным  $T = 0,005$ . Пронормировав частоты по указанному выше правилу, получим:

$$w_1 = 0,47, \Delta w_1 = 0,22, w_2 = 0,94, \Delta w_2 = 0,31, w_3 = 1,26, \Delta w_3 = 0,47, w_4 = 2,04, \Delta w_4 = 0,47;$$

$$w_1 = 0,31, \Delta w_1 = 0,62, w_2 = 0,79, \Delta w_2 = 0,47, w_3 = 1,26, \Delta w_3 = 0,31, w_4 = 1,88, \Delta w_4 = 0,09.$$

Рассчитанные коэффициенты усиления двух РФ с использованием формул из [4] составили:  $a_1 = 2,37$ ,  $a_2 = -3,43$ ,  $a_3 = 3,45$ ,  $a_4 = -2,97$ ,  $a_5 = 2,2$ ,  $a_6 = -1,47$ ,  $a_7 = 0,69$ ,  $a_8 = -0,23$ ;  $a_1 = 2,46$ ,  $a_2 = -3,89$ ,  $a_3 = 4,68$ ,  $a_4 = -4,64$ ,  $a_5 = 3,73$ ,  $a_6 = -2,32$ ,  $a_7 = 0,99$ ,  $a_8 = -0,2$ .

Соответствующие частотные характеристики моделей каналов представлены на рис. 5.

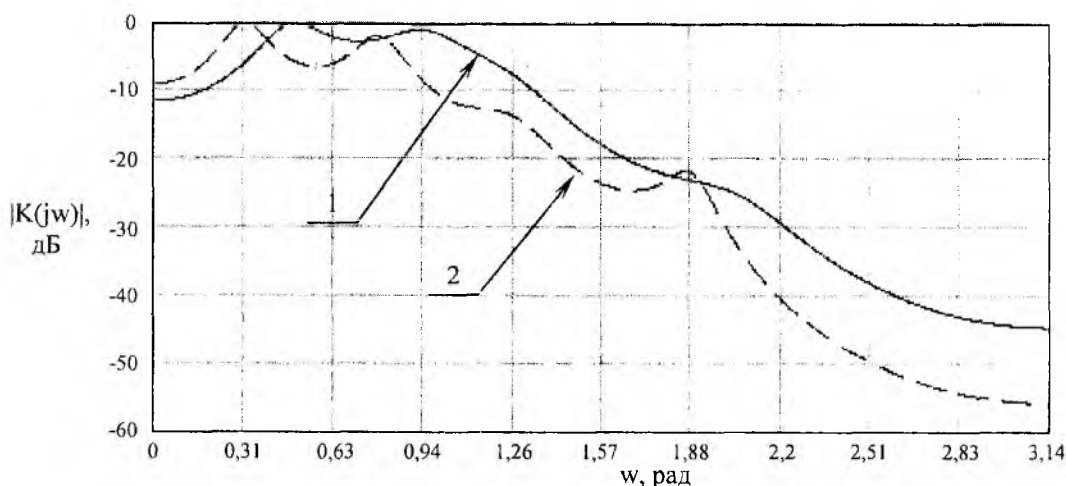


Рис. 5

Как видно из данного графика, частоты пиков соответствуют задаваемым при моделировании параметрам. Полосы частот сложно определить визуально, что объясняется наложением соседних частотных составляющих пиков. Выбором значений частот пиков и ширины полос можно изменять в широких пределах частотную характеристику моделируемого канала связи. При малом числе звеньев фильтра легко получить модели АЧХ узкополосных каналов связи. Широкополосные каналы со сложной АЧХ требуют использования большего числа звеньев фильтра.

Аналогичный подход можно использовать и для синтеза НРФ. Разумеется, методика расчета, использованная выше для вычисления коэффициентов усиления рекурсивного фильтра, не подходит для расчета коэффициентов усиления нерекурсивного фильтра. Однако, учитывая, что модель линейного предсказания на нерекурсивном фильтре соответствует процессу скользящего среднего, можно использовать тесную связь моделей авторегрессии и скользящего среднего.

В работе [5] был предложен метод, основанный на применении коэффициентов авторегрессии для расчета фильтра процесса скользящего среднего. При этом учитывалось, что АЧХ авторегрессионного фильтра обратна АЧХ фильтра скользящего среднего, т. е.

$$|K_{AP}(jw)| = |K_{CC}(jw)|^{-1}. \quad (7)$$

Таким образом, если известны частоты провалов АЧХ линии связи и их ширина по уровню половинной мощности, можно сравнительно просто рассчитать коэффициенты усиления нерекурсивного фильтра. Для этого используются коэффициенты авторегрессии, позволяющие получить пики АЧХ рекурсивного фильтра на соответствующих частотах провалов АЧХ нерекурсивного фильтра.

Покажем два примера расчета моделей каналов связи, АЧХ которых характеризуется наличием широкополосных составляющих. Пусть значения центральных частот и ширины полос АЧХ моделируемых каналов равны:  $f_1 = 0$ ,  $\Delta f_1 = 4$ ,  $f_2 = 100$ ,  $\Delta f_2 = 10$  и  $f_1 = 0$ ,  $\Delta f_1 = 1$ ,  $f_2 = 65$ ,  $\Delta f_2 = 22$ ,  $f_3 = 100$ ,  $\Delta f_3 = 10$ .

Для нормированных частот при периоде дискретизации  $T = 0,005$  имеем:

$$w_1 = 0, \Delta w_1 = 0,13, w_2 = 3,14, \Delta w_2 = 0,31$$

$$\text{и } w_1 = 0, \Delta w_1 = 0,031, w_2 = 2,04, \Delta w_2 = 0,69, w_3 = 3,14, \Delta w_3 = 0,31.$$

Рассчитанные согласно [5] коэффициенты усиления нерекурсивных фильтров (рис. 1) для двух моделей составляют соответственно:  $b_0 = 1, b_1 = 0,17, b_2 = 1,60, b_3 = -0,14, b_4 = -0,64$  и  $b_0 = 1, b_1 = -0,38, b_2 = 1,33, b_3 = 0,98, b_4 = -0,013, b_5 = -0,56, b_6 = -0,35$ .

Полученные по формуле (3) модули частотных характеристик НРФ представлены на рис. 6. Изменением параметров спадов АЧХ и их количества можно изменять форму АЧХ.

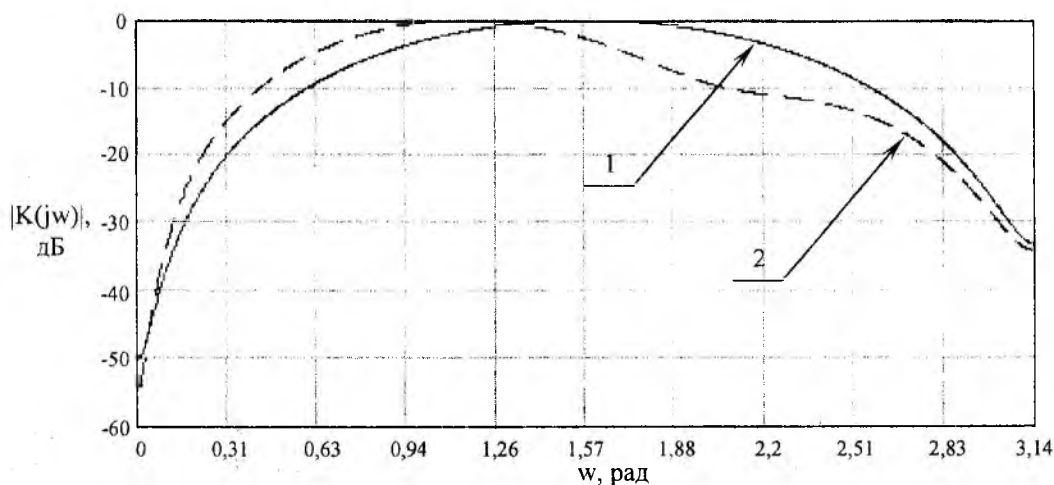


Рис. 6

Сложно найти простую универсальную структуру цифрового фильтра, АЧХ которого может принимать необходимую для моделирования различных линий передачи форму. Приведенные в статье методики синтеза цифровых фильтров позволяют сравнительно просто моделировать реальные каналы и линии связи. Анализ полученных результатов показывает достаточно хорошее совпадение частотных характеристик цифровых фильтров и моделируемых каналов связи. При использовании предложенных методов значительно снижается вычислительная сложность (это относится в основном к рекурсивным фильтрам) синтеза ЦФ.

**Выводы:** Проанализирована возможность применения цифровых фильтров для моделирования линий связи; рассмотрено применение метода взвешивающих окон для синтеза нерекурсивного фильтра; предложены методы синтеза цифровых фильтров, основанные на связи моделей авторегрессии и скользящего среднего с рекурсивными и нерекурсивными фильтрами.

**Список литературы:** 1. Бондарев В. Н., Трестер Г., Чернега В. С. Цифровая обработка сигналов: методы и средства: Учеб. пособие для вузов. Севастополь: Изд-во СевГТУ, 1999. 398 с.: ил. 2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848с. 3. Феер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра: Пер. с. англ. / Под ред. В.И. Журавлева. М.: Радио и связь, 2000. 520 с. 4. Тихонов В.А., Русановский Д.Е., Тихонов Д.В. Генерация узкополосных имитационных случайных процессов // Радиотехника и информатика. 1999. №4. С.83-85. 5. Тихонов В.А., Тихонов Д.В., Бажина А.В. Моделирование широкополосных случайных процессов // Збірник наукових праць / М-во оборони України; Харк. військ. ун-т. Харків, 2000. Вип. 4(30). С. 132 – 135.

## ДВУХУРОВНЕВЫЙ АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ МАРШРУТИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДОСТУПОМ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЯХ МАГИСТРАЛЬНОГО УРОВНЯ

Развитие современных сетевых технологий, а также создание и внедрение новых решений в телекоммуникационных сетях (ТКС) проходит под девизом повышения уровня качества решения всего комплекса управленческих задач в двух основных сегментах сети – магистральном и абонентском. В свою очередь, эффективность функционирования магистрального сегмента (МС) ТКС, представляющего собой сеть связи уровня WAN (Wide Area Network), во многом зависит от согласованности в решении задач маршрутизации и управления доступом со стороны абонентского сегмента (АС), основу которого составляют сети связи уровня MAN (Metropolitan Area Network) и LAN (Local Area Network) [1].

Качественно налаженная маршрутизация является средством оперативно преодоления проблем, связанных с несовершенством проектных решений или выходом из строя отдельных элементов сети. И напротив, изъяны в организации процессов маршрутизации могут служить дополнительным источником возникновения перегрузок сети в целом или ее отдельных подсетей. Следует учесть, что в рамках решения маршрутных задач происходит перераспределение лишь доступных сетевых ресурсов (буферов очередей маршрутизаторов и пропускной способности трактов передачи данных) гарантировать отсутствие перегрузки ТКС при росте нагрузки отдельных абонентских сетей практически невозможно. Однако, организовав должным образом процесс управления доступом и согласовав его с решением маршрутных задач, перегрузку сети или отдельных ее подсетей можно в большинстве случаев избежать. Подобное утверждение базируется на том, что на практике сети связи АС для повышения показателей эксплуатационной надежности и живучести обычно коммутируются к двум и более приграничным маршрутизаторам МС ТКС [2], что особенно характерно для сетей связи военного назначения (рис. 1). Обеспечив оптимальное в рамках выбранных критериев распределение нагрузки АС по приграничным маршрутизаторам МС ТКС, перегрузочные явления можно упредить и по возможности предотвратить путем перекоммутации трафика абонентов с перегруженных участков МС на маршрутизаторы наименее загруженных подсетей телекоммуникационной сети.

Приходится констатировать, что в рамках существующих моделей маршрутизации и управления доступом, реализованных в соответствующих протоколах ведущих сетевых технологий IP (Internet Protocol) и ATM (Asynchronous Transfer Mode), вопросы согласованности получаемых решений напрямую не затрагиваются [1]. В этой связи особую актуальность получают задачи разработки моделей ТКС и алгоритмов ее оптимизации в рамках рассмотренных выше комплексных решений.

В процессе синтеза алгоритма оптимизации процессов маршрутизации и управления доступом в телекоммуникационных сетях за основу была взята математическая модель ТКС [3], полученная на основании усовершенствования модели решения маршрутных задач [4], адаптированной для дейтаграммных сетей и сетей, ориентированных на виртуальные соеди-

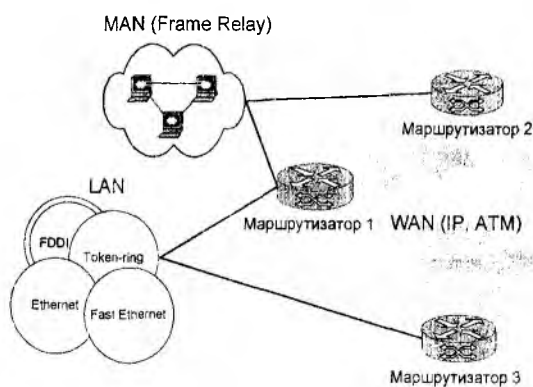


Рис. 1

нения [5], для гибридных сетей [6] и сетей с комбинированным типом маршрутизации [7], а также для сетей с иерархической маршрутизацией [8].

В рамках этой модели структуру ТКС можно представить в виде ориентированного графа  $\Gamma(R, Z)$  (рис. 2), множество вершин которого  $R = \{A\} \cup \{V\}$  составляют сети АС ( $A_i, i = \overline{1, M}$ ) и узлы (маршрутизаторы) МС ( $V_j, j = \overline{1, N}$ ) ТКС, где  $M$  – общее количество абонентских сетей, а  $N$  – число узлов в МС ТКС;  $Z = \{B\} \cup \{D\}$  – множество дуг, моделирующее линии доступа ( $B_{i,j}; i = \overline{1, M}; j = \overline{1, N}$ ) и тракты передачи данных между узлами МС ТКС ( $D_{i,j}; i, j = \overline{1, N}; i \neq j$ ).

Трафик, создаваемый сетями АС ТКС, значительно более предсказуем по средней величине своей интенсивности и параметрам возможных пульсаций, чем трафик отдельных абонентов. Это, в свою очередь, позволяет рассматривать величину трафика абонентских сетей как управляемый ресурс. С точки зрения требований системного подхода заслуживает особого внимания подход к

функциональному описанию ТКС в пространстве состояний системой неавтономных разностных управляемых уравнений, отражающей динамику загрузки буферов очередей на узлах МС ТКС [3]:

$$x_{i,j}(k+1) = x_{i,j}(k) - \sum_{\substack{l=1, \\ l \neq i}}^N b_{i,l}^{(M)}(k) u_{i,l}^{j(M)}(k) + \sum_{\substack{m=1, \\ m \neq i,j}}^N \bar{b}_{m,i}^{(M)}(k) u_{m,i}^{j(M)}(k) + \sum_{p=1}^M b_{p,i}^{j(K)}(k) u_{p,i}^{j(K)}(k), \quad (1)$$

где  $x_{i,j}(k)$  – объем данных, находящийся на узле  $V_i$  и предназначенный для передачи узлу  $V_j$  в момент времени  $t_k$ , трактуемый в дальнейшем как переменная состояния;  $u_{i,l}^{j(M)}(k)$  – доля пропускной способности тракта  $D_{i,l}$ , выделенная абонентскому трафику с адресатом  $V_j$  в момент времени  $t_k$  и трактуемая в дальнейшем как маршрутная переменная;  $u_{p,i}^{j(K)}(k)$  – доля абонентской нагрузки, которая поступила от  $p$ -й абонентской сети на узел  $V_i$  в момент времени  $t_k$  с адресатом  $V_j$  и трактуемая дальше как коммутационная переменная;  $b_{i,j}^{(M)}(k) = c_{i,j}(k) \Delta t$  ( $k=0,1,2,\dots$ ),  $c_{i,j}(k)$  – скорость передачи данных между узлами  $V_i$  и  $V_j$  в момент времени  $t_k$  в тракте  $D_{i,j}$ ;  $\Delta t = t_{k+1} - t_k$  – период перерасчета маршрутных и коммутационных переменных;  $b_{p,i}^{j(K)}(k) = \zeta_{p,i}^j(k) \Delta t$ ,  $\zeta_{p,i}^j$  – интенсивность поступления данных к узлу  $V_i$  в момент времени  $t_k$  с адресатом  $V_j$  от  $p$ -й абонентской сети.

Для предотвращения перегрузки элементов ТКС ввиду ограниченности величин буферов очередей на узлах сети и пропускных способностей трактов передачи данных на переменные состояния и маршрутные переменные накладываются ограничения вида

$$0 \leq x_{i,j}(k) \leq x_{i,j}^{\max}, \quad (2)$$

$$0 \leq u_{i,l}^{j(m)}(k); \sum_{n=1}^N u_{i,l}^{n(m)}(k) \leq 1, \quad (3)$$

где  $x_{i,j}^{\max}$  – емкость буфера очередей на узле  $V_i$  для трафиков с адресатом  $V_j$ . Выполнение условий (3) гарантирует отсутствие перегрузки канальных ресурсов сети путем ограничения трафика внутри сети.

Требование к сохранению объема абонентского трафика при его распределении по приграничным маршрутизаторам МС ТКС накладывает на коммутационные переменные следующие ограничения:

$$0 \leq u_{p,i}^{j(\kappa)}(k); \sum_{i=1}^N u_{p,i}^{j(\kappa)}(k) = 1 \quad (p = \overline{1, M}; i, j = \overline{1, N}). \quad (4)$$

Динамику информационного обмена в ТКС в целом на основе системы скалярных уравнений состояния (1) можно представить линейным векторно-матричным уравнением

$$X(k+1) = X(k) + B^{(m)}(k)U^{(m)}(k) + B^{(\kappa)}(k)U^{(\kappa)}(k), \quad (5)$$

где  $X(k) = [x_{1,2}(k), \dots, x_{i,j}(k), \dots, x_{N,N-1}(k)]^T$  – вектор загрузки буферных устройств на узлах МС ТКС в момент времени  $t_k$  размерности  $N(N-1)$ ;  $U^{(m)}(k) = [u_{1,2}^{2(m)}(k), \dots, u_{i,l}^{j(m)}(k), \dots, u_{N,N-1}^{N-1(m)}(k)]^T$  – вектор маршрутных переменных в момент времени  $t_k$  размерности  $N(N-1)^2$ ;  $B^{(m)}(k)$  – матрица пропускных способностей трактов передачи данных МС ТКС в момент времени  $t_k$  размерности  $N(N-1) \times N(N-1)^2$ , элементы которой формируются из величин  $b_{i,j}^{(m)}(k)$  выражения (1);  $B^{(\kappa)}(k)$  – матрица объемов абонентской нагрузки, которая поступает на узлы магистрального сегмента ТКС в момент времени  $t_k$  размерности  $N(N-1) \times MN^2$ , элементы которой отвечают величинам  $b_{p,i}^{j(\kappa)}(k)$  согласно выражению (1);  $U^{(\kappa)}(k) = [u_{1,1}^{1(\kappa)}(k), \dots, u_{i,l}^{j(\kappa)}(k), \dots, u_{M,N}^{N(\kappa)}(k)]^T$  – вектор коммутационных переменных в момент времени  $t_k$  размерности  $MN^2$ ;  $T$  – знак транспонирования.

Размерность вектора  $U^{(m)}$ , соответствующая полносвязной структуре МС ТКС, и размерность вектора  $U^{(\kappa)}$ , соответствующая коммутации каждой сети АС на каждый маршрутизатор МС ТКС, на практике может быть значительно снижена ввиду неполносвязной структуры ТКС, а также по причине физической коммутации абонентских сетей не больше, чем к двум приграничным маршрутизаторам магистрального сегмента сети. Например, в случае связности каждого из маршрутизаторов МС ТКС с  $q$  ( $q \leq N-1$ ) соседними, размерность вектора маршрутных переменных составляет  $qN(N-1)$ . А при коммутации каждой сети АС ТКС к двум маршрутизаторам МС размерность вектора коммутационных переменных существенно уменьшается и составит  $2MN$ .

В общем случае динамика состояния ТКС соответственно выражению (5) может быть описана в форме линейного векторно-матричного уравнения

$$X(k+1) = X(k) + B(k)U(k), \quad (6)$$

где  $B = [B^{(m)} B^{(\kappa)}]$ ;  $U = \begin{bmatrix} U^{(m)} \\ U^{(\kappa)} \end{bmatrix}$ .

В качестве критерия оптимальности решения комплексной задачи маршрутизации и управления абонентским доступом выберем минимум квадратичного функционала вида

$$J = \sum_{k=0}^{v-1} [X^T(k)G_x X(k) + U^T(k)G_u U(k)], \quad (7)$$

где  $G_x$  – диагональная положительно определенная весовая матрица, обусловленная приоритетностью очередей на узлах МС ТКС;  $G_u = \begin{bmatrix} G_u^{(M)} & 0 \\ 0 & G_u^{(K)} \end{bmatrix}$  – блок-диагональная положительно определенная весовая матрица, в которой компоненты матрицы  $G_u^{(M)}$  определяются важностью трактов передачи данных в ТКС, а компоненты матрицы  $G_u^{(K)}$  характеризуют относительную стоимость доступа к узлам МС;  $v$  – количество интервалов  $\Delta t$  перерасчета маршрутных и коммутационных переменных.

Квадратичный функционал (7) характеризует суммарные затраты относительно загрузки буферных устройств узлов, пропускных способностей трактов передачи данных ТКС, а также стоимость доступа к МС ТКС на протяжении цикла оптимизации  $W = v\Delta t$  и функционально связанный с объемом своевременно доставленных абонентских данных. Формулирование функционала (7), подлежащего минимизации, позволяет реализовать свойство прогнозирования предполагаемого состояния ТКС на некотором упреждающем временном интервале – периоде прогнозирования, который совпадает по своему смыслу с величиной интервала оптимизации  $W$ .

В основу разрабатываемого алгоритма оптимизации может быть положено решение вариационной задачи по минимизации функционала (7) с динамическими ограничениями (1) или (6), ограничениями на переменные состояния (2), маршрутные (3) и коммутационные переменные (4) с расчетом векторов маршрутных  $U^{(M)}(k)$  и коммутационных переменных  $U^{(K)}(k)$ . Для решения сформулированной задачи существуют не прямые методы, основанные на использовании необходимых и (или) достаточных условий оптимальности, и прямые методы вариационного исчисления, которые непосредственно подобные условия не используют [9]. К основным методам первой группы относятся метод Эйлера-Лагранжа, принцип максимума Понтрягина, метод динамического программирования Беллмана. Ко второй группе методов принадлежат численные методы параметрической оптимизации, основанные на идеях поиска.

В случае аналитического решения вариационных задач с помощью метода Эйлера-Лагранжа и принципа максимума Понтрягина удастся получить законы управления замкнутого типа [10]. Однако наличие интегральных ограничений на маршрутные (3) и коммутационные переменные (4) не позволяет получить необходимые решения в аналитической форме, а необходимость решения возникающей краевой задачи еще больше усложняет решения поставленной оптимизационной задачи данными методами. Метод динамического программирования Беллмана обеспечивает решение вариационных задач оптимального управления при наличии практически любых ограничений, но при этом возникают трудности вычислительного характера, связанные с необходимостью запоминания большого объема промежуточной информации при решении задач большой размерности по причине необходимости представления функции нескольких переменных на множестве дискретных значений ее аргумента [10]. Следует учесть, что компоненты векторов  $X$  и  $U$  величины по своей сути непрерывные, а необходимость их дискретизации требует довольно большой емкости запоминающих устройств вычислительных систем, что делает нецелесообразным использование метода динамического программирования при решении поставленной оптимизационной задачи.

Использование численных методов как основных представителей прямых методов решения вариационных задач обусловлено возможностью получения явного решения уравнения (1) относительно вектора  $X$ , подставив его компоненты в виде функций вектора  $U$  и начальных условий  $X(0)$  [9; 10]. В этом случае размерность задачи увеличивается пропорционально параметру  $v$ , что в большинстве случаев неприемлемо.

Таким образом, непосредственно использовать не прямые и прямые методы решения сформулированной выше вариационной задачи не представляется возможным. В этой связи заслуживает внимания поиск комбинированного подхода, сочетающего преимущества прямых и не прямых методов. На основании проведенного анализа для решения исходной оптимизационной задачи воспользуемся иерархическо-координационным методом целевой координации [11]. Его реализация нацеливает на значительное снижение вычислительных затрат при расчете маршрутных и коммутационных переменных за счет возможности распараллеливания вычислений.

В соответствии с выбранным методом решение исходной задачи минимизации функционала (7) может быть заменено решением двойственной задачи максимизации по  $\lambda$  функционала  $\Phi(\lambda)$ , где

$$\Phi(\lambda) = \min_{x,u} L(X, U, \lambda),$$

$$L(X, U, \lambda) = \sum_{k=0}^{v-1} \left\{ X^T(k) G_x X(k) + U^T(k) G_u U(k) + \lambda^T(k) [-X(k+1) + X(k) + B(k)U(k)] \right\}. \quad (8)$$

Многоуровневый характер решения задачи позволяет обеспечить вычисление лагранжиана  $L(X, U, \lambda)$  для заданных на вышестоящем уровне  $\lambda = \lambda^*$  независимо для каждого момента времени, определяемого индексом  $k$ . С этой целью определим гамильтониан

$$H(k) = X^T(k) G_x X(k) + U^T(k) G_u U(k) + \lambda^T(k) [X(k) + B(k)U(k)]. \quad (9)$$

Тогда с учетом выражения (9) уравнение (8) принимает вид

$$L(X, U, \lambda) = \min_{x,u} \sum_{k=0}^{v-1} [H(k) - \lambda^T(k-1)X(k)] = \sum_{k=0}^{v-1} L_k(\lambda),$$

$$L_k(\lambda) = \min_{x,u} [H(k) - \lambda^T(k-1)X(k)]. \quad (10)$$

Для получения численного решения задачи необходимо рассчитать независимо друг от друга значения функций  $L_k$  для заданных  $\lambda = \lambda^*$  и затем максимизировать  $L$ , используя градиентные процедуры, где градиент функции  $L$  имеет вид

$$\nabla L(\lambda) \Big|_{\lambda = \lambda^*} = -X^*(k+1) + X^*(k) + B(k)U^*(k), \quad (11)$$

где  $X^*$ ,  $U^*$  – решения, минимизирующие  $L_k$  при  $\lambda = \lambda^*$ .

Задача минимизации  $L_k$  в выражении (10) при наличии ограничений (2), (3), (4) в отсутствие динамических ограничений (6) является задачей параметрической оптимизации и может быть решена с помощью соответствующих численных методов [12].

Таким образом, задача минимизации целевого функционала (7) может быть решена с использованием на первом этапе необходимых условий оптимальности, а на втором – прямых методов минимизации выражений (10). Реализация метода целевой координации для решения поставленной вариационной задачи обусловила двухуровневый алгоритм оптимизации (рис. 3).

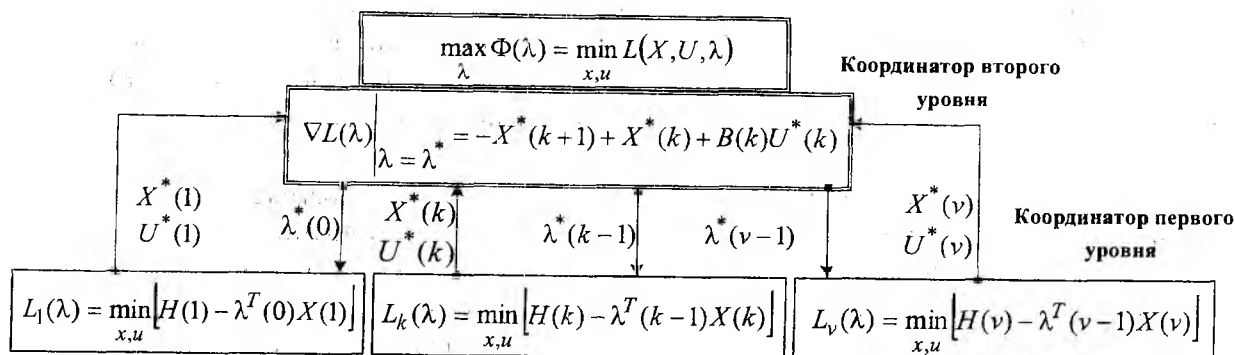


Рис. 3

Координатором первого (нижнего) иерархического уровня при заданных  $\lambda = \lambda^*$  минимизируются вне зависимости друг от друга функции  $L_k$ ,  $k = 0, v-1$  в выражении (10).

Полученные оптимальные решения  $X^*$ ,  $U^*$  используются координатором второго (верхнего) уровня для вычисления градиента (11), который, в свою очередь, применяется для нахождения вектора  $\lambda$ , максимизирующего  $L$ . Общий оптимум функционала  $J$  достигается при близости градиента (11) к нулю.

Таким образом, в работе предложен двухуровневый алгоритм оптимизации процессов маршрутизации и управления доступом в телекоммуникационных сетях магистрального уровня. В основу алгоритма положено решение вариационной задачи векторной оптимизации по минимизации функционала (7) с ограничениями на переменные состояния (2), маршрутные (3) и коммутационные переменные (4) методом целевой координации, относящегося к классу иерархическо-координационных методов. Решение оптимизационной задачи базируется на использовании динамической модели ТКС, обеспечивающей комплексный учет процессов маршрутизации и управления доступом. К достоинствам предлагаемого алгоритма следует отнести эффективность его вычислительной реализации, предполагающей распараллеливание процесса вычисления с использованием на маршрутизаторах многопроцессорных вычислителей. Реализация в рамках рассмотренной модели ТКС свойства прогнозирования предполагаемого состояния сети позволяет нацелить решения взаимосвязанных между собой задач маршрутизации и управления доступом именно на предотвращение перегрузки сети или ее отдельных подсетей, а не только на ликвидацию ее последствий.

**Список литературы:** 1. *Руководство по технологиям объединенных сетей* / Настольный справочник специалиста по сетевым технологиям: 3-е издание. М.: Изд-во «Вильямс», 2002. 1040 с. 2. *Мизин И.А., Богатырев В.А., Кулешов А.П.* Сети коммутации пакетов / Под ред. В.С. Семенкина. М.: Радио и связь, 1986. 408 с. 3. *Лемешко А.В., Беленков А.Г.* Динамическая модель комплексного решения задач маршрутизации и абонентского доступа в территориально-распределенных телекоммуникационных сетях // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: Сб. науч. тр. Нац. аэрокосмич. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». Харьков: НАКУ. 2003. Вып. 18. С. 134 – 139. 4. *Segall A.* The modeling of adaptive routing in data-communications networks // IEEE Trans. on communications, 1975. Vol. 25. №1. P. 85 – 95. 5. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю., Гема Н.И.* Динамическая маршрутизация в пакетных сетях с гарантированным качеством обслуживания // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 123. С. 45 – 50. 6. *Евсеева О.Ю.* Динамическая маршрутизация в гибридных телекоммуникационных сетях // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. 2002. Вып. 128. С. 86 – 90. 7. *Лемешко А.В., Евсеева О.Ю.* Функциональная модель адаптивной маршрутизации комбинированного типа // Радиотехника: Всеукр. межведомств. науч.-техн. сб. 2002. Вып. 127. С. 152 – 159. 8. *Лемешко А.В.* Алгоритм иерархическо-координационного управления информационным обменом в сети передачи данных // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: Сб. науч. тр. ХАИ. Харьков: Харьк. авиац. ин-т. 1998. Вып. 1. С. 323 – 328. 9. *Моисеев Н.Н.* Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971, 424 с. 10. *Брайсон А., Хо Ю-ши* Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. 544 с. 11. *Сингх М., Титли А.* Системы: декомпозиция, оптимизация и управление. М.: Машиностроение, 1986. 494 с. 12. *Растринин Л.А.* Системы экстремального управления. М.: Наука, 1974. 632 с.

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИСТЕМ АДАПТИВНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

Системы адаптивной пространственной обработки (САПО) сигналов находят широкое применение для защиты различных радиосистем от помех, создаваемых внешними источниками. Условия применения САПО в радиосистемах характеризуются различной степенью нестационарности. Так, например, применение САПО в системах авиационной радиосвязи характеризуется существенной нестационарностью, обусловленной высокой подвижностью объектов авиационной техники. В настоящее время характеристики САПО в системах радиосвязи исследованы в основном в предположении стационарности условий их функционирования. Значительно меньше работ посвящено исследованию САПО в нестационарных условиях. По-видимому, это объясняется сложностью математического аппарата, который необходимо привлекать для решения таких задач [1, 2]. Поэтому в литературе рассматриваются частные разновидности нестационарности и их влияние на эффективность САПО [1 – 6]. В этой связи исследование данной проблемы применительно к системам авиационной радиосвязи, в которых объекты связи обладают высокой пространственной подвижностью, является актуальным. Данные исследования тесно связаны с работами, проводимыми в соответствии с программой модернизации и развития бортового оборудования для самолетов 4 и 5 поколений.

В работе [7] исследуется эффективность САПО при нестационарности конфигурации «приемник – передатчик». При этом анализ ограничивается использованием узкополосных сигналов. Однако в ряде современных и перспективных систем авиационной радиосвязи используются различные типы широкополосных сигналов. Применяемые в этом случае САПО должны быть широкополосными. Поэтому актуальными следует считать исследования эффективности широкополосных систем адаптивной пространственной обработки сигналов и помех в нестационарных условиях.

Цель статьи: разработка методики и исследование эффективности САПО в широкополосных системах авиационной радиосвязи в нестационарных условиях.

Для широкополосных систем авиационной радиосвязи САПО состоят из  $M$  пространственных каналов, в каждом из которых находится трансверсальный фильтр с элементами задержки  $\Delta t$ . Напряжения с соответствующих элементов задержки каждого фильтра взвешиваются с весом  $w_{jik}$ , где  $i$  – временной дискрет, а  $j$  – номер фильтра ( $j = 1, \dots, M$ );  $k$  – номер отвода в фильтре, а затем суммируются, образуя выходной сигнал САПО. Для момента времени  $i\Delta t$  сигнал на входе САПО можно представить в виде  $Mn$ -мерного вектора

$$X_i = [x_{i11}, x_{i12}, x_{i13}, \dots, x_{i1n}; x_{i21}, \dots, x_{iMn}]^T.$$

В аналогичном виде для момента  $i\Delta t$  можно представить и весовые коэффициенты фильтров в САПО:

$$W_i = [w_{i11}, \dots, w_{iMn}]^T.$$

Поскольку для систем связи важнейшей характеристикой является форма воспроизводимых на приемной стороне сигналов, в качестве критерия оптимальности функционирования САПО рассматривается обычно среднее квадратическое отклонение выходного сигнала и опорного. С учетом этого алгоритм функционирования САПО, реализующий алгоритм адаптации МСКО, будет определяться соотношением

$$W_{i+1} = W_i - \mu \nabla M \{e_i^2\}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – коэффициент адаптации;  $\nabla M \{e_i^2\}$  – градиент СКО в момент времени  $i\Delta t$ .

Пусть  $s_i$  представляет собой требуемый выходной сигнал, а  $z_i$  – действующий в тот же момент времени реальный выходной сигнал САПО. Тогда

$$M \{e_i^2\} = M \{(s_i - z_i)^2\} = M \{s_i^2\} - 2M \{s_i z_i\} + M \{z_i^2\}.$$

Выходной сигнал САПО представим в виде

$$z_i = W_i^T X_i. \quad (2)$$

Тогда для  $ijk$ -го элемента градиента будем иметь

$$\frac{dM \{e_i^2\}}{dW_{ijk}} = -2M \{s_i x_{ijk}\} + M \{z_i x_{ijk}\}. \quad (3)$$

Пусть далее  $s_{i+k_j-k}$  является компонентом сигнала  $x_{ijk}$ . Это означает, что требуемый сигнал на входе  $j$ -го фильтра имеет отрицательную задержку, равную  $k_j$  единиц, и в каждом фильтре существует задержка  $k = k_j$ . При этом соответствующий ей компонент сигнала является требуемым сигналом  $s_i$  и величина задержки  $k_j$  при этом равна в точности величине задержки для  $j$ -го фильтра, соответствующей формируемому в САПО направлению приема на ожидаемый полезный сигнал. Предполагая статистическую независимость полезного сигнала и помех, а также и то, что средние значения полезного сигнала и помех равны нулю, получим, что

$$M \{s_i x_{ijk}\} = R_s(k - k_j),$$

где  $R_s(k - k_j)$  – корреляционная функция, несущая информацию о спектре и направлении приема полезного сигнала.

Таким образом, предполагается, что  $R_s(k - k_j)$  известна и адаптация в САПО осуществляется с учетом заданных спектральных свойств сигнала и направления его приема. При этом второе слагаемое  $M \{z_i x_{ijk}\}$  в (3) определяет аналогичные параметры помех, которые неизвестны и изменяются в процессе функционирования САПО. Обычно в САПО неизвестное  $M \{z_i x_{ijk}\}$  заменяется его несмещенной оценкой  $z_i x_{ijk}$ . При этом алгоритм адаптации (1) может быть записан в виде:

$$W_{i+1} = W_i + 2\mu [P_i - z_i x_i], \quad (4)$$

где  $P_i^T = [R_s(k_1 - 1)R_s(k_1 - 2)...R_s(k_1 - n)R_s(k_2 - 1)...R_s(k_2 - n)...R_s(k_M - 1)...R_s(k_M - n)]$  – вектор корреляций для ожидаемого сигнала.

Поскольку целью статьи является разработка методики и исследование эффективности САПО в условиях нестационарности, будем полагать, что спектральные и пространственные характеристики полезного сигнала и помех изменяются во времени. В этом случае оптимальное значение вектора весовых коэффициентов САПО для момента времени  $i\Delta t$  будет определяться в соответствии с уравнением [1]:

$$W_i^0 = R_i^{-1} P_i, \quad (5)$$

где  $R_i = M\{X_i X_i^T\}$  – корреляционная матрица принимаемого сигнала для момента времени  $i\Delta t$ . Будем полагать, что в нестационарной сигнальной и помеховой обстановке изменение  $W_i^0$  описывается процессом с нулевым средним и независимыми приращениями. Это означает, что

$$M\{W_i^{0T}(W_{i+1}^0 - W_i^0)\} = 0.$$

При этом, как и при анализе эффективности большинства САПО [9], будем полагать, что векторы  $X_i$  и  $X_j$  при  $i \neq j$  некоррелированы и имеют гауссовскую многомерную плотность вероятности. Следует отметить, что указанные предположения являются достаточно жесткими и часто не выполняются на практике. Однако отступления от этих условий лишь не в значительной степени изменяют получаемую при этом оценку эффективности САПО [9]. Поэтому с учетом (2) соотношение (4) примет вид:

$$W_{i+1} = W_i + 2\mu[P_i - X_i X_i^T W_i]. \quad (6)$$

Для вектора погрешности весовых коэффициентов с учетом (6) будем иметь

$$V_i = W_i - W_i^0. \quad (7)$$

Умножим левую и правую часть (7) на  $X_i X_i^T$ . Усредняя полученное выражение, получим, что

$$M\{X_i X_i^T V_i\} = M\{X_i X_i^T W_i\} - M\{X_i X_i^T W_i^0\}.$$

Из уравнения (6) следует, что  $W_i$  определяется  $X_{i-1}$ . Поскольку  $X_i$  не зависит от  $X_{i-1}$ , получим, что

$$M\{X_i X_i^T W_i\} = M\{X_i X_i^T\} M\{W_i\} = R_i M\{W_i\}.$$

Если система устойчива и если  $W_i$  сходится к  $W_i^0$ , то в стационарном режиме среднее значение вектора весовых коэффициентов

$$M\{W_{i+1}\} = M\{W_{i-1}^0\} = M\{W_i^0\} + 2\mu[P_i - M\{X_i X_i^T W_i^0\}]. \quad (8)$$

Из данного выражения следует, что

$$M\{X_i X_i^T W_i^0\} = P_i = R_i W_i^0. \quad (9)$$

Учитывая (5), будем иметь

$$M\{X_i X_i^T W_i^0\} = M\{X_i X_i^T\} W_i^0. \quad (10)$$

Далее на основании (8) и (10) получим, что

$$M\{X_i X_i^T V_i\} = R_i M\{W_i\} - R_i W_i^0 = R_i [M\{W_i\} - W_i^0] = R_i M\{V_i\} = 0.$$

Это означает, что текущая погрешность  $V_i$  в стационарном режиме ведет себя как статистически независимый от  $X_i$  вектор. В силу несингулярности матрицы  $R_i$   $\lim_{i \rightarrow \infty} M\{V_i\} = 0$ .

Следуя (9), представим уравнение (6) в виде:

$$V_{i+1} = (I - 2\mu R_i)V_i + 2\mu(R_i - X_i X_i^T)W_i - (W_{i+1}^0 - W_i^0). \quad (12)$$

Если  $N_i = (R_i - X_i X_i^T)W_i$  рассматривать как случайное возмущение, аналогичное, например, шуму градиента в [12], то (12) сводится к виду, проанализированному в [10] и [11]. Поскольку  $W_i$  не коррелирует с  $X_i$ , а значит и с  $R_i$ , то среднее значение  $N_i = 0$ . Третье слагаемое в (12) равно нулю по предположению.

Таким образом, вычисляя математическое ожидание от правой и левой частей (12), окончательно получим, что

$$M\{V_{i+1}\} = (I - 2\mu R_i)M\{V_i\}. \quad (13)$$

Вводя унитарные преобразования  $Q_i$  для вектора  $V_i$  и матрицы  $R_i$ , уравнение (13) примет вид:

$$M\{\tilde{V}_{i+1}\} = (I - 2\mu \Lambda_i)M\{\tilde{V}_i\}, \quad (14)$$

где  $\tilde{V}_i = Q_i V_i$ ,  $R_i = Q_i^{-1} \Lambda_i Q_i$ ,  $Q_i^{-1} = Q_i^T$ . Для  $k$ -ого элемента  $\tilde{V}_k(i)$  вектора  $\tilde{V}_i$  справедливо уравнение

$$M\{\tilde{V}_k(i+1)\} = (I - 2\mu \Lambda_k(i))M\{\tilde{V}_k(i)\}. \quad (15)$$

Решение уравнения (15) является асимптотически устойчивым, если

$$|1 - 2\mu \Lambda_k(i)| < 1$$

или если  $0 < \mu < 1/\Lambda_k(i)$  для всех  $k$  и  $i$ . Если предположить, что для всех  $i$  и  $k$   $\Lambda_k(i) \leq \Lambda_{\max}$ , то условие устойчивости сводится к известному результату [12], для стационарной помеховой обстановки. Учитывая, что  $\Lambda_k(i) \leq \text{tr} R_i$  условие устойчивости системы в нестационарной помеховой обстановке может быть представлено в виде:

$$0 < \mu < (\text{tr} R_i)^{-1}. \quad (16)$$

Следует заметить, что условие (16) гарантирует устойчивость среднего значения погрешности, но не обязательно обеспечивает устойчивости, относительно моментов высших порядков. Поэтому далее остановимся на другом важном параметре устойчивости как дисперсии погрешности в установившемся режиме. Прибавляя и вычитая  $2\mu(R_i - X_i X_i^T)W_i^0$  в выражении (12), преобразуем его к виду:

$$V_{i+1} = (I - 2\mu X_i X_i^T)V_i + 2\mu(R_i - X_i X_i^T)W_i^0 - (W_{i+1}^0 - W_i^0). \quad (17)$$

С учетом (17) для матрицы дисперсии погрешности получим

$$M\{V_{i+1}V_{i+1}^T\} = M\{A1\} + M\{A2\} + M\{A3\} + M\{A4\} + \\ + M\{A4^T\} - M\{A5\} - M\{A5^T\} - M\{A6\} - M\{A6^T\}, \quad (18)$$

где  $A1 = (I - 2\mu X_i X_i^T)V_i V_i^T (I - 2\mu X_i X_i^T)$ ;  $A2 = 4\mu^2 (R_i - X_i X_i^T)W_i^0 W_i^{0T} (R_i - X_i X_i^T)$ ;  
 $A3 = (W_{i+1}^0 - W_i^0)(W_{i+1}^0 - W_i^0)^T$ ;  $A4 = 2\mu(I - 2\mu X_i X_i^T)V_i W_i^{0T} (R_i - X_i X_i^T)$ ;  
 $A5 = (I - 2\mu X_i X_i^T)V_i (W_{i+1}^0 - W_i^0)^T$ ;  $A6 = 2\mu(R_i - X_i X_i^T)W_i^0 W_i^{0T}$ .

Предполагая в дальнейшем, что  $M\{X_i X_j^T\} = 0$  при  $i \neq j$ , а также, что  $W_i^0$  является процессом с нулевым средним и независимыми приращениями, смешанные произведения в выражениях A4, A5, A6 исчезнут и равенство (18) после соответствующих преобразований может быть представлено в виде:

$$M\{V_{i+1} V_{i+1}^T\} = M\{V_i V_i^T\} - 2\mu[R_i M\{V_i V_i^T\} + M\{V_i V_i^T\} R_i] + 4\mu^2[R_i(tr R_i)M\{V_i V_i^T\} + 2R_i(M\{V_i V_i^T\})R_i] + 4\mu^2[P_i P_i^T + R_i P_i^T R_i^{-1} P_i] + M\{(W_{i+1}^0 - W_i^0)(W_{i+1}^0 - W_i^0)^T\}.$$

В установившемся режиме  $M\{V_{i+1} V_{i+1}^T\} = M\{V_i V_i^T\}$  и поэтому

$$R_i M\{V_i V_i^T\} + M\{V_i V_i^T\} R_i - 2\mu[R_i M\{V_i V_i^T\} + 2R_i(M\{V_i V_i^T\})R_i] = 2[P_i P_i^T + R_i P_i^T R_i^{-1} P_i] + \frac{1}{2\mu} M\{(W_{i+1}^0 - W_i^0)(W_{i+1}^0 - W_i^0)^T\}. \quad (19)$$

Далее воспользуемся унитарным преобразованием  $Q_i$  и введем обозначения для  $M\{V_i V_i^T\} = \text{cov } V_i$ . Тогда (19) преобразуется к виду:

$$\Lambda_i \text{cov } \tilde{V}_i + \text{cov } \tilde{V}_i \Lambda_i - 2\mu[\Lambda_i(tr \Lambda_i) \text{cov } \tilde{V}_i + 2\Lambda_i(\text{cov } \tilde{V}_i)\Lambda_i] = 2[\tilde{P}_i \tilde{P}_i^T + \Lambda_i \tilde{P}_i^T + \Lambda_i \tilde{P}_i^T \Lambda_i \tilde{P}_i] + (2\mu)^{-1} \text{cov}(\tilde{W}_{i+1}^0 - \tilde{W}_i^0), \quad (20)$$

где  $\tilde{V}_i = Q_i V_i$ ;  $\tilde{P}_i = Q_i P_i$ ;  $\tilde{W}_{i+1}^0 = Q_i W_{i+1}^0$ ;  $\tilde{W}_i^0 = Q_i W_i^0$ . Диагональные элементы матрицы  $\text{cov } \tilde{V}_i$  согласно (20) будут удовлетворять уравнению

$$2\sigma_{pp}^2 \lambda_p - 2\mu \lambda_p \sum_{k=1}^n \lambda_k \sigma_{kk}^2 - 4\mu \lambda_p^2 \sigma_{pp}^2 = 2\mu[P_p^2 + \lambda_p \sum_{k=1}^n \lambda_k P_p^2] + (2\mu)^{-1} \Delta_{pp}^2, \quad (21)$$

где  $\sigma_{pq}, \Delta_{pq}$  – элементы матриц  $\text{cov } \tilde{V}_i$  и  $\text{cov}(\tilde{W}_{i+1}^0 - \tilde{W}_i^0)$ , стоящие на пересечении  $p$ -й строки и  $q$ -го столбца соответственно;  $\lambda_p$  – элемент, стоящий на пересечении  $p$ -й строки и  $p$ -го столбца матрицы  $\Lambda_i$ ;  $P_p$  –  $p$ -й элемент вектора  $\tilde{P}_i$ . Остальные элементы матрицы  $\text{cov } V_i$  удовлетворяют равенству:

$$\sigma_{pq}^2 (\lambda_p + \lambda_q) - 4\mu \sigma_{pq}^2 \lambda_p \lambda_q = 2\mu P_p P_q + (2\mu)^{-1} \Delta_{pq}. \quad (22)$$

Из выражений (21) и (22) следует, что элементы  $\text{cov } \tilde{V}_i$ , стоящие на ее диагонали, не зависят от остальных ее элементов. Это означает, что уравнения (21) и (22) могут решаться независимо друг от друга.

При наличии полезного сигнала на входе САПО выходной сигнал может быть представлен в виде

$$W_i^{0T} X_i = A_0 s_i + \varepsilon_{i0}, \quad (23)$$

где  $A_0$  – постоянный коэффициент усиления САПО для полезного сигнала  $s_i$ ;  $\varepsilon_{i0}$  – минимальное значение помехи на выходе САПО. С учетом (23) оптимальные значения среднего квадрата выходного напряжения будут определяться величиной

$$J = M \{ |W_i^{0T} X_i|^2 \}.$$

В условиях нестационарности вектор  $W_i$  отличается от оптимального  $W_i^0$ . Это вызывает в первую очередь возрастание составляющей помехи в (23), что приводит к увеличению величины  $J$ . Это означает, что величина  $\Delta J = M \{ |V_i^T X_i|^2 \}$  может быть выбрана в качестве количественной меры снижения эффективности функционирования САПО в нестационарной обстановке.

Вследствие независимости  $V_i$  и  $X_i$  величина

$$\Delta J = \text{tr}(R_i \text{cov } V_i) = \text{tr}(\Lambda_i \text{cov } \tilde{V}_i) = \sum_{p=1}^n \lambda_p \sigma_{pp}^2.$$

Это означает, что величина  $\Delta J$  зависит только от диагональных элементов матрицы  $\text{cov } V_i$ . Поэтому, разделив обе части уравнения (21) на  $2\lambda_p$ , получим уравнение вида:

$$TB = G, \quad (24)$$

где  $T = I - 2\mu\Lambda - \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_n \end{bmatrix} \cdot [\lambda_1 \dots \lambda_n]$  – матрица размером  $n \times n$ ,  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_n = \mu$ ;  $B$  и

$G$  векторы,  $p$ -е элементы которых равны  $B_p = \sigma_{pp}^2$  и  $G_p = \mu \frac{P_p^2}{\lambda_p} + \sum_{k=1}^n \frac{P_k^2}{\lambda_k} + \frac{\Delta_{pp}^2}{4\mu\lambda_p}$ . Используя лемму об обращении матриц и решая уравнение (24), после некоторых алгебраических преобразований получим, что

$$\Delta J = \left( \mu \sum_{p=1}^m \frac{P_p^2 [\lambda_p + \sum_{k=1}^n \lambda_k]}{\lambda_p [1 - 2\mu\lambda_p]} + \frac{1}{4\mu} \sum_{p=1}^m \frac{\Delta_{pp}^2}{1 - 2\mu\lambda_p} \right) \cdot \left( 1 - \sum_{p=1}^m \frac{\mu\lambda_p}{1 - 2\mu\lambda_p} \right)^{-1}, \quad (25)$$

где  $m = Mn$  – размерность вектора  $W_i$ . Учитывая недиагональный вид матрицы  $R_i$ , (25) представим в виде

$$\Delta J = \frac{\text{tr} \{ (I - 2\mu R_i)^{-1} [\mu P_i P_i^T (I + R_i^{-1} \text{tr} R_i) + \frac{1}{4\mu} \text{cov}(W_{i+1}^0 - W_i^0)] \}}{1 - \mu \text{tr} [(I - 2\mu R_i)^{-1} R_i]}, \quad (26)$$

Уравнения (25) и (26) в целом аналогичны [8], но отличаются деталями и получены для других условий. Из уравнений видно, что величина ухудшения эффективности  $\Delta J$  содержит компонент шума градиента, включающий  $P_i$ , который уменьшается по мере уменьшения  $\mu$ , и компонент ошибки слежения, увеличивающийся по мере уменьшения  $\mu$ . Поэтому в нестационарных условиях существует компромисс в выборе  $\mu$ . Пусть величина  $\mu$  достаточно мала, тогда

$$\Delta J \approx \mu_i P_i^T R_i^{-1} P_i \text{tr} R_i + \frac{1}{4\mu} \text{tr cov}(W_{i+1}^0 - W_i^0) \quad (27)$$

при  $\mu \text{tr} R_i \ll 1$  и  $m \gg 1$ . Дифференцируя (27), получим выражение для оптимального значения усиления

$$\mu_{opt i} = \frac{1}{2} \left( \frac{\text{tr cov}(W_{i+1}^0 - W_i^0)}{P_i^T R_i^{-1} P_i - \text{tr} R_i} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

При этом

$$\Delta J_{\min} = ((\text{tr cov}(W_{i+1}^0 - W_i^0)) \cdot P_i^T R_i^{-1} P_i \text{tr} R_i)^{\frac{1}{2}}. \quad (29)$$

Поскольку в реальных условиях  $P_i$ ,  $W_{i+1}^0$  и  $W_i^0$  в (27) и (28) не являются точно известными, получить  $\mu_{opt i}$  и  $\Delta J_{\min}$  возможно, исходя из наихудшего случая.

Если собственные значения  $R_i$  примерно равны за исключением лишь нескольких, которые превышают остальные, то (25) возможно свести к виду, позволяющему легко вычислить величину  $\Delta J$  как функцию параметра  $\mu$ . Так, например, в случае одного большого собственного значения  $\lambda_1 = M\lambda$ ,  $M > 1$ ,  $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m = \lambda$  при  $m \gg M$  (29) сводится к виду:

$$\Delta J = \left[ \mu \left\{ \frac{P_1^2 \left[ 2 + \frac{m-1}{M} \right]}{1 - 2M\mu\lambda} + \frac{M+m}{1 - 2\mu\lambda} \sum_{k=2}^m P_k^2 \right\} + \frac{1}{4\mu} \left\{ \frac{\Delta_{11}^2}{1 - 2M\mu\lambda} + \frac{1}{1 - 2\mu\lambda} \sum_{k=2}^m \Delta_{kk}^2 \right\} \right] \times \left[ 1 - \frac{M\mu\lambda}{1 - 2M\mu\lambda} - \frac{(m-1)\mu\lambda}{1 - 2\mu\lambda} \right]^{-1}. \quad (30)$$

На рис. 1 – 3 приведены зависимости, определяемые (30), как функции от  $\mu\lambda$  при различных значениях  $M$ ,  $m$  и дисперсии приращений  $W_i^0$ .

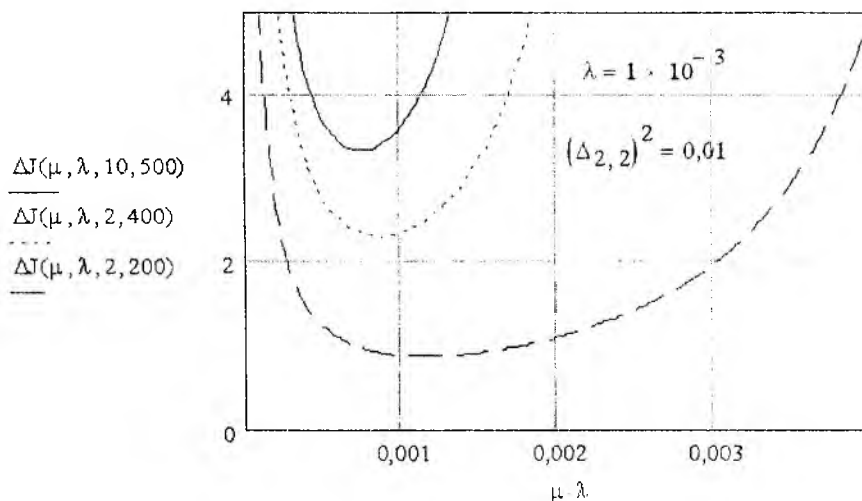


Рис. 1

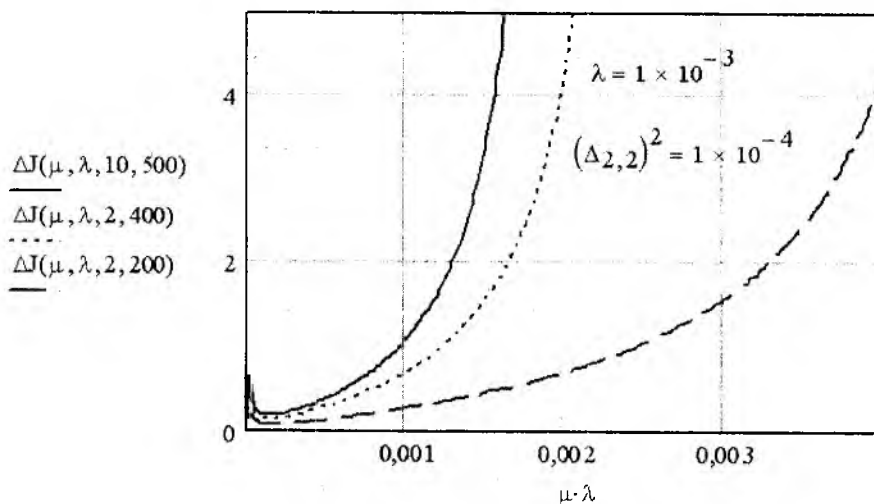


Рис. 2

При этом предполагалось, что  $P_1^2 = 0$ , а  $\sum_{k=2}^m P_k^2 / \lambda = 1$ . Последнее предположение равносильно нормировке  $\Delta J$  относительно  $J$ . С учетом всего отмеченного выше (30) представимо в виде:

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{\frac{\mu\lambda(M+m)}{1-2\mu\lambda} + \frac{1}{4\mu} \left\{ \frac{\Delta_{11}^2}{1-2M\mu\lambda} + \frac{1}{1-2\mu\lambda} \sum_{k=2}^m \Delta_{kk}^2 \right\}}{1 - \frac{M\mu\lambda}{1-2M\mu\lambda} - \frac{(m-1)\mu\lambda}{1-2\mu\lambda}}. \quad (31)$$

Кривые на рис. 1 – 3 соответствуют значениям  $P_1^2 = \Delta_{11}^2 = 0$ ,  $\lambda_1 = M\lambda$ .

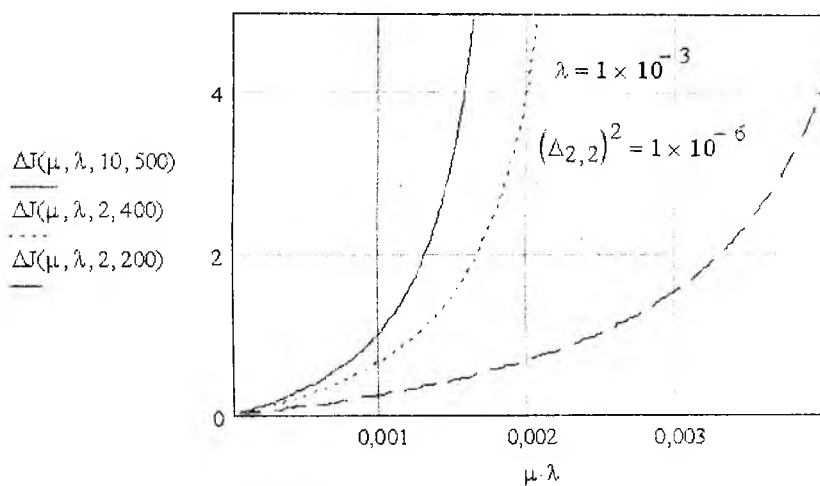


Рис. 3

Из анализа приведенных зависимостей следует, что значительное снижение эффективности САПО при малых значениях  $\mu$  имеет место в случае, когда система не успевает отслеживать нестационарность. По мере увеличения  $\mu$  способность САПО к отслеживанию нестационарности помеховой обстановки повышается, но при достаточной величине  $\mu$ , при которых знаменатель (31) обращается в нуль, система теряет устойчивость и ее эффективность резко падает. Указанное значение  $\mu$  может быть вычислено путем решения соответствующего квадратного уравнения относительно  $\mu\lambda$ . При больших значениях  $m$  и  $M$  приближенным решением указанного уравнения является

$$\mu\lambda = \frac{1}{1+m+3M} \left( 1 + \frac{2M(m+2)}{(1+m+3M)^2} + \dots \right) \frac{1}{m+3M} \left( 1 + \frac{2M}{m} \right).$$

На рис. 4 приведены зависимости относительной эффективности САПО (кривая  $\Delta JJ$ ) и оптимального коэффициента адаптации (кривая  $\mu_{opt}$ ) от уровня нестационарности (величины  $\Delta = tr(cov(W_{i+1}^0 - W_i^0))$ ) при тех же исходных данных, что и на рис. 1 – 3.

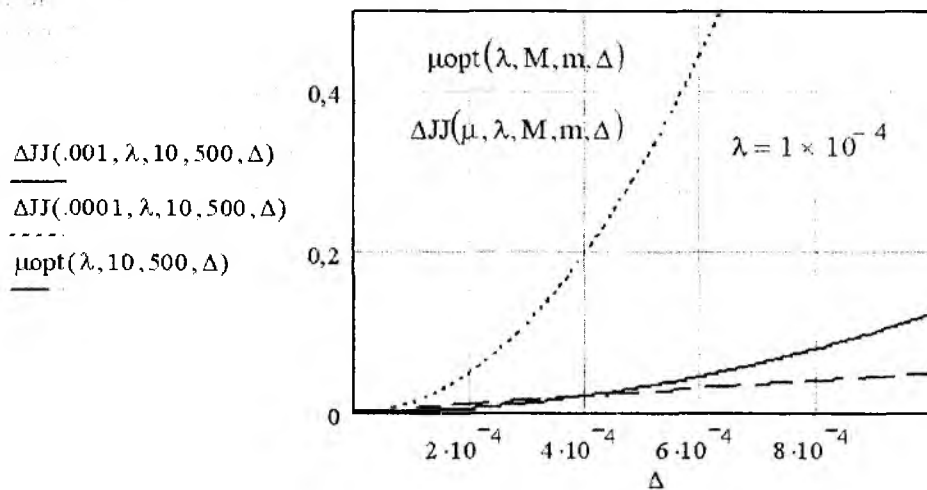


Рис. 4

Из анализа указанных зависимостей следует, что при малом уровне нестационарности зависимость оптимального коэффициента адаптации от уровня нестационарности близка к линейной, что доказывает справедливость соотношения (28). Для больших уровней нестационарности приближения (28) и (29) непригодны и оптимальное значение  $\mu$  приближается к значению насыщения, грубая оценка которого равна половине предела устойчивости.

Следовательно, эффективность широкополосной САПО в нестационарных условиях существенно зависит от коэффициента адаптации  $\mu$ . Подтверждается вывод о том, что при малых значениях  $\mu$  эффективность широкополосной САПО в нестационарных условиях также снижается из-за инерционности системы, а слишком большое значение  $\mu$  вызывает значительный рост шумов градиента. При этом для широкополосных САПО эта зависимость усиливается с ростом числа пространственных каналов и числа элементов задержки в фильтрах. При этом следует заметить, что отмеченный характер снижения эффективности САПО и изменения оптимального коэффициента адаптации в качественном отношении остаются практически неизменными при снятии некоторых из упрощающих допущений, сделанных в начале данного исследования.

Таким образом, изложена методика и приведены соотношения, позволяющие исследовать эффективность широкополосных САПО в системах авиационной радиосвязи от параметров САПО и параметров нестационарности. Результаты исследований свидетельствуют о том, что для широкополосных систем авиационной радиосвязи в нестационарных условиях эффективность САПО в целом снижается. Однако существует оптимальное значение параметра адаптации САПО, при котором снижение эффективности системы минимально. Для уменьшения влияния нестационарности на снижение эффективности САПО в системах авиационной радиосвязи целесообразно использовать САПО с малым числом пространственных каналов и малым числом элементов задержки в фильтрах.

Дальнейшие исследования в этом направлении целесообразно продолжить в плане доработки традиционных алгоритмов адаптации САПО, способных производить самонастройку коэффициента адаптации в зависимости от параметров нестационарности.

**Список литературы:** 1. Б. Уидроу, Дж. М. Маккул, М. Г. Ларимор и др. Стационарные и нестационарные характеристики обучения адаптивных фильтров, использующих критерий минимума СКО// ТИИЭР. Т. 64, №8. 1976. 2. T. P. Daniell, J. E. Brown. Adaptation in non-stationary applications// Proc. IEEE Symp. Adaptive Processes (9<sup>th</sup>), Austin, TX, paper no. XXIV-4, Dec. 1970. 3. Compton, Jr., R.T. The effect of a pulsed interference signal on adaptive array// IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. AES-18 (May 1982), 297. 4. Acar., Compton, R.T. The performance of an LMS adaptive array with frequency hopped signals// IEEE. Trans. 1985. V. AES-21, N3 P. 360 – 371. 5. Абрамович Ю.И. Исследование асимптотической эффективности адаптивных итеративных алгоритмов оптимизации отношения с/помеха в нестационарных условиях// Радиотехника и электроника. 1981. 26. 3. 532. 6. Абрамович Ю.И., Неврев А.И. Анализ эффективных адаптивных компенсаторов в условиях «мерцающих» помех// Радиотехника и электроника. 1984. 29, 9. 1734. 7. Поспелов Б.Б. Исследование эффективности адаптивных антенных систем при нестационарности конфигурации «приемник – передатчик»//Радиоэлектроника. 2000. Т.43, №3-4. С. 73 – 76. 8. B. Widrow. Adaptive Noise Cancelling.Principles and Applications// Proc. IEEE 1975. V. 65, N 12. P. 1692 – 1716. 9. Tuteur F.B. Performens of an adaptive array processor subjected to time- varying interference// Proc. IFAC: CANFRANCISCO/CALIF/: USA 1984, P. 233 – 270. 10. A. Welss and D. Mitra. Digital Adaptive Filters; Conditions for Convergence. Rates of Convergence. Effects of nois and Errors Arising from the implementation// IEEE Trans. IT-25, 1979. N6, P. 637 – 652. 11. B.B. Peterson, K.S. Marendra. Bounded Error Adaptive Control// IEEE Trans. 1982. AC-27, N6, P. 1161 – 1168. 12. B. Widrow, J.M. McCool, M.C. Larrimore, C.R. Jownson, Jr. *op. cit.*

Харьковский институт военно-воздушных сил  
имени Ивана Кожеду́ба

Поступила в редколлегию 19.09.03

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ УМНОЖЕНИЯ И ПРИВЕДЕНИЯ ПО МОДУЛЮ В ПОЛЕ $GF(2^m)$

### Введение

Подсистемы криптографической защиты информации стали неотъемлемым элементом широкого спектра современных информационных технологий. Основным требованием к алгоритмам криптозащиты является обеспечение необходимого уровня стойкости, однако возможность практического внедрения этих алгоритмов определяется сложностью эффективной реализации на современных аппаратных платформах. Одним из основных элементов современных систем криптографической защиты информации являются асимметричные алгоритмы, в основе которых лежат практически неразрешимые математические задачи. С ростом производительности современных вычислительных систем возникает проблема повышения криптостойкости этих алгоритмов. В связи с этим криптографы всего мира все больше внимания уделяют преобразованиям в группе точек эллиптической кривой. Применение этих преобразований вместо преобразований в поле простого числа позволяет строить асимметричные криптоалгоритмы более высокого класса стойкости, однако обладающие меньшей производительностью. Поэтому работы, посвященные повышению производительности этих алгоритмов, являются весьма актуальными.

Для представления координат точек эллиптической кривой используют нормальный либо полиномиальный базис. В работах [1, 2] для программной реализации рекомендуется использовать полиномиальный базис с образующим триномом либо пентаномом, а при аппаратной реализации – нормальный базис.

В этой работе мы сосредоточим наше внимание на арифметике в полиномиальном базисе, и статья будет посвящена сравнительному анализу вычислительной сложности различных алгоритмов умножения в поле  $GF(2^m)$ , часто используемым при реализации асимметричных алгоритмов.

Элементами поля  $GF(2^m)$  являются двоичные полиномы степени меньше  $m$ . Для описания рассматриваемых алгоритмов будем использовать следующие обозначения:  $a(x) = a_{m-1}x^{m-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ,  $a(x), b(x), c(x) \in GF(2^m)$ ,  $a_i, b_i, c_i \in GF(2)$ , где  $m$  – степень неприводимого полинома  $f(x) = x^m + f_{m-1}x^{m-1} + \dots + f_2x^2 + f_1x + f_0$ , образующего поле. Каждому двоичному полиному можно поставить в соответствие двоичный вектор  $(a_{m-1}, \dots, a_2, a_1, a_0)$  длиной  $m$  бит. Все операции над элементами поля  $GF(2^m)$  могут быть реализованы посредством преобразования этих векторов.

Все рассматриваемые далее алгоритмы используют две базовые операции: сложение двух элементов поля (полиномов) и умножение полинома на  $x$  в поле.

Реализация всех рассматриваемых далее операций может быть сведена к суперпозиции управляемых операций сдвига и сложения. При программной реализации этих операций на микропроцессорах с разрядностью регистра ALU, равной  $w$ , выполнение каждой операции будет требоваться порядка  $\lceil m/w \rceil$  соответствующих операций микропроцессора.

Сложение двоичных полиномов выполняется путем сложения по модулю 2 соответствующих коэффициентов двоичных векторов:

$$c(x) = a(x) + b(x) = (a_{m-1} \text{ xor } b_{m-1}, \dots, a_1 \text{ xor } b_1, a_0 \text{ xor } b_0). \quad (1)$$

Сложность операции сложения двух двоичных векторов:

$$I_{add} = t \cdot I_{add}^w, \quad (2)$$

где  $w$  – разрядность регистров ALU выбранного процессора;  $I_{add}^w$  – сложность операции сложения содержимого двух  $w$  битных регистров процессора;  $t = \lceil m/w \rceil$  – количество слов процессора, необходимых для представления полинома степени  $m-1$ .

В качестве второй базовой операции будем использовать операцию «модулярного умножения на  $x$ », она реализуется следующим образом:

$$c(x) = b(x) \cdot x \bmod f(x),$$

$$(c_{m-1}, \dots, c_0) = (b_{m-2} \text{ xor } (f_{m-1} \text{ and } b_{m-1}), \dots, b_0 \text{ xor } (f_1 \text{ and } b_{m-1}), b_{m-1}). \quad (3)$$

Таким образом, эта операция может быть реализована посредством одного логического сдвига влево и одного «условного» сложения (если степень  $b(x) \cdot x$  станет равной  $m$ , другими словами, если  $b_{m-1} = 1$ ). Сложность описанной операции:

$$I_{x \bmod} = t \cdot I_{shift}^w + 0,5 \cdot t \cdot I_{add}^w, \quad (4)$$

где  $I_{shift}^w$  – сложность операции сдвига на 1 содержимого  $w$  разрядного регистра, с возможностью контроля «теряемого» разряда;  $I_{add}^w$  – время выполнения операции сложения содержимого двух  $w$  разрядных регистров; 0,5 – вероятность выполнения операции сложения с модулем (будем предполагать, что значения элементов  $b_i \in GF(2)$  вектора  $b(x)$  – равновероятны).

## 1 Умножение

Теперь рассмотрим различные алгоритмы выполнения операции умножения элементов поля  $GF(2^m)$

$$c(x) = a(x) * b(x) = a_{m-1}x^{m-1} \cdot b(x) + \dots + a_1 \cdot b(x) + a_0 \cdot b(x) \bmod f(x) \quad (5)$$

Проведем краткий обзор алгоритмов умножения, которые встречаются в литературе. В [3] приведено несколько алгоритмов умножения. Рассмотрим их.

### Алгоритм 1. Справа налево со сложением и сдвигом и приведением по модулю

Вход:  $a(x), b(x) \in GF(2^m)$ .

Выход:  $c(x) = a(x) * b(x) \bmod f(x)$ .

1.  $c(x) = 0$ .
2. For  $i = 0$  to  $m-1$  do
  - 2.1. If  $a_i = 1$  then  $c(x) = c(x) + b(x)$ .
  - 2.2.  $b(x) = b(x) \cdot x \bmod f(x)$ .
3. Return  $c(x)$ .

Сложность реализации алгоритма 1:

$$I(A_1) = t \cdot (m \cdot I_{shift}^w + m \cdot I_{add}^w + \lceil 0,5 \cdot m \rceil \cdot I_{add}^w) = t \cdot (m \cdot I_{shift}^w + \lceil 1,5 \cdot m \rceil \cdot I_{add}^w), \quad (6)$$

Приведенный ниже алгоритм 2 аналогичен алгоритму 1, но не выполняет приведение по модулю на каждой итерации. Этот алгоритм является наиболее очевидным способом реализации операции умножения в поле  $GF(2^m)$ . Эта операция может быть разбита на две операции – умножение двух элементов поля и приведение результата по модулю

образующего полинома; так как в большинстве криптографических приложений используются полиномы специального вида, рассмотрим эти две операции по отдельности.

## Алгоритм 2. Справа налево со сложением и сдвигом

Вход:  $a(x), b(x) \in GF(2^m)$ .

Выход:  $c(x) = a(x) * b(x)$ .

1.  $c(x) = 0$ .
2. For  $i = 0$  to  $m - 1$  do
  - 2.1. If  $a_i = 1$  then  $c(x) = c(x) + b(x)$ .
  - 2.2.  $b(x) = b(x) \cdot x$ .
3. Return  $c(x)$ .

Сложность реализации алгоритма 2:

$$I(A_2) = m \left( 2 \cdot t \cdot I_{shift}^w + 0,5 \cdot 2 \cdot t \cdot I_{add}^w \right) = t \cdot m \cdot \left( 2 \cdot I_{shift}^w + I_{add}^w \right). \quad (7)$$

Коэффициент 2 в (7) обусловлен двукратным превышением длины результата по сравнению с длиной аргументов, так как приведение по модулю не выполняется.

Эффективность алгоритма 2 может быть повышена – см. алгоритм 3. В этом алгоритме выигрыш в производительности достигается за счет хранения предвычисленных значений  $u(x) \cdot b(x)$ , где  $u(x) \in GF(2^q)$ ,  $b(x) \in GF(2^m)$ ;  $q$  – ширина «окна» предвычислений. В алгоритме на каждой итерации цикла 3 рассматривается сразу  $q$  бит элемента  $a(x)$ . Число  $q$  желательно выбирать таким, чтобы оно являлось делителем ширины машинного слова  $w$ .

## Алгоритм 3. Справа на лево со сложением и сдвигом, с шириной окна предвычислений $q$

Вход:  $a(x), b(x) \in GF(2^m)$ .

Выход:  $c(x) = a(x) * b(x)$ .

1. Вычислить  $b_u(x) = u(x) \cdot b(x)$   $u(x) \in GF(2^q)$ .
2.  $c(x) = 0$ .
3. For  $i = (m - 1)/q$  downto 0 do
  - 3.1.  $u(x) = (a_{iq+q-1}, a_{iq+q-2}, \dots, a_{iq+1}, a_{iq})$ .
  - 3.2.  $c(x) = c(x) + b_u(x) \cdot x^{iq}$
  - 3.3.  $c(x) = c(x) \cdot x^q$ .
4. Return  $c(x)$ .

Сложность реализации алгоритма 3:

$$I(A_3) = (2t \cdot \lceil (m - 1)/q \rceil + \lceil (m - 1)/q - (m - 1)/w \rceil \cdot \lceil (m + q)/w \rceil \cdot I_{shift}^w + \lceil (m - 1)/q \rceil \cdot \lceil (m + q)/w \rceil \cdot I_{add}^w + \\ - \lceil \lceil (m + q)/w \rceil \cdot ((2^q - q - 3) \cdot I_{add}^w + (q - 1) \cdot I_{shift}^w) \rceil_{pre}). \quad (8)$$

Оптимизируем алгоритм 2 для программной реализации. Следующий алгоритм базируется на возможности вычисления значения  $x^{wj+k} \cdot b(x)$ ,  $k \in (0, w)$  путем логического сдвига на  $j$  машинных слов влево вектора соответствующего  $x^k \cdot b(x)$ . При этом сдвиг на величину, кратную разрядности машинного слова  $w$ , практически не требует вычислительных затрат.

#### Алгоритм 4. Справа налево, комбинированный метод

Вход:  $a(x), b(x) \in GF(2^m)$ .

Выход:  $c(x) = a(x) * b(x)$ .

1.  $c(x) = 0$ .
2. For  $k = 0$  to  $w-1$  do
  - 2.1. For  $j = 0$  to  $t-1$  do  
If  $a_{wj+k} = 1$  then  $c(x) = c(x) + b(x) \cdot x^{wj}$ .
  - 2.2. If  $k < w-1$  then  $c(x) = c(x) \cdot x$ .
3. Return  $c(x)$ .

В пункте 2.1 производится сложение двух полиномов  $c(x)$  и  $b(x)$ , первый из них имеет двойную длину (т.е.  $2t$ ), в то время как второй имеет длину  $t+1$ , так как в пункте 2.2 умножение  $b(x)$  на  $x$  выполняется не более  $w$  раз, т.е. длина результата увеличится максимум на одно машинное слово.

Сложность реализации алгоритма 2:

$$I(A_4) = \lceil 0,5 \cdot m \cdot (t+1) \rceil \cdot I_{add}^w + (w-1) \cdot (t+1) \cdot I_{shift}^w. \quad (9)$$

Алгоритм 4 просматривает биты в словах – справа налево, т.е. выполняет «сканирование» в направлении увеличения индекса. Рассмотрим алгоритм 5, который просматривает биты слева направо.

#### Алгоритм 5. Слева на право, комбинированный метод

Вход:  $a(x), b(x) \in GF(2^m)$ .

Выход:  $c(x) = a(x) * b(x)$ .

1.  $c(x) = 0$
2. For  $k = w-1$  downto 0 do
  - 2.1. For  $j = 0$  to  $t-1$  do  
If  $a_{wj+k} = 1$  then  $c(x) = c(x) + b(x) \cdot x^{wj}$ .
  - 2.2. If  $k > 0$  then  $c(x) = c(x) \cdot x$ .
3. Return  $c(x)$ .

В пункте 2.1 производится сложение двух полиномов  $c(x)$  и  $b(x)$ , первый из них имеет двойную длину (т.е.  $2t$ ), в то время как второй имеет длину  $t$ . С каждой итерацией цикла 2.1 длина  $c(x)$  увеличивается на  $w$  бит, т.е. на одно машинное слово.

Сложность реализации алгоритма 5:

$$I(A_5) = \lceil 0,5 \cdot m \cdot t \rceil \cdot I_{add}^w + (w-1) \cdot 2 \cdot t \cdot I_{shift}^w. \quad (10)$$

Алгоритмы 4 и 5 – оба быстрее алгоритма 2, так как используют меньшее количество операций сдвига (умножения на  $x$ ) на этапе 2.2. В пункте 2.1 алгоритма 5 вектор  $b(x)$ , длиной  $t$  машинных слов складывается с вектором  $c(x)$  – для этого требуется  $t$  сложений, в то время как в алгоритме 4 в пункте 2.1. производится сложение вектора  $c(x)$  длиной  $2t$  с вектором  $b(x)$  длиной  $t+1$ , т.е. требуется  $t+1$  сложение машинных слов. Однако в пункте 2.2 алгоритма 4 выполняется сдвиг  $t+1$  машинного слова, в то время как в алгоритме 5 –  $2t$  машинных слов. Алгоритм 5 имеет большую сложность, чем алгоритм 4.

Быстродействие алгоритмов 4 и 5 можно значительно повысить за счет увеличения памяти для хранения предвычисленных значений  $u(x) \cdot b(x)$ ,  $u(x) \in GF(2^q)$ ,  $b(x) \in GF(2^m)$ . Число  $q$  желательно выбирать таким, что бы оно являлось делителем ширины машинного слова  $w$ . В этом случае на каждом шаге анализируется  $q$  двоичных коэффициентов  $a(x)$ . Модифицированный алгоритм 4 для окна предвычислений шириной  $q$  представлен алгоритмом 6.

**Алгоритм 6. Справа налево, комбинированный метод с шириной окна предвычислений  $q$**

Вход:  $a(x), b(x) \in GF(2^m)$ .

Выход:  $c(x) = a(x) * b(x)$ .

1. Вычислить  $b_u(x) = u(x) \cdot b(x)$ ,  $u(x) \in GF(2^q)$ .
2.  $c(x) = 0$ .
3. For  $k = 0$  to  $w/q - 1$  do
  - 3.1. For  $j = 0$  to  $t - 1$  do
    - 3.1.1.  $u(x) = (a_{jw+kq+q-1}, a_{jw+kq+q-2}, \dots, a_{jw+kq+1}, a_{jw+kq})$ .
    - 3.1.2.  $c(x) = c(x) + b_u(x) \cdot x^{wj+kq}$ .
4. Return  $c(x)$ .

В пункте 3.1.1 алгоритма 6 производится выделение кортежей длиной  $q$  бит и обращение к таблице предвычислений для извлечения из нее произведений  $b_u(x)$ , которые имеют длину  $\lceil (m+q)/w \rceil$  машинных слов. В пункте 3.1.2 производится сложение предвычисленного значения  $b_u(x)$  с  $c(x)$ , при этом на каждой итерации цикла 3.1 предвычисленное значение сдвигается на  $j$  машинных слов, а также на  $kq$  бит.

Сложность реализации алгоритма 6:

$$I(A_6) = \lceil m/q \rceil \cdot \lceil (m+2q)/w \rceil \cdot I_{add}^w + (m/q - 1) \cdot \lceil (m+2q)/w \rceil \cdot I_{shift}^w + \lceil \lceil (m+q)/w \rceil \cdot ((2^q - q - 3) \cdot I_{add}^w + (q - 1) \cdot I_{shift}^w) \rceil_{pre}. \quad (11)$$

Модифицированный алгоритм 5, для ширины окна предвычислений  $q$ , представлен алгоритмом 7.

**Алгоритм 7. Слева на право, комбинированный метод с шириной окна предвычислений  $q$**

Вход:  $a(x), b(x) \in GF(2^m)$ .

Выход:  $c(x) = a(x) * b(x)$ .

1. Вычислить  $b_u(x) = u(x) \cdot b(x)$ ,  $u(x) \in GF(2^q)$ .
2.  $c(x) = 0$ .
3. For  $k = w/q - 1$  downto 0 do
  - 3.1. For  $j = 0$  to  $t - 1$  do
    - 3.1.1.  $u(x) = (a_{jw+kq+q-1}, a_{jw+kq+q-2}, \dots, a_{jw+kq+1}, a_{jw+kq})$ .
    - 3.1.2.  $c(x) = c(x) + b_u(x) \cdot x^{wj}$ .
  - 3.2. If  $k > 0$  then  $c(x) = c(x) \cdot x^q$ .
4. Return  $c(x)$ .

В алгоритме 7 в пункте 3.1.1 производится выделение кортежей длины  $q$  бит и выбор из таблицы предвычисленного произведения  $b_u(x)$ , которое имеет длину  $\lceil (m+q)/w \rceil$  машинных слов. В пункте 3.1.2 выполняется прибавление сдвинутого на  $j$  слов предвычисленного значения  $b_u(x)$  к накапливаемому результату. В пункте 3.2 производится сдвиг на  $q$  бит полинома  $c(x)$  длиной  $2t$  машинных слов.

Сложность реализации алгоритма 7:

$$I(A_7) = \lceil m/q \rceil \cdot \lceil (m+q)/w \rceil \cdot I_{add}^w + (w/q - 1) \cdot 2 \cdot t \cdot I_{shift}^w + \left\lceil \lceil (m+q)/w \rceil \cdot ((2^q - q - 3) \cdot I_{add}^w + (q - 1) \cdot I_{shift}^w) \right\rceil_{pre} \quad (12)$$

В [3, 4], приводится утверждение о том, что ширина окна предвычисления, равная 4, является оптимальной, так как не требует много памяти. При дальнейшем увеличении ширины окна предвычислений рост производительности оказывается незначительным, но приводит к значительным затратам памяти. Также достоинством значения  $q = 4$  является кратность длине машинного слова.

В основу алгоритма 8 положен метод, который впервые был описан Карацубой для умножения целых чисел [4]. Пусть  $k$  – четное, тогда для умножения двух двоичных полиномов  $a(x)$  и  $b(x)$  степени меньше  $k$  представим оба сомножителя в виде двух полиномов степени меньше  $k/2$ :

$$a(x) = A_1(x)x^{k/2} + A_0(x), \quad b(x) = B_1(x)x^{k/2} + B_0(x).$$

Тогда произведение

$$a(x) \cdot b(x) = A_1 B_1 x^k + [(A_1 + A_0)(B_1 + B_0) + A_1 B_1 + A_0 B_0] x^{k/2} + A_0 B_0 \quad (13)$$

может быть получено по трем произведениям полиномов степени, меньшей  $k/2$ . Соотношение (11) может быть рекурсивно применено для вычисления произведений частичных полиномов. Алгоритм Карацубы особенно эффективен, когда  $k = 2nw$ , так как не требует вычислительных затрат при умножении на  $x^k$  и  $x^{k/2}$ .

Рассмотрим два случая: когда образующий полином  $f_1(x) = x^{163} + x^7 + x^6 + x^3 + 1$  и  $f_2(x) = x^{233} + x^{74} + 1$ . Для случая  $m = 163$  мы, во первых, расширим элементы поля  $a$  и  $b$  так, чтобы их битовая длина была равна 192 (т.е. выровняем полиномы на 32-битную границу) и воспользуемся методом Карацубы для почленного умножения полиномов  $a(x)$  и  $b(x)$ . Рекурсивно применим метод Карацубы и сведем произведение  $a(x) \cdot b(x)$  к умножению полиномов степени, меньшей 32. Последнее умножение проведем с помощью варианта алгоритма 4 или с использованием таблиц.

Рассмотрим количество операций, которые необходимо выполнить при рекурсивном применении алгоритма Карацубы (до тех пор, пока количество машинных слов является четным, рассмотрим частный случай, когда  $l = 1$ ):

$$\begin{aligned} I(A_8) &= 5 \cdot \frac{t}{2} \cdot I_{add}^w + 3 \cdot I_{mul}^{t/2} = 5 \cdot \frac{t}{2} \cdot I_{add}^w + 3 \cdot \left( 5 \cdot \frac{t}{4} \cdot I_{add}^w + 3 \cdot I_{mul}^{t/4} \right) = \\ &= \dots = 5 \cdot \frac{t}{2} \cdot I_{add}^w + 3 \cdot \left( 5 \cdot \frac{t}{4} \cdot I_{add}^w + 3 \cdot \left( 5 \cdot \frac{t}{8} \cdot I_{add}^w + 3 \cdot \left( 5 \cdot \frac{t}{16} \cdot I_{add}^w + \dots + 3 \cdot I_{mul}^w \right) \right) \right) = \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
&= 5 \cdot \frac{t}{2} \cdot I_{add}^w + 3 \cdot 5 \cdot \frac{t}{4} \cdot I_{add}^w + 3^2 \cdot 5 \cdot \frac{t}{8} \cdot I_{add}^w + \dots + 3^{h-1} \cdot 5 \cdot \frac{t}{2^h} \cdot I_{add}^w + 3^h \cdot I_{mul}^w = \\
&= 5 \cdot t \cdot \sum_{i=1}^h \frac{3^{t-1}}{2^i} + 3^h \cdot I_{mul}^w = 10 \cdot I_{add}^w \cdot (3^h - 2^h) + 3^h \cdot I_{mul}^w,
\end{aligned}$$

где

5 – количество операций сложения на каждом уровне рекурсии; 3 – количество операций умножения на каждом уровне рекурсии;  $h = \log_2 \left\lceil \frac{m}{wl} \right\rceil$  – показатель степени в выражении

$l \cdot 2^h \cdot w \geq m$ , где  $l \cdot 2^h$  – количество слов процессора, необходимых для представления полинома степени  $m-1$ ;  $l = 2i+1$  – нечетное число слов процессора для умножения которых необходимо применять алгоритмы описанные выше.

Рассмотрим частный случай, когда  $l = 1$ .

Тогда общая сложность алгоритма 8:

$$I(A_8) = 10 \cdot I_{add}^w \cdot (3^h - 2^h) + 3^h \cdot I_{mul}^w. \quad (15)$$

Повысить производительность алгоритма 8 можно за счет уменьшения сложности  $I_{mul}^w$ , то есть вычисления произведения  $c(x)$  на  $d(x)$ , где  $c(x)$  та  $d(x)$  – полиномы степени, меньшей 8. Тогда для хранения результатов предвычислений потребуется двухмерная таблица размером  $256 \cdot 256 = 65536$  двубайтовых слов, т.е. 128 кВ. Эта таблица универсальна, поэтому ее можно использовать для вычисления произведения любых полиномов, принадлежащих  $GF(2^8)$ . Модификацию алгоритма 8, использующую таблицу предвычислений, обозначим алгоритмом 9, его сложность составляет:

$$I(A_9) = 10 \cdot I_{add}^w \cdot (3^h - 2^h) + 3^h \cdot (20 \cdot I_{add}^w + 9 \cdot I_{tbl}), \quad (16)$$

где 20 – количество операций сложения для умножения двух полиномов степеней, меньших  $w$ ; 9 – количество операций обращения к таблице для умножения двух полиномов степеней, меньших 8;  $I_{tbl}$  – сложность операции обращения к таблице для умножения двух полиномов степеней, меньших 8.

## 2 Приведение по модулю

Рассмотрим алгоритмы приведения по модулю, которые приводятся в литературе [3, 4].

Классический универсальный алгоритм представлен под номером 10, это алгоритм побитного анализа делимого и соответствующего сложения с ним модуля. Этот алгоритм отличается универсальностью, но является наименее производительным из приведенных ниже.

### Алгоритм 10. Приведение по модулю с побитным анализом делимого

Вход:  $c(x) \in GF(2^{2m})$ .

Выход:  $c(x) \bmod f(x)$ .

1. For  $i = 2m - 2$  downto  $m$  do

1.1. If  $c_i = 1$  then

1.1.1  $j = \lfloor (i - m) / w \rfloor$ ,  $k = (i - m) - wj$ .

1.1.2.  $c(x) = c(x) + f(x) \cdot x^{wj+k}$ .

2. Return  $c(x) \bmod x^m$ .

Приведем количество операций, необходимых для выполнения приведения по модулю алгоритмом 10:

$$I(A_{10}) = \lceil 0,5 \cdot m \cdot (t+1) \rceil \cdot (I_{add}^w + I_{shift}^w). \quad (17)$$

Производительность алгоритма 10 можно существенно повысить путем предвычисления сдвигов на  $k \in [0, w-1]$  разрядов (в пределах машинного слова). Этот подход представлен алгоритмом 11. Представим образующий полином в виде  $f(x) = x^m + r(x)$ . Тогда  $x^i \equiv x^{i-m} \cdot r(x) \pmod{f(x)}$ ,  $i \geq m$ . В случае, когда  $m > wd + \deg(r(x))$ ,  $d > 0$ , получаем значительный выигрыш в производительности, так как приходится работать с меньшим количеством машинных слов.

Приведем таблицу  $x^i \equiv x^{i-m} \cdot r(x) \pmod{f(x)}$  для полинома  $f_1(x) = x^{163} + x^7 + x^6 + x^3 + 1$ , где  $i \in [288, 319]$ , причем указанный диапазон изменения  $i$  равен  $w = 32$ .

$$\begin{aligned} x^{319} &\equiv x^{163} + x^{162} + x^{159} + x^{156}, \\ &\dots \end{aligned} \quad (18)$$

$$x^{289} \equiv x^{133} + x^{132} + x^{129} + x^{126},$$

$$x^{288} \equiv x^{132} + x^{131} + x^{128} + x^{125}.$$

#### Алгоритм 11. Приведение по модулю с побитным анализом делимого, с предвычислениями

Вход:  $c(x) \in GF(2^{2m})$ .

Выход:  $c(x) \pmod{f(x)}$ .

1. Вычислить  $u_k(x) = x^k \cdot r(x)$ ,  $k \in [0, w-1]$ ,  $u_k(x) \in GF(2^{m+w})$ .

2. For  $i = 2m - 2$  downto  $m$  do

2.1. If  $c_i = 1$  then

$$j = (i - m) \operatorname{div} w, \quad k = (i - m) \operatorname{mod} w.$$

$$2.2. \quad c(x) = c(x) + u_k(x) \cdot x^{wj}.$$

3. Return  $c(x) \pmod{x^m}$ .

Количество операций, необходимых для выполнения приведения по модулю алгоритмом 11, определяется соотношением:

$$I(A_{11}) = \lceil 0,5 \cdot m \cdot (t+1) \rceil \cdot I_{add}^w + w \cdot (t+1) \cdot I_{shift}^w. \quad (19)$$

Если рассматривать полиномы специального вида, т.е. неприводимые трехчлены и пятичлены, тогда производительность операции приведения по модулю может быть существенно увеличена за счет учета структуры полинома  $f(x)$ . Рассмотрим алгоритмы приведения по модулю для полиномов  $f_1(x) = x^{163} + x^7 + x^6 + x^3 + 1$  и  $f_2(x) = x^{233} + x^{74} + 1$ .

В алгоритме 12 (приведение по модулю  $f_1(x)$ ) используются сдвиги на 29, 3, 28, 4 бит, эти значения получаются следующим образом: рассматриваются пословно биты каждого слагаемого в столбцах (16), например первое слагаемое – полином  $x^{163} + \dots + x^{133} + x^{132}$ , второе слагаемое – полином  $x^{162} + \dots + x^{132} + x^{131}$ , третье слагаемое – полином  $x^{159} + \dots + x^{129} + x^{128}$  и четвертое слагаемое – полином  $x^{156} + \dots + x^{126} + x^{125}$ , каждое слагаемое

длиной в одно машинное слово (32 бита). Для сложения с ними маски  $c[i]$  последнюю приходится сдвигать влево на  $m \bmod w$  бит. Первое слагаемое занимает старшую и младшую части двух машинных слов, поэтому маску выравнивают (сдвигают вправо на 29 бита) перед сложением с первым словом, а потом выравнивают (сдвигают влево на 3 бита) перед сложением со вторым словом. Аналогично для второго и четвертого слагаемых, третье – выровнено изначально. В пункте 2 производится очистка 2, 1, 0 бит, так как они не должны влиять на результат, они соответствуют полиномам со степенями  $5 \cdot w + i$ , где  $i = 0, 2$ , которые имеют степень меньше 163. В пункте 5 производится очистка старших бит делимого, которые соответствуют полиномам со степенями  $5 \cdot w + i$ , где  $i = 3, 31$ , но они уже были учтены при вычислениях.

**Алгоритм 12. Приведение по модулю фиксированного полинома**  
 $f_1(x) = x^{163} + x^7 + x^6 + x^3 + 1$

Вход:  $c(x) \in GF(2^{2m})$ ,  $m = 163$ .

Выход:  $c(x) \bmod f(x)$ .

1. For  $i = 10$  downto 6 do
  - 1.1.  $t = c[i]$ .
  - 1.2.  $c[i - 6] = c[i - 6] \text{ xor } (t \ll 29)$ .
  - 1.3.  $c[i - 5] = c[i - 5] \text{ xor } (t \ll 4) \text{ xor } (t \ll 3) \text{ xor } t \text{ xor } (t \gg 3)$ .
  - 1.4.  $c[i - 4] = c[i - 4] \text{ xor } (t \gg 28) \text{ xor } (t \gg 29)$ .
2.  $t = c[5]$  and  $0\text{xFFFFFFFF8}$ .
3.  $c[0] = c[0] \text{ xor } [t \ll 4] \text{ xor } (t \ll 3) \text{ xor } t \text{ xor } (t \gg 3)$ .
4.  $c[1] = c[1] \text{ xor } (t \gg 28) \text{ xor } (t \gg 29)$ .
5.  $c[5] = c[5]$  and  $0\text{x00000007}$ .
6. Return  $c(x) \bmod x^m$ .

Общее количество операций, необходимых для выполнения приведения по модулю алгоритмом 12:

$$I(A_{12}) = 41 \cdot I_{add}^w + 35 \cdot I_{shift}^w + 2 \cdot I_{and}^w + 23 \cdot I_{let}^w, \quad (20)$$

где

$I_{and}^w$  – сложность операции логического умножения двух  $w$ -разрядных слов;  $I_{let}^w$  – сложность операции присвоения.

Аналогичный алгоритм можно привести и для полинома  $f_2(x) = x^{233} + x^{74} + 1$ .

**Алгоритм 13. Приведение по модулю, фиксированного полинома**  
 $f_2(x) = x^{233} + x^{74} + 1$ .

Вход:  $c(x) \in GF(2^{2m})$ ,  $m = 233$ .

Выход:  $c(x) \bmod f(x)$ .

1. For  $i = 14$  downto 8 do
  - 1.1.  $t = c[i]$ .
  - 1.2.  $c[i - 8] = c[i - 8] \text{ xor } (t \ll 23)$ .
  - 1.3.  $c[i - 7] = c[i - 7] \text{ xor } (t \gg 9)$ .
  - 1.4.  $c[i - 5] = c[i - 5] \text{ xor } (t \ll 1)$ .

- 1.5.  $c[i-4] = c[i-4] \text{ xor } (t \gg 31)$ .
2.  $t = c[7]$  and  $0\text{x}\text{FFFFFE08}$ ...
3.  $c[0] = c[0] \text{ xor } (t \gg 9)$ .
4.  $c[2] = c[2] \text{ xor } (t \ll 1)$ .
5.  $c[3] = c[3] \text{ xor } (t \gg 31)$ .
6.  $c[5] = c[5]$  and  $0\text{x}000001\text{FF}$ .
7. Return  $c(x) \bmod x^m$ .

Общее количество операций, необходимых для выполнения приведения по модулю алгоритмом 13:

$$I(A_{12}) = 31 \cdot I_{add}^w + 31 \cdot I_{shift}^w + 2 \cdot I_{and}^w + 40 \cdot I_{let}^w. \quad (21)$$

Сложность алгоритмов умножения в поле  $GF(2^m)$  представлена в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

| Название алгоритма                                                                    | Сложность                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Сложение                                                                              | $I_{add} = t \cdot I_{add}^w$                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Алгоритм 2. Справа налево со сложением и сдвигом.                                     | $I(A_2) = 2 \cdot t \cdot m \cdot (I_{shift}^w + 0,5 \cdot I_{add}^w)$                                                                                                                                                                                                                                            |
| Алгоритм 3. Справа налево со сложением и сдвигом, с шириной окна предвычислений $q$   | $I(A_3) = (2t \cdot \lceil (m-1)/q \rceil + \lceil (m-1)/q - (m-1)/w \rceil \cdot \lceil (m+q)/w \rceil) \cdot I_{shift}^w +$<br>$+ \lceil (m-1)/q \rceil \cdot \lceil (m+q)/w \rceil \cdot I_{add}^w +$<br>$+ \lceil (m+q)/w \rceil \cdot ((2^q - q - 3) \cdot I_{add}^w + (q-1) \cdot I_{shift}^w) \Big _{pre}$ |
| Алгоритм 4. Справа налево, комбинированный метод                                      | $I(A_4) = 0,5 \cdot m \cdot (t+1) \cdot I_{add}^w + (w-1) \cdot (t+1) \cdot I_{shift}^w$                                                                                                                                                                                                                          |
| Алгоритм 5. Слева направо, комбинированный метод                                      | $I(A_5) = 0,5 \cdot m \cdot t \cdot I_{add}^w +  w-1  \cdot 2 \cdot t \cdot I_{shift}^w$                                                                                                                                                                                                                          |
| Алгоритм 6. Справа налево, комбинированный метод с шириной окна предвычислений $q$ .  | $I(A_6) = \lceil m/q \rceil \cdot \lceil (m+2q)/w \rceil \cdot I_{add}^w + (m/q - 1) \cdot \lceil (m+2q)/w \rceil \cdot I_{shift}^w +$<br>$+ \lceil (m+q)/w \rceil \cdot ((2^q - q - 3) \cdot I_{add}^w + (q-1) \cdot I_{shift}^w) \Big _{pre}$                                                                   |
| Алгоритм 7. Слева на право, комбинированный метод с шириной окна предвычислений $q$ . | $I(A_7) = \lceil m/q \rceil \cdot \lceil (m+q)/w \rceil \cdot I_{add}^w + (w/q - 1) \cdot 2 \cdot t \cdot I_{shift}^w +$<br>$+ \lceil (m+q)/w \rceil \cdot ((2^q - q - 3) \cdot I_{add}^w + (q-1) \cdot I_{shift}^w) \Big _{pre}$                                                                                 |
| Алгоритм 8. Алгоритм Карацубы                                                         | $I(A_8) = 10 \cdot I_{add}^w \cdot (3^h - 2^h) + 3^h \cdot I_{mul}^w$                                                                                                                                                                                                                                             |
| Алгоритм 9. Алгоритм Карацубы с предвычислениями                                      | $I(A_9) = 10 \cdot I_{add}^w \cdot (3^h - 2^h) + 3^h \cdot (20 \cdot I_{add}^w + 9 \cdot I_{tbl})$                                                                                                                                                                                                                |

Здесь  $m$  – степень полевого полинома;  $q$  – ширина окна предвычислений;  $I_{mul}^w$  – сложность операции умножения по модулю 2, двух  $w$  – разрядных слов;  $I_{add}^w$  – сложность операции, содержащего двух  $w$  – разрядных слов;  $I_{shift}^w$  – сложность операции сдвига на 1 одного  $w$  – разрядного слова;  $I_{tbl}$  – сложность операции обращения к таблице;  $t = \lceil m / w \rceil$  – количество слов процессора, необходимых для представления полинома степени  $m - 1$ ;  $h = \log_2 \lceil m / w \rceil$  – показатель степени в выражении  $2^h$ , где  $2^h$  – количество слов процессора, необходимых для представления полинома степени  $m - 1$ .

В табл. 2 приведен расчет сложностей алгоритмов, перечисленных в табл. 1 для степени полиномов  $m = 256$ , разрядности машинного слова  $w = 32$ .

Таблица 2

| Название алгоритма                                                                     | Сложность                                                                                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Сложение                                                                               | $I_{add} = 8 \cdot I_{add}^w$                                                                                                                                     |
| Алгоритм 2. Справа налево, со сложением и сдвигом.                                     | $I(A_2) = 4096 \cdot I_{shift}^w + 2048 \cdot I_{add}^w$                                                                                                          |
| Алгоритм 3. Справа налево, со сложением и сдвигом, с шириной окна предвычислений $q$   | $I(A_3) = 1528 \cdot I_{shift}^w + 576 \cdot I_{add}^w + [81 \cdot I_{add}^w + 27 \cdot I_{shift}^w]_{pre} =$<br>$= 1555 \cdot I_{shift}^w + 657 \cdot I_{add}^w$ |
| Алгоритм 4. Справа налево, комбинированный метод                                       | $I(A_4) = 1152 \cdot I_{add}^w + 279 \cdot I_{shift}^w$                                                                                                           |
| Алгоритм 5. Слева на право, комбинированный метод                                      | $I(A_5) = 1152 \cdot I_{add}^w + 496 \cdot I_{shift}^w$                                                                                                           |
| Алгоритм 6. Справа налево, комбинированный метод с шириной окна предвычислений $q=4$ . | $I(A_6) = 576 \cdot I_{add}^w + 567 \cdot I_{shift}^w +$<br>$+ [81 \cdot I_{add}^w + 27 \cdot I_{shift}^w]_{pre} = 657 \cdot I_{add}^w + 594 \cdot I_{shift}^w$   |
| Алгоритм 7. Слева направо, комбинированный метод с шириной окна предвычислений $q=4$ . | $I(A_7) = 576 \cdot I_{add}^w + 112 \cdot I_{shift}^w +$<br>$+ [81 \cdot I_{add}^w + 27 \cdot I_{shift}^w]_{pre} = 657 \cdot I_{add}^w + 139 \cdot I_{shift}^w$   |
| Алгоритм 8. Алгоритм Карацубы                                                          | $I(A_8) = 95 \cdot I_{add}^w + 27 \cdot I_{mul}^w$                                                                                                                |
| Алгоритм 9. Алгоритм Карацубы с предвычислениями                                       | $I(A_9) = 635 \cdot I_{add}^w + 243 \cdot I_{tbl}$                                                                                                                |

В табл. 3 приведены общие сложности универсальных алгоритмов приведения по модулю.

Таблица 3

| Название алгоритма                                                                  | Сложность                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Алгоритм 10. Приведение по модулю с побитным анализом делимого.                     | $I(A_{10}) = \lceil 0,5 \cdot m \cdot (t + 1) \rceil \cdot (I_{add}^w + I_{shift}^w)$                     |
| Алгоритм 11. Приведение по модулю с побитным анализом делимого, с предвычислениями. | $I(A_{11}) = \lceil 0,5 \cdot m \cdot (t + 1) \rceil \cdot I_{add}^w + w \cdot (t + 1) \cdot I_{shift}^w$ |

В табл. 4 приведены сложности алгоритмов приведения по модулю для случая  $m = 163$ ,  $w = 32$ .

Таблица 4

| Название алгоритма                                                                 | Сложность                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Алгоритм 10. Приведение по модулю с побитным анализом делимого.                    | $I(A_{10}) = 567 \cdot (I_{add}^w + I_{shift}^w)$                                                |
| Алгоритм 11. Приведение по модулю с побитным анализом делимого с предвычислениями. | $I(A_{11}) = 567 \cdot I_{add}^w + 224 \cdot I_{shift}^w$                                        |
| Алгоритм 12. Приведение по фиксированному модулю                                   | $I(A_{12}) = 41 \cdot I_{add}^w + 35 \cdot I_{shift}^w + 2 \cdot I_{and}^w + 23 \cdot I_{let}^w$ |

В табл. 5 приведены временные характеристики алгоритмов модулярного умножения, реализованных программно. Измерение производительности для всех алгоритмов выполнялось над одним и тем же множеством (100 000) случайных полиномов. Тестирование проводилось на компьютере с процессором Intel® Celeron™ 800 MHz, ОЗУ 256 Mb, операционная система Microsoft Windows 2000 Professional. Программная реализация выполнена с помощью Microsoft Visual C++ 6. Тестирование проведено в полях, образованных неприводимыми полиномами  $f_1(x) = x^{163} + x^7 + x^6 + x^3 + 1$ ,  $f_2(x) = x^{233} + x^{74} + 1$ .

В [4] проводилось аналогичное тестирование на рабочей станции с процессором Intel® Pentium II™ 400 MHz. Программная реализация алгоритмов выполнялась на языке программирования С. Результаты этого тестирования также приведены в табл. 5.

Таблица 5

| Название алгоритма                                                                     | Время работы, мкс. |                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|--------------------------|
|                                                                                        | Наша реализация    | Результаты из работы [4] |
|                                                                                        | $m=233$            | $m=233$                  |
| Сложение                                                                               | 0,2                | 0,12                     |
| Алгоритм 2. Справа налево, со сложением и сдвигом                                      | 18,86              | 27,14                    |
| Алгоритм 3. Справа налево, со сложением и сдвигом, с шириной окна предвычислений $q=4$ | 12,556             | —                        |
| Алгоритм 4. Справа налево, комбинированный                                             | 6,52               | 12,01                    |
| Алгоритм 5. Слева направо, комбинированный                                             | 7,5                | 12,93                    |
| Алгоритм 6. Справа налево, комбинированный метод с шириной окна предвычислений $q=4$   | 7,44               | —                        |
| Алгоритм 7. Слева направо, комбинированный метод с шириной окна предвычислений $q=4$ . | 3,58               | 5,07                     |
| Алгоритм 8. Алгоритм Карацубы, рекурсивный                                             | 16,45              | 7,04                     |
| Алгоритм 9. Алгоритм Карацубы, рекурсивный, с предвычислениями                         | 7,63               | —                        |
| Алгоритм 9. Алгоритм Карацубы, итеративный, с предвычислениями.                        | 5,5                | —                        |

В табл. 6 приведем время выполнения операции приведение по модулю рассмотренными алгоритмами.

Таблица 6

| Название алгоритма                                                                 | Время работы, мкс. |         |                          |         |
|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|---------|--------------------------|---------|
|                                                                                    | Наша реализация    |         | Результаты из работы [4] |         |
|                                                                                    | $m=163$            | $m=233$ | $m=163$                  | $m=233$ |
| Алгоритм 10. Приведение по модулю с побитным анализом делимого                     | 66,0               | 96,6    | —                        | —       |
| Алгоритм 11. Приведение по модулю с побитным анализом делимого, с предвычислениями | 18,8               | 24,1    | —                        | —       |
| Алгоритм 12, 13. Приведение по фиксированному модулю                               | 0,07               | 0,08    | 0,18                     | 0,22    |

Отметим, что результаты проведенных тестов производительности зависят как от частоты процессора, так и от размера кэш-памяти, к последнему показателю особенно чувствительны алгоритмы с предвычислениями.

### Выводы

Проведенные исследования позволяют нам сделать следующие выводы:

- наиболее эффективным алгоритмом «чистого» умножения оказался алгоритм 7, слева направо, комбинированный метод с шириной окна предвычислений  $q = 4$ ;
- в тех случаях, когда используются алгоритмы умножения с предвычислениями (6, 7) для выполнения возведения в степень, тогда производительность алгоритма возведения в степень может быть повышена за счет однократного расчета таблицы предвычислений, используемой в алгоритмах (6, 7);
- дополнительным достоинством алгоритмов умножения 6 и 7 является возможность эффективного выполнения операции приведения по модулю «на лету», что позволяет сократить количество операций сложения машинных слов;
- так как в большинстве криптографических приложений в качестве образующих используются неприводимые полиномы специального вида (триномы и пентаномы), то операция приведения по модулю может быть адаптирована под конкретный полином, что позволяет значительно повысить производительность по сравнению с общим случаем;
- итеративный алгоритм Карацубы с предвычислениями оказался недостаточно эффективным при программной реализации, это связано с необходимостью умножать полиномы, степени которых меньше 32. Применение для этого наиболее эффективных (в общем случае) алгоритмов 6 и 7 становится неоправданным. Кроме того, этот алгоритм не может быть совмещен с приведением по модулю «на лету». Однако эффективность алгоритма повышается в случае аппаратной поддержки операции умножения двух машинных слов.

**Список литературы:** 1. *IEEE P1363 / D9 (Draft Version 9). Standard Specifications for Public Key Cryptography.* 2. *AMERICAN NATIONAL STANDARD X9.62–1998 (Draft version), Public Key Cryptography for the Financial Services Industry: The Elliptic Curve Digital Signature Algorithm (ECDSA).* 3. *Hankerson D., Lopez Hernandez J., Menezes A. Software implementation of elliptic curve cryptography over binary fields. Advances in Cryptology. Crypto '99.* 4. *А.А. Болотов, С.Б. Гашков, А.Б. Фролов, А.А. Часовских. Алгоритмические основы эллиптической криптографии: Учеб. пособие / М. 2000. 100 с.*

Ф. М. АНДРЕЕВ, д-р техн. наук, Ю. Г. ДАНИК, д-р техн. наук,  
Р. Э. ПАЩЕНКО, канд. техн. наук, В. В. КОНДРАТ, канд. техн. наук

## СТАБИЛИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ПОРЯДКОВЫХ СТАТИСТИК ПРИ ОБРАБОТКЕ ПАЧЕЧНОГО СИГНАЛА

Необходимость стабилизации вероятности ложной тревоги (СВЛТ) при работе в условиях наличия отражений от местных предметов требует введения в тракт обработки сигналов быстродействующих адаптивных пороговых устройств (устройств СВЛТ). При использовании метода оценки мощности отражений от местных предметов, основанном на усреднении амплитуд выборок в пределах «скользящего окна», в переходной области между фоном шумов и отражениями от местных предметов (нестационарное воздействие) наблюдается увеличение вероятности ложной тревоги (увеличиваются потери в отношении сигнал/шум). Использование метода порядковых статистик для определения дисперсии помехового фона позволяет устранить этот недостаток и эффективно работать в условиях воздействия нестационарных помех [1]. Кроме того, для повышения эффективности обнаружения применяют многократное облучение объекта зондирующими импульсами, при этом обнаружение осуществляется по принимаемой последовательности (пачке) радиоимпульсов [2]. Структурная схема тракта обработки некогерентной пачки сигналов показана на рис. 1.

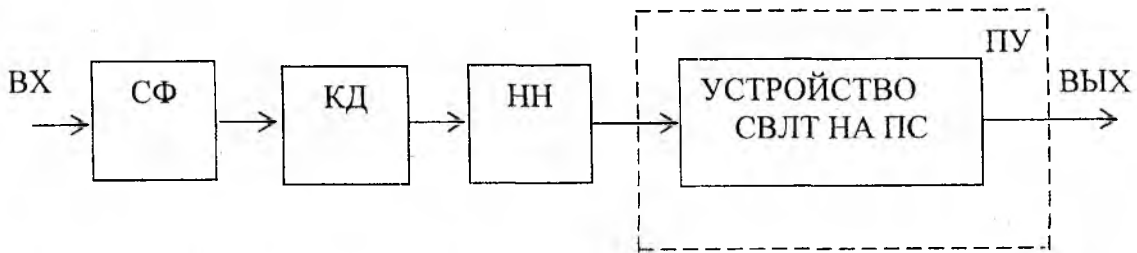


Рис. 1

На рис. 1 введены следующие обозначения: СФ – согласованный фильтр; КД – квадратичный детектор; НН – некогерентный накопитель; ПУ – пороговое устройство; ПС – порядковые статистики. Структура устройства СВЛТ на ПС приведена в [1]. В таком устройстве используется значение (выборка амплитуды)  $K$ -й порядковой статистики  $X_{(K)}$  в качестве дисперсии помехового фона, по которой выставляется требуемое значение порога.

Цель статьи: определить значения пороговых констант метода порядковых статистик при обработке пачечного сигнала и оценить выигрыш в отношении сигнал/шум при обработке пачечного сигнала.

Критерий обнаружения устройства СВЛТ на ПС имеет вид

$$Z_0 > T \cdot Z_{(K)} = U_{\text{пор}}, \quad (1)$$

где  $Z_0$  – анализируемое значение, подвергаемое пороговому испытанию;  $T$  – пороговая константа, зависящая от вероятности ложной тревоги;  $Z_{(K)}$  – значение  $K$ -й порядковой статистики, причем  $K = 0,5N + 1, N$  для обеспечения эффективного функционирования в условиях воздействия нестационарных помех;  $N$  – размер «скользящего окна».

Помеху полагаем гауссовой. При квадратичном детектировании распределение огибающей помехи является экспоненциальным с плотностью вероятности

$$f(Z) = \exp(-Z), \quad Z > 0 \quad (2)$$

и функцией распределения

$$F(Z) = 1 - \exp(-Z), \quad Z > 0. \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3) аргумент  $Z$  полагаем нормированным относительно неизвестной дисперсии помехи  $\sigma_n^2$ .

Численные значения пороговых констант при обработке одиночного сигнала приведены в [3] для  $N = 8, 16, 24, 32$ . Определим значения пороговых констант при обработке пакетного сигнала. При квадратичном детектировании помеха (шум) после некогерентного накопления описывается распределением Эрланга

$$W(Z) = \frac{Z^{L-1}}{(L-1)!} \cdot \exp(-Z), \quad (4)$$

где  $L$  – число импульсов в пакете.

Элемент вероятности случайной величины  $Z$  (флуктуирующий сигнал с шумом, распределение хи-квадрат с двумя степенями свободы, импульсы полностью не коррелированы) имеет вид [4]

$$f(Z)dZ = \frac{Z^{L-1}}{Q^L \cdot \Gamma(L)} \cdot \exp\left(-\frac{Z}{Q}\right) dZ, \quad (5)$$

где  $Q = 1 + q^2$ ;  $q^2$  – отношение сигнал/шум по мощности;  $\Gamma(L) = (L-1)!$  – гамма-функция.

Функция распределения случайной величины  $Z$  определяется через неполную гамма – функцию  $\Gamma(L, Z)$

$$F(Z) = 1 - \Gamma(L, Z). \quad (6)$$

Элемент вероятности и функция распределения помехи, выборки которой  $Z_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ , в пределах «скользящего окна» и после ранжирования используются для формирования вариационного ряда  $Z_{(1)} < Z_{(2)} < \dots < Z_{(N)}$ , описывается выражением (5) и (6) при  $q^2 = 1$ . В этом случае плотность вероятности  $K$ -й порядковой статистики  $Z_{(K)}$  равна

$$f_{(K)}(Z) = N \cdot C_{N-1}^{K-1} \cdot [1 - \Gamma(L, Z)]^{K-1} \cdot [\Gamma(L, Z)]^{N-K} \cdot Z^{L-1} \cdot \frac{e^{-Z}}{\Gamma(L)}, \quad (7)$$

где  $C_{N-1}^{K-1}$  – число сочетаний из  $N-1$  по  $K-1$ .

Воспользовавшись правилом преобразования законов распределения случайных величин, получим выражение для плотности вероятности нормированного порогового уровня  $U_{nop}^H$  в виде

$$f_{(K)}(U_{nop}^H) = \frac{N C_{N-1}^{K-1}}{T} \left[ 1 - \Gamma\left(L, \frac{U_{nop}^H}{T}\right) \right]^{K-1} \cdot \left[ \Gamma\left(L, \frac{U_{nop}^H}{T}\right) \right]^{N-K} \cdot \left( \frac{U_{nop}^H}{T} \right)^{L-1} \cdot \frac{e^{-\frac{U_{nop}^H}{T}}}{\Gamma(L)}. \quad (8)$$

При известных  $L$  и  $\sigma_n^2$  вероятность правильного обнаружения равна

$$P_D = \int_{U_{nop}^H}^{\infty} f(Z) dZ = \frac{\Gamma\left(\frac{U_{nop}^H}{1+q^2}\right)}{\Gamma(L)}, \quad (9)$$

а вероятность ложной тревоги (ВЛТ) после подстановки  $q^2 = 1$  равна

$$P_F = \frac{\Gamma(L, U_{nop}^H)}{(L-1)!}. \quad (10)$$

В случае адаптивного управления порогом с использованием порядковых статистик выражение для ВЛТ преобразуется к виду

$$P_F = \int_0^{\infty} \frac{\Gamma(L, U_{nop}^H)}{\Gamma(L)} \cdot f_{(K)}(U_{nop}^H) dU_{nop}^H. \quad (11)$$

Подставив (8) в (11), а также используя значение неполной гамма-функции и бином Ньютона, после преобразований и вычисления интеграла получим выражение ВЛТ при обработке пачечного сигнала для частного случая  $L = 2$

$$P_F = NC_{N-1}^{K-1} \sum_{m_1=0}^{K-1} (-1)^{m_1} C_{K-1}^{m_1} \sum_{m_2=0}^1 \frac{T^{m_2}}{m_2!} \sum_{m_3=0}^{N-K+m_1} C_{N-K+m_1}^{m_3} \frac{(m_2+m_3+1)!}{(T+N-K+m_1+1)^{m_2+m_3+2}}. \quad (12)$$

Для случая  $L = 4$  выражение ВЛТ будет иметь вид

$$P_F = NC_{N-1}^{K-1} \sum_{m_1=0}^{K-1} (-1)^{m_1} C_{K-1}^{m_1} \sum_{m_2=0}^3 \frac{T^{m_2}}{m_2!} \sum_{m_3=0}^{N-K+m_1} C_{N-K+m_1}^{m_3} \left(\frac{1}{6}\right)^{N-K+m_1-m_3+1} \sum_{m_4=0}^{m_3} C_{m_3}^{m_4} \times$$

$$\times \left(\frac{1}{2}\right)^{m_3-m_4} \sum_{m_5=0}^{m_4} C_{m_4}^{m_5} \frac{[m_2-m_3-2m_4+m_5+3+3(N-K+m_1-m_3)]!}{(T+N-K+m_1+1)^{m_2-m_3-2m_4+m_5+4+3(N-K+m_1)}}. \quad (13)$$

Обобщенное выражение ВЛТ при любом числе импульсов в пачке ( $L$ ) получим методом индукции в следующем виде:

$$P_F = NC_{N-1}^{K-1} \sum_{m_1=0}^{K-1} (-1)^{m_1} C_{K-1}^{m_1} \sum_{m_2=0}^{L-1} \frac{T^{m_2}}{m_2!} \sum_{m_3=0}^{N-K+m_1} C_{N-K+m_1}^{m_3} \left[\frac{1}{(L-1)!}\right]^{N-K+m_1-m_3+1} \times$$

$$\times \sum_{m_4=0}^{m_3} C_{m_3}^{m_4} \left[\frac{1}{(L-2)!}\right]^{m_3-m_4} \times \dots \times \sum_{m_L=0}^{m_{L-1}} C_{m_{L-1}}^{m_L} \left(\frac{1}{2}\right)^{m_{L-1}-m_L} \sum_{m_{L+1}=0}^{m_L} C_{m_L}^{m_{L+1}} \times$$

$$\times \frac{[m_2-m_3-\dots-m_{L-1}-2m_L+m_{L+1}+L-1+(L-1)(N-K+m_1)]!}{(T+N-K+m_1+1)^{m_2-m_3-\dots-m_{L-1}-2m_L+m_{L+1}+L+(L-1)(N-K+m_1)}}. \quad (14)$$

Задаваясь значениями ВЛТ  $P_F$  с использованием метода последовательных итераций, можно получить значения пороговых констант для различных значений  $N$  и  $L$ . Численные значения пороговых констант при  $K = \frac{3}{4}N$  и  $P_F = 10^{-6}$  приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1, с увеличением числа накапливаемых импульсов ( $L$ ) и величины «скользящего окна» ( $N$ ) численное значение пороговой константы будет уменьшаться. Характер изменения численных значений пороговой константы при различных значениях номера порядковой статистики ( $K$ ) показан на рис. 2.

Таблица 1

| T     | N = 8   | N = 16 | N = 24 |
|-------|---------|--------|--------|
| L = 2 | 14,1946 | 9,397  | 8,199  |
| L = 4 | 6,7983  | 5,3734 | 4,9564 |
| L = 8 | 4,0783  | 3,5324 | 3,2187 |

Кривые на рис. 2 построены при  $L = 4$ , кривая 1 – для  $P_F = 10^{-4}$ , а кривая 2 – для  $P_F = 10^{-6}$ . Как видно из хода кривых, численные значения пороговых констант уменьшаются с увеличением номера порядковой статистики и уменьшением требований к вероятности ложной тревоги.

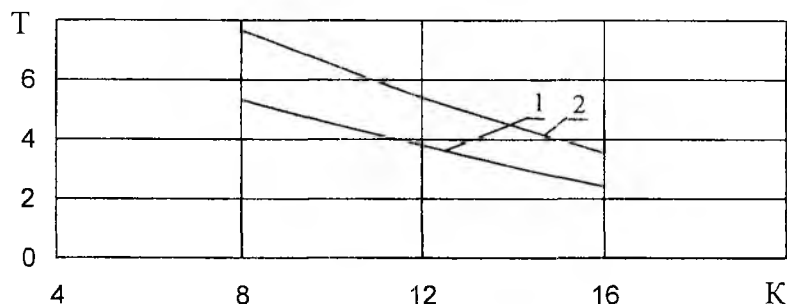


Рис. 2

Таким образом, полученные значения пороговых констант позволяют использовать устройство СВЛТ, использующее метод порядковых статистик при обработке пачечного сигнала, что в свою очередь приводит к улучшению показателей качества обнаружения.

**Список литературы:** 1. Бакулев П.А., Басистов Ю.А., Тугуши В.Г. Обработка сигналов постоянным уровнем ложных тревог (обзор) // Радиоэлектроника. 1989. Т. 32, N4. С. 4 – 15. (Изв. высш. учеб. заведений). 2. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1992. 304 с. 3. Rohling H. Radar CFAR thresholding in Clutter and Multiple target situations // IEEE Trans.: VAES-19. 1983. N4. p. 601 – 621. 4. Современная радиолокация. / Пер. с англ. под ред. Кобзарева Ю.Б. – М.: Сов. радио, 1969. 704с.

Харьковский военный университет

Поступила в редколлегию 27.07.2003

## ОСОБЕННОСТИ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ОТНОШЕНИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ ПРИ СОВМЕСТНОМ ПОИСКЕ И ОБНАРУЖЕНИИ ОБЪЕКТОВ

**Постановка проблемы в общем виде.** В настоящее время целый класс информационных систем используется для решения задачи поиска и обнаружения объектов в условиях ограниченного поискового потенциала [1-3]. В статье отмечаются особенности методики расчета отношения правдоподобия при совместном поиске и обнаружении объектов.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Известные результаты решения оптимизационных задач обнаружения объектов сводятся к классической процедуре сравнения условного отношения правдоподобия с порогом [4, 5]. При этом достижения теории поиска не учитываются, а априорная информация о местоположении объекта в зоне поиска характеризуется интегральным показателем – вероятностью наличия или отсутствия объекта во всей зоне поиска в целом. Приведенные в [6] методы оптимизации рассматривают поиск и обнаружение как единую задачу только в постановочном плане, решения получены для отдельных составляющих поставленной задачи.

Рассмотрим особенности расчета отношения правдоподобия при совместном поиске и обнаружении объектов с учетом специфики функционирования информационных систем.

**Постановка задачи и изложение материалов исследований.** В [7] рассмотрены особенности оптимизации двухальтернативных решений при совместной оптимизации поиска и обнаружения объектов, сформулирован весовой критерий оптимальности обнаружения объектов в текущей зоне обзора. Установлено, что при проверке простой гипотезы против простой альтернативы при совместном поиске и обнаружении объекта необходимо осуществлять процедуру сравнения условного отношения правдоподобия  $l(y, t)$ , взвешенного с переменным в процессе поиска весовым коэффициентом, с порогом  $1_0$ . Весовой множитель

вычисляется по формуле  $\frac{P(\Omega(t))}{1 - P(\Omega(t))}$ , учитывающей особенности стратегии поиска. В [7]

приведена общая методика вычисления весового множителя  $\frac{P(\Omega(t))}{1 - P(\Omega(t))}$ . Здесь  $P(\Omega(t))$  –

априорная вероятность нахождения объекта в текущей зоне обзора  $\Omega(t)$ .

В указанной работе [7] особенности решения оптимизационной задачи рассматриваются без указания стратегии выбора текущей зоны обзора  $\Omega(t)$  в общей зоне поиска  $\Omega$ . При такой постановке задачи появляется дополнительный параметр оптимизации – текущие размеры и положение зоны  $\Omega(t)$  в общей зоне поиска  $\Omega$ . Следовательно, создаются условия для нахождения оптимальной по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта. В [8] для случая непрерывного обзора сформулированы основные ограничения, накладываемые на стратегию поиска, используемые обычно в теории поиска. Из проведенного в [8] анализа результатов по выбору стратегий поиска, исследованных в теории поиска, из всех стратегий наиболее полно указанным в [8] условиям удовлетворяет класс равномерно оптимальных стратегий поиска. Таким образом, при решении задачи нахождения по байесовскому критерию минимума среднего риска стратегии поиска объекта оптимальной является равномерно оптимальная стратегия поиска, в соответствии с которой должны быть выбраны текущие размеры и положение зоны  $\Omega(t)$  в общей зоне поиска  $\Omega$ .

Рассмотрим особенности расчета отношения правдоподобия при совместном поиске и обнаружении объектов с учетом особенностей равномерно – оптимальной стратегии поиска.

В общем случае применительно к решению задачи обнаружения когерентного полезного сигнала со случайными неинформативными параметрами на фоне гауссовских помех отношение правдоподобия имеет вид [5]

$$l = \int_{\beta} e^{\zeta(\beta) - q^2(\beta)/2} p(\beta) d\beta, \quad (1)$$

где  $\zeta(\beta) = \operatorname{Re} Z$ ,  $Z$  – комплексный весовой интеграл;  $q^2(\beta)$  – параметр обнаружения;  $\beta$  – вектор неинформативных случайных параметров сигнала;  $p(\beta)$  – априорное распределение вектора  $\beta$ .

Рассмотрим частные случаи решения задачи обнаружения [5]. Для случая обнаружения сигнала со случайной начальной фазой вектор  $\beta$  вырождается в единственный скалярный параметр – начальную фазу  $\beta$ . Отношение правдоподобия принимает вид

$$l = e^{-q^2/2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{|Z| \cos(\beta - \arg Z)} d\beta. \quad (2)$$

Интеграл в выражении (2) сводится к табличному

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{u \cos(\beta - \beta_0)} d\beta = I_0(u), \quad (3)$$

где  $I_0(u)$  – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Используя (3), выражение для вычисления отношения правдоподобия (2) переписывается в виде

$$l = e^{-q^2/2} I_0(|Z|). \quad (4)$$

Рассмотрим случай обнаружения сигнала со случайными амплитудой и начальной фазой. Широкий класс реальных распределений амплитудного множителя описывается моделью  $m$ -распределения Накагами. Для этого случая выражение отношения правдоподобия имеет вид

$$l = (-1)^{m-1} K_m \frac{d^{(m-1)}}{dv^{(m-1)}} \left[ \frac{1}{2v} \exp(\mu^2 / 4v) \right], \quad (5)$$

где  $K_m = 2m^m / \Gamma(m)$  – нормирующий коэффициент;  $\Gamma(m)$  – гамма – функция;  $v = m + q^2/2$ ;  $\mu = |Z| = q|Z_n|$ ;  $Z_n$  – нормированное значение весового интеграла.

Для объектов с большим числом случайно расположенных, независимо отражающих и равноценных элементов (блестящих точек)  $m=1$  и распределение Накагами переходит в рэлеевское, а выражение (5) преобразуется к виду

$$l = e^{q^2|Z_n|^2 / (4(1+q^2/2))} / (1 + q^2/2). \quad (6)$$

Объект с доминирующим отражающим элементом лучше описывается вторым распределением Накагами  $m=2$ , а выражение (5) преобразовывается к виду

$$l = \frac{e^{q^2|Z_n|^2 / (8(1+q^2/4))} (1 + q^2|Z_n|^2 / 4)}{(1 + q^2/4)^2}. \quad (7)$$

Выражения (4) – (7) являются известными в теории обнаружения сигналов от объектов [5]. Они получены без учета особенностей ведения поиска объектов. Рассчитаем отношения правдоподобия для случая совместного поиска и обнаружения объектов с использованием равномерно оптимальной стратегии поиска.

В [8] решена оптимизационная задача совместного поиска и обнаружения объекта. При этом отношение сигнал/шум  $q^2(x(t))$  в точке  $x$  зоны поиска  $\Omega$  связано с поисковым усилием  $\varphi(x, t)$  следующей зависимостью:

$$\varphi(x, t) = 0.5q^2(x(t)). \quad (8)$$

С учетом (8) выражения для отношения правдоподобия (4) – (7) переписываются соответственно

$$l(x, t) = e^{-\varphi(x, t)} I_0(|Z|), \quad (9)$$

$$l(x, t) = (-1)^{m-1} K_m \frac{d^{(m-1)}}{dv(x, t)^{(m-1)}} \left[ \frac{1}{2v(x, t)} \exp(\mu(x, t)^2 / 4v(x, t)) \right], \quad (10)$$

где  $v(x, t) = m + \varphi(x, t)$ ;  $\mu(x, t) = |Z| = \sqrt{2\varphi(x, t)} |Z_H|$ .

$$l(x, t) = e^{\varphi(x, t) |Z_H|^2 / (2(1+\varphi(x, t)))} / (1 + \varphi(x, t)), \quad (11)$$

$$l(x, t) = \frac{e^{\varphi(x, t) |Z_H|^2 / (4(1+\varphi(x, t)/2))} (1 + \varphi(x, t) |Z_H|^2 / 2)}{(1 + \varphi(x, t) / 2)^2}. \quad (12)$$

Таким образом, при совместном поиске и обнаружении объектов при расчете отношения правдоподобия появляется его зависимость от координаты и времени. В [7] рассчитан весовой множитель при оптимизации двухальтернативных решений при совместном поиске и обнаружении объектов. Используя [7], выражения (9) – (12) преобразуем к виду

$$l(x, t) = \frac{P(\Omega(t))}{1 - P(\Omega(t))} e^{-\varphi(x, t)} I_0(|Z|), \quad (13)$$

$$l(x, t) = \frac{P(\Omega(t))}{1 - P(\Omega(t))} (-1)^{m-1} K_m \frac{d^{(m-1)}}{dv(x, t)^{(m-1)}} \left[ \frac{1}{2v(x, t)} \exp(\mu(x, t)^2 / 4v(x, t)) \right], \quad (14)$$

$$l(x, t) = \frac{P(\Omega(t))}{1 - P(\Omega(t))} e^{\frac{\varphi(x, t) |Z_H|^2}{2(1+\varphi(x, t))}} / (1 + \varphi(x, t)), \quad (15)$$

$$l(x, t) = \frac{P(\Omega(t))}{1 - P(\Omega(t))} \frac{e^{\frac{\varphi(x, t) |Z_H|^2}{2(1+\varphi(x, t)/2)}} (1 + \varphi(x, t) |Z_H|^2 / 2)}{(1 + \varphi(x, t) / 2)^2}. \quad (16)$$

Для дальнейших расчетов необходимо задаваться конкретными функциями  $P(\Omega(t))$  и  $\varphi(x, t)$ , зависящими от априорных данных о местонахождении объекта и от характера решаемых задач обнаружения.

**Выводы и направления дальнейших исследований.** 1. Получены выражения для отношения правдоподобия применительно к решению задачи совместного поиска и обнаружения когерентного сигнала со случайными неинформативными параметрами на фоне гауссовских помех. 2. При проверке простой гипотезы против простой альтернативы в задаче совместного поиска и обнаружения объекта необходимо осуществлять классическую процедуру сравнения с порогом условного отношения правдоподобия  $l(x, t)$ , взвешенного с весовым множителем  $\frac{P(\Omega(t))}{1 - P(\Omega(t))}$ , учитывающим особенности стратегии поиска. 3. В дальнейших исследованиях необходимо получить выражения для других моделей полезного сигнала и помех, рассмотреть особенности решения задачи совместного поиска и обнаружения для конкретных конфигураций зон поиска и различных видов априорной плотности вероятности местоположения объекта.

**Список литературы:** 1. Л.М.Артюшин, С.П.Мосов, Д.В.П'яковський, В.Б.Толубко Аерокосмічна розвідка в локальних війнах сучасності: Досвід, проблемні питання і тенденції К.: НАОУ, ЖВІРЕ, 2002. 207 с. 2. Радиолокация поверхности Земли из космоса/ Под ред. Л.М. Митника, С.В.Викторова. Л.: Гидрометеиздат, 1990. 200 с. 3. Сазонов Н.А., Щербинин В.Н., Ярушкин М.М. Алгоритм формирования радиолокационного изображения в авиационно – космической двухпозиционной РСА // Радиотехника: Всеукр. міжвед. научн.-техн. сб. 2000. № 4. С. 71 – 77. 4. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 654 с. 5. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с. 6. Васильев О.В., Меркулов В.И., Карев В.В. Управляемый радиолокационный поиск воздушных целей // Успехи современной радиоэлектроники. 2002. № 1. С. 49 – 61. 7. Худов Г.В. Вычисление весового множителя при оптимизации двухальтернативных решений в задачах совместного поиска и обнаружения объектов // Системи обробки інформації: Зб. наук. праць. Х.: ХВУ. 2003. Вип. 5. С. 124 – 128. 8. Голкин Д.В., Худов Г.В. Постановка задачи совместной байесовской оптимизации поиска и обнаружения объектов в радиолокационных системах // Системи обробки інформації: Зб. наук. праць / НАНУ, ПАНМ, ХВУ. 2002. Вип. 6 (22). С. 383 – 389.

Харьковский военный университет

Поступила в редколлегию 12.08.2003

В. Д. КАРЛОВ, д-р техн. наук, Ю. И. РАФАЛЬСКИЙ, С. В. ЯРОВОЙ,  
Н. Н. ПЕТРУШЕНКО, А. В. ЧЕЛПАНОВ

## АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ФИЛЬТРАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ТРАЕКТОРИИ ЦЕЛЕЙ

Использование в процессе сопровождения целей детерминированной модели траектории приводит к неоптимальной фильтрации ее параметров, что, в свою очередь, снижает помехоустойчивость режима сопровождения.

В реальных условиях отличие параметров траектории цели от детерминированной модели обусловлено наличием аномальных наблюдений (за счет сбоев аппаратуры измерения) и маневром цели.

Учет возможности аномальных наблюдений (АН) и маневра сопровождаемой цели приводит к необходимости расширения эффективной полосы пропускания фильтра и, следовательно, к ухудшению точностных характеристик при оценке параметров траектории неманеврирующих целей.

В [1, 2] описаны наиболее близкие к представленному алгоритмы фильтрации параметров траектории цели. Они отличаются громоздкостью схемы и, соответственно, значительным объемом проводимых вычислений.

В представленном алгоритме авторы постарались избежать недостатков подобных алгоритмов [1, 2]. В алгоритме реализовано обнаружение и распознавание АН и маневра цели, селекция АН, измерение и учет ускорения при маневре цели и, тем самым, повышена точность оценки параметров траектории цели.

Последовательность обработки информации можно разделить на два этапа.

На первом этапе в фильтре Калмана осуществляется рекуррентная фильтрация измерений по опорным точкам ( $i=1,2,\dots,n$ ) с оценкой текущих значений параметров траектории цели (координат и производных)  $\hat{x}_{1i}$ ,  $\hat{\dot{x}}_{1i}$  и корреляционной матрицы ошибок (КМО)  $\psi_{1i}$ . Кроме того формируется последовательность динамических ошибок сопровождения – рассогласований между измеренными и экстраполированными значениями параметров (значений невязок)  $Z_{1i}$ .

На втором этапе обработки в фильтре Калмана фильтруется накопленная последовательность измерений, начиная с последней опорной точки  $y_j=y_{n-i+1}$  ( $j=n-i+1$ ) с оценкой параметров траектории ( $\hat{x}_{2j}$ ,  $\hat{\dot{x}}_{2j}$ ,  $\psi_{2j}$ ,  $Z_{2j}$ ).

Далее формируется суммарная последовательность абсолютных значений невязок, соответствующих одноимённым опорным точкам:

$$Z_{ci} = |Z_{1i}| + |Z_{2n-j+1}|. \quad (1)$$

По полученной последовательности невязок  $Z_{ci}$  необходимо выделить аномальные невязки и по их значениям принять решение о наличии АН или манёвра цели. Анализ проводится по выборкам  $S_k$  в «скользящем» окне размером  $m$ :

$$S_k = \sum_{i=k-m+1}^k Z_{ci}, \quad (2)$$

где  $k=m, m+1, \dots, n$ .

Размер окна определяется количеством аномальных невязок, вызываемых АН (или манёвром цели). Как правило, одно АН вызывает появление двух-трёх аномальных невязок [3]. Учитывая, что анализ ведётся по последовательности суммарных значений  $Z_{ci}$ , число аномальных невязок удваивается, и величину окна  $m$  целесообразно выбрать равной пяти.

т.е.  $m=5$  (в первичных последовательностях аномальные невязки располагаются по разные стороны от АН).

Решение о наличии АН принимается при превышении значениями  $S_k$  некоторого порога  $S_0$ :

$$S_k \geq S_0. \quad (3)$$

Если таких значений несколько (подряд), выбирается максимальное:

$$S_r = \max_k \{S_k\}. \quad (4)$$

Учитывая сдвиг порядкового номера максимальной выборки  $S_r$  относительно номера АН на  $m/2$ , принимается номер АН, равный

$$\xi = r-2. \quad (5)$$

Селекция АН осуществляется путем присвоения АН с номером  $\xi$  веса  $P_\xi = 0$ .

Аномальные невязки имеют место и в случае манёвра цели при несоответствии реальной траектории цели выбранной модели (степени аппроксимирующего полинома).

Поэтому в случае превышения порога обнаружения  $S_k \geq S_0$  необходим дополнительный анализ на наличие манёвра цели.

Основным отличием параметров траектории маневрирующей цели является то, что значения оценок скорости их изменения  $\hat{x}_\xi$  отличаются на интервалах наблюдения до участка манёвра (при  $i=1,2,\dots,\xi-1$ ) и после участка манёвра ( $i=\xi+1, \xi+2,\dots,n$ ), т.е. имеет место составляющая ускорения  $g = \ddot{x}_\xi$ .

Поэтому обнаружение манёвра проводится путём сравнения с порогом  $g_0$  значения ускорения:

$$g_\xi \geq g_0, \quad (6)$$

где  $g_\xi = \hat{x}_{\xi+1} - \hat{x}_{\xi-1}$ ;  $\hat{x}_{\xi-1}, \hat{x}_{\xi+1}$  - текущие оценки скорости, полученные при фильтрации прямой и обратной последовательности опорных точек траектории цели.

Для определения характеристик качества обнаружения АН или манёвра цели необходимо знать закон распределения значений невязки при наличии и отсутствии возмущающих факторов.

При отсутствии АН «обновляющий процесс»  $Z_i$  является белым гауссовским шумом со средним значением и дисперсией [3]:

$$M[z] = 0; \quad D[z] = 1,5\sigma_x^2, \quad (7)$$

где  $\sigma_x^2$  - дисперсия единичных измерений.

Для выборки из  $m$  суммарных невязок  $S_k$  получим

$$D_S = 3m\sigma_x^2. \quad (8)$$

При наличии возмущений (АН, манёвр) появляется смещение значений невязок  $\Delta_a = M[S_k]$  в соответствии с величиной ошибки измерения или интенсивности манёвра.

При ошибке измерения  $\delta$  среднее значение аномальной невязки составляет величину [3]:

$$\Delta_a = \frac{1}{2}\delta. \quad (9)$$

Усреднённое значение невязки за счёт манёвра цели с интенсивностью  $g$  изменяется в соответствии с квадратичной составляющей [3]:

$$\Delta_{ai} = \varphi(i) \frac{T^2(i-\xi)^2 g}{12}, \quad (10)$$

где  $T$  - период обновления информации;  $\xi$  - номер опорной точки, соответствующей началу манёвра;  $\phi(i)$  - сглаживающая функция.

Вероятность ложного обнаружения АН (или манёвра) можно представить через интегральную функцию распределения нормальной случайной величины:

$$P_{лт} = 1 - F\left(\frac{S_0}{\sqrt{D_s}}\right). \quad (11)$$

Соответственно вероятность обнаружения АН:

$$P_0 = F\left(\frac{S_0 - \Delta_a}{\sqrt{D_s}}\right), \quad (12)$$

где

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (13)$$

Величина порога  $S_0$  выбирается, исходя из заданной вероятности ложной тревоги.

Положительный эффект, который достигается использованием данного алгоритма, можно оценить следующим образом.

Во первых, точность оценки повышается за счёт удаления АН из последовательности фильтруемых опорных точек.

Во вторых, при обнаружении манёвра, оценке и учёте ускорения с более высокой точностью определяются параметры траектории, так как учитывается квадратичная составляющая (10).

В третьих, при двусторонней фильтрации, по сравнению с рекуррентным алгоритмом, увеличивается объём выборки измерений, используемой в ходе обработки, тем самым увеличивается точность оценок параметров траектории и достоверность обнаружения АН и манёвра.

Количественно выигрыш  $B$  в потенциальной точности сглаженной оценки при двусторонней фильтрации по сравнению с обычной рекуррентной обработкой можно оценить с помощью соотношения дисперсий [4]:

$$B = \frac{D_{x1}}{D_{x2}} = 2 - \frac{2}{1 + \sqrt{1 + q}}, \quad (14)$$

где  $D_{x1}$ ,  $D_{x2}$  – дисперсии оценок соответственно при одно- и двусторонней фильтрации измерений;  $q$  – отношение сигнал/шум при проведении измерений, определяющее дисперсию единичных замеров.

При  $q \gg 1$  значение  $B$  стремится к двум.

**Список литературы:** 1. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. К.: КВЦ, 2000. 255 с. 2. Гришин Ю.П., Казаринов Ю.М. Динамические системы, устойчивые к отказам. М.: Радио и связь, 1985. 185 с. 3. Саврасов Ю.С. Алгоритмы и программы в радиолокации. М.: Радио и связь, 1985. 216 с. 4. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.

Харьковский военный университет

Поступила в редколлегию 03.07.2003

А. Н. РУДЯКОВА, В. Г. КРЫЖАНОВСКИЙ, канд. физ.-мат. наук

**УЧЕТ ИНЕРЦИОННЫХ СВОЙСТВ ТРАНЗИСТОРА  
В ПРОЕКТИРОВАНИИ УСИЛИТЕЛЯ МОЩНОСТИ КЛАССА F**

**Введение.** Концепция усилителя мощности класса F основана на создании режимов холостого хода и короткого замыкания для высших гармоник усиливаемого сигнала на выходе транзистора [1]. Наиболее распространенным является усилитель класса F с настройкой до третьей гармоники [1] – [4]. В этом случае выходная цепь представляет собой в идеале нулевое сопротивление на частоте второй гармоники и бесконечно большое на третьей.

Импульсы выходных тока и напряжения транзистора в классе F при правильной настройке стремятся к усеченной косинусоидальной и прямоугольной формам соответственно. При этом происходит повышение КПД усилителя за счет снижения рассеиваемой в транзисторе мощности. Описанные требования к выходной цепи не являются достаточными для формирования таких форм. Необходимо учитывать также фазовые соотношения между гармониками выходного тока (в рассматриваемом случае – первой и третьей). Этот вопрос подробно рассматривался в [5], [6], где сопротивление нагрузки на первой гармонике считалось преимущественно резистивным, а для выходного тока транзистора использовалась аппроксимация усеченной косинусоидой. В этих предположениях первая и третья гармоники напряжения противофазны, если коэффициенты разложения коллекторного тока в ряд Фурье для этих гармоник имеют противоположные знаки, что возможно только для углов отсечки, больших  $90^\circ$ .

Однако с повышением рабочей частоты и приближением ее к граничной для используемого транзистора, проявляется эффект «растягивания» импульса коллекторного тока, что приводит к заметному изменению амплитуд и фаз его гармоник. Подобное явление не принималось во внимание при анализе [5], [6], и представляется интересным рассмотреть этот вопрос.

Теоретический анализ. Для анализа использовалась аппроксимированная зарядовая модель биполярного транзистора [7], эквивалентная схема которой изображена на рис. 1.

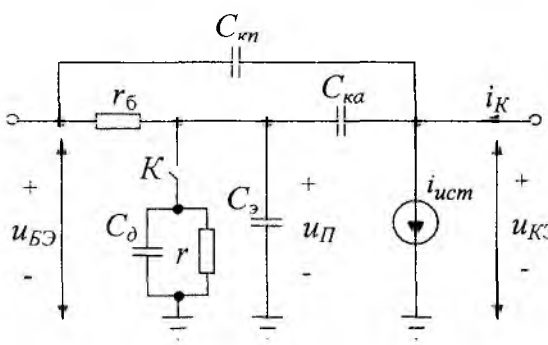


Рис. 1

Замкнутое положение ключа K соответствует модели активной области, разомкнутое – области отсечки. Были допущены следующие предположения: транзистор работает в двух областях – активной и отсечки, без захода в область насыщения; токи через емкости  $C_{ка}$  и  $C_{кп}$  малы по сравнению с током управляемого источника  $i_{уст}$ , и ими можно пренебречь для упрощения анализа. В этом случае дифференциальное уравнение для тока коллектора  $i_K$  запишется как:

$$\omega_0 \tau_S \frac{di_K}{d(\omega_0 t)} + i_K = S U_{БЭ} (\cos \omega_0 t - \cos \theta), \tag{1}$$

где  $\omega_0$  – частота входного сигнала  $u_{БЭ}$ ;  $S$  – модуль крутизны коллекторного тока по напряжению на эмиттерном переходе  $u_{П}$ ;  $\tau_S = r r_6 C_д / (r + r_6)$  – постоянная времени входной цепи.

Решение уравнения (1) с начальным условием  $i_K(-\theta) = 0$  определяет ток  $i_K$  на интервале от  $-\theta$  до  $\theta_1$ , где  $\theta_1$  – угол запираания транзистора, определяемый трансцендентным уравнением:

$$-\frac{\cos\theta}{\cos\varphi} + \cos(\theta_1 + \varphi) - \operatorname{tg}\varphi \sin(\theta - \varphi) \exp\left(\frac{\theta_1 + \theta}{\operatorname{tg}\varphi}\right) = 0, \quad (2)$$

где  $\varphi = -\operatorname{arctg}\omega_0\tau_S$ .

Из (1) можно найти комплексные значения коэффициентов разложения импульса коллекторного тока  $i_K$  в ряд Фурье, определив при помощи (2) значения углов запираания  $\theta_1$  для различных значений  $\theta$  и  $\omega_0\tau_S$  и учитывая, что вне интервала от  $-\theta$  до  $\theta_1$  ток равен нулю. Для постоянной составляющей получим:

$$I_0 = \frac{SU_{БЭ}}{2\pi} (\sin\theta_1 + \sin\theta - (\theta_1 + \theta)\cos\theta).$$

Модуль и фаза комплексного коэффициента первой гармоники равны соответственно:

$$|I_1| = \frac{SU_{БЭ}}{2\pi} \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2}{(\omega_0\tau_S)^2 + 1}}, \quad \varphi_{I_1} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_0\tau_S A_1 - B_1}{\omega_0\tau_S B_1 + A_1}\right),$$

где  $A_1 = \theta_1 + \cos\theta_1 \sin\theta_1 + \theta - \cos\theta \sin\theta - 2\cos\theta \sin\theta_1$ ;  $B_1 = (\cos\theta - \cos\theta_1)^2$ .

Для третьей гармоники модуль и фаза коэффициента разложения запишутся как:

$$|I_3| = \frac{SU_{БЭ}}{6\pi} \sqrt{\frac{4A_3^2 + B_3^2}{(3\omega_0\tau_S)^2 + 1}}, \quad \varphi_{I_3} = \operatorname{arctg}\left(\frac{6\omega_0\tau_S A_3 + B_3}{2A_3 - 3\omega_0\tau_S B_3}\right),$$

где  $A_3 = \sin\theta_1 \cos^2\theta_1 (3\cos\theta_1 - 4\cos\theta) + \cos\theta (\sin^3\theta + \sin\theta_1)$ ;

$B_3 = 3\cos^2\theta_1 - 6\cos^4\theta_1 + 3\cos^2\theta - 2\cos^4\theta + 2\cos\theta \cos\theta_1 (4\cos^2\theta_1 - 3)$ .

Комплексные амплитуды гармоник  $u_{KЭ}$  определяются соответствующими комплексными амплитудами гармоник тока источника  $i_K$  и входным импедансом выходной цепи на частотах этих гармоник. Для первой и третьей гармоник можно записать

$$U_1 = I_1 Z_1, \quad U_3 = I_3 Z_3 \quad (3)$$

соответственно.

На основной частоте выходная цепь должна обеспечивать согласование с нагрузкой и импеданс  $Z_1$  представляет собой активное сопротивление  $R_1$ . Следовательно, фаза  $Z_1$  равна нулю и фаза  $U_1$  равна фазе  $I_1$ :

$$\varphi_{U_1} = \varphi_{I_1}. \quad (4)$$

Фаза третьей гармоники коллекторного напряжения равна

$$\varphi_{U_3} = \varphi_{I_3} + \varphi_{Z_3} \quad (5)$$

Для возможности получения уплотненной формы коллекторного напряжения, близкой к идеальной для усилителя класса F, необходимо, чтобы фаза третьей гармоники напряжения была равна

$$\varphi_{U_3} = 3\varphi_{U_1} + \pi$$

или, используя (4),

$$\varphi_{U_3} = 3\varphi_{I_1} + \pi. \quad (6)$$

Поскольку пассивными цепями можно добиться сдвига фаз только от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$ , фаза импеданса третьей гармоники  $\varphi_{Z_3}$  будет находиться в этих пределах. Следовательно, согласно (5) и (6) фаза третьей гармоники тока источника  $\varphi_{I_3}$  должна удовлетворять условию:

$$3\varphi_{I_1} + \pi/2 \leq \varphi_{I_3} \leq 3\varphi_{I_1} + 3\pi/2. \tag{7}$$

Зависимость диапазона «допустимых» углов отсечки (для которых подстройкой выходной согласующей цепи можно добиться противофазности первой и третьей гармоник коллекторного напряжения) от  $\omega_0\tau_S$  представлена в таблице.

Т а б л и ц а

| $\omega_0\tau_S$ | Начальное значение диапазона допустимых углов отсечки $\theta$ , град. | Конечное значение диапазона допустимых углов отсечки $\theta$ , град. |
|------------------|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 0,5              | 88                                                                     | 153                                                                   |
| 1                | 82                                                                     | 134,5                                                                 |
| 3                | 73                                                                     | 108                                                                   |
| 10               | 70                                                                     | 95,5                                                                  |

Можно заметить, что с ростом частоты допустимый диапазон смещается в сторону снижения углов отсечки. Следовательно, для достаточно больших частот ( $\omega_0 \geq 0,5 \cdot \omega_S$ , где  $\omega_S = 1/\tau_S$ ) возможна работа в классе F и для углов отсечки, меньших  $90^\circ$ . Однако с понижением угла отсечки становится меньше и максимальная выходная мощность первой гармоники, что необходимо учитывать при проектировании.

Получение максимальных КПД и выходной мощности усилителя класса F с настройкой по третьей гармонике возможно при соотношении амплитуд первой и третьей гармоник выходного напряжения  $U_3/U_1 = 1/6$  [1]. Для этого случая, пользуясь (3) – (5), можно рассчитать требуемый импеданс выходной согласующей цепи на частоте третьей гармоники:

$$|Z_3| = \frac{I_1 R_1}{6I_3}, \tag{8}$$

$$\varphi_{Z_3} = 3\varphi_{I_1} + \pi - \varphi_{I_3}. \tag{9}$$

Как видно из (8), (9), значение этого импеданса отличается от идеального требования режима холостого хода, полученного при аппроксимации выходного тока транзистора симметричным косинусоидальным импульсом с отсечкой.

**Моделирование усилителя мощности на транзисторе КТ815А**

Различные режимы работы усилителя мощности на транзисторе КТ815А были промоделированы в пакете Serenade SV 8.5. В качестве возбуждающего использовался источник синусоидального напряжения частотой 1 МГц, составляющей треть от граничной для выбранного транзистора. Подобный выбор активного прибора и рабочей частоты обусловлен возможностью в этом случае пренебречь влиянием паразитных емкостей транзистора и емкостей коллекторного перехода на выходные ток и напряжение. Поскольку при работе транзистора в двух областях – активной и отсечки (без захода в область насыщения) гармонический состав коллекторного тока определяется главным образом формой сигнала возбуждения и параметрами входной цепи (в рассматриваемом случае – перехода база – эмиттер), полученные результаты будут справедливы и для транзисторов с граничными частотами диапазона СВЧ при условии дополнительной компенсации выходной цепью паразитных емкостей.

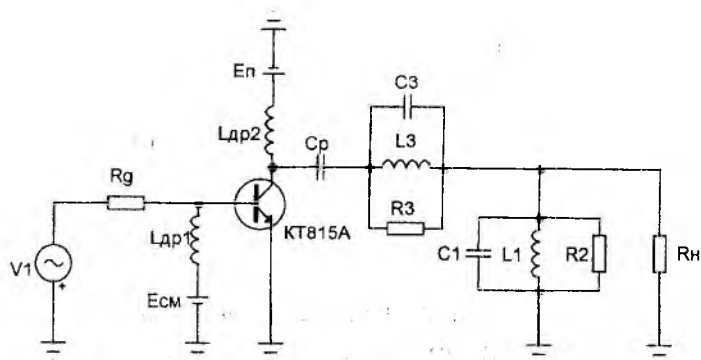


Рис. 2

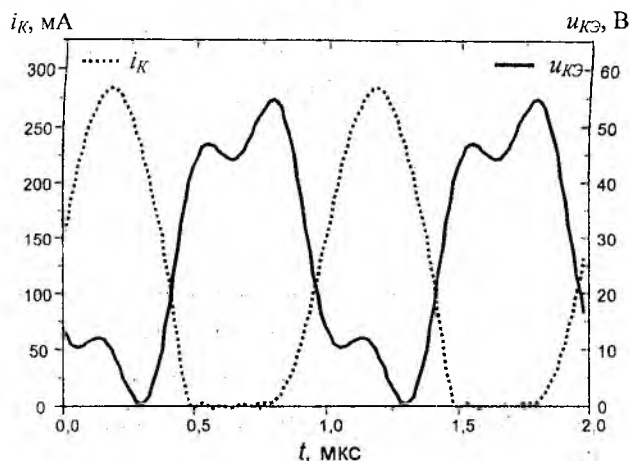


Рис. 3

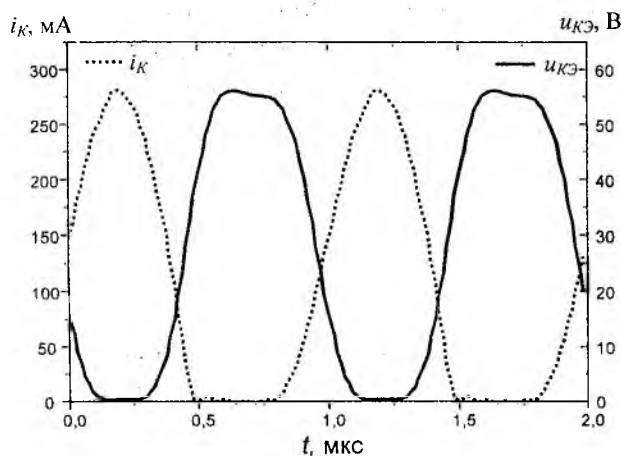


Рис. 4

представлены на рис. 4. Подстройка цепи для достижения требуемой формы напряжения коллектор-эмиттер (с уплощенными вершинами и минимумами) выполнялась путем изменения индуктивности  $L3$  контура, настроенного на третью гармонику. Для этого случая электрические параметры усилителя составляют: КПД = 75,4%, выходная мощность на коллекторе транзистора – 2,15 Вт, потребляемая мощность – 2,85 Вт.

Для сравнения с двумя рассмотренными выше случаями настройки был промоделирован усилитель класса С, работающий при таких же «входных» условиях (смещении и входной мощности), а также напряжении питания, что и усилитель класса F, и полученный путем короткого замыкания контура  $L3-C3$ .

Схема усилителя, использовавшаяся при моделировании, представлена на рис. 2. По конструкции она совпадает с классической схемой усилителя мощности класса F с добавлением третьей гармоники [2]. Контур  $L1-C1$  настраивается в резонанс на основной частоте, а контур  $L3-C3$  – в резонанс на частоте третьей гармоники. На основной частоте контур  $L3-C3$  представляет собой небольшую индуктивность и емкость  $Cp$  подбирается так, чтобы ее скомпенсировать. На частоте второй гармоники контур  $L3-C3$  еще является индуктивностью и в совокупности с представляющим собой на этой частоте емкость контуром  $L1-C1$  и емкостью  $Cp$  образует последовательный контур. В контуры были добавлены паразитные сопротивления, моделирующие конечность добротностей.

Формы коллекторного тока и напряжения коллектор-эмиттер для классической настройки цепи усилителя класса F (способ расчета значений элементов приведен в [2]), не учитывающей сравнимости рабочей частоты с граничной для транзистора KT815A, приведены на рис. 3. Основные параметры электрического режима усилителя в этом случае составляют: КПД = 59,5%, мощность первой гармоники на коллекторе транзистора – 1,72 Вт, потребляемая мощность – 2,89 Вт.

Формы коллекторного тока и напряжения коллектор-эмиттер в случае настройки выходной цепи с компенсацией дополнительного фазового сдвига между первой и третьей гармониками напряжения коллектор-эмиттер пред-

Формы коллекторного тока и напряжения для усилителя класса С приведены на рис. 5. Параметры электрического режима в этом случае составляют: КПД = 65%, выходная мощность 1,88 Вт, потребляемая мощность на коллекторе транзистора – 2,89 Вт.

Из сравнения трех рассмотренных случаев следует, что на достаточно высокой частоте ( $\omega_0 \geq 0,5 \cdot \omega_S$ ) стандартная настройка цепи усилителя класса F не только не приводит к повышению КПД, но и способствует его снижению по сравнению с обычным режимом класса С. Для повышения КПД необходимо выполнить компенсацию дополнительного фазового сдвига между первой и третьей гармониками напряжения коллектор-эмиттер, возникающую из-за эффекта растягивания импульса коллекторного тока при работе на частоте, сравнимой с граничной для используемого транзистора.

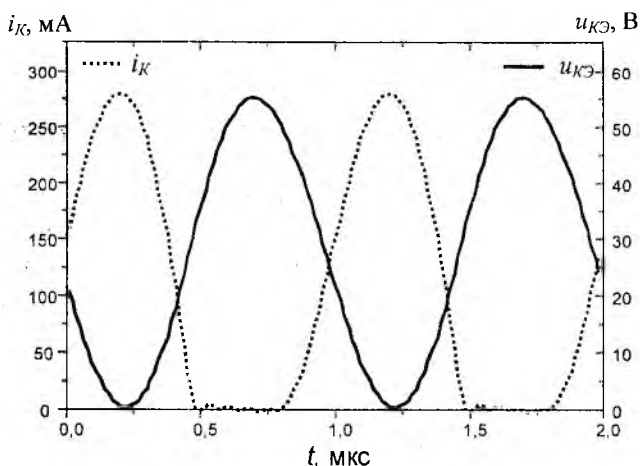


Рис. 5

**Выводы.** Проведен анализ влияния изменения спектрального состава коллекторного тока биполярного транзистора с ростом частоты на возможность работы усилителя мощности в классе F. В качестве модели транзистора использовалась аппроксимированная зарядовая модель [7]. В результате анализа определены области возможной работы усилителя мощности с высоким КПД в зависимости от угла отсечки с ростом частоты. Для этих областей получено значение входного импеданса выходной согласующей цепи, требуемое для компенсации фазового сдвига между первой и третьей гармониками коллекторного тока, возникающего при работе на частоте, сравнимой с граничной. Таким образом, результаты проведенного анализа позволяют учесть инерционные свойства транзистора при проектировании усилителя, и выбрать оптимальные значения его выходной мощности и КПД.

В качестве примера использования результатов теоретического анализа было выполнено моделирование трех вариантов настройки усилителя мощности на транзисторе КТ815А, работающем на частоте 1 МГц, что составляет треть от его граничной частоты. Показано, что классический вариант настройки [1] – [3] на частотах, сравнимых с граничной для используемого транзистора, не только не приводит к повышению КПД усилителя, как это наблюдается в диапазоне сравнительно низких частот, но и способствует его снижению по сравнению со случаем класса С без использования высших гармонических составляющих.

**Список литературы:** 1. Raab F. Maximum efficiency and output of class-F power amplifiers // IEEE Trans. on Microwave theory and techniques. 2001. Vol. 49, no. 6. Pp. 1162 – 1166. 2. Trask C. Class-F amplifier loading network: a unified design approach // IEEE Microwave Symposium Digest. 1999. Vol. 1, Pp. 351 – 354. 3. Grebennikov A.V. Circuit design technique for high-efficiency class-F amplifiers // IEEE Microwave Symposium Digest. 2000. Vol. 2. 1, Pp. 771 – 774. 4. Воронович В.В., Галах В.П. Нагрузочные характеристики полигармонического генератора на высших гармониках // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, №2. С. 226 – 228. 5. Colantonio P., Giannini F., Leuzzi G., and Limiti E. On the Class-F Power Amplifier Design // Int. Journal on RF and Microwave CAE. 1999. Pp. 129 – 149. 6. Colantonio P., Giannini F., Leuzzi G., and Limiti E. Very high efficiency microwave amplifier. The harmonic manipulation approach // MİKON-2000. Vol. 3. Pp. 33 – 46. 7. Белов Л. А., Благовещенский М.В., Богачев В.М. и др. Радиопередающие устройства. М.: Радио и связь, 1982. 408 с.

## ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Теория линейных электрических цепей рассматривает все возможные образования схемных решений раздельно друг от друга без учета возможных взаимных связей, например, в условиях их эквивалентности. Однако структурный синтез всё же требует знаний о связях цепей. В противном случае синтез цепей так и останется на уровне игр с параметрами RLC по Фостеру и Кауэру [1, 2, 3].

Кроме изложенного напомним известную лемму: **законы Кирхгофа взаимно преобразуемы: как преобразование цепей ведёт к преобразованию законов, так и преобразование законов ведет к преобразованию цепей**. Такая мысль нечетко выражена в [4], мы её только перефразировали. Этим высказыванием хотелось бы подчеркнуть ещё не раскрытое свойство цепей, касающееся преобразования узлов (первый закон Кирхгофа для токов) в контуры (второй закон Кирхгофа для напряжений) и обратно. Судя по содержанию леммы, такое преобразование кажется вполне естественным. Однако на сегодня имеется единственное действие, схожее в принципе с выдвигаемой здесь задачей: это трансформация цепей по формулам Кеннели при переходе от треугольника к трёхлучевой звезде и обратно. От преобразования контуров и узлов с ветвями больше трёх, похоже, теоретики отказались. Например, в работе [5] доказывается невозможность перехода от многолучевой звезды к многоугольнику и обратно. Нам предстоит показать, что решение задачи всё же есть. Может быть, оно не совсем применимо к преобразованию цепей с целью упрощения, как часто используются звезда и треугольник, но совершенно аналогичное ему.

Прежде чем разобраться по существу с вопросом синтеза различных структур линейных цепей, рассмотрим их взаимную связь в теории линейных цепей постоянного тока, рассматривая сначала простейшие из цепей: например, двухполюсные, а затем все другие.

**Двухполюсные цепи** могут иметь последовательную, параллельную, смешанную и сложную структуры. Возможность создания различных структур зависит от числа  $n$  связываемых элементов (сопротивлений и проводимостей). Если рассмотреть первые три вида цепей, составленных из одних и тех же сопротивлений, то возможны  $(n-1) \cdot 2$  комбинаций схем без учета допустимых перестановок. При этом две из них будут: последовательная (относимая нами к классу *свободный контур*) и параллельная (аналогично- *свободный узел*). Оба вида цепей отличаются тем, что никакие перестановки сопротивлений в них не приводят к изменению входного сопротивления. Кроме того, передаточные коэффициенты в этих цепях имеют много значений. Например, коэффициент передачи по напряжению в последовательной цепи одновременно является и коэффициентом передачи по мощности и коэффициентом распределения входного сопротивления в соответствии с передаточной характеристикой цепи. Всё это лишь потому, что коэффициент передачи по току равен единице. Аналогично можно говорить о коэффициенте передачи по току в параллельной цепи, так как коэффициент передачи по напряжению равен единице. Смешанные цепи теряют эти свойства. Таким образом, последовательная и параллельная структуры являются граничными из множества возможных образований не только с позиций изложенного, но и по значению входного сопротивления. У параллельных цепочек его значение наименьшее из всех возможных, у последовательных – наибольшее.

Подводя итоги, обнаруживаем, что последовательный и параллельный варианты цепей, несмотря на их схожесть и принципиальные различия имеют явные перспективы на эквивалентные связи. Их входные сопротивления (проводимости) можно представить в виде соотношений:

$$R_{bx1} \cdot R_{bx2} = \sum_{k=1}^n R_{ki} / \sum_{k=1}^n G_{1k} \quad \text{или} \quad G_{bx1} \cdot G_{bx2} = \sum_{k=1}^n G_k / \sum_{k=1}^n R_{ki}, \quad (1)$$

где  $R_k$  и  $G_k$  – сопротивления и проводимости  $k$ -того элемента соответственно последовательной или параллельной цепи;  $k = 1, 2, \dots, n$  – порядковый номер элемента схемы.

Безусловно, иногда интересно будет представлять и левую часть в виде отношения сопротивления и проводимости. Тогда возможно появление ещё двух форм записи. Но это уже не принципиально. Всё зависит от удобства используемой расчетной методики.

Электрические цепи с  $n=2$  имеют только две возможности соединения элементов: последовательно или параллельно. Рассмотрим их. Пусть заданы два сопротивления:  $R_1$  и  $R_2$ . Для них входные сопротивления имеют выражения:

$$R_{bx1} = R_1 + R_2 \quad \text{и} \quad R_{bx2} = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_{bx1}},$$

откуда видно, что кроме общего соотношения в виде (1) произведение сопротивлений можно записать и иначе:

$$R_{bx1} \cdot R_{bx2} = R_1 \cdot R_2. \quad (2)$$

Обратим внимание, что рассматриваемый случай встречается на практике в двух вариантах: при рассмотрении вопроса об эквивалентном режиме нагрузки (переходят от одного генератора к другому, *не эквивалентному*) и при согласовании сопротивлений источника и нагрузки. Не касаясь этих вопросов по существу, подчеркнём только, что знание свойств этих цепочек в деталях не бесполезно. Во-первых, соотношение (2) справедливо, если вновь образовать эти цепочки из только что полученных входных сопротивлений и т. д. Во-вторых, выразим (2) через коэффициенты передачи по напряжению и току. Разделив его на произведение входных сопротивлений, получим:

$$1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_2}{\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} = \frac{H_1}{T_2}, \quad (3)$$

то есть имеем:

$$H_1 = T_2 \quad \text{и} \quad H_2 = T_1. \quad (4)$$

Второе выражение в (4) получено тоже из (3), если в нём поменять местами сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  в числителе. Иначе говоря, последовательная и параллельная цепочки, образованные из двух одних и тех же сопротивлений, имеют одинаковые передаточные коэффициенты по току и по напряжению при анализе реакций на противоположных сопротивлениях. Это свойство позволяет, например, создавать последовательный и параллельный колебательные контуры из одних и тех же катушек и конденсаторов с одинаковыми передаточными свойствами. В данной работе этот интересный факт из обсуждения опустим – нас интересует здесь другой момент. Рассмотрим случай, когда входные сопротивления цепочек равны:  $R_{bx1} = R_{bx2} = R$ . Тогда (2) перепишем в виде:

$$R^2 = R_1 \cdot r_1 = R_2 \cdot r_2, \quad (5)$$

где  $r_1, r_2$  – сопротивления параллельной цепочки, соответствующие сопротивлениям  $R_1$  и  $R_2$ , используемым в последовательной эквивалентной цепочке.

Соотношение (5) можно получить непосредственно из рассмотрения двух эквивалентных по входу схем, анализируя равенства:

$$H_1 = T_1 \quad \text{и} \quad H_2 = T_2. \quad (6)$$

Таким образом, в последовательных и параллельных эквивалентных цепях с одинаковым числом элементов передаточные коэффициенты по напряжению и току (по мощности) соответственно равны, чем обеспечивается эквивалентность и по входу и по каждому из

соответствующих элементов сравниваемых структур. Выражение (5) следует переписать в более общем виде:

$$R_{\kappa} \cdot r_{\kappa} = R^2 \text{ и } G_{\kappa} \cdot g_{\kappa} = G^2, \tag{7}$$

или

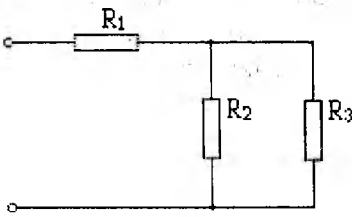
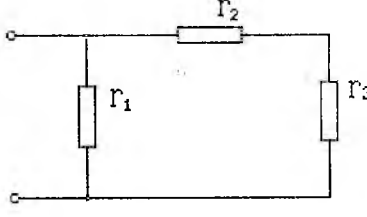
$$\frac{R_{\kappa}}{g_{\kappa}} = R^2 \text{ и } \frac{G_{\kappa}}{r_{\kappa}} = G^2,$$

где  $R_{\kappa}$ ,  $r_{\kappa}$  –  $\kappa$ -е сопротивление каждой из эквивалентных структур или их проводимости (вторая форма записи).

Закону (7) подчиняются не только последовательные и параллельные структуры, но и все другие двухполюсные схемы, относимые нами к классам обратных по структуре, например, Т – и П – образные схемы и прочее.

**Пример 1.** Задана схема (а) (табл. 1) и её параметры:  $R_1 = 3$  Ом, Ом и  $R_3 = 6$  Ом. Следует определить параметры её эквивалентного аналога в виде схемы (б), (там же), сделать проверку по входному сопротивлению и сравнить значения передаточных характеристик, в том числе по мощности, а также определить коэффициенты распределений входного сопротивления (входной проводимости).

Таблица 1

| Схема (а)                                                                                                                                                                                  | Схема (б)                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                          |                                                                                                                         |
| 1. Передаточные характеристики цепей по напряжению и по току                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                            |
| $1 = H_1 + H_2 = 0,555... + 0,444...$<br>$H_2 = H_3 = 0,444...$<br>$1 = T_2 + T_3 = 0,6 + 0,4$                                                                                             | $1 = T_1 + T_2 = 0,555... + 0,444...$<br>$T_2 = T_3 = 0,444...$<br>$1 = H_2 + H_3 = 0,6 + 0,4$                                                                                                             |
| 2. Передаточные характеристики цепей по мощности                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                            |
| $1 = M_1 + M_2 + M_3 =$<br>$= 0,555... + 0,266... + 0,177...$<br>$M_1 = H_1 = 0,555...$<br>$M_2 = H_2 \cdot T_2 = 0,266...$<br>$M_3 = H_3 \cdot T_3 = 0,177...$                            | $1 = M_1 + M_2 + M_3 =$<br>$= 0,555... + 0,266... + 0,177...$<br>$M_1 = T_1 = 0,555...$<br>$M_2 = T_2 \cdot H_2 = 0,266...$<br>$M_3 = T_3 \cdot H_3 = 0,177...$                                            |
| 3. Распределительная характеристика цепей по сопротивлению (по проводимости)                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                            |
| $1 = P_1 + \frac{P_2 \cdot P_3}{P_2 + P_3} =$<br>$= 0,555... + \frac{0,741 \cdot 1,111}{0,741 + 1,111}$<br>$P_1 = H_1 = 0,555...$<br>$P_2 = H_2/T_2 = 0,741$<br>$P_3 = H_3/T_3 = 1,111...$ | $1 = \Pi_1 + \frac{\Pi_2 \cdot \Pi_3}{\Pi_2 + \Pi_3} =$<br>$= 0,555... + \frac{0,741 \cdot 1,111}{0,741 + 1,111}$<br>$\Pi_1 = T_1 = 0,555...$<br>$\Pi_2 = T_2/H_2 = 0,741$<br>$\Pi_3 = T_3/H_3 = 1,111...$ |

Решение. 1. Входное сопротивление схемы (а) и его значение в квадрате:

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = 3 + \frac{4 \cdot 6}{4 + 6} = 5,4 \text{ Ом}; R^2 = 29,16 \text{ Ом}^2.$$

2. Параметры схемы (б):  $r_1 = \frac{R^2}{R_1} = \frac{29,16}{3} = 9,72 \text{ Ом},$

$$r_2 = \frac{R^2}{R_2} = \frac{29,16}{4} = 7,29 \text{ Ом},$$

$$r_3 = \frac{R^2}{R_3} = \frac{29,16}{6} = 4,86 \text{ Ом}.$$

3. Входное сопротивление схемы (б):

$$R = \frac{r_1 \cdot (r_2 + r_3)}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{9,72 \cdot (7,29 + 4,86)}{9,72 + 7,29 + 4,86} = 5,4 \text{ Ом}.$$

4. Сравнение значений коэффициентов передаточных и распределительных характеристик цепей приведены в табл. 1, пункты 1, 2 и 3.

Примечание 1. По поводу использования распределительной характеристики цепей по сопротивлению. Чтобы получить соответствующее сопротивление (проводимость) цепи, нужно умножить её входное сопротивление (входную проводимость) на соответствующий коэффициент распределения сопротивления или проводимости. Разумеется, выражения характеристик п. 3 таблицы могут быть описаны и наоборот: для цепи (а) через коэффициенты распределения проводимости  $\Pi$  и для цепи (б) через коэффициенты распределения сопротивления  $P$ . Мы надеемся, что эта сторона читателю понятна:

$$1 = \frac{\Pi_1 \cdot (\Pi_2 + \Pi_3)}{\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3} \quad \text{и} \quad 1 = \frac{P_1 \cdot (P_2 + P_3)}{P_1 + P_2 + P_3},$$

в этом случае соответствующие коэффициенты примут вид:

$$\Pi_1 = P_1 = 1/0,555... = 1,8; \quad \Pi_2 = P_2 = 1/0,741 = 1,349; \quad \Pi_3 = P_3 = 1/1,111... = 0,9.$$

**Многополюсные структуры цепей.** На рис. 1 (а, б) изображены известные звезда и треугольник. Рассмотрим уравнения Кирхгофа для них, записанные в виде двух колонок под соответствующими рисунками.

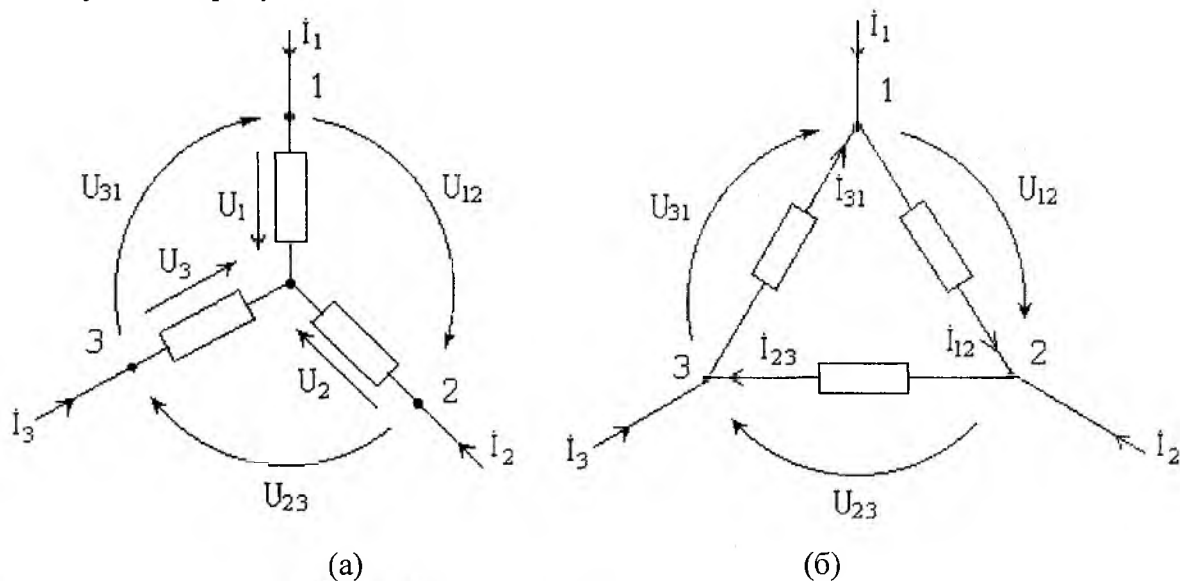


Рис. 1

|                       |                                |      |
|-----------------------|--------------------------------|------|
| Звезда                | Треугольник                    |      |
| $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ | $U_{12} + U_{23} + U_{31} = 0$ | (8)  |
| $U_1 - U_2 = U_{12}$  | $I_{12} - I_{31} = I_1$        | (9)  |
| $U_2 - U_3 = U_{23}$  | $I_{23} - I_{12} = I_2$        | (10) |
| $U_3 - U_1 = U_{31}$  | $I_{31} - I_{23} = I_3$        | (11) |

Рассмотрим преобразование звезды в треугольник. С этой целью решим первые три уравнения относительно тока  $I_2$ . Естественно применим закон Ома для напряжений. Перепишем первые три :

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 + I_3 &= 0, \\ I_1 \cdot R_1 - I_2 \cdot R_2 &= I_{12} \cdot R_{12}, \\ I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 &= I_{23} \cdot R_{23}. \end{aligned} \quad (12)$$

Решение (12) относительно тока  $I_2$  приводим в виде:

$$I_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{U_{23} \cdot R_1 - U_{12} \cdot R_3}{R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1} = I_{23} \cdot \frac{R_{23} \cdot R_1}{R^2} - I_{12} \cdot \frac{R_{12} \cdot R_3}{R^2}, \quad (13)$$

где  $\Delta = R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1 = R^2$  – главный определитель системы уравнений;

$\Delta_2 = U_{23} \cdot R_1 - U_{12} \cdot R_3$  – алгебраическое дополнение определителя  $\Delta$ .

Здесь обратим внимание на величину  $R^2 = \Delta$ , выраженную через условно заданные параметры трёхлучевой звезды. Кстати, это есть отношение суммы проводимостей звезды к их произведению.

Далее, сравнивая (12) с (10) для треугольника, имеем выражения:

$$R_{12} \cdot R_3 = R^2, \quad R_{23} \cdot R_1 = R^2, \quad R_{31} \cdot R_2 = R^2. \quad (14)$$

Третье записано по аналогии с двумя первыми и может быть получено при выборе других трёх уравнений. Разумеется, все они могут быть переписаны через проводимости или смешанно, если в этом есть необходимость. Кроме того, соотношения (14) могут быть получены из решения уравнений треугольника совершенно аналогично приёму, описанному выше.

Здесь интерес представляют равенства, полученные по методике (3):

$$H_{12} = T_3, \quad H_{23} = T_1, \quad H_{31} = T_2, \quad (15)$$

где  $H_{12}, H_{23}, H_{31}$  – коэффициенты передачи по напряжению для треугольника;

$T_1, T_2, T_3$  – коэффициенты передачи по току для звезды.

Из (14) обнаруживаем сходство с (1) и (7), хотя здесь речь идёт о параметрах совсем другой структуры и с другой формой индексации:

$$\begin{aligned} \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} &= \frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3}, \\ R_{12} \cdot R_3 &= R^2 = \frac{\sum R_t}{\sum G_y}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\sum R_t$  – сумма сопротивлений треугольника;

$\sum G_y$  – сумма проводимостей звезды.

Другими словами, наблюдается абсолютное сходство с выражением (1) в случае последовательных и параллельных эквивалентных цепей.

Итак, уточним термин  $R^2$  для приведенных трехполусных схем. Из описанного выше ясно, что это определитель системы уравнений Кирхгофа, а не квадрат входного сопротивления, как это было в двухполусных цепях. Его определение приводим в трёх вариантах:

$$R^2 = \frac{\sum R_t}{\sum G_y} = \frac{\sum G_y}{\prod G_y} = \frac{\prod R_t}{\sum R_t}, \quad (17)$$

где  $\prod G_y$  и  $\prod R_t$  – соответственно произведения проводимостей звезды и сопротивлений треугольника.

Первая запись удобна для контроля, когда уже известны параметры и звезды и треугольника. Вторая запись применяется, когда заданы параметры звезды, и следует определять параметры треугольника. Однако более удобная форма для использования всё же в виде  $R^2 = R_1 \cdot R_2 + R_2 \cdot R_3 + R_3 \cdot R_1$  – для звезды. Третья запись используется при заданных сопротивлениях треугольника, и следует определять параметры звезды. Для треугольника возмож-

на и такая ещё запись:  $\frac{1}{G_{12} \cdot G_{23} + G_{23} \cdot G_{31} + G_{31} \cdot G_{12}} = R^2$ .

Рассмотрим подробнее систему звезда – треугольник. Соединённые вместе соответствующими выводами они обеспечивают возможность для выявления ряда свойств, характерных для эквивалентных многополусных структур. Во-первых, включение ЭДС в любую из шести ветвей системы треугольник-звезда обеспечивает в остальной части схемы режим уравновешенного моста. Если ЭДС была включена в ветвь треугольника, то в перпендикулярной ей ветви звезды ток будет отсутствовать. Если ЭДС включена в ветвь звезды, то тока не будет в перпендикулярной ей ветви треугольника. То есть, система эквивалентных звезды и треугольника представляет собой шесть вариантов уравновешенных мостовых схем.

Во-вторых, корень квадратный из произведения величин  $R^2$ , подсчитанных для любой пары, противоположно расположенных треугольника и звезды внутри системы звезда-треугольник, даёт исходное значение  $R^2$ . Это свойство мы рассмотрим в примере 2 для пятиполусной системы. Всё это говорит об уравновешенности системы звезда-треугольник.

Аналогично могут быть преобразованы другие многоугольники в звёзды и наоборот. Ниже рассмотрено преобразование пятиугольника в пятилучевую звезду.

**Пример 2.** Заданы параметры пятиугольника:  $R_{12} = 20$  Ом,  $R_{23} = 34$  Ом,  $R_{34} = 80$  Ом,  $R_{45} = 28$  Ом,  $R_{51} = 64$  Ом. Определить эквивалентные параметры пятиполусной звезды.

*Решение.* 1. Определитель системы уравнений по законам Кирхгофа (17):

$$R^2 = \frac{1}{G_{12} \cdot G_{23} + G_{23} \cdot G_{34} + G_{34} \cdot G_{45} + G_{45} \cdot G_{51} + G_{51} \cdot G_{12}} = 275,942 \text{ Ом}^2.$$

2. Сопротивления эквивалентной звезды:

$$R_1 = \frac{R^2}{R_{34}} = \frac{275,942}{80} = 3,449 \text{ Ом и т. д. } R_2 = \frac{275,942}{28} = 9,855 \text{ Ом,}$$

$$R_3 = \frac{275,942}{64} = 4,312 \text{ Ом, } R_4 = \frac{275,942}{20} = 13,797 \text{ Ом, } R_5 = \frac{275,942}{34} = 8,116 \text{ Ом.}$$

Контроль: 1) на совместимость параметров:  $R^2 = \frac{\sum R_m}{\sum G_3} = \frac{226}{0,819} = 275,941 \text{ Ом}^2$ ,

2) по передаточным свойствам: например,  $H_{12} = \frac{20}{226} = 0,0885$  и  $T_4 = \frac{0,0725}{0,819} = 0,0885$  и

так далее все соответствующие другие.

3) свойство противоположных звёзд и треугольников в системе звезда-многоугольник:

$$\sqrt{\frac{R_{12} \cdot R_1 \cdot R_2}{R_{12} + R_1 + R_2} \cdot (R_{34} \cdot R_4 + R_4 \cdot R_{45} + R_{45} \cdot R_{34})} = 275,941 \text{ Ом}^2.$$

Здесь также включение источника напряжения в любую из ветвей даёт режим уравновешенного моста при более сложном сочетании сопротивлений в нём. То есть пятиполюсная система звезда-контур содержит 10 различных уравновешенных мостов сложной структуры.

Более сложны для совместного рассмотрения варианты звёзд и многоугольников с четным количеством соединяемых элементов. Однако и там обнаруживаются все три приведенные в примере 2 свойства проверки расчета элементов. С целью сокращения приводимой однотипной информации мы этот случай здесь не рассматриваем.

**Преобразование сложных цепей.** Использование закона преобразования структур в линейных цепях не исчерпывается приведенными здесь вариантами. Ниже рассмотрена схема сложной цепи с двумя источниками ЭДС (рис.2), преобразованная в обратную структуру с двумя источниками тока (рис. 3). Для источников энергии использовано соотношение:

$$\frac{E_{\kappa}}{J_{\kappa}} = \sqrt{\Delta}, \quad (18)$$

которое можно рассматривать как закон преобразования источников энергии в сложных цепях. Это выражение по форме подобно второй форме записи закона эквивалентных структур для пассивных элементов цепей и схоже с известным выражением для двухполюсников:

$\frac{E}{J} = R_{bx} \cdot R_{tx} \equiv \sqrt{R^2}$ , то есть представляет собой как бы расширение известного закона

двухполюсных цепей применительно к сложным цепям.

**Пример 3.** Заданы параметры схемы, изображенной на рис. 2:  $E_1 = 20 \text{ В}$ ,  $E_5 = 40 \text{ В}$ ,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 10 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 18 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 3 \text{ Ом}$ .

Определить эквивалентные параметры схемы, изображенной на рис. 3.

**Решение.** 1. Из системы уравнений Кирхгофа найден главный определитель в виде:  $R^2 = \Delta = 6108 \text{ Ом}^2$ .

2. Сопротивления схемы (рис. 3) рассчитаны по выражению  $r_{\kappa} = \frac{R^2}{R_{\kappa}}$ ;  $\kappa=1,2...5$  и их значения приведены в таблице 2 её анализа.

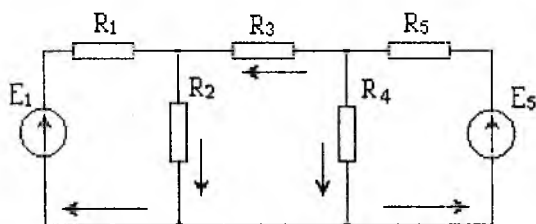


Рис. 2

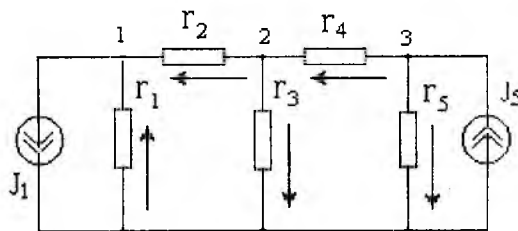


Рис. 3

Таблица 2

| №               | Расчетные<br>данные (рис. 2) |         | Результаты анализа схемы<br>(рис. 2) |      |                     |                     | Расчетные<br>данные (рис. 3) |       | Результаты анализа схемы<br>(рис. 3) |       |                     |                    |       |
|-----------------|------------------------------|---------|--------------------------------------|------|---------------------|---------------------|------------------------------|-------|--------------------------------------|-------|---------------------|--------------------|-------|
|                 | R, Ом                        | E,<br>В | U, В                                 | I, А | P <sub>г</sub> , Вт | P <sub>е</sub> , Вт | r, Ом                        | J, А  | U, В                                 | I, А  | P <sub>г</sub> , Вт | P <sub>ж</sub> ,Вт |       |
| 1               | 2                            | 20      | 17,9                                 | 1,06 | 2,25                | 21,2                | 3054                         | 0,256 | -82,9                                | 0,027 | 2,26                | 21,2               |       |
| 2               | 10                           | -       | 32,4                                 | 1,79 | 32,04               |                     | 610,8                        | -     | 56,9                                 | 0,229 | 32,03               |                    |       |
| 3               | 20                           | -       |                                      | 0,73 | 10,66               |                     | 305,4                        | -     | 197,6                                | 0,186 | 10,56               |                    |       |
| 4               | 18                           | -       |                                      | 1,80 | 58,77               |                     | 339,3                        | -     |                                      | 0,415 | 58,43               |                    |       |
| 5               | 3                            | 40      |                                      | 2,53 | 19,20               | 101,2               | 2036                         | 0,512 |                                      | 0,097 | 19,16               | 101,2              |       |
| Баланс мощности |                              |         |                                      |      | 122,9               | 122,4               | Баланс мощности              |       |                                      |       |                     | 122,4              | 122,4 |

В таблице приведены узловые напряжения в соответствии с обозначениями на схеме. Обозначения узлов привязаны к номеру таблицы (первая колонка). Токи на схеме соответствуют индексу ветви, определяемому по индексу сопротивления. Эта же система обозначений использована для схемы (рис. 3). Сам анализ не интересен и потому не приводится. Результаты же двух последних колонок каждой из рассматриваемых схем представляют существенный интерес.

Примечание 2. Направления источников тока должны быть согласованы по контуру, так же как ЭДС были согласованы по отношению к узлу 0. В данном случае было достаточно изменить направление любого из двух.

Закон в виде выражений (7) для двухполюсников и сложных схем или (14) для многополюсных схем может быть определён следующим образом: **каждая пара пассивных параметров (сопротивления или проводимости) двух эквивалентных структур из  $n$  элементов связаны между собой так, что их произведение численно равно квадрату входного сопротивления (для двухполюсников) или определителю системы уравнений, составленной по законам Кирхгофа (для сложной цепи).**

Существенная разница между результатами преобразования эквивалентных двухполюсных и сложных цепей по отношению к многополюсным цепям состоит в том, что первые энергетически эквивалентны и по входу и по каждому из элементов в отдельности. Многополюсные цепи энергетически эквивалентны только по входу. И вход характеризуется не входным сопротивлением, а величиной главного определителя системы уравнений Кирхгофа.

### Выводы

1. Установлен закон эквивалентных структур в линейных цепях. Закон позволяет определять связь между активными и пассивными параметрами двух эквивалентных структурно обратных схем.
2. Показано, что передаточные характеристики последовательных и параллельных цепей по напряжению и току одновременно служат передаточными характеристиками по мощности и распределяют входное сопротивление (проводимость) по цепи. В двухполюсниках смешанного типа более эффективными характеристиками являются: характеристика по мощности и по распределению входных сопротивлений или проводимости (см. пример 1).
3. Критериями эквивалентности двух обратных двухполюсных структур с одинаковым числом элементов кроме равенства входных сопротивлений (проводимостей) является равенство соответствующих коэффициентов передачи по напряжению и по току (по мощности). Для сложных цепей – равенство определителей и коэффициентов передачи по мощности.

**Список литературы:** 1. Гиллемин Э. А. Синтез пассивных цепей. М.: Связь, 1970. 720 с. 2. Матханов П. Н. Основы синтеза линейных электрических цепей. М.: Высшая школа, 1976. 208 с. 3. Структуры цепей в САПР / В. И. Усынин. К.: Вища шк. Головне вид-во, 1988. 166 с. 4. Попов В. П. Основы теории цепей. М.: Высшая школа, 1985. 496 с. 5. Основы теории цепей: Учебник для вузов / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. 5 изд., перераб. М.: Энергоатомиздат, 1989. 528 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 01.09.2003

В. А. АНТОНОВА, канд. техн. наук, В. Н. БОРЩЕВ, д-р техн. наук, А. П. РЕЗНИК

## ОЦЕНКА ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ГИБРИДНОЙ ИНТЕГРАЛЬНОЙ МИКРОСХЕМЫ НА УГЛЕПЛАСТИКОВОМ ОСНОВАНИИ

В экспериментальных исследованиях в области физики высоких и сверхвысоких энергий широко используются многоканальные детекторы частиц и ассоциированная с ними электроника считывания с многоуровневыми системами отбора и обработки физической информации [1-4]. В связи с поиском редких событий в условиях большой регистрируемой множественности все более жесткие требования предъявляются к надежности элементов электроники, входящей в детекторный модуль, объединяющий позиционно-чувствительный детектор со схемами усиления, формирования и преобразования кодов.

Современные гибридные микросхемы кремниевых стриповых детекторов для экспериментов «ALICE» (A Large Ion Collider Experiment) на ускорителе в CERN и «STAR» (Solenoid Tracker At Rhic) на ускорителе в BNL (Brookhaven National Laboratory) из соображений минимизации материала в трековой системе изготавливают на основе перспективных углепластиковых подложек с высокой теплопроводностью [5 – 7]. При этом используется как воздушное («STAR»), так и водяное – («ALICE») охлаждение оснований.

Повышенный уровень температуры гибридных интегральных микросхем детекторных модулей является основным фактором, увеличивающим вероятность возникновения отказов. Зависимость интенсивности отказов  $\Lambda$  от температуры  $T$  наиболее часто выражают в виде  $\Lambda(T) = \Lambda(T_c) A^{(T-T_c)/10}$ , где  $\Lambda(T_c)$  – интенсивность отказов при температуре среды  $T_c$ ;  $A$  – множитель, показывающий, во сколько раз увеличивается интенсивность отказов при увеличении температуры на каждые 10 К. Возрастание плотности упаковки сложных систем и быстродействия компонентов потребовала от разработчиков решения задачи управления теплоотводом.

Цель данной работы заключалась в исследовании различных конструкций гибридных интегральных микросхем, моделировании температурных полей типовых конструкций с целью их оптимизации по критериям максимального направленного теплоотвода при минимуме массы в рабочем объеме внутренней трековой системы.

Практический интерес представляет исследование температурного поля указанной гибридной схемы с учетом теплофизических свойств ранее не использовавшегося в качестве подложки материала при различном расположении полупроводниковых микросхем, а также изучение влияния толщины жесткого основания на величину перегрева кристаллов. В качестве жесткой основы гибридных микросборок выбран углепластик, обладающий значительной анизотропией теплофизических свойств ( $\lambda_y \gg \lambda_x$ , вдоль волокон  $\lambda_y = 180$  Вт/(м·К) и 450 Вт/(м·К), поперек волокон  $\lambda_x = 40$  Вт/(м·К)), что позволяет осуществить эффективный теплоотвод с помощью системы жидкостного охлаждения [2]. Следует отметить, что данный материал характеризуется достаточно высокой жесткостью: модуль упругости  $E = 500$  ГПа, радиационная длина  $X_0 = 23$  см, плотность  $\gamma = 1,9$  г/см<sup>3</sup>, следовательно  $E \cdot X_0 = 105$  ГПа·м,  $E/\gamma = 263$  МПа·м<sup>3</sup>/кг.

На рис. 1 приведена схема рассматриваемой конструкции гибридной схемы.

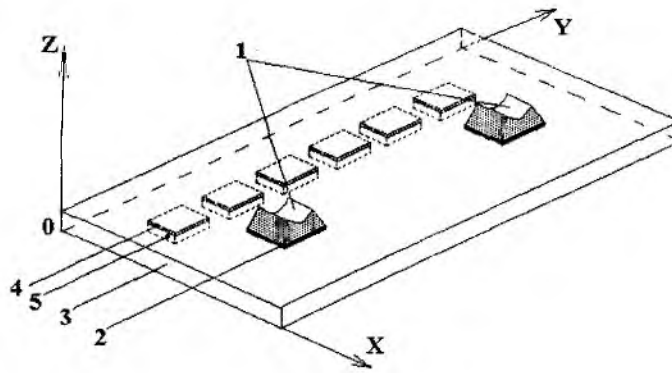


Рис. 1

К теплопроводящим элементам 1 системы жидкостного охлаждения с помощью клея 2 крепится подложка 3. На обратной стороне подложки при помощи клея 4 установлены кристаллы микросхем 5. Снизу гибридной микросхемы на небольшом удалении от нее расположена пластина кремниевого детектора своего яруса, а сверху – пластина кремниевого детектора следующего яруса.

При существенной анизотропии теплопроводности материала подложки на основе пре-прегов Thorne (C.F. Thorne K1100X pre sheet 1645-00-1041) целесообразно проводить строгое описание теплового режима с учетом:

- переноса теплоты по подложке с реальной конфигурацией основных элементов;
- неоднородных условий теплообмена подложки со средой;
- локального отвода тепла по специальным выводам системы жидкостного охлаждения.

При анализе теплового режима микросхем, установленных на общее основание, температурное поле платы (основания) описывают с помощью модели пластины с локальными источниками теплоты и теплообменом на боковой поверхности [8-11]. Двумерное распределение перегрева в пластине  $\vartheta(x, y) = T(x, y) - T_c$  находят путем решения уравнения:

$$\lambda_x \frac{d^2 \vartheta}{dx^2} + \lambda_y \frac{d^2 \vartheta}{dy^2} + \frac{q(x, y)}{\delta} - \frac{\alpha}{\delta} \cdot \vartheta = 0, \quad 0 < x < l_x, \quad 0 < y < l_y, \quad (1)$$

где  $l_x, l_y$  – размеры пластины (рис. 1);  $\delta$  – толщина пластины;  $\lambda_x, \lambda_y$  – эффективные теплопроводности в направлении осей  $x$  и  $y$ ;  $\alpha$  – сумма коэффициентов теплоотдачи с обеих сторон боковой поверхности ( $\alpha = \text{const}$ );  $q(x, y)$  – поверхностная плотность теплового потока от локальных источников, равная нулю вне зон расположения источников и постоянная в пределах зоны действия каждого  $j$ -го источника:

$$q(x, y) = \sum_{j=1}^j q_j(x, y), \quad (2)$$

$$q_j(x, y) = \begin{cases} P_j / (\Delta x_j \cdot y_j) & \text{при } x_{j1} < x < x_{j2}, \quad y_{j1} < y < y_{j2}, \\ 0, & \text{вне источника.} \end{cases}$$

Здесь  $P_j$  – тепловой поток, рассеиваемый с поверхности в среду.

Во многих практически важных случаях теплоотдачей с торцов можно пренебречь по сравнению с теплоотдачей на боковой поверхности, и тогда граничные условия имеют вид:

$$\left. \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right|_{x=l_x} = \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right|_{y=l_y} = 0. \quad (3)$$

Применив к уравнению (1) конечные интегральные преобразования по переменным  $x$  и  $y$ , получим уравнение для изображений функции источника  $q(x,y)$ . Определив собственные функции и собственные числа и выполнив обратный переход в область изображений, получим выражение для искомого распределения перегревов.

При граничных условиях (3) изображение для одного  $j$ -го источника имеет вид [11]:

$$g_{n,m} = \frac{4P_j}{\Delta x_j \Delta y_j \mu_n \beta_m} \cdot \cos(\mu_n x_{j0}) \cdot \cos(\beta_m y_{j0}) \cdot \sin(\mu_n \Delta x_j / 2) \cdot \sin(\beta_m \Delta y_j / 2) \tag{4}$$

и тогда перегрев можно определить по формуле:

$$\begin{aligned} g(x,y) = & \frac{P_j}{\alpha l_x l_y} + \frac{4P_j}{l_x l_y \Delta y_j} \cdot \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\cos(\beta_m y_{j0}) \cdot \sin(\beta_m \Delta y_j / 2)}{\beta_m (\alpha + \lambda_y \beta_m^2 \delta)} \cos(\beta_m y) + \\ & + \frac{4P_j}{l_x l_y \Delta x_j} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(\mu_n x_{j0}) \cdot \sin(\mu_n \Delta x_j / 2)}{\mu_n (\alpha + \lambda_x \mu_n^2 \delta)} \cos(\mu_n x) + \\ & + \frac{16P_j}{l_x l_y \Delta x_j \Delta y_j} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\sin(\mu_n \Delta x_j / 2) \cdot \sin(\beta_m \Delta y_j / 2)}{\mu_n \beta_m (\alpha + \lambda_x \mu_n^2 \delta + \lambda_y \beta_m^2 \delta)} \times \\ & \times \cos(\mu_n x_{j0}) \cos(\beta_m y_{j0}) \cos(\mu_n x) \cos(\beta_m y), \end{aligned} \tag{5}$$

где  $\mu_n = (n-1) \cdot \pi / l_x$ ;  $\beta_m = (m-1) \cdot \pi / l_y$ ; индексы  $m$  и  $n$  – величины, определяющие собственные числа и собственные функции характеристического уравнения;  $x_j$  и  $y_j$  – координаты границ источника;  $\Delta x_j = x_{j2} - x_{j1}$ ;  $\Delta y_j = y_{j2} - y_{j1}$ .

Расчеты перегревов для различных вариантов расположения микросхем проведены с использованием пакета программ MathCAD2000 при следующих данных:

- размер углепластикового основания 73,1×6,5 мм<sup>2</sup>;
- мощность, выделяемая каждой микросхемой, равна 0,4 Вт [2];
- размеры микросхем  $l_x \times l_y = 3,85 \times 11,1$  мм<sup>2</sup>; размеры охлаждающих блоков 3 × 4 мм<sup>2</sup>;
- коэффициент теплообмена  $\alpha$  принят равным 2 со стороны микросхем и 10 – со стороны охлаждающих блоков [9];
- на основании установлено 6 микросхем, что определяет результирующую мощность хладагента ~2,4 Вт.

Результаты расчетов приведены в табл.1 – 4. В табл.1 и 2 представлены зависимости температуры перегрева под микросхемами от расположения источника тепла на подложке, от толщины подложки и от анизотропии теплофизических свойств углепластикового основания. Данные в табл. 1 получены при максимальной теплопроводности вдоль длинной стороны подложки ( $\lambda_x=40$  Вт/(м·К),  $\lambda_y=450$  Вт/(м·К)), данные в табл. 2 – при максимальном теплоотводе вдоль короткой стороны ( $\lambda_x=450$  Вт/(м·К),  $\lambda_y=40$  Вт/(м·К)).

Таблица 1

| № п/п | Толщина подложки, мм | Температура перегрева под микросхемами (D1-D6) |    |    |    |    |    |
|-------|----------------------|------------------------------------------------|----|----|----|----|----|
|       |                      | D1                                             | D2 | D3 | D4 | D5 | D6 |
| 1     | 0,1                  | 9                                              | 16 | 31 | 31 | 16 | 9  |
| 2     | 0,17                 | 5                                              | 10 | 19 | 19 | 10 | 5  |
| 3     | 0,3                  | 3                                              | 6  | 11 | 11 | 6  | 3  |
| 4     | 0,5                  | 2                                              | 4  | 7  | 7  | 4  | 2  |

Таблица 2

| №<br>п/п | Толщина<br>подложки, мм | Температура перегрева<br>под микросхемами (D1-D6) |    |     |     |    |    |
|----------|-------------------------|---------------------------------------------------|----|-----|-----|----|----|
|          |                         | D1                                                | D2 | D3  | D4  | D5 | D6 |
| 1        | 0,1                     | 49                                                | 91 | 195 | 195 | 91 | 49 |
| 2        | 0,17                    | 35                                                | 67 | 142 | 142 | 67 | 35 |
| 3        | 0,3                     | 18                                                | 41 | 91  | 91  | 41 | 18 |
| 4        | 0,5                     | 10                                                | 26 | 58  | 58  | 26 | 10 |

В табл. 3 и 4 представлены аналогичные зависимости температур перегревов для углепластиковых оснований с теплофизическими свойствами подложек, предложенными разработчиками [3]. В табл. 3 данные получены для случая  $\lambda_x=35 \text{ Вт/(м·К)}$  и  $\lambda_y=180 \text{ Вт/(м·К)}$ , в табл. 4 – для случая  $\lambda_x=180 \text{ Вт/(м·К)}$  и  $\lambda_y=35 \text{ Вт/(м·К)}$ .

Таблица 3

| №<br>п/п | Толщина<br>подложки, мм | Температура перегрева<br>под микросхемами (D1-D6) |    |    |    |    |    |
|----------|-------------------------|---------------------------------------------------|----|----|----|----|----|
|          |                         | D1                                                | D2 | D3 | D4 | D5 | D6 |
| 1        | 0,1                     | 17                                                | 33 | 67 | 67 | 33 | 17 |
| 2        | 0,17                    | 10                                                | 20 | 42 | 42 | 20 | 10 |
| 3        | 0,3                     | 6                                                 | 13 | 25 | 25 | 13 | 6  |
| 4        | 0,5                     | 4                                                 | 8  | 15 | 15 | 8  | 4  |

Таблица 4

| №<br>п/п | Толщина<br>подложки, мм | Температура перегрева<br>под микросхемами (D1-D6) |    |     |     |    |    |
|----------|-------------------------|---------------------------------------------------|----|-----|-----|----|----|
|          |                         | D1                                                | D2 | D3  | D4  | D5 | D6 |
| 1        | 0,1                     | 54                                                | 98 | 210 | 210 | 98 | 54 |
| 2        | 0,17                    | 36                                                | 71 | 154 | 154 | 71 | 36 |
| 3        | 0,3                     | 22                                                | 47 | 102 | 102 | 47 | 22 |
| 4        | 0,5                     | 12                                                | 30 | 66  | 66  | 30 | 12 |

На основе анализа полученных результатов можно сформулировать следующие закономерности:

- для одного и того же расположения источника тепла (микросхемы) на подложке температура перегрева гибридной микросхемы значительно ниже при условии максимальной теплопроводности вдоль длинной стороны подложки ( $\lambda_y > \lambda_x$ );
- при  $\lambda_y > \lambda_x$  температура перегрева под микросхемой для подложки одной и той же толщины (например, 0,17 мм) снижается по сравнению со случаем  $\lambda_y < \lambda_x$  в 6,7÷7,5 раза при  $\lambda_y=450 \text{ Вт/(м·К)}$  и в 3,5÷3,7 раза при  $\lambda_y=180 \text{ Вт/(м·К)}$ ;
- для одного и того же расположения микросхем увеличение толщины углепластикового основания от 0,1 мм до 0,5 мм приводит к снижению температуры перегрева ~в 4-4,5 раза.

На рис. 2 представлены графические зависимости распределения температуры на поверхности углеграфитового основания толщиной 0,3 мм с установленными на нем микросхемами и элементами теплоотвода. На рис. 2а отражено распределение температур со стороны расположения двухслойной системы коммутации, на рис. 2б – со стороны расположения микросхем.

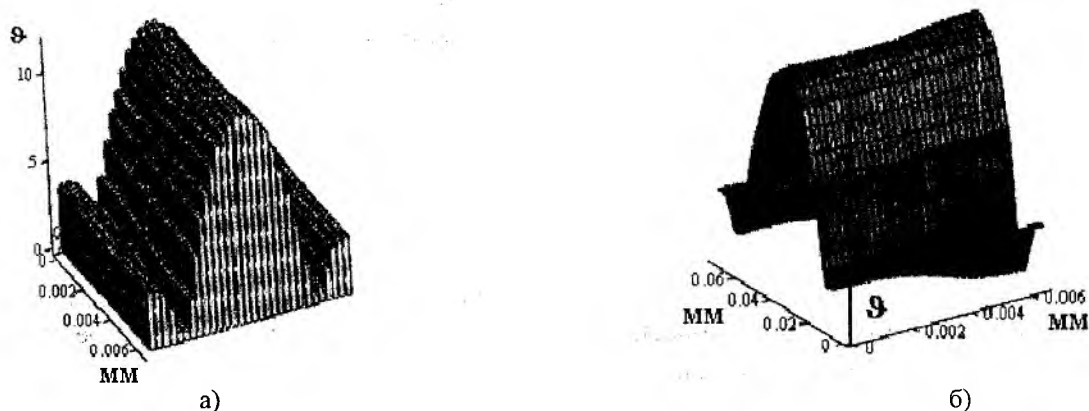


Рис. 2

Следует обратить внимание на существенную несимметричность температурного поля по длине платы с явно выраженными минимумами в области расположения элементов системы жидкостного охлаждения и максимумами перегрева между ними.

С использованием оптимизированной конструкции гибридной интегральной схемы при выполнении работ по проекту «ALICE» разработан и собран работающий модуль кремниевого стрипового детектора [12]. Общий вид гибридной микросхемы кремниевого стрипового детекторного модуля с входными и выходными кабелями приведен на рис. 3.

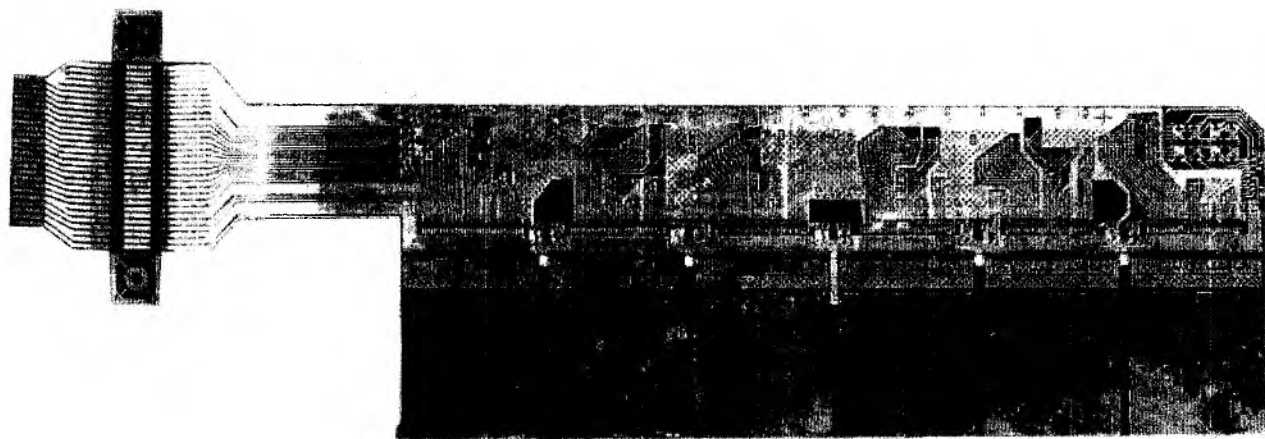


Рис. 3

Таким образом, проведенное моделирование распределения тепловых полей при максимальных значениях мощностей тепловыделяющих элементов в типовой конструкции гибридной микросхемы детекторного модуля позволило проанализировать зависимости величины перегревов под микросхемами от места расположения теплового источника, характеристик теплообменной системы, анизотропии теплофизических свойств и толщины жесткого углепластикового основания.

Из проведенных исследований видно, что для максимального теплоотвода целесообразно использовать углепластиковые основания толщиной 0,3 мм и располагать микросхемы вдоль длинной стороны основания с максимальным значением теплопроводности ( $\lambda_y=450$  Вт/(м·К)). При этом температура перегрева поверхности гибридной микросхемы при использовании жидкостного системы охлаждения не превышает 11 град. (см. рис. 2).

Использование физико-математического моделирования режимов работы гибридной схемы с учетом разброса параметров ее элементов и моделирование возможных дефектов

позволяет производить тепловую диагностику качества объекта [13, 14], т.е. идентификацию неисправности объекта по тепловой картине, что является необходимым условием обеспечения надежности детекторного модуля в процессе эксплуатации.

**Список литературы:** 1. LHC. *The Large Hadron Collider Accelerator Project*. CERN/AC/93-03. Nov. 1993. 2. ALICE. *Technical Design Report of the Inner Tracking System (ITS)*. ALICE TDR4, CERN/LHCC 99-12. 18 June 1999. 3. ATLAS. *Inner Detector Technical Design Report*. ATLAS TDR5, CERN/LHCC 97-17. 30 April 1997. Vol. 2. 898 p. 4. Никитюк Н.М. Параллельные методы предварительной обработки данных в многоканальных детекторах заряженных частиц // ПИТЭ. 1991. №5. С. 20-36. 5. TAB bonded SSD module for the STAR and ALICE trackers / J.R. Lutz, L. Arnold, J. Baudot, et al // Proceedings of the 5<sup>th</sup> workshop on electronics for LHC experiments, Colorado, USA, 20-24 September, 1999. P. 147 – 151. 6. Hayviller C. Advanced materials for high precision detector // Proceedings of International Workshop on Advanced Materials, Archamps, Haute-Savoie, France, 28-30 September, 1994. P. 3 – 7. 7. Carter A.A., de Oliveira R, A. Gandi.. Novel thermal management structures and their applications in new hybrid technologies and feed-through structures / Geneva 1999, CERN 99-08. 13 September 1999. P. 1 – 4. 8. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности. М.: Высш. шк., 1982. 327 с. 9. Дульнев Г.Н., Семяшкин Э.М. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. Л.: Энергия, 1968. 360 с. 10. Дульнев Г.Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Высш. шк., 1984. 247 с. 11. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Методы расчета теплового режима приборов. М.: Радио и связь, 1990. 312 с. 12. Aluminium microcable technology for the ALICE silicon strip detector: a status report / Borshchov V., Boiko A., Kiprich S., Kaurova L., Listratenko A., Protsay G., Reznik A., Starkov V., de Haas A.P., Kuijer P., Lutz J.R., et al // 8<sup>th</sup> Workshop on Electronics for LHC Experiments, Colmar, 9-13 September 2002. A41. 13. Вавилов В.П. Тепловые методы контроля композиционных структур и изделий радиоэлектроники. М.: Радио и связь, 1984. 153 с. 14. Ага Г.Б., Перевезенцев А.А. Применение аналитических методов для диагностики плат РЭА по их тепловой картине // Электронная техника. Сер. 8. Управление качеством, стандартизация, метрология, испытания. 1990. Вып. 2 (139). С. 54 – 56.

ГП НИТИ приборостроения, г. Харьков

Поступила в редколлегию 29.03.2003

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМ СИНХРОНИЗАЦИИ ВРЕМЕНИ И ЧАСТОТЫ

### 2. АЛГОРИТМЫ ИЗМЕРЕНИЙ СДВИГА ШКАЛ ВРЕМЕНИ

Некоторые аспекты теории многопозиционных систем синхронизации времени и частоты изложены в первой работе этого направления [1], а также были представлены в докладе [2]. Особая роль алгоритмов измерений сдвига шкал в многопозиционных системах синхронизации времени и частоты объясняется следующими причинами: эти алгоритмы присущи только системам синхронизации; выбор алгоритма измерений существенно влияет на особенности технической реализации системы синхронизации в целом; различные алгоритмы измерений сдвига шкал времени по-разному трансформируют источники погрешностей в результирующую погрешность измерений; алгоритмы измерений сдвига шкал времени непосредственно связаны с заключительным этапом измерений – обработкой их результатов.

#### 1 Общая характеристика

Алгоритмы синхронизации можно разделить на две группы [3, 4]: к первой группе относятся так называемые **пассивные алгоритмы**, отличительной особенностью которых является излучение сигналов только в одном из синхронизируемых пунктов; вторую группу составляют **активные алгоритмы**, основанные на двусторонней передаче информации. При этом время задержки сигналов между пунктами может быть неизвестным, требуется только его высокая стабильность и обратимость. Основные характеристики алгоритмов приведены в табл. 1.

Структурная схема и временная диаграмма пассивного алгоритма в случае двух синхронизируемых пунктов, один из которых излучает сигналы, приведены на рис. 1. Такой вариант пассивного алгоритма принято называть непосредственным или односторонним алгоритмом (ОА). Сдвиг шкал времени пунктов А и В  $\Delta T^{AB} = -\Delta T^{BA}$  при одностороннем алгоритме можно определить, если известно время задержки сигналов между пунктами  $\tau_p^{AB}$ .

Примеры реализации одностороннего алгоритма измерения сдвига шкал времени – СДВ, ДВ и спутниковые навигационные системы; система, использующая отражение сигналов от Луны; телевизионные каналы; односторонний радиометеорный канал; кабельные, лазерные и волоконно-оптические линии.

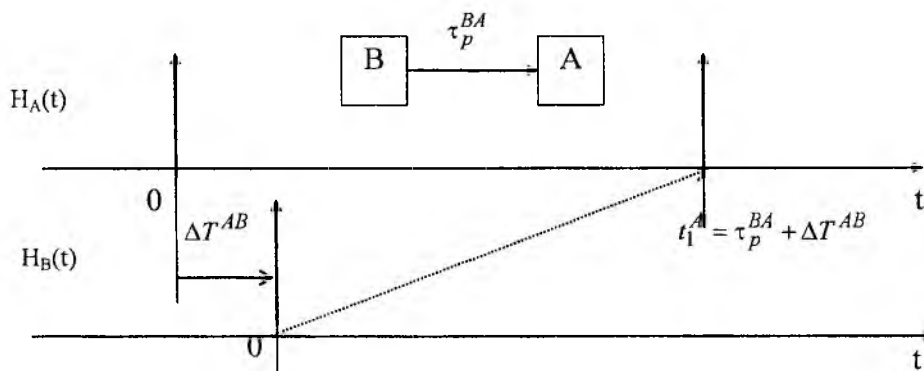


Рис. 1

Вариант пассивного алгоритма, в котором используется дополнительный высокостабильный источник (О), сигналы которого принимаются в синхронизируемых пунктах, называется взаимным (дифференциальным) или алгоритмом общего охвата (АОО).

Структурная схема и временная диаграмма взаимного алгоритма приведены на рис. 2. Сдвиг шкал времени пунктов А и В ( $\Delta T^{AB} = -\Delta T^{BA}$ ) при этом определяется с учетом известной разности задержек сигналов между общим и сличаемыми пунктами ( $\tau_p^{OA} - \tau_p^{OB}$ ).

Таблица 1

| Характеристики алгоритмов               | Основные алгоритмы                                                                                                                                                                                  |                                                                                                        |                                                                                                      |                      |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|
|                                         | Пассивные                                                                                                                                                                                           |                                                                                                        | Активные                                                                                             |                      |
|                                         | Непосредственный                                                                                                                                                                                    | Взаимный                                                                                               | Встречный                                                                                            | Ретрансляционные     |
| Требования к задержке сигналов в канале | Должна оцениваться задержка в канале                                                                                                                                                                | Должна оцениваться разность задержек в канале                                                          | Задержка в канале должна быть стабильной и обратимой                                                 |                      |
| Достоинства                             | Отсутствие излучения в одном из пунктов синхронизации                                                                                                                                               | Отсутствие излучения в пунктах синхронизации.<br>Исключение погрешностей, вызванных общими источниками | Задержка сигналов в канале исключается                                                               |                      |
| Недостатки                              | Погрешности определения задержек в канале. Необходимость обмена информацией о результатах измерений                                                                                                 |                                                                                                        | Излучение в пунктах.<br>Необходимость обмена информацией о результатах измерений                     | Излучение в пунктах. |
| Примеры реализации                      | Телевизионный метод синхронизации; системы СДВ и ДВ диапазонов; спутниковые радионавигационные системы GPS и ГЛОНАСС; отражение сигналов от Луны; кабельные, лазерные и волоконно-оптические линии. | Спутниковые радионавигационные системы GPS и ГЛОНАСС; радиоинтерферометры со сверхдлинными базами      | Радиометеорный метод синхронизации; спутники связи; кабельные, лазерные и волоконно-оптические линии |                      |

Пассивный взаимный алгоритм применяется для синхронизации путем приема сигналов спутниковых радионавигационных систем (СРНС) Глонасс и GPS (Навстар), а также в радиоинтерферометрах со сверхдлинными базами (РСДБ). Для СРНС дополнительным источником является стандарт времени на борту спутника. В РСДБ роль дополнительных источников играют высокостабильные сигналы космического происхождения (пульсары, квазары).

Структурная схема и временная диаграмма одного из возможных активных алгоритмов, принятого называть встречным алгоритмом (ВА), приведены на рис.3. Существуют и другие активные алгоритмы, позволяющие исключить обмен информацией о результатах измерений

между пунктами за счет ретрансляции принятых сигналов. Это ретрансляционный и опорно-ретрансляционный алгоритмы (РА и ОРА). Наибольшее распространение из этих алгоритмов получил ОРА [5 – 7], расширенная временная диаграмма которого показана на рис. 4. На этой диаграмме учтены погрешности синхронизации, принятые обозначения которых приведены ниже.

Активные алгоритмы реализуются в радиометеорном [5], спутниковых [8], оптических и телефонных каналах связи.

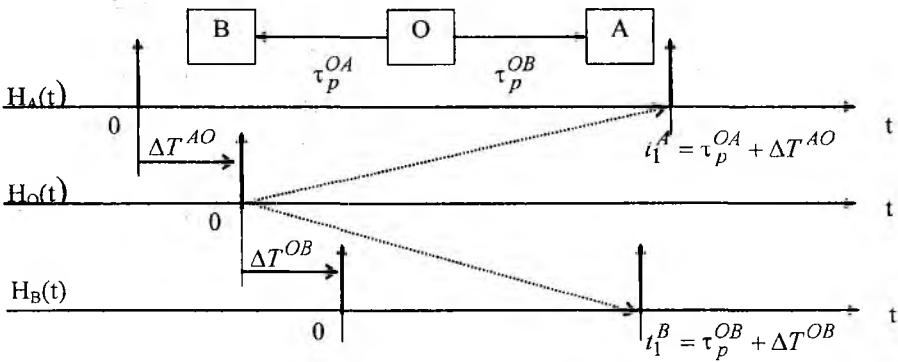


Рис. 2

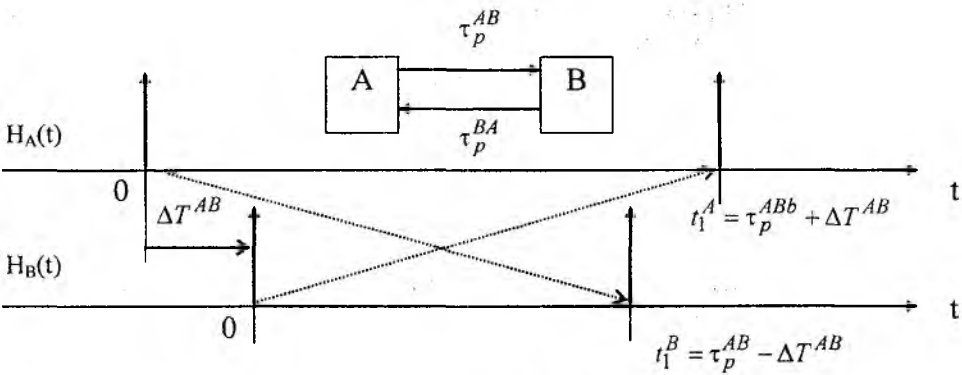


Рис. 3

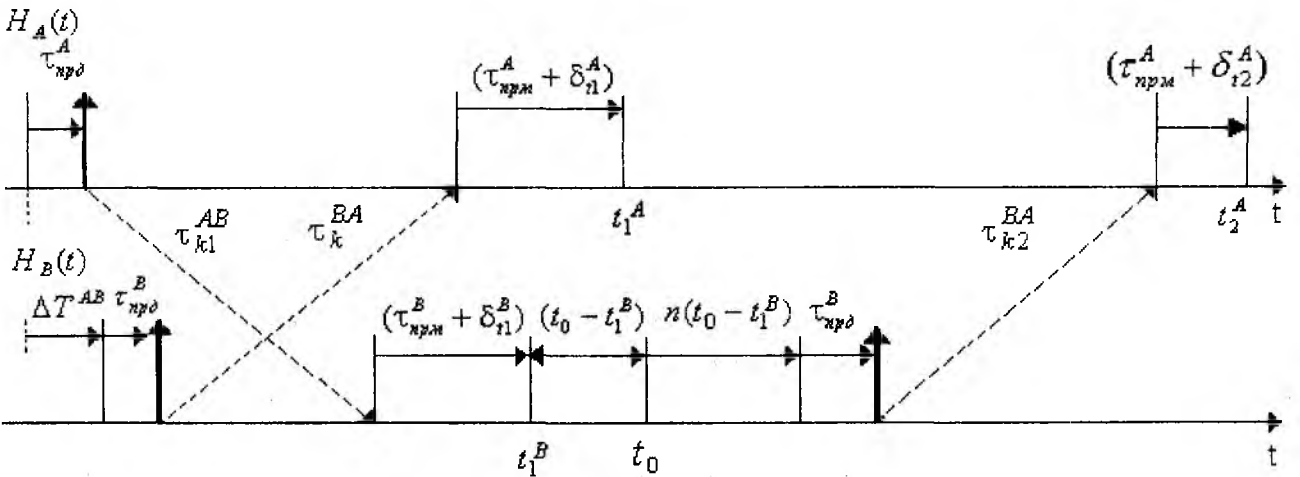


Рис. 4

## 2 Модели основных алгоритмов измерения сдвига шкал

Поскольку временные диаграммы алгоритмов измерения сдвига шкал, подобные приведенным на рис. 1– 4, не могут быть непосредственно использованы для анализа, были рассмотрены различные способы описания алгоритмов – с помощью направленных графов (рис. 5, 6),  $K$ -сетей (рис. 7) и систем уравнений, записанных в матричной форме. Направленные графы ОА (а), ВА (б) и АОО (в) приведены на рис. 5, где: 1 – кодирование и формирование сигналов передатчиков; 2 – излучение сигналов передатчиков, передача информации в канале; 3 – суммирование сигналов и помех; первичная обработка сигналов; детектирование и последетекторная обработка; 4 – измерение временного положения сигналов; 5 – передача информации о результатах измерений; 6 – вычисление сдвига шкал; 7 – статистическая обработка результатов измерений.

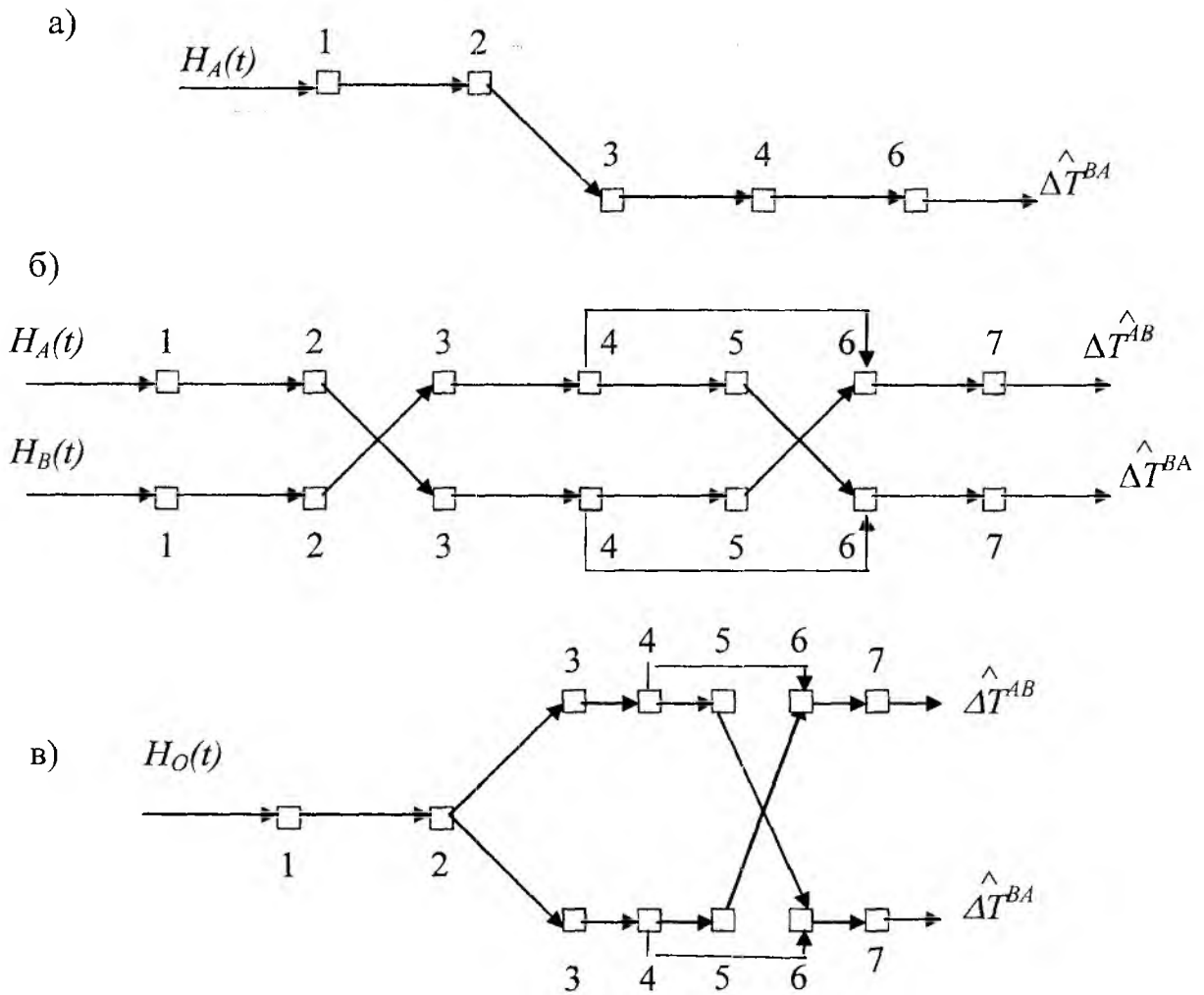


Рис. 5

На рис.6 изображен направленный граф ретрансляционного алгоритма, где: 1, 6 – кодирование и формирование сигналов передатчиков; 2, 7 – излучение сигналов передатчиков, передача информации в канале; 3, 8 – суммирование сигналов и помех; первичная обработка сигналов; детектирование и последетекторная обработка; 4, 9 – измерение временного положения сигналов; 5 – функциональное преобразование, определяющее временное положение ретранслированного сигнала; 10 – вычисление сдвига шкал; 11 – статистическая обработка результатов измерений.

Применение К-сетей для анализа встречного и ретрансляционного алгоритмов иллюстрируют рис. 7 а) и рис. 7 б) соответственно, где: 1 – формирующие и передающие устройства; 2 – приёмные устройства и измерители; 3 – вычислительные устройства.

Анализ основных алгоритмов проводился для общего случая – непостоянства задержек сигналов в канале передачи информации и в аппаратуре, а также наличия помех [4]. Это позволило в дальнейшем оценить влияние на погрешность измерения сдвига шкал для различных алгоритмов параметров канала передачи информации, аппаратуры и помех.

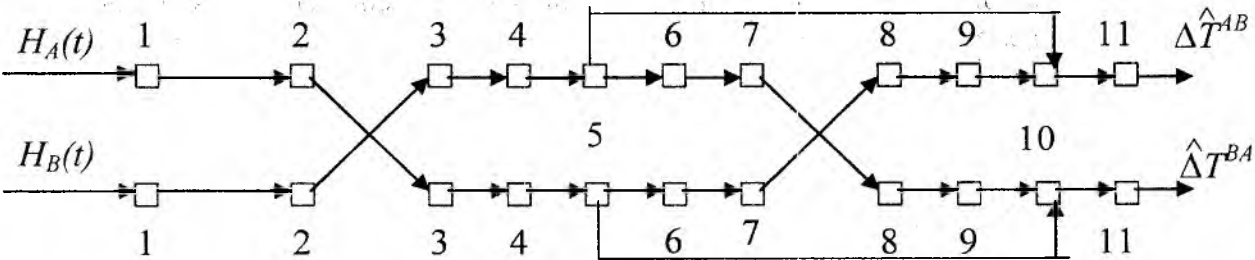


Рис. 6

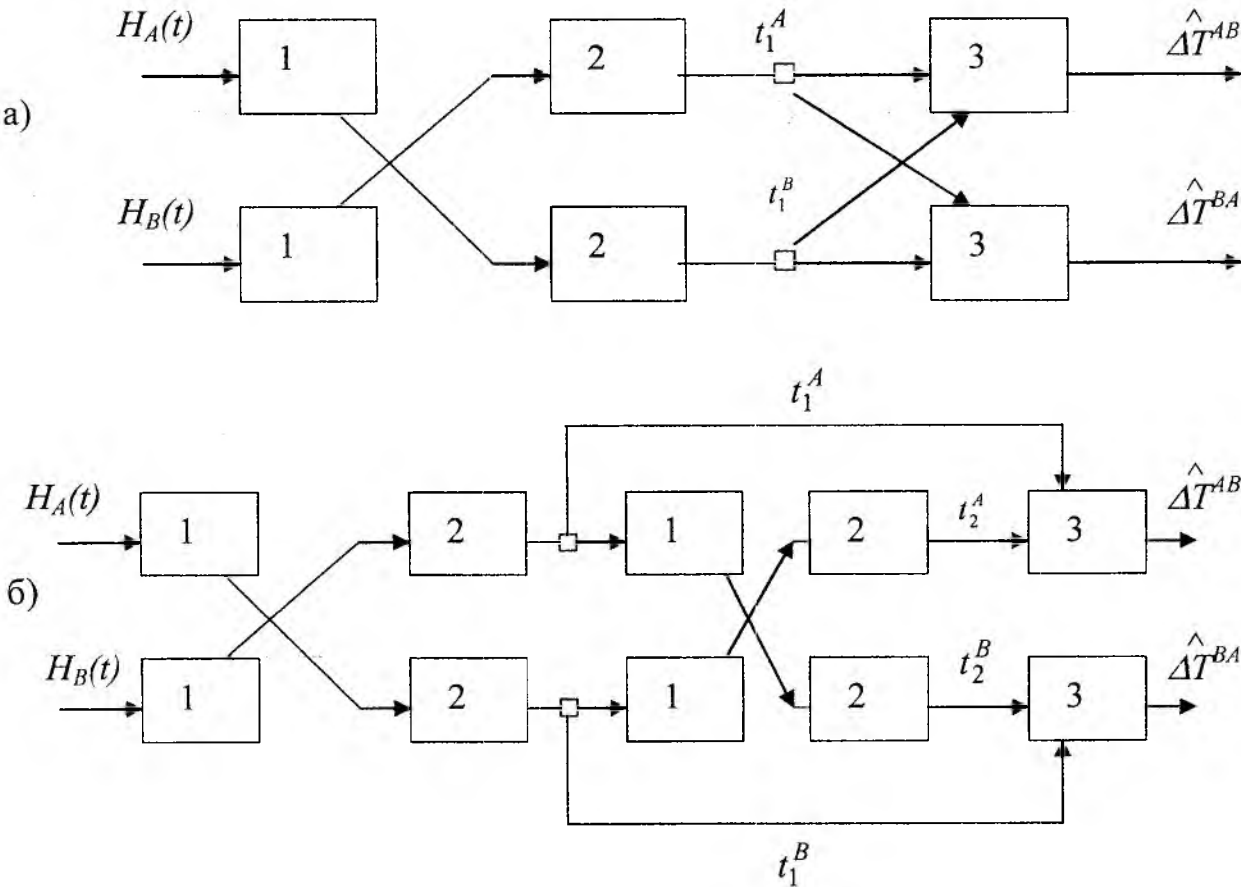


Рис. 7

Достоинством использования графов и К-сетей для моделирования алгоритмов является наглядность их реализации и полнота учета основных источников погрешностей, а недостатком – сложность аналитической записи. Поэтому основной анализ был выполнен с применением систем уравнений, составленных для измеряемых интервалов времени, истинных значений сдвига шкал и источников погрешностей.

### 3 Соотношения для расчета сдвига шкал и погрешностей измерения

В качестве примера составим систему уравнений для измеряемых интервалов времени в пункте  $A$  в случае ОРА, временная диаграмма которого приведена на рис. 4.

Измеренные значения временного положения сигнала, транслированного из пункта  $A$  в пункт  $B$ , и сигнала, ретранслированного из пункта  $B$  в пункт  $A$ , составят:

$$t_1^A = \tau_{ПРД}^B + \tau_{k1}^{BA} + \Delta T^{AB} + \tau_{ПРМ}^A + \delta_{t1}^A; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} t_2^A &= t_0 + \Delta T^{AB} + n \cdot (t_0 - t_1^B) + \tau_{ПРД}^B + \tau_{k2}^{BA} + \tau_{ПРМ}^A + \delta_{t2}^A = \\ &= t_0 + \Delta T^{AB} + n \cdot [t_0 - (\tau_{k1}^{AB} - \Delta T^{AB} + \delta_{t1}^B + \tau_{ПРД}^A + \tau_{ПРМ}^B)] + \tau_{ПРД}^B + \tau_{k2}^{BA} + \tau_{ПРМ}^A + \delta_{t2}^A = (2) \\ &= (n+1) \cdot t_0 + (n+1) \cdot \Delta T^{AB} - n \cdot (\delta_{t1}^B + \tau_{ПРД}^A + \tau_{ПРМ}^B + \tau_{k1}^{AB}) + \tau_{k2}^{BA} + \tau_{ПРД}^B + \tau_{ПРМ}^A + \delta_{t2}^A, \end{aligned}$$

где  $\delta_{t1}^A, \delta_{t1}^B, \delta_{t2}^A, \delta_{t2}^B$  – абсолютные погрешности оценки временного положения сигналов, вызванные конечным соотношением сигнал/помеха в пунктах;  $\tau_{k1}^{AB}, \tau_{k1}^{BA}, \tau_{k2}^{AB}, \tau_{k2}^{BA}$  – соответствующие задержки сигналов в канале передачи информации;  $\tau_{ПРМ}^A, \tau_{ПРД}^A, \tau_{ПРМ}^B, \tau_{ПРД}^B$  – задержки сигналов в приемных и передающих трактах аппаратуры соответствующих пунктов;  $t_0$  – время задержки опорного импульса.

Решение системы уравнений (1), (2) позволяет оценить сдвиг шкалы пункта  $A$  в виде

$$\begin{aligned} \Delta \hat{T}^{AB} &= \frac{(n-1) \cdot t_1^A + t_2^A - (n-1) \cdot t_0}{2} = \Delta T^{AB} + \frac{\delta_{t2}^A - n\delta_{t1}^B + (n-1) \cdot \delta_{t1}^A}{2n} + \\ &+ \frac{n(\tau_{k1}^{BA} - \tau_{k1}^{AB}) + (\tau_{k2}^{BA} - \tau_{k2}^{AB})}{2n} + \frac{(\tau_{ПРМ}^A - \tau_{ПРД}^A) - (\tau_{ПРМ}^B - \tau_{ПРД}^B)}{2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Записать полученную выше систему уравнений можно в матричной форме следующим образом

$$[t_u^{AB}] = [\Delta T^{AB}] + [\tau_k] + [\delta_{C/П}] + [\tau_{АП}], \quad (4)$$

где  $[t_u^{AB}]$  – матрица-столбец измеряемых интервалов времени;  $[\Delta T^{AB}]$  – матрица-столбец истинного сдвига шкал;  $[\tau_k]$  – матрица-столбец задержек сигналов в канале передачи информации;  $[\delta_{C/П}]$  – матрица-столбец помеховых погрешностей оценок временного положения сигнала;  $[\tau_{АП}]$  – матрица-столбец аппаратурных задержек.

Оценка сдвига шкал  $\Delta \hat{T}^{AB}$  и суммарная абсолютная погрешность измерения сдвига шкал в пункте  $A$  могут быть получены в матричной форме в виде

$$\Delta \hat{T}^{AB} = [F_m] [t_u^{AB}], \quad \delta_{\Sigma}^A = \Delta T^{AB} - \Delta \hat{T}^{AB} = \delta_{C/П}^A + \delta_K^A + \delta_{АП}^A, \quad (5)$$

где  $[t_u^{AB}]$  – видоизмененная матрица-столбец измеряемых интервалов времени;  $[F_m]$  – функциональная матрица-строка коэффициентов и параметров опорно-ретрансляционного алгоритма синхронизации, а  $\delta_{C/П}^A$  – помеховая погрешность, вызванная конечным соотношением сигнал/помеха в пунктах;  $\delta_K^A$  – канальная погрешность, вызванная нестабильностью и необратимостью задержек сигналов в канале передачи информации;  $\delta_{АП}^A$  – аппаратурная погрешность, вызванная нестабильностью задержек сигналов в аппаратуре.

Состав матриц для основных алгоритмов измерения сдвига шкал в пункте *A* приведен в табл. 2. Соответствующие соотношения для пункта *B* отличаются верхними индексами (вместо индекса *A* ставится индекс *B* и наоборот). Значения  $\Delta \hat{T}$ , а также слагаемые суммарной погрешности для основных алгоритмов измерения сдвига шкал времени пункта *A* приведены в табл. 3. Соответствующие соотношения для пункта *B* отличаются верхними индексами (вместо индекса *A* ставится индекс *B* и наоборот).

Таблица 2

| Матрицы          | Алгоритмы                                         |                                                                                            |                                                                                            |                                                                                                                             |
|------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                  | Непосредственный (ОА)                             | Взаимный (АОО)                                                                             | Встречный (ВА)                                                                             | Ретрансляционные: РА ( $n \leq -1$ ; $t_0 = 0$ ); ОРА ( $n > -1$ ; $t_0 > 0$ )                                              |
| $[F_m]$          | $\begin{bmatrix} 1; \tau_p^{BA} \end{bmatrix}$    | $\begin{bmatrix} 1; -1; \tau_p^{OA} - \tau_p^{OB} \end{bmatrix}$                           | $[0,5; -0,5]$                                                                              | $\begin{bmatrix} \frac{n-1}{2n}; \frac{1}{2n}; \frac{(n+1)t_0}{2n} \end{bmatrix}$                                           |
| $[t_u]$          | $\begin{bmatrix} t_1^A \\ -1 \end{bmatrix}$       | $\begin{bmatrix} t_1^A \\ t_1^B \\ -1 \end{bmatrix}$                                       | $\begin{bmatrix} t_1^A \\ t_1^B \end{bmatrix}$                                             | $\begin{bmatrix} t_1^A \\ t_2^A \\ -1 \end{bmatrix}$                                                                        |
| $[\Delta T]$     | $[\Delta T^{AB}]$                                 | $\begin{bmatrix} \Delta T^{AO} \\ -\Delta T^{OB} \end{bmatrix}$                            | $\begin{bmatrix} \Delta T^{AB} \\ -\Delta T^{AB} \end{bmatrix}$                            | $\begin{bmatrix} \Delta T^{AB} \\ (n+1)t_0 + \Delta T^{AB} \end{bmatrix}$                                                   |
| $[\tau_k]$       | $\begin{bmatrix} \tau_k^{BA} \\ -1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \tau_k^{OA} \\ \tau_k^{OB} \\ -1 \end{bmatrix}$                           | $\begin{bmatrix} \tau_{k1}^{BA} \\ \tau_{k1}^{AB} \end{bmatrix}$                           | $\begin{bmatrix} \tau_{k1}^{BA} \\ -n \cdot \tau_{k1}^{AB} + \tau_{k2}^{BA} \\ -1 \end{bmatrix}$                            |
| $[\tau_{АП}]$    | $[\tau_{прд}^B + \tau_{прм}^A]$                   | $\begin{bmatrix} \tau_{прд}^O + \tau_{прм}^A \\ \tau_{прд}^O + \tau_{прм}^B \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \tau_{прд}^B + \tau_{прм}^A \\ \tau_{прд}^A + \tau_{прм}^B \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} \tau_{прд}^B + \tau_{прм}^A \\ \tau_{прд}^B + \tau_{прм}^A - n(\tau_{прд}^A + \tau_{прм}^B) \end{bmatrix}$ |
| $[\delta_{С/П}]$ | $[\delta_{t1}^A]$                                 | $\begin{bmatrix} \delta_{t1}^A \\ \delta_{t1}^B \end{bmatrix}$                             | $\begin{bmatrix} \delta_{t1}^A \\ \delta_{t1}^B \end{bmatrix}$                             | $\begin{bmatrix} \delta_{t1}^A \\ (\delta_{t2}^A - n \cdot \delta_{t1}^B) \end{bmatrix}$                                    |

В заключение отметим, что сопоставление алгоритмов синхронизации по основным показателям в настоящее время затруднено из-за отсутствия единого подхода к математическому описанию алгоритмов синхронизации и применения единых методов обработки результатов измерений в существующих ССВЧ. Основной вывод, который можно сделать из предварительного сравнения основных методов синхронизации и алгоритмов измерения сдвигов шкал, заключается в том, что предпочтительных во всех отношениях как методов, так и алгоритмов не существует.

| Оценка<br>сдвига шкал<br>и абсолютные<br>погрешности | Алгоритмы                         |                                                                               |                                                                       |                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                      | ОА                                | АОО                                                                           | ВА                                                                    | РА ( $n \leq -1$ ; $t_0 = 0$ );<br>ОРА ( $n > -1$ ; $t_0 > 0$ )                                                                                          |
| $\Delta \hat{T}^{AB}$                                | $(t_1^A - \hat{t}_k^{BA})$        | $(t_1^A - t_1^B) -$<br>$-(\hat{t}_k^{OA} - \hat{t}_k^{OB})$                   | $0,5(t_1^A - t_1^B)$                                                  | $\frac{(n-1)t_1^A + t_2^A - (n+1) \cdot t_0}{2n};$<br>$(0,5t_2^A - t_0) - \text{для } n = 1$                                                             |
| $\delta_k^A$                                         | $\tau_k^{BA} - \hat{\tau}_k^{BA}$ | $(\tau_k^{OA} - \tau_k^{OB}) -$<br>$-(\hat{\tau}_k^{OA} - \hat{\tau}_k^{OB})$ | $\frac{(\tau_{k1}^{BA} - \tau_{k1}^{AB})}{2}$                         | $\frac{n(\tau_{k1}^{BA} - \tau_{k1}^{AB}) + (\tau_{k2}^{BA} - \tau_{k2}^{AB})}{2n}$<br>$\frac{(\tau_{k2}^{BA} - \tau_{k1}^{AB})}{2} - \text{для } n = 1$ |
| $\delta_{c/n}^A$                                     | $\delta_{t1}^A$                   | $(\delta_{t1}^A - \delta_{t1}^B)$                                             | $0,5(\delta_{t1}^A - \delta_{t1}^B)$                                  | $\frac{\delta_{t2}^A - n\delta_{t1}^B + (n-1) \cdot \delta_{t1}^A}{2n};$<br>$\frac{\delta_{t2}^A - \delta_{t1}^B}{2} \text{ для } n = 1$                 |
| $\delta_{АП}^A$                                      | $\tau_{прм}^A + \tau_{прд}^B$     | $\tau_{прм}^A - \tau_{прм}^B$                                                 | $0,5(\tau_{прм}^A - \tau_{прд}^A) - 0,5(\tau_{прм}^B - \tau_{прд}^B)$ |                                                                                                                                                          |

**Список литературы:** 1. Ю. А. Коваль, В. В. Бавыкина, Основы теории многопозиционных систем синхронизации времени и частоты. I Постановка задачи // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2002. Вып. 130. С. 109 – 116. 2. Ю. А. Коваль, В. В. Бавыкина. Основы теории большебазовых систем синхронизации времени и частоты // I-й Международн. Радиоэлектронн. форум «Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития» МРФ-2002. Сб. научн. трудов. Ч. 1. Харьков: АН ПРЭ, ХНУРЭ. 2002. С. 177 – 182. 3. Коваль Ю.А., Трощин О. Л. Анализ алгоритмов синхронизации эталонов времени и частоты // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч. -техн. сб. 2000. Вып. 113. С. 47 – 52. 4. Коваль Ю. А., Бавыкина В. В., Трощин О. Л. Анализ путей совершенствования алгоритмов измерения сдвига шкал в системах синхронизации времени и частот // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 85 – 91. 5. Метеоры сегодня / Б.Л. Кашеев, Ю.А. Коваль, В.И. Горбач, Б.Г. Бондарь. Киев.: Техника, 1996. 196 с. 6. А.С. 712807 СССР, МКИ G 04 C 11/02. Способ сравнения шкал времени / Б.С.Дудник, Б.Л. Кашеев, В.П. Моисеев. Опубл. 7.06.80 Бюл. №4. 7. 4. А.С. 1167573 СССР, МКИ G 04 C 11/02. Способ сличения шкал времени и устройство для его осуществления / Б.С. Дудник, В.П. Моисеев.- N 2737342; заявл. 16.03.79. Опубл. 09.05.85. Бюл. N 26. 8. Hanson D. W. Fundamentals of two-way time transfers by satellite // 43<sup>rd</sup> Annual Symposium on Frequency Control. 1989. P. 174 – 178.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 27.03.2003

**АЛГОРИТМЫ РАСПОЗНАВАНИЯ ФОНЕМ РЕЧИ**

Минимальной речевой единицей является фонема – абстрактное обозначение конкретного звука устной речи. Поскольку некоторые звуки существенно нестационарные, то говорят о середине фонемы – точке, в которой спектр наиболее стабилен. Трудности фонемного анализа, связанные с коартикуляцией или взаимным влиянием соседних фонем, иногда вызывают необходимость сегментации речи на более крупные элементы – дифоны (диады) и трифоны (триады). Дифоном называют участок речи, расположенный между центрами двух соседних фонем. Трифон – конечная половина первой фонемы, вторая фонема и первая половина третьей фонемы.

Главным преимуществом распознавания речи на основе речевых (смысловых) единиц является ограниченное число базовых элементов. Так, число фонем для различных языков – 30–50, минимальное число дифонов 600–1200, а трифонов около 3000.

Одной из важных задач обработки речи является распознавание отдельных фонем речи различных дикторов. Трудности построения систем автоматического распознавания речи, работающих на множестве дикторов (дикторонезависимых), связаны с органической разницей параметров голосового тракта и источником возбуждения у различных дикторов при произнесении одних и тех же звуков речи. Это приводит к различию частоты основного тона, формантных частот и других параметров и изменению этих параметров во времени. Параметры человеческого голоса, приводящие к изменению характеристик речевой волны, меняются в зависимости от возраста, а также эмоционального и психологического состояния человека (усталости, болезни и т.д.).

Синтез алгоритма выполнен по векторному критерию при учете совокупности показателей качества распознавания фонем: вероятности правильного распознавания и устойчивости распознавания.

Один из подходов к решению задачи распознавания речи основан на сопоставлении оценок параметров речевых структурных единиц, в виде непрерывной во времени выборки либо последовательности выборок. Существующие методы решения задач распознавания речи основаны на изучении структуры речи и её анализе с использованием математического аппарата различного вида и уровня сложности.

Для сегментации используются разные критерии, следствием чего является наличие большого числа алгоритмов оценки временных границ сегментов. В связи с этим возникает необходимость в обобщении процедур исследования структуры речи. В настоящее время, однако, не известно достаточно эффективное решение данной проблемы.

Целью данной работы является синтез алгоритмов фонемного распознавания речи, устойчивых в условиях работы с разными дикторами.

Полагается, что на вход системы распознавания поступает временная последовательность отсчетов речевого сигнала, взятых с заданным интервалом дискретизации.

Обучающие выборки речи для каждого из дикторов заданы в виде классифицированных обучающих выборок. Считается, что время произношения фонем в слитном речевом сигнале априори неизвестно. Априорные вероятности появления конкретной фонемы для всей совокупности фонем одинаковы.

Качество алгоритма распознавания оценивается совокупностью показателей эффективности распознавания сигналов и устойчивостью алгоритмов к воздействию аддитивной помехи.

В качестве показателя эффективности используется средняя вероятность правильного распознавания фонем при низком уровне аддитивной помехи.

Под показателем устойчивости алгоритмов понимается значение средней вероятности правильного распознавания фонем  $P_{\text{пр}}$  при воздействии аддитивной помехи в канале связи с

заданным отношением сигнал-шум  $q$ . Необходимо построить оптимальный алгоритм, который по предъявленной реализации речи выносит решения о принадлежности произнесенных слов неизвестных дикторов к заданным классам и обеспечивал бы максимум в классе робастных алгоритмов.

Поставленная задача распознавания включает следующие этапы – предварительную обработку, оценивание параметров обстановки, сегментацию речи, оценивание признаков, отбор и хранение эталонов, а также принимается решение об определенной речевой единице. Перед сегментацией проводится нормировка всего сигнала по энергии сигнала, которая позволяет снизить чувствительность алгоритмов сегментации к громкости речи, типу микрофона и ослабить влияние различий в количестве уровней квантования, акустоэлектрических настроек устройств предварительной обработки сигнала и т.д.

Решение задачи распознавания речи и ряда других задач во многом связано с успешным проведением сегментации речи на речевые единицы. Фонемная сегментация выполняется на основе модели речеобразования. Возможно последовательное или одновременное использование ряда признаков. При последовательном вначале производится деление звуковых сигналов на речь и паузу, далее на вокализованные и невокализованные, взрывные, глухие, звонкие и т.д. На последнем этапе производится фонемная сегментация. Некоторые алгоритмы сегментации описаны и исследованы в [1].

В результате применения выбеливающего фильтра, который может быть реализован как нерекурсивный фильтр либо как фильтр в частотной области, алгоритмы обнаружения могут быть упрощены за счет декорреляции временных отсчетов речевого сигнала [1].

Рассмотрим особенности сегментации речи в пространстве оценок ковариационных матриц с распределением Уишарта

$$W(\hat{K} / R) = \det |\hat{K}|^{-\frac{\tau-p-1}{2}} \exp(-sp(\hat{K}R^{-1})/2) / \det |R|^{\frac{\tau}{2}} \gamma(p, \tau).$$

При априорном знании ковариационных матриц  $R_n, R_{n-1}$  процедура принятия решения состоит в сравнении логарифма отношения правдоподобия  $E_n$  с порогом  $k = \ln(c)$  априорно выбранного критерия качества.

Гипотеза о начале и конце нового сегмента фонем с ковариационной матрицей  $R_n$  принимается, если выполняется неравенство

$$E^r = \ln W(\hat{K}^r / R_{n-r1}) - \ln W(\hat{K}^r / R_{n+r1}) = \\ = 0,5sp(\hat{K}^r (R_{n+r1}^{-1} - R_{n-r1}^{-1})) \geq \ln c - (\tau/2) \ln(\det R_{n+r1} / \det R_{n-r1}).$$

Поэтому алгоритм сегментации по множеству оценок ковариационных матриц сводится к виду

$$\sum_{l=0}^{p-1} \sum_{i=0}^{p-1} h(j, i) \hat{K}^r(i, j) \geq \Lambda_1, \text{ где } h(j, i) = R_{n+r1}^{-1}(j, i) - R_{n-r1}^{-1}(j, i),$$

где  $R_n^{-1}(j, i), R_{n-1}^{-1}(j, i)$  - корреляционные функции в соседних сегментах;  $p$ -порядок модели.

В пространстве оценок энергетического спектра  $S^k(i)$  стационарного случайного процесса алгоритм сегментации имеет вид

$$\sum_{i=0}^{N-1} S^k(i) H(i) < \Lambda_1 \text{ или } \sum_{i=0}^{N-1} S^k(i) H(i) \geq \Lambda_2.$$

Полагая оценки  $\hat{K}^r(i, j) = R_n(j, i)$  и  $\Lambda_1 = 0, r1=r2=r$ , получим, что границам сегментов соответствуют локальные минимумы и максимумы функционала

$$D_1(f_n, f_{n-1}) = \ln(R_{n-r} R_{n+r}^{-1} / R_{n-r} R_{n-r}^{-1}).$$

Для задачи речевой обработки используются коэффициенты линейного предсказания (КЛП), определяемые по автокорреляционной последовательности фрагмента речевого

сигнала с помощью эффективной вычислительной процедуры Дарбина. При этом КЛП определяют с помощью алгоритма Дарбина из решения системы уравнений:

$$\sum_{j=0}^p r_n(i-j)a_n(j) = 0,$$

где  $p$  – порядок модели линейного предсказания;  $r_n(i)$  – автокорреляционные коэффициенты на текущем  $n$ -м сегменте.

Алгоритм Левинсона позволяет определить и АР-параметры и коэффициенты отражения по заданной автокорреляционной последовательности. При этом АР-параметры порядка  $p$  для  $m$ -го блока вычисляют через АР-параметры порядка  $p$  как

$$a_p^{(m)}(n) = a_{p-1}^{(m)}(n) + k_p^{(m)} a_{p-1}^{(m)}(p-n).$$

Коэффициент отражения имеет вид

$$k_p^{(m)} = a_p^{(m)}(n) = - \sum_{n=0}^{p-1} a_{p-1}^{(m)}(n) r_{xx}^{(m)}(p-n) / \rho_{p-1}^{(m)}.$$

Дисперсия возбуждающего белого шума

$$\rho_p^{(m)}(n) = \rho_{p-1}^{(m)}(n)(1 - |k_p^{(m)}|^2).$$

Вычисляют функционал

$$w^{(m)} = \ln \left( \sum_{n=1}^p (\rho^{(m)}(n) - \rho^{(m-1)}(n))^2 \right).$$

Границы фонем определяют как временное положение локальных экстремумов при условии  $w^{(m)} > P$ , где  $P$  – порог.

Результат согласованной фильтрации можно сформировать, пропуская речевой сигнал через фильтр, коэффициентами которого являются параметры предсказания, либо через решетчатый фильтр, весовыми коэффициентами которого будут коэффициенты отражения.

Основное уравнение, описывающее структуру решетчатого фильтра с прямой связью (модели)

$$f_j(t) = f_{j+1}(t) - \rho(j)b_{j+1}(t-1), \quad b_j(t) = b_{j+1}(t-1) - \rho(j)f_{j+1}(t).$$

Основное уравнение, описывающее структуру решетчатого фильтра с обратной связью

$$f_{j+1}(t) = f_j(t) - \rho(j+1)b_j(t-1), \quad b_{j+1}(t) = b_j(t-1) - \rho(j+1)f_j(t).$$

Если порождающий сигнал модели приложен к решетчатому фильтру с прямой связью, а наблюдаемый речевой сигнал – решетчатому фильтру с обратной связью, то исходный порождающий сигнал восстанавливается.

Наблюдаемый речевой сигнал и коэффициентами отражения для фонемной сегментации берутся с разных соседних блоков, при этом для фонемной сегментации достаточно измерить дисперсию отклика фильтра.

Форма записи меры Итакура через параметры модели линейного предсказания при использовании автокорреляционного метода

$$D_1(f_n, f_{n-1}) = \ln(a_{n-r2} R_{n+k1} a_{n-r2}^T / a_{n+r1} R_{n-k2} a_{n+r1}^T),$$

где  $R$  – автокорреляционные коэффициенты на текущем  $n$ -м сегменте;  $a$  – КЛП, которые определяют с помощью алгоритма Дарбина или Левинсона[1-5].

Для небольших изменений спектра (этому условию всегда удовлетворить путем выбора соответствующей длины фрагмента речевого сигнала) вместо взятия логарифма в (2) используем следующее приближение:

$$D_M(f_n, f_{n-1}) = a_{n-r2} R_{n+k1} a_{n-r2}^T / a_{n+r1} R_{n-k2} a_{n+r1}^T - 1.$$

Квадратичная форма  $a_{n-1}R_n a_{n-1}$  представляет собой минимальное значение средне-квадратической погрешности предсказания для текущего  $n$ -го сегмента.

Выражение можно представить в виде

$$D_M(f_n, f_{n-1}) = \sum_{m=0}^p V^{(n-r2)}(m) R^{(n+k1)}(m) / \sum_{m=0}^p V^{(n+r1)}(m) R^{(n-k2)}(m) - 1,$$

где  $R(0) = \sum_{l=0}^p (a_l)^2$ ;  $R(m) = 2 \sum_{l=0}^{p-m} a_l a_{l+m}$ ;  $l \leq m \leq p$ .

Аналогично решение о изменении свойств речевого сигнала (начале нового и конце текущего сегмента фонем в очередной выборке) принимается по результату сравнения с порогом значений  $d(f_n, f_{n-1})$ , если

$$d(f_n, f_{n-1}) < \Lambda_1 \text{ или } d(f_n, f_{n-1}) > \Lambda_2,$$

где  $d(f_n, f_{n-1}) = \log \left( \sum_{m=0}^p V^{(n-r2)}(m) R^{(n+k1)}(m) / \sum_{m=0}^p V^{(n+r1)}(m) R^{(n-k2)}(m) \right)$ .

При этом временные границы определяются по экстремумам предложенных функционалов.

Решение о начале нового и конце текущего сегмента фонем в очередной выборке принимается по результату сравнения с порогом значений  $R_n^{\phi_{он}}$  по формуле

$$R_n^{\phi_{он}} < \Lambda_1 \text{ или } R_n^{\phi_{он}} > \Lambda_2,$$

где  $R_n^{\phi_{он}} = \sum_{i=1}^{L(n)} \min_{j \in [-J, J]} \alpha_{i,j}^l |\hat{f}_i(n) - \hat{f}_{i+j}(n+1)|^q$  – функционалы, построенные на основе метрик в пространстве  $L1, L2$ ;  $\hat{f}_i(n)$  – оценки частот  $i$ -й форманты  $n$ -го сегмента;  $\alpha_{i,j}^l$  –

весовые коэффициенты,  $i = \overline{-J, J}$ ;  $j = \overline{-J, J}$ ;  $q$  принимает значения 1 или 2 в зависимости от вида критерия близости.

Для сегментации возможно использование авторегрессионных формантных оценок. Авторегрессионная спектральная оценка формантных частот вычисляются в соответствии с выражением

$$\hat{f}_v = \frac{F_\Delta}{N} \arg \operatorname{loc} \max \{ |1 + \sum_{n=1}^p a(n) \exp(-j2\pi nk)|^{-1}, k = \overline{0, M} \}, \quad (1)$$

где  $\hat{f} = \arg \operatorname{loc} \max(\vec{x})$  – векторная функция, задающая соответствие элементам входной последовательности  $x_1, x_2, \dots, x_N$  элементам выходной последовательности упорядоченное множество номеров локальных максимумов  $\{f_i, i = \overline{0, L}\}$ ; вектор оценок  $\hat{f}_v = \{f_{i,v}, i = \overline{0, L}\}$ ,  $L$  – количество локальных максимумов в спектре;  $F_\Delta = 1/\Delta t$  – частота дискретизации сигнала,  $\Delta t$  – период дискретизации сигнала;  $M = Z[N/2-1]$ ;  $Z[y]$  – функция округления к ближайшему целому числу.

Псевдоформантные (модифицированных АР) оценки формантных частот вычисляются в соответствии с выражением

$$\hat{f}_v = \frac{F_\Delta}{N} \arg \operatorname{loc} \max \{ |1 + \sum_{n=1}^{p-1} a[n] \exp(-j2\pi nk) + \alpha \exp(-j2\pi pk)|^{-1}, k = \overline{0, M} \}, \quad (2)$$

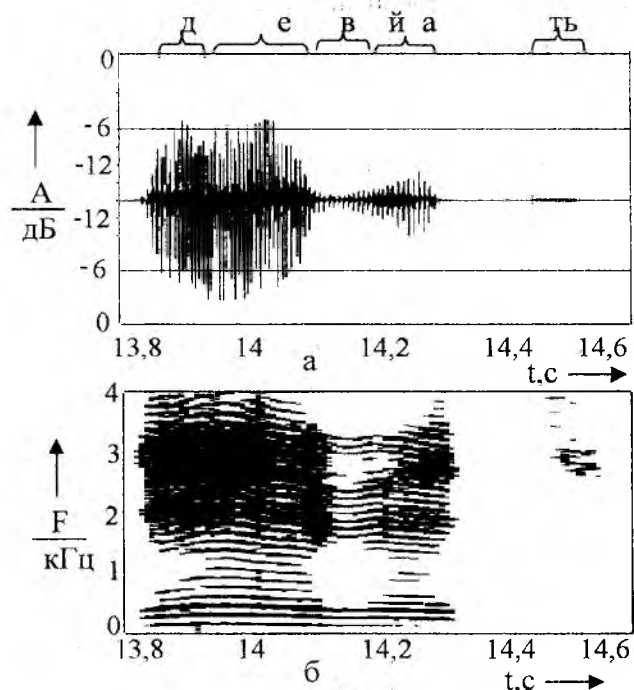


Рис. 1

где  $\alpha$  – коэффициент, близкий к единице (например  $\alpha = 0,99$ , при  $\alpha = 1$  алгоритм становится неустойчивым).

Для оценивания формант по спектрально-полосным признакам вычисляют спектрально-полосные сигналы, соответствующие вероятному расположению формант. Оценки формантных частот вычисляются как среднеэффективные частоты в заданных полосах частот

$$\hat{f}_s^{(m)} = \frac{\sum_{i=f_n^{(m)}}^{f_a^{(m)}} i(S_{s,i}^2)}{\sum_{i=f_n^{(m)}}^{f_a^{(m)}} (S_{s,i}^2)}.$$

Процедура вычисления формант может быть повторена, но при этом в качестве граничных полос частот используют оценки  $\hat{f}_s^{(m)} = \hat{f}^{(m)} + \Delta$ ,  $\hat{f}_n^{(m)} = \hat{f}^{(m)} - \Delta$ , где  $\hat{f}^{(m)}$  – форманты, вычисленные на предыдущем этапе,  $\Delta$  – границы диапазона поиска

формант. Простейшей среди рекуррентных процедур является двухэтапная.

Предлагаемые алгоритмы определения были исследованы на словах речи. Ввод речевого файла осуществлялся через специализированный адаптер. Тактовая частота 8 КГц, 16 разрядов на один отсчет. На интервалах речевого файла длительностью 15 мкс, взвешенного

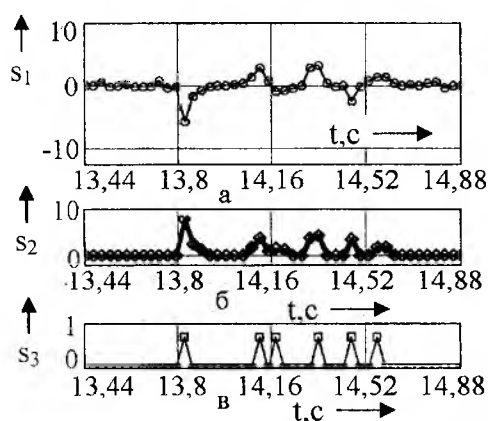


Рис. 2

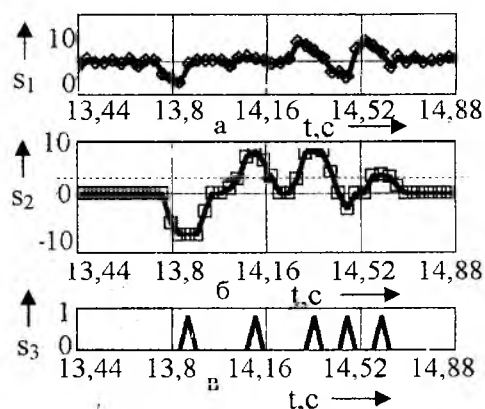


Рис. 3

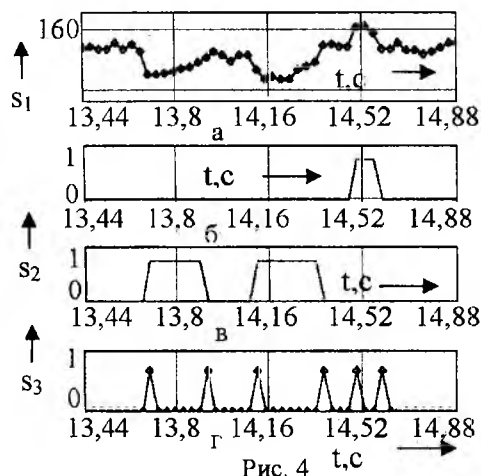


Рис. 4

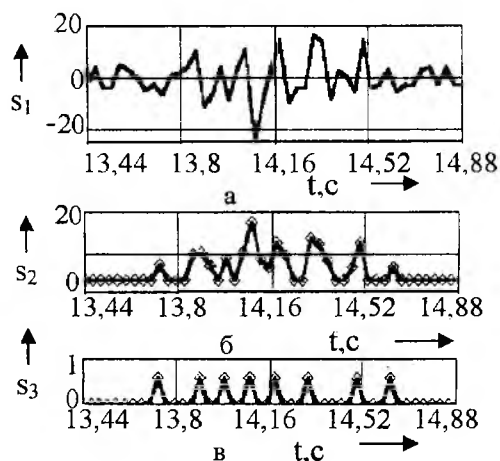


Рис. 5

окном Хэмминга 45 мкс, вычислялись 12 коэффициентов линейного предсказания (рис. 1а, 1б – огибающая и сонограмма слова «девять»; рис. 2а – статистики меры Уишарта для слова «девять»; рис. 2в – границы фонем, полученные из статистики меры Уишарта; рис. 3а – статистики меры Итакура для слова «девять»; рис. 3в – границы фонем, полученные из статистики меры Итакура; рис. 4а – статистика нуль пересечений для слова «девять»; рис. 4б – невокализованность; рис. 4в – вокализованность; рис. 4г – границы вокализованных и невокализованных фонем [1]; рис. 5а – статистика  $R_n^{фон}$  среднеэффективных частот в формантных полосах частот (двухэтапная) для слова «девять»; рис. 5б – статистика модуля среднеэффективных частот в формантных полосах частот (двухэтапная) для слова «девять» с учетом ограничения по порогу; рис. 5в – границы фонем, вычисленные для двухэтапного спектрально-полосного алгоритма), рис. 6а – статистика вычисленная через коэффициенты отражения с учетом ограничения по нижнему порогу для слова «девять»; рис. 6б – границы фонем, вычисленные для алгоритма вычисления границ через коэффициенты отражения).

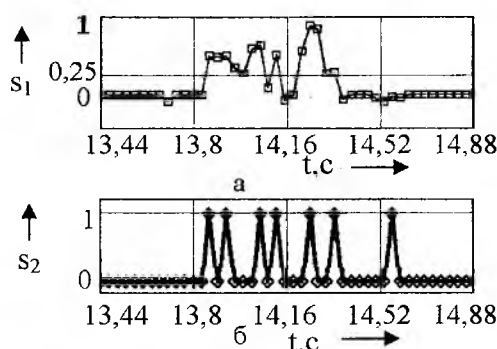


Рис. 6

После выполнения сегментации фонем необходимо принять решение о наибольшей степени близости в пространстве признаков произносимой фонемы и одной из фонем обучающих выборок. В качестве информативных параметров, используемых для распознавания, могут быть различные характеристики речевых сигналов. К ним относятся частота основного тона, формантные частоты [1, 2], признак вокализованности [1, 2], мощность сигнала в разных полосах частот сигнала [1, 2], длительности произносимых фонем. Наилучшим образом задача распознавания фонем может быть решена с использованием алгоритмов оценивания формантных признаков, которые характеризуют голосовой тракт. С целью получения динамических признаков распознаваемого цифрового сигнала производится разбиение слов на блоки одинаковой длительности, которое обычно составляет 10-30 мс. Выполненные нами исследования показали, что оценки формантных признаков существенно изменяются при сдвиге всего сегмента лишь на один дискрет. Это требует особой точности сегментации либо поиска алгоритмов, устойчивых к подобным ошибкам. Существенно понизить чувствительность к временному сдвигу удастся путем предварительной нерекурсивной цифровой ВЧ коррекции [1] либо использованием алгоритмов выбеливания речевых сигналов.

Для оценивания значений формантных частот рационально использовать двухэтапные спектрально-полосные алгоритмы, двухэтапные алгоритмы с определением количества нуль-пересечений в выделенных полосах частот, алгоритмы кепстрального оценивания, классические методы спектрального оценивания и алгоритмы линейного предсказания речевых сигналов [1, 2].

Подход к авторегрессионному оцениванию формантных частот строится на основе модели линейного предсказания речевых сигналов. Соответствующий алгоритм предполагает следующую последовательность шагов.

Вначале оценивается корреляционная функция и методом Левинсона вычисляются оценки коэффициентов авторегрессии. Корреляционная функция полученных эталонов может пересчитываться с учетом статистических свойств шума на этапе распознавания. В случае независимости сигнала и помехи корреляционная матрица, смеси  $R = R_s + R_n$ , где  $R_s$  – исходная корреляционная матрица;  $R_n$  – корреляционная матрица помехи. При действии белого шума высокого уровня на входе устройства скорректированная корреляционная матрица эталона  $R = R_s + I(\sigma_c^2 - \sigma_s^2)$ , где  $R_s$  – исходная корреляционная матрица;

$I$  – единичная матрица,  $\sigma_c^2, \sigma_s^2$  – дисперсия сигнала на входе устройства распознавания и эталона соответственно. Затем определяется авторегрессионная спектральная оценка формантных частот в соответствии с выражениями (1) или (2). Псевдоформантные оценки (2) обладают более выраженными (подчеркнутыми) формантами из-за проектирования корней характеристического уравнения на единичный круг комплексной плоскости.

Согласно алгоритму оценивания формант по спектрально-полосным признакам вычисляют спектрально-полосные сигналы, соответствующие вероятному расположению формант. Граничные частоты  $f_a^{(m)}, f_n^{(m)}$  полосы, соответствующие  $m$ -м формантам при частоте дискретизации 8 кГц, приведены в табл. 1.

Адаптивные оценки формантных частот с учетом разной помеховой обстановки на этапе обучения и распознавания строятся следующим образом. Перед распознаванием и обучением проводится нормировка всего сигнала по мощности помехи в паузе. На этапе обучения и распознавания вычисляются формантные частоты как среднеэффективные частоты в заданных полосах частот

$$\hat{f}_s^{(m)} = \frac{\sum_{i=f_n^{(m)}}^{f_a^{(m)}} i(S_{s,i}^2 + A(q_{mek}))}{\sum_{i=f_n^{(m)}}^{f_a^{(m)}} (S_{s,i}^2 + A(q_{mek}))}, \tag{4}$$

на этапе распознавания

$$\hat{f}_{mek}^{(m)} = \frac{\sum_{i=f_n^{(m)}}^{f_a^{(m)}} i(S_i^2 + G_i C(1 - \text{sgn}(q_{mek} - 1)))}{\sum_{i=f_n^{(m)}}^{f_a^{(m)}} (S_i^2 + G_i C(1 - \text{sgn}(q_{mek} - 1)))}, \tag{5}$$

где  $(f_a^{(m)}, f_n^{(m)})$  – диапазон частот для  $m$ -й форманты,  $S_2$  – вычисленный дискретный

спектр;  $q = (\sum_{i=\tau_{c,1}}^{\tau_{c,2}} (S_i)^2 / (\tau_{c,2} - \tau_{c,1} + 1)) / (\sum_{i=\tau_{n,1}}^{\tau_{n,2}} (S_i)^2 / (\tau_{n,2} - \tau_{n,1} + 1))$  – оценка отношения

сигнал-шум на этапе обучения и распознавания соответственно;

$A(q_{mek}) = G_i(B/q_{mek}^2 + C(1 - \text{sgn}(q_{mek} - 1)))$  – корректирующая функция;  $G_i$  – весовая функция с учетом спектра помехи и характеристики фильтра предварительной обработки

речевого сигнала; функция  $\text{sgn}(u) = \begin{cases} 1, & \text{если } u \geq 0, \\ 0, & \text{если } u < 0. \end{cases}$

Т а б л и ц а 1

| $m$ | $f_n^{(m)}, \text{Гц}$ | $f_a^{(m)}, \text{Гц}$ |
|-----|------------------------|------------------------|
| 1   | 200                    | 850                    |
| 2   | 850                    | 2200                   |
| 3   | 2200                   | 3000                   |
| 4   | 3000                   | 4000                   |

Аналогично оценки формантных частот могут вычисляться путем подсчета количества нуль пересечений речевого сигнала с соответствующего выхода полосового фильтра с заданными граничными частотами  $f_a^{(m)}$  и  $f_n^{(m)}$ , указанными в табл. 1 для каждого из блоков (отрезков) речи, которые берутся с двукратным либо трехкратным перекрытием или без него.

Оценки формантных частот спектрально-полосным методом могут вычисляться с использованием АР оценок речевого сигнала с соответствующего выхода полосового фильтра с заданными граничными частотами  $f_a^{(m)}$  и  $f_n^{(m)}$ , указанными в табл. 1 для каждого из блоков. Экспериментальные исследования показали, что наибольшие вероятности правильного распознавания структурных речевых единиц получаются для авторегрессионных спектральных оценок частот в каждой из 4-х формантных полос при порядке модели  $p=3$ .

Улучшить точность первичного оценивания траектории формант можно путем выполнения операции сглаживания  $\hat{f}_{cp}^{(m)} = \sum_{r=-v}^u \hat{f}^{(m-r)} W_r$ , где  $\sum_{r=-v}^u W_r = 1$ .

Процедура вычисления формант может быть повторена, но при этом в качестве граничных полос частот используют

$$\hat{f}_6^{(m)} = \hat{f}^{(m)} + \Delta, \hat{f}_H^{(m)} = \hat{f}^{(m)} - \Delta, \quad (6)$$

где  $\hat{f}^{(m)}$  – форманты вычисленные на предыдущем этапе,  $\Delta$  – границы диапазона поиска формант. Простейшей среди рекуррентных процедур является двухэтапная.

Методы вычисления формантных частот основаны на параметрическом либо непараметрическом оценивании спектра и отборе либо усреднении локальных максимумов спектра.

Обычно весь набор эталонов для одной из фонем разделяют на классы, и каждый новый диктор, обращающийся к системе, пользуется эталонами того диктора (участвовавшего в обучении) или класса дикторов, параметры голоса которого наиболее близки его собственным параметрам.

Решение о фонеме на основе модели в виде смеси распределений авторегрессионных и спектрально-полосных оценок формантных частот принимается из условия

$$i = \arg \max_{l=0, \overline{M}} \left( \sum_{d=1}^D \sum_{s=0}^{S(d)} (k_{KosAR} \cdot \ln(u_{np} R_{np}^{(l,s,d)} + u_{обп} R_{обп}^{(l,s,d)}) + k_{KosSP} \cdot \ln(R^{(l,s,d)})) \right), \quad (7)$$

где  $R_{np}^{(l,s,d)}, R_{обп}^{(l,s,d)}$  – функционалы авторегрессионных оценок, использующие считывание данных от начала и конца фонемы,  $R^{(l,s,d)}$  – функционал, построенный на основе спектрально-полосных оценок.

Для полигауссовского распределения формантных частот статистики  $R_{np}^{(l,s,d)}$  вычисляют по оценкам формантных частот  $\hat{f}_{i,np}(n)$  и  $\hat{f}_{i+j,np}^{l,s}(n)$ , а  $R_{обп}^{(l,s,d)}$  – по оценкам  $\hat{f}_{i,обп}(n)$  и  $\hat{f}_{i+j,обп}^{l,s}(n)$  в виде

$$R^{(l,s,d)} = \sum_{d=1}^D \sum_{s=0}^{S(d)} P_\theta(\omega_{s,d}) \prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^{L(n)} P_{i,n}^{(l,s,d)}, \quad (8)$$

где  $P_{i,n}^{(l,s,d)} = \sum_{j=-J}^J \sum_{h=-H}^H P_c(\omega_{j,h}) (2\pi)^{-0,5} |\sigma_s|^{-1} \exp(-|\hat{f}_i(n) - \hat{f}_{i+j}^{l,s}(n+h)|^2 / (2\sigma_s^2))$ .

При равномерном законе  $P_\theta(\omega_{s,d})$ ,  $P_c(\omega_{j,h})$  можно положить, что вероятности  $P_\theta(\omega_{s,d}) = 1/((2J+1)(2H+1))$ ,  $P_c(\omega_{j,h}) = (\sum_{d=1}^D S(d))^{-1}$ .

Для модели в виде смеси распределений Коши статистики  $R_{np}^{(l,s,d)}$  вычисляют по оценкам формантных циклических частот  $\hat{\omega}_{i,np}(n)$  и  $\hat{\omega}_{i+j,np}^{l,s}(n)$ , а  $R_{обп}^{(l,s,d)}$  по оценкам  $\hat{\omega}_{i,обп}(n)$  и  $\hat{\omega}_{i+j,обп}^{l,s}(n)$  в виде

$$R^{(l,s,d)} = \sum_{d=1}^D \sum_{s=0}^{S(d)} P_e(\omega_{s,d}) \prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^{L(n)} \sum_{j=-J}^J \sum_{h=-H}^H P_c(\omega_{j,h}) \frac{c_i(n)}{\pi(c_i(n)^2 + |\hat{\omega}_i(n) - \hat{\omega}_{i+j}^{l,s}(n+h)|^2)}, \quad (9)$$

где  $c_i(n) = \Delta\omega_i(n)/2$  – параметр распределения Коши,  $\Delta\omega$  – циклическая полоса частот формант.

Таблица 2

| Алгоритм      | $\hat{P}_{\text{п.ср.}}$ |
|---------------|--------------------------|
| СП2 и АР Коши | 0,925                    |
| АР Коши       | 0,72                     |
| СП2 Коши      | 0,9                      |
| СП2 Полигаусс | 0,8                      |

Ширина полос формант изменяется в зависимости от произносимых фонем в пределах от 50 до 400 Гц. В некоторых случаях можно положить, что полосы формант одинаковы, тогда  $c_{i,np}(n) = \Delta\omega/2$ .

На основе синтезированных алгоритмов создан многофункциональный исследовательский пакет распознавания слов, с применением которого выполнены статистические испытания алгоритмов распознавания слов, введенных в ЭВМ с микрофона через звуковой интерфейс с частотой дискретизации 8 кГц.

В экспериментальных исследованиях получено, что сочетание алгоритмов, например авторегрессионных и спектрально-полосных на основе смесей Коши, даже для одного эталона дает выигрыш в вероятности правильного принятия решения (табл. 2), где СП2 – двухэтапные спектрально-полосные, а АР – авторегрессионные оценки формант. При этом в эксперименте полагалось, что коэффициенты  $k_{KosAR} = 1, k_{KosSP} = 1$ . Вероятности перепутывания

Таблица 3

| р | и    | ы    | о    | ю    | я | е    | ё    | у | а | э |
|---|------|------|------|------|---|------|------|---|---|---|
| и | 0,80 | 0,13 | 0    | 0    | 0 | 0    | 0    | 0 | 0 | 0 |
| ы | 0,16 | 0,87 | 0    | 0    | 0 | 0    | 0    | 0 | 0 | 0 |
| о | 0    | 0    | 0,98 | 0    | 0 | 0    | 0    | 0 | 0 | 0 |
| ю | 0    | 0    | 0    | 0,96 | 0 | 0    | 0,07 | 0 | 0 | 0 |
| я | 0    | 0    | 0    | 0    | 1 | 0    | 0    | 0 | 0 | 0 |
| е | 0,04 | 0    | 0    | 0    | 0 | 0,98 | 0    | 0 | 0 | 0 |
| ё | 0    | 0    | 0    | 0,04 | 0 | 0    | 0,93 | 0 | 0 | 0 |
| у | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 | 0    | 0    | 1 | 0 | 0 |
| а | 0    | 0    | 0    | 0    | 0 | 0,02 | 0    | 0 | 1 | 0 |
| э | 0    | 0    | 0,02 | 0    | 0 | 0    | 0    | 0 | 0 | 1 |

Таблица 4

| р | и    | ы    | о    | ю | я | е    | ё    | у    | а | э    |
|---|------|------|------|---|---|------|------|------|---|------|
| и | 0,76 | 0,13 | 0    | 0 | 0 | 0    | 0    | 0    | 0 | 0    |
| ы | 0,16 | 0,87 | 0    | 0 | 0 | 0,02 | 0    | 0    | 0 | 0    |
| о | 0    | 0    | 0,98 | 0 | 0 | 0    | 0,07 | 0,07 | 0 | 0    |
| ю | 0    | 0    | 0    | 1 | 0 | 0    | 0,13 | 0    | 0 | 0    |
| я | 0    | 0    | 0    | 0 | 1 | 0    | 0    | 0    | 0 | 0    |
| е | 0,08 | 0    | 0    | 0 | 0 | 0,98 | 0    | 0    | 0 | 0,02 |
| ё | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 | 0    | 0,80 | 0    | 0 | 0    |
| у | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 | 0    | 0    | 0,93 | 0 | 0    |
| а | 0    | 0    | 0    | 0 | 0 | 0    | 0    | 0    | 1 | 0    |
| э | 0    | 0    | 0,02 | 0 | 0 | 0    | 0    | 0    | 0 | 0,98 |

гласных букв для алгоритмов распознавания построенных на основе совместного использования спектрально-полосных и авторегрессионных смесей Коши показаны в табл. 3, а спектрально-полосных смесей Коши в табл. 4.

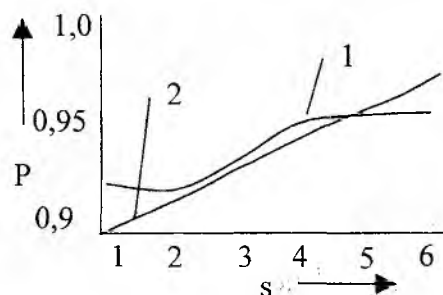


Рис. 7

По найденным рабочим характеристикам проведены сравнительные исследования алгоритмов распознавания. Экспериментально полученные результаты подтвердили высокое качество дикторонезависимых адаптивных алгоритмов распознавания по одному эталону на основе совместного использования спектрально-полосных и авторегрессионных смесей Коши при распознавании разных дикторов со средней вероятностью правильного распознавания 0,925 (табл. 2).

На рис. 7 показана зависимость вероятности правильного распознавания P от количества эталонов s для алгоритмов на основе смесей Коши: 1 – совместного использования авторегрессионных и спектрально-полосных; 2 – спектрально-полосных. При этом для случая использования

спектрально-полосных смесей Коши вероятность правильного распознавания при 6 эталонах 0,967.

На рис. 8 показана зависимость вероятности правильного распознавания от отношения сигнал-шум  $q$  спектрально-полосного алгоритма в виде смеси распределений Коши при априори известной сегментации речи, адаптивном решении задачи и действии шума на этапе принятия решений.

Таким образом, в настоящей работе разработаны алгоритмы дикторонезависимых адаптивных алгоритмов распознавания фонем речи для полигауссовых распределений и смесей

Коши. Результаты исследования предложенных алгоритмов распознавания речи на основе полигауссовых распределений и смесей Коши показали, что они характеризуются более высоким качеством распознавания, чем по одному эталону.

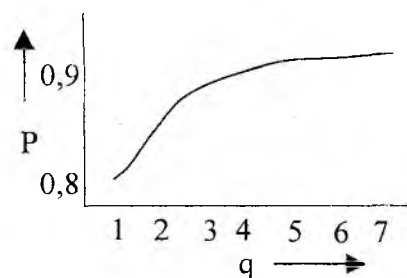


Рис. 8

**Список литературы:** 1. Пресняков И.Н., Омельченко С.В. Помехоустойчивые алгоритмы сегментации речи в системах обработки // Радиотехника: Всекур. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 131. С. 165 – 177. 2. Пресняков И.Н., Омельченко А.В., Омельченко С.В. Автоматическое распознавание речи в каналах передачи // Радиоэлектроника и информатика: науч.-техн. журн. 2002. №1. С. 26 – 31. 3. Дж. Д. Маркел, А. Х. Грей. Линейное предсказание речи. М.: Связь, 1980. 308 с. 4. Рабинер Л. Р., Шафер Р. В. Цифровая обработка речевых сигналов / Под ред. М. В. Назарова и Ю. Н. Прохорова. М.: Радио и связь, 1981. 496 с. 5. Марпл. – Мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 22.07.2003

## КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ УГЛОМЕРНОГО И РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНОГО МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА

**Постановка проблемы.** В наше время, как и много столетий назад, землетрясения представляют огромную угрозу для человечества. Ежегодно они уносят десятки тысяч жизней, разрушают культурные ценности, наносят колоссальный материальный ущерб. Для изучения особенностей землетрясений, разработки методов их прогноза и уменьшения негативных последствий многие страны производят сбор, обработку, анализ и накопление сейсмических данных. Для этого обычно используются сейсмические системы, состоящие из приемников сейсмических возмущений (далее — сейсмических приемников), каналов связи и центра сбора и обработки данных. Одним из основных параметров землетрясений, подлежащих определению, является местоположение источника сейсмического возмущения. Используемые методы местоопределения не всегда обеспечивают эффективное решение выполняемых задач. Широкое распространение ЭВМ, использование цифровых средств регистрации и обработки сейсмических колебаний позволяют совершенствовать существующие методы в целях повышения точности местоопределения. Одним из путей совершенствования методов местоопределения представляется их комплексирование. Для относительно малых расстояний между источником и приемником сейсмических колебаний (сравнимых с расстояниями между сейсмическими приемниками рассматриваемой группировки сейсмических средств) представляется целесообразным произвести комплексирование угломерного и разностно-дальномерного методов местоопределения источника сейсмического возмущения, что и является темой данной работы.

**Анализ литературы.** Применение методов определения местоположения в сейсмологии описано в [1, 2, 3]. В [1] предложено использование дальномерного метода местоопределения. При этом дальность до источника сейсмических возмущений определяется по разности времен прихода фронта сейсмических волн различных типов, обычно продольной и поперечной. При этом, хотя время прихода фронта продольной волны (приходящей первой и наблюдаемой на фоне микросейсмического шума) определяется с малыми ошибками, ошибка определения времени прихода поперечной волны (приходящей вслед за продольной и наблюдаемой на фоне отраженных и преломленных на неоднородностях среды распространения цугов продольной волны) значительно возрастет, что приводит к значительным ошибкам определения дальности и, как следствие, делает малоэффективным использование дальномерного метода определения местоположения сейсмического источника при малых дальностях. В то же время одним из достоинств метода является то, что при увеличении дальности до источника ошибка остается примерно постоянной, что делает предпочтительным применение дальномерного метода определения местоположения при больших (по сравнению с расстояниями между пунктами приема) расстояниях.

Применение угломерного метода местоопределения основано на определении азимута (пеленга) на источник сейсмических колебаний по результатам обработки данных наблюдения трехкомпонентной сейсмической установкой [2]. Ошибка определения азимута при этом, очевидно, будет определяться отношением сигнал/шум и относительными (по отношению к длине сейсмической волны) расстояниями между сейсмическими приемниками. В существующих сейсмических средствах предполагается допустимой величина ошибки определения азимута  $1^\circ$ . При дальности 300 км такая ошибка определения азимута приведет к ошибке определения местоположения  $\approx 5,5$  км. Полученное значение является приемлемым во многих практических приложениях.

Наиболее перспективным при решении рассмотренных задач является разностно-дальномерный метод определения местоположения [3] вследствие малых значений ошибок изме-

рения времени прихода фронта продольной волны. В то же время в ряде случаев точность определения местоположения с применением разностно-дальномерного метода оказывается недостаточной. Поэтому представляется целесообразным разработать методику комплексирования угломерного и разностно-дальномерного методов местоопределения. Соответствующая методика предложена в данной работе.

**Цель статьи.** Разработка методики комплексирования угломерного и разностно-дальномерного методов определения местоположения сейсмического источника с учетом неизвестной скорости распространения сейсмической волны в целях повышения точности определения местоположения сейсмического источника.

**Описание методики.** На  $n$  пунктах приема измеряются времена прихода фронта сейсмической продольной волны, и на  $m$  пунктах приема производится определение азимута на сейсмический источник. В результате имеем выборку  $n_1$  независимых измерений разности времени прихода  $\tilde{T}_i$ ,  $i = 1 \dots n_1$  и азимутов на источник  $\tilde{\alpha}_j$ ,  $j = 1 \dots m$ . Результатом применения методики является оценка вектора  $\tilde{\xi} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{V})$ , где  $\tilde{x}, \tilde{y}$  – оценка координат источника сейсмических возмущений;  $\tilde{V}$  – оценка скорости распространения сейсмической волны.

В работе сделаны следующие предположения относительно распределение измеряемых параметров, и модели распространения сейсмической волны:

- измерения азимута  $\tilde{\alpha}_j$  и разности времен прихода фронта продольной волны  $\tilde{T}_i$  распределены по нормальному закону с математическим ожиданием ошибки равным нулю и дисперсией ошибки  $\sigma_\alpha^2$  и  $\sigma_T^2$ , соответственно;

- сейсмическая волна распространяется прямолинейно и равномерно. При использовании предложенной методики применительно к реальным сейсмическим приемникам, расположенным на расстояниях несколько сотен километров, возникающие вследствие неоднородности земных слоев систематические ошибки определения азимута и времени прихода фронта сейсмической волны могут быть учтены в процессе обработки статистических данных наблюдений по интересующему району.

Плотности распределения измеренных параметров:

$$f(T_i | \xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} \exp\left(-\frac{(T_i(\xi) - \tilde{T}_i)^2}{2\sigma_T^2}\right),$$

$$f(\alpha_j | \xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\alpha} \exp\left(-\frac{(\alpha_j(\xi) - \tilde{\alpha}_j)^2}{2\sigma_\alpha^2}\right),$$

где вид функциональных зависимостей  $T_i = f(\xi)$  и  $\alpha_j = f(\xi)$  определяется выбранной моделью распространения сейсмических волн.

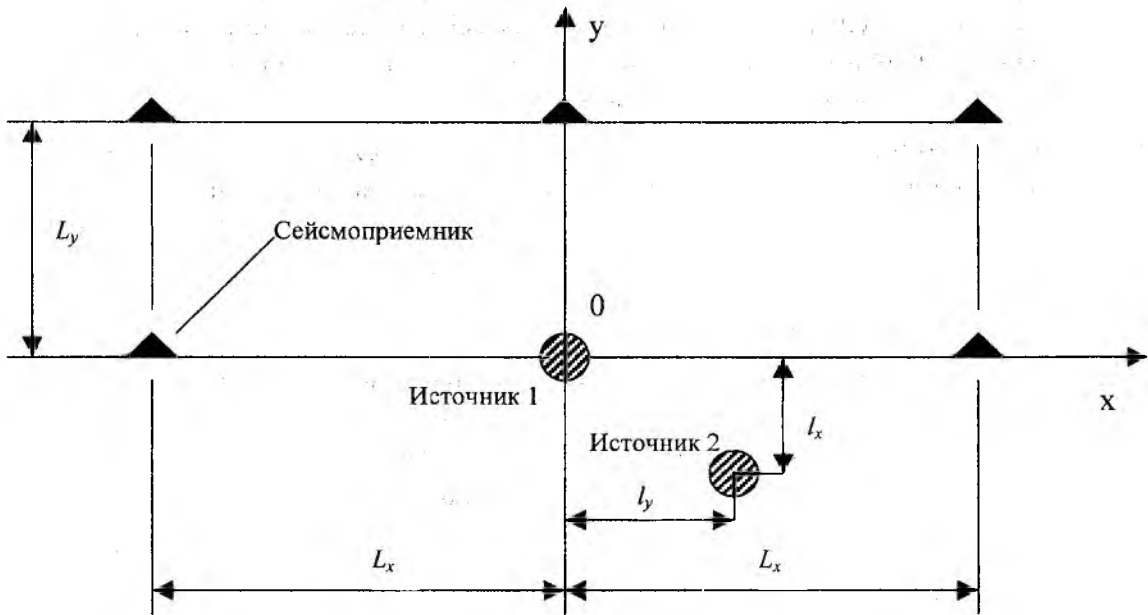
Функция правдоподобия имеет вид:

$$L(T, \alpha | \xi) = \prod_{i=1}^{n_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_T} \exp\left(-\frac{(T_i(\xi) - \tilde{T}_i)^2}{2\sigma_T^2}\right) \prod_{j=1}^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\alpha} \exp\left(-\frac{(\alpha_j(\xi) - \tilde{\alpha}_j)^2}{2\sigma_\alpha^2}\right).$$

Максимум логарифма функции правдоподобия достигается при таком значении вектора определяемых параметров  $\xi = (x, y, V)$ , при котором достигается минимум функционала

$$F(\xi) = \frac{1}{\sigma_T^2} \sum_{i=1}^{n_1} (T_i(\xi) - \tilde{T}_i)^2 + \frac{1}{\sigma_\alpha^2} \sum_{j=1}^m (\alpha_j(\xi) - \tilde{\alpha}_j)^2.$$

Минимизация функционала производится с применением численного метода наименьших квадратов (МНК). Для показанного на рисунке варианта расположения приемных пунктов и источника сейсмических возмущений рассчитаны значения корреляционных матриц ошибок оценок вектора  $\xi$ .



Рисунок

Расчеты производились для значений  $L_x = 15$  км,  $L_y = 10$  км,  $l_x = 4$  км,  $l_y = 4$  км,  $\sigma_\alpha = 0,3^\circ$ ,  $\sigma_T = 0,02$  сек,  $V = 8$  км/сек. Получены следующие значения корреляционных матриц (км<sup>2</sup>):

– без комплексирования (используется только разностно-дальномерный метод определения местоположения)

источник 1:

$$\begin{pmatrix} 1,5 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 8,2 \cdot 10^{-3} & -3,2 \cdot 10^{-3} \\ 0 & -3,2 \cdot 10^{-3} & 8,8 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix};$$

источник 2:

$$\begin{pmatrix} 3,8 \cdot 10^{-3} & -1,1 \cdot 10^{-3} & -4,1 \cdot 10^{-3} \\ -1,1 \cdot 10^{-3} & 1,4 \cdot 10^{-2} & 7,8 \cdot 10^{-4} \\ -4,1 \cdot 10^{-3} & 7,8 \cdot 10^{-4} & 8,4 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix};$$

– с применением комплексирования  
источник 1:

$$\begin{pmatrix} 1,4 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 5,2 \cdot 10^{-3} & -2,0 \cdot 10^{-3} \\ 0 & -2,0 \cdot 10^{-3} & 8,4 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix};$$

источник 2:

$$\begin{pmatrix} 3,3 \cdot 10^{-3} & -3,8 \cdot 10^{-4} & -3,5 \cdot 10^{-3} \\ -3,8 \cdot 10^{-4} & 7,1 \cdot 10^{-3} & 1,3 \cdot 10^{-4} \\ -3,5 \cdot 10^{-3} & 1,3 \cdot 10^{-4} & 7,8 \cdot 10^{-3} \end{pmatrix}.$$

Полученные значения указывают на повышение точности определения местоположения сейсмического источника при комплексировании угломерного и разностно-дальномерного методов.

**Выводы:** комплексирование угломерного и разностно-дальномерного методов позволяет повысить точность определения местоположения сейсмического источника; применение комплексирования требует использования результатов поляризационного анализа данных трехкомпонентных сейсмических установок, что неизбежно приведет к значительному усложнению применяемых алгоритмов. Поэтому применение комплексирования должно быть обосновано целесообразностью получения более высокой точности определения местоположения сейсмического источника.

**Список литературы:** 1. *Пасечник И.П.* Характеристики сейсмических волн при ядерных взрывах и землетрясениях. М.: Наука, 1970. 178 с. 2. *Кедров О.К., Башилов П.П.* О поляризационном способе выделения объемных волн от удаленных сейсмических источников // *Физика земли*, 1975. №8. С. 90 – 98. 3. *Бармин М.П. и др.* Определение координат сильных землетрясений на ЭВМ «Мир-1» в службе срочных донесений // *Физика земли*, 1976. №9. С. 87 – 92.

*Харьковский военный университет*

*Поступила в редколлегию 17.07.2003*

Г. В. ПЕВЦОВ, д-р техн. наук, Д. А. КОЛИСНИЧЕНКО, В. В. КОСТЮХИНА

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Современные радиотехнические средства содержат большое количество устройств, реализующих функции обработки сигналов. Конструктивно по функциональному назначению эти устройства обычно объединяются в технические системы (подсистемы) обработки сигналов. При традиционном построении таких систем каждая техническая функция выполняется единственным типом специализированных устройств.

Техническую основу многофункциональных систем (МФС) обработки сигналов [1] перспективных радиотехнических средств должны составлять многофункциональные устройства (МФУ). Характерным признаком МФУ является то, что каждое из них, являясь неделимым элементом, выполняет несколько функций. При этом одна из функций является основной, а остальные – дополнительными. Целями создания МФС может являться уменьшение аппаратурной избыточности и стоимости системы без снижения качества ее функционирования или повышение качества функционирования МФС при ограничениях на ее стоимость и объем аппаратуры.

В [1] разработаны методы определения показателей качества МФС. Результаты разработки приведенных показателей качества МФУ и МФС сведены в таблицу.

Т а б л и ц а

| Определяемая характеристика                                                            | Приведенный показатель $K_j$                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1                                                                                      | 2                                                                                                                                                                                                                                 |
| Качество выполнения $i$ -й функции устройством $j$ -го типа                            | $k_{in_j} = c_1 p_{nin_j} + c_2 [1 - \rho_{ji} / (1 + \rho_{ji})] + c_3 [1 - \rho_{ji}^0 / (1 + \rho_{ji}^0)] + c_4 e^{-\lambda o_{n_j} t}$ (1)                                                                                   |
| Качество функционирования многофункционального устройства                              | $k_{n_j} = c_1 \sum_{i=1}^I c_{1ji} k_{1ji} + c_2 [1 - PP_{n_j}(\rho_j)] + c_3 [1 - PP_{n_j}(\rho_j^0)] + c_4 p_{3n_j}(t_0) + c_5 \frac{\eta_j}{\eta_0^j}$ (2)                                                                    |
| Качество одновременного выполнения $i$ -й функции совокупностью устройств $j$ -го типа | $k_{ij} = c_1 p_{nij} + c_2 \left[ 1 - PP_{ji2}(NM_{ji2}, \rho_{ji2}) \right] + c_3 \left[ 1 - PP_{ji3}(NM_{ji3}, \rho_{ji3}) \right] + c_4 p_{3j}(t_0) + c_5 \frac{\eta_j}{\eta_0^j}$ (3)                                        |
| Качество функционирования устройств $j$ -го типа                                       | $k_j = c_1 \sum_{i=1}^I c_{1ji} k_{1ji} + c_2 [1 - PP_j(N_j, \rho_j)] + c_3 [1 - PP_j(N_j, \rho_j^0)] + c_4 [c_{41} p_{Bj}(t, \lambda o_j, NO_j, N_j) + c_{42} p_{Bj}^0(t, \lambda o_j, NR_j)] + c_5 \frac{\eta_j}{\eta_0^j}$ (4) |

| 1                                                            | 2                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Качество выполнения i-й функции в системе обработки сигналов | $k_{i=c_1} \sum_{j=1}^I c_{1ji} k_{1ji} + c_2 [1 - PP_i(NO_i, \rho_i)] + c_3 [1 - PP_i(NMM_i, \rho^0_i)] +$ $+ c_4 [P_{Bi}(t, \lambda_{oi}, NO_i, N_i), p^0_{Bi}(t, \lambda_{oi}, NT_i, NMM_i)] + c_5 f\left(\frac{\eta_i}{\eta^0}\right) \quad (5)$ |
| Качество системы обработки сигналов                          | $k_c = \sum_{al=1}^{I'+AL} \eta_{al} \prod_{i=1}^I k_i^{\mu_{ali}}, \quad \sum_{al=1}^{I'+AL} \eta_{al} = 1 \quad (6)$                                                                                                                               |

$k_{in_j}$  – приведенный показатель качества выполнения i-й функции устройством j-го типа;  
 $k_{n_j}$  – приведенный показатель качества функционирования многофункционального устройства;  
 $k_{ij}$  – приведенный показатель качества одновременного выполнения i-й функции совокупностью устройств j-го типа;  $k_j$  – приведенный показатель качества функционирования устройств j-го типа;  $k_i$  – приведенный показатель качества выполнения i-й функции в системе обработки сигналов;  $k_c$  – приведенный показатель качества системы обработки сигналов;  $c_1 \dots c_5$  – весовые коэффициенты,  $c_s > 0$ ,  $\sum_{s=1}^5 c_s = 1$ ,  $s=1, 2, \dots, 5$ ;  $p_{nin_j} = PP_{ji}$  – вероятность правильного выполнения i-й функции  $n_j$ -м устройством j-го типа;  $\rho_{ji}$  – нагрузка устройств j-го типа при обслуживании потока требований на выполнение i-й функции;  $\rho^0_{ji}$  – максимальная нагрузка устройства i-ми требованиями  $\rho^0_{ji} = \rho_{ji} + \Delta_{\rho_{ji}}$ ;  $\Delta_{\rho_{ji}}$  – приращение нагрузки устройства j-го типа при обслуживании потока требований на выполнение i-ой функции в условиях максимального усложнения радиоэлектронной обстановки;  $\lambda_{on_j}$  – интенсивность отказов  $n_j$ -го устройства;  $I$  – количество функций, выполняемых системой обработки сигналов;  $k_{lji}$  – частные показатели качества выполнения устройствами j-го типа i-й функции;  $c_{lji}$  – весовые коэффициенты, определяющие степень важности выполнения j-м устройством i-й функции,  $c_{lji} \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^I c_{lji} = 1$ ;  $PP_{in_j}$  – вероятность потери  $n_j$  устройством требования на выполнение i-ой функции;  $\rho_j$  – нагрузка устройства j-го типа;  $\rho^0_j$  – максимальная нагрузка устройства j-го типа;  $P_{Bn_j}$  ( $P_{Bj}$ ) – вероятность безотказной работы  $n_j$ -го устройства (устройства j-го типа);  $\eta_j$  – количество функций, реализуемых устройствами j-го типа;  $\eta^0_j = \max\{\eta_j\}$  – максимальное количество функций, которое может выполняться в одном из всех практически реализуемых устройств j-го типа;  $PP_{ji2}$ ,  $PP_{ji3}$  – вероятности потери устройствами j-го типа требования на выполнения i-й функции в условиях нормальной  $\rho_{ji2}$  и максимальной  $\rho_{ji3}$  нагрузок соответственно;  $NM_{ji2}$ ,  $NM_{ji3}$  – количество устройств j-го типа, привлекаемых для выполнения i-й функции условиями нормальной и максимальной нагрузок, соответственно;  $PP_j$  – средняя вероятность потери требования устройствами j-го типа;  $N_j$  – количество устройств j-го типа;  $c_{41}$ ,  $c_{42}$  – весовые коэффициенты,  $c_{41} + c_{42} = 1$ ;  $\lambda_{oj}$  – средняя интенсивность отказов устройств j-го типа;  $NO_j$  – количество основных устройств j-го типа, выполняющих основную функцию;  $NR_j$  – количество резервных устройств j-го типа;  $PP_i$  – средняя вероятность потери требования на выполнение i-й функции в системе обработки сигналов;  $NO_i$  – количество основных устройств i-го типа в системе обработки сигналов;  $NMM_i$  – максимальное количество устройств, привлекаемых в системе обработки сигналов

для выполнения  $i$ -й функции;  $\rho_i$  – средняя нагрузка системы обработки сигналов требованиями на выполнение  $i$ -й функции;  $\rho_i^0$  – максимальная нагрузка системы обработки сигналов требованиями на выполнение  $i$ -й функции;  $NT_i$  – среднее количество устройств, требуемое для выполнения  $i$ -й функции;  $I'$  – количество независимых функций, параллельно выполняемых системой обработки сигналов,  $I' \leq I$ ;  $AL$  – количество алгоритмов (последовательностей функций), выполняемых в системе;  $\eta_{al} \in [0,1]$  – весовые коэффициенты, определяющие важность выполнения в системе  $al$ -го алгоритма;  $\mu_{ali}$  – коэффициент, равный единице, если  $i$ -я функция имеет место в  $al$ -м алгоритме и нулю – в противном случае.

**Цель статьи** – с помощью разработанной имитационной компьютерной модели проверить работоспособность и исследовать поведение показателей качества МФС в типовых условиях работы системы.

Модель МФС функционировала по следующему алгоритму.

Полагалось, что для выполнения каждой  $i$ -й функции,  $i=1,2,\dots,I$ , может привлекаться в среднем  $N_{ji}$  из  $N_j$  многофункциональных устройств  $j$ -го типа,  $\sum_{i=1}^I N_{ji} \leq N_j$ . Если  $j=i$ , то это

означает, что для выполнения  $i$ -й функции привлекаются устройства, в которых  $i$ -я функция является основной.

Число  $N_j$  устройств  $j$ -го типа определялось суммой количества  $NO_j$  основных (рабочих) устройств  $j$ -го типа и количества  $NR_j$  резервных устройств  $j$ -го типа:

$$N_j = NO_j + NR_j. \quad (7)$$

Был принят следующий алгоритм назначения многофункциональных устройств на выполнение  $i$ -й функции.

Вначале для выполнения  $i$ -й функции назначаются МФУ из состава основных устройств  $i$ -го типа ( $j=i$ ,  $\forall j \in \{1,2,\dots,I\}$ ). При этом среднее число  $NS_i$  устройств, назначенных для выполнения  $i$ -й функции, равно среднему числу  $NS_{ii} \leq NO_i$  устройств  $i$ -го типа, выполняющих  $i$ -ю функцию; и определяется интенсивностью  $\lambda_i$  потока требований на выполнение  $i$ -й функции.

Например, для случая СМО с ограниченным числом мест ожидания в установившемся режиме обслуживания среднее число  $NS_i$  устройств, назначенных на выполнение  $i$ -й функции, без учета времени обращения к запоминающему устройству может быть определено выражением [2]:

$$NS_i = NS_{ii} = \frac{\sum_{y_i=0}^{NM_i-1} \frac{\rho_{ii}^{y_i+1}}{y_i!} + \frac{\rho_{ii}^{NM_i}}{(NM_i-1)!} \sum_{s=1}^{Q_{ii}} \left( \frac{\rho_{ii}}{NM_i} \right)^s}{\sum_{y_i=0}^{NM_i} \frac{\rho_{ii}^{y_i}}{y_i!} + \frac{\rho_{ii}^{NM_i}}{NM_i!} \sum_{s=1}^{Q_{ii}} \left( \frac{\rho_{ii}}{NM_i} \right)^s}, \quad (8)$$

где  $Q_{ii}$  – число мест ожидания, выделенных в буферном запоминающем устройстве (БЗУ) для выполнения  $i$ -й функции устройствами  $i$ -го типа;

$NM_i$  – количество многофункциональных устройств, назначаемых на выполнение  $i$ -й функции;

$\rho_{ii} = \lambda_i \tau_{ii}$  – нагрузка устройства  $i$ -го типа при обслуживании потока требований на выполнение  $i$ -х функций.

При увеличении  $NM_i$  среднее число устройств  $i$ -го типа, назначенных на выполнение  $i$ -й функции, стремится к  $\max(NS_i) = \rho_{ii}$ . При достижении функцией  $NS_i = f(NM_i)$  предельного значения имеется

$$N_i - \text{ent} \left\{ \min_{NM_i} \arg \max [NS_i = f(NM_i)] \right\} - 1 = ND_i$$

ненагруженных в установившемся режиме устройств, часть из которых может быть выделена для выполнения дополнительных функций.

Если на входе устройств обработки сигналов отсутствует БЗУ, то среднее число устройств, назначенных на выполнение  $i$ -й функции, может быть определено при помощи формул Эрланга [2]:

$$NS_i = NS_{ii} = \rho_{ii}(1 - PP_i), \quad (9)$$

где

$$PP_i = \frac{\rho_{ii}^{NM_i}}{NM_i! \sum_{y_i=0}^{NM_i} \frac{\rho_{ii}^{y_i}}{y_i!}} \quad (10)$$

– вероятность потери требования на выполнение  $i$ -й функции.

Заметим, что в рассматриваемом случае множество  $\{y_i\}$  устройств, выполняющих  $i$ -ю функцию, является собственным подмножеством  $N_i$ -элементного множества МФУ  $i$ -го типа  $\{n_i\} = \{1, 2, \dots, N_i\}$ :  $\{y_i\} \subset \{n_i\}$ . Максимальное количество  $NMM_i$  многофункциональных устройств, доступных для назначения на выполнение  $i$ -й функции, равно числу  $NO_i$  основных (рабочих) устройств  $i$ -го типа:  $NMM_i = NO_i$ .

Если из-за высокой интенсивности потока требований на выполнение  $i$ -х функций или из-за выхода из строя устройств  $i$ -го типа подключенных основных (рабочих) МФУ недостаточно для функционирования с заданной (малой) вероятностью отказа в обслуживании, то дополнительно подключаются устройства этого же  $i$ -го типа из состава резервных МФУ.

При этом среднее число  $NS_i$  устройств, назначенных для выполнения  $i$ -й функции, как и ранее, равно среднему числу  $NS_{ii}$  устройств  $i$ -го типа, выполняющих  $i$ -ю функцию, и определяется интенсивностью  $\lambda_i$  потока требований на выполнение  $i$ -й функции. Однако в отличие от предыдущего случая,  $NS_{ii} \leq N_i$  ( $N_i = NO_i + NR_i$ ).

Рассматривая, например как и в предыдущем случае, совокупность устройств  $i$ -го типа как СМО с ограниченным числом мест ожидания, число  $NS_i$  в установившемся режиме обслуживания также определяется выражением (9). При этом множество  $\{y_i\}$  устройств, выполняющих  $i$ -ю функцию, содержится в  $N_i$ -элементном множестве МФУ  $i$ -го типа  $\{n_i\} = \{1, 2, \dots, N_i\}$ :  $\{y_i\} \subseteq \{n_i\}$ . Максимальное количество  $NMM_i$  многофункциональных устройств, доступных для назначения на выполнение  $i$ -й функции, равно количеству  $N_i$  устройств  $i$ -го типа в системе основных (рабочих) устройств  $i$ -го типа:  $NMM_i = N_i$ .

Если общего количества устройств  $i$ -го типа  $N_i = NO_i + NR_i$  недостаточно для обслуживания потока требований на выполнение  $i$ -й функции (или требуется резервирование части вышедших из строя устройств), то дополнительно подключаются многофункциональные устройства другого,  $j$ -го типа, в которых  $i$ -я функция имеется среди дополнительных. При этом подключаемые устройства выбираются следующим образом. Каждому  $j$ -му типу многофункциональных устройств назначается приоритет применения МФУ этого типа для выполнения каждой из  $I$  функций.

Заявки на подключение дополнительных многофункциональных устройств удовлетворяются в порядке увеличения номеров выполняемых функций, т.е. в порядке уменьшения приоритетов выполнения функций. Для выполнения  $i$ -й функции новый (следующий в порядке уменьшения приоритета) тип устройств назначается в том случае, если не осталось свободных МФУ предыдущего типа (высшего приоритета).

Приоритет  $r_{ji}$ ,  $r_{ji} \in \{0, 1, \dots, N_j\}$ , применения МФУ  $j$ -го типа для выполнения  $i$ -й функции определяется матрицей  $\mathbf{R}$  приоритетов. Матрица приоритетов  $\mathbf{R}$  получается из матрицы

$\alpha = \|\alpha_{ji}\|$  коэффициентов  $\alpha_{ji} \in [0, 1]$ , отражающих степень целесообразности подключения  $j$ -го МФУ для выполнения  $i$ -й функции. Для этого проводится замена элементов матрицы  $\alpha$  на номера мест их расстановки в векторах  $\beta_i$ ,  $i=1, 2, \dots, I$ , полученных путем нестрогого упорядочения ненулевых элементов соответствующих столбцов матрицы  $\alpha$  в порядке невозрастания их значений:

$$\beta_i = \|\beta_{1i} \quad \beta_{2i} \quad \dots \quad \beta_{V_i i}\|^T = \|\beta_{v_i i}\| = \|\beta_{r_{ji} i}\|, \quad i=1, 2, \dots, I, \quad v_i=1, 2, \dots, V_i; \quad (11)$$

$$\beta_{1i} = \alpha_{a_i} \geq \beta_{2i} = \alpha_{b_i} \geq \dots \geq \beta_{v_i i} \geq \dots \geq \beta_{V_i i} = \alpha_{j_w}, \quad \forall \alpha_{ji} \neq 0, \quad a, b, k, \dots, w \in \{0, 1, 2, \dots, I\};$$

$$R = \|r_{ji}\|. \quad (12)$$

Коэффициенты  $\alpha_{ji}$  могут быть определены методом экспертных оценок на основе анализа типовых ситуаций применения радиотехнического средства с учетом условия нормировки:

$$\sum_{j=1}^I \alpha_{ji} = 1, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, I\}. \quad (13)$$

В матрице  $\alpha$  главные диагональные элементы определяют относительную степень целесообразности применения МФУ  $j$ -го типа исключительно по основному функциональному назначению. Если некоторый элемент  $\alpha_{ji}$ ,  $j, i \in \{1, 2, \dots, I\}$ ,  $j \neq i$ , матрицы  $\alpha$  равен нулю, то это означает, что применение  $j$ -го устройства для выполнения  $i$ -й функции нецелесообразно.

Заметим, что размеры  $V_i$  векторов  $\beta_i$  могут не быть равными числу строк матрицы  $\alpha$ . Это обусловлено тем, что в состав векторов  $\beta_i$  не включаются нулевые элементы матрицы  $\alpha$ .

При формировании матрицы  $R$  нулевым элементам матрицы  $\alpha$  ставятся в соответствие нулевые элементы матрицы  $R$ . Нулевой приоритет означает, что устройства  $j$ -го типа не применяются для выполнения  $i$ -й функции. Первый приоритет имеют МФУ, в которых  $i$ -я функция является основной. Далее – возрастание индекса приоритета  $r_{ji}$  означает уменьшение собственно приоритета подключения устройства  $j$ -го типа для выполнения  $i$ -й функции.

Максимальное количество  $NMM_i$  многофункциональных устройств, которые могут быть назначены на выполнение  $i$ -й функции ( $i=1, 2, \dots, I$ ), определяется следующим образом.

- Находится количество устройств  $NT_j$  каждого типа, требуемых для выполнения основной функции с вероятностью потери требования  $PP_j$  на выполнение этой функции не более заданной  $PP_j \leq PP_j^0$ :

$$NT_j = \min\{\arg[PP_j = f(NM_j) \leq PP_j^0]\}. \quad (14)$$

- В порядке увеличения индекса  $i=1, 2, \dots, I$  для всех  $j \in \{1, 2, \dots, I\}$ ,  $j \neq i$ , при которых  $NT_j < N_j$ , определяется число  $ND_j$  устройств  $j$ -го типа, которые могут быть выделены для выполнения дополнительных функций:

$$ND_j = N_j - NT_j. \quad (15)$$

- Каждому вектору  $\beta_i$  ставится в соответствие вектор  $ND_i$ :

$$ND_i = \|ND_{1i} \quad ND_{2i} \quad \dots \quad ND_{V_i i}\|^T = \|ND_{v_i i}\| = \|ND_{r_{ji} i}\|, \quad i=1, 2, \dots, I, \quad v_i=1, 2, \dots, V_i. \quad (16)$$

Элементы каждого вектора  $ND_i$  представляют собой числа  $ND_{ji}$ , упорядоченные по убыванию значений приоритетов подключения устройств  $j$ -го типа для выполнения  $i$ -й функции. Количество  $V_i$  элементов каждого вектора  $ND_i$  определяется числом устройств в системе, способных выполнять  $i$ -ю функцию. На первом месте ( $v=1$ ) в векторе  $ND_i$  находится число  $ND_{1i} = NM_{1i}$ , определяющее максимальное количество устройств  $i$ -го типа, которые могут быть назначены на выполнение  $i$ -й функции. Как правило,  $NM_{1i} = N_i$ .

• В порядке увеличения индекса  $i=1,2,...,I$  для всех  $j$ , при которых  $NT_j > N_j$ , находится максимальное количество  $NMM_i$  устройств, которые могут быть назначены на выполнение  $i$ -й функции:

$$NMM_i = \sum_{v_i=1}^{V_i} ND_{v_i} - \sum_{j=1}^{i-1} NOT_j = N_i + \sum_{v_i=2}^{V_i} ND_{v_i} - \sum_{j=1}^{i-1} NOT_j, \tag{17}$$

где 
$$NOT_j = \begin{cases} 0 & \text{при } NT_j \leq N_j, \\ NT_j - N_j & \text{при } NT_j > N_j. \end{cases}$$

Для определения  $NMM_i$  необходимо знание загрузок при выполнении всеми устройствами всех возможных функций.

Для определения среднего числа устройств, выполняющих  $i$ -ю функцию, можно, как и в предыдущих примерах, воспользоваться формулами Эрланга. Однако при этом количество устройств, назначаемых для выполнения  $i$ -й функции, ограничивается числом  $NMM_i$  ( $NM_i \leq NMM_i$ ). Загрузка устройств при выполнении  $i$ -й функции определяется произведением интенсивности  $\lambda_i$  потока требований на выполнение  $i$ -й функции на среднюю длительность  $\overline{\tau_i}$  выполнения этой функции всеми  $NM_i$ , привлекаемыми устройствами:

$$\rho_i = \lambda_i \overline{\tau_i}, \tag{18}$$

$$\overline{\tau_i} = \frac{1}{NM_i} \sum_{y_i=1}^{NM_i} \tau_{y_i}. \tag{19}$$

Основные результаты моделирования представлены на рис. 1.\*

Считалось, что в системе обработки сигналов выполняются 3 функции: первая имеет наивысший приоритет выполнения, а третья – наимизший. Количество устройств первого и второго типа было принято, соответственно,  $N_1=6$  и  $N_2=7$ . Количество  $N_3$  устройств 3-го типа в ходе исследований варьировалось. Загрузки устройств требованиями на выполнение основных технических функций в нормальном режиме и при максимальной загрузке считались равными  $\rho_1=2$ ,  $\rho_2=3$ ,  $\rho_3=2$  и  $\rho_1^0=4$ ,  $\rho_2^0=5$ ,  $\rho_3^0=3$  соответственно. Матрица  $\alpha=\|\alpha_{ji}\|$  коэффициентов  $\alpha_{ji} \in [0,1]$ , отражающих степень целесообразности подключения  $j$ -го устройства для выполнения  $i$ -й функции, а также соответствующая ей матрица приоритетов  $R=\|r_{ji}\|$   $r_{ji} \in \{0, 1, ..., N_j\}$  применения устройства  $j$ -го типа для выполнения  $i$ -й функции, были определены в виде:

$$\alpha = \begin{vmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,3 & 0,45 & 0,25 \\ 0,35 & 0,25 & 0,4 \end{vmatrix}, R = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}. \tag{20}$$

Вероятность правильного выполнения  $i$ -й функции устройством  $j$ -го типа определялась в виде матрицы:

$$P_n = \begin{vmatrix} 0,99 & 0,95 & 0,9 \\ 0,9 & 0,99 & 0,95 \\ 0,95 & 0,9 & 0,99 \end{vmatrix}. \tag{21}$$

\* В разработке модели и моделировании принимал участие С.А. Панчук

В (21) и далее во всех приводимых матрицах, как и ранее в  $\alpha$  и  $R$ , номерам строк соответствуют номера устройств, а номерам столбцов – номера выполняемых функций. Интенсивности отказа устройств каждого типа считались одинаковыми и равными  $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=0,005\text{ч}^{-1}$ , что за период безотказной работы 10 часов соответствует вероятности безотказной работы  $P_5(10)=0,95$ . Средние длительности времени выполнения каждой функции в системе были приняты одинаковыми.

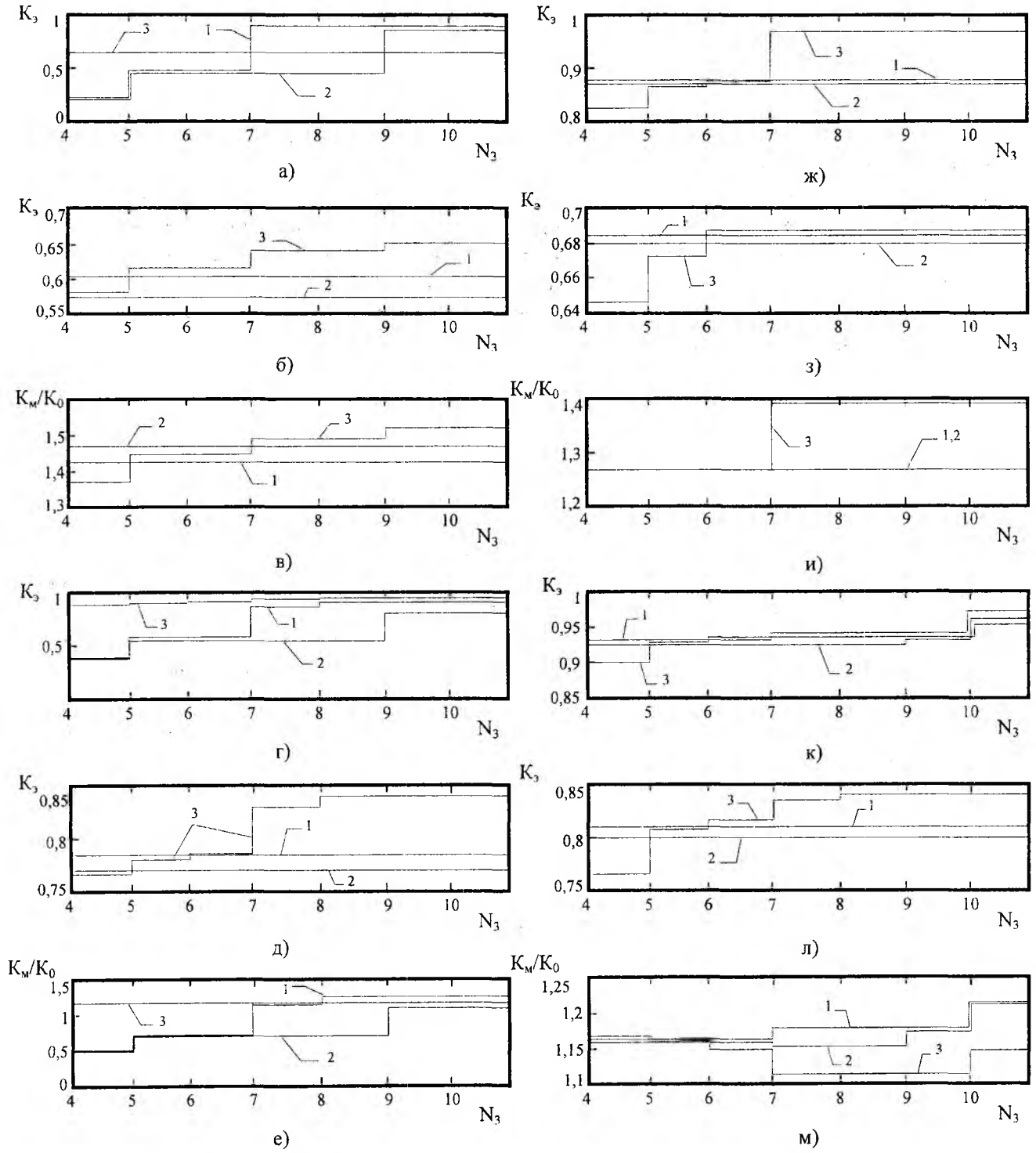


Рис. 1

В качестве ограничений на значения вероятности потери требования на выполнение функции использовались значения  $PP_1^0=0,05$ ,  $PP_2^0=0,1$ ,  $PP_3^0=0,1$ . При этом в соответствии с

[1] было определено требуемое для обслуживания количество устройств  $NT_1=5$ ,  $NT_2=6$ ,  $NT_3=4$  для нормального режима функционирования и  $NT^0_1=8$ ,  $NT^0_2=8$ ,  $NT^0_3=6$  для режима максимально возможной загрузки.

При принятых начальных условиях количество устройств каждого типа, которые могут быть использованы в качестве дополнительных, составляет  $ND_1=1$ ,  $ND_2=1$ ,  $ND_3=5$  и  $ND^0_1=0$ ,  $ND^0_2=0$ ,  $ND^0_3=3$ . Количество устройств каждого типа, назначенных в соответствии с общим алгоритмом работы на выполнение каждой из функций, равно:

$$NM = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{и} \quad NM^0 = \begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix}. \quad (22)$$

В соответствии с замыслом исследований недостаток устройств 1-го и 2-го типа в перегруженном режиме работы ликвидируется за счет свободных устройств 3-го типа. Загрузка устройств каждого типа выполнением основной и дополнительных функций для нормально-го и перегруженного режимов определяется матрицами  $\rho = \|\rho_{ji}\|$  и  $\rho^0 = \|\rho^0_{ji}\|$ :

$$\rho = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}; \quad \rho^0 = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0,5 & 0,6 & 3 \end{vmatrix}. \quad (23)$$

Экспериментальные исследования разработанных методов проводились путем математического моделирования.

1. Для определения значений показателей качества выполнения устройством обработки сигналов основной и дополнительных функций определялись исходные показатели, входящие в (1). Вероятность правильного выполнения многофункциональным устройством основной и дополнительных функций были заданы (21). Показатели неотказа в обслуживании устройством требований на выполнение основной и дополнительных функций определялась на основе полученных значений загрузки (23) устройств в нормальном и перегруженном режимах работы. С учётом введенных допущений вероятности  $P_{OBJi} = (1 - PP(\rho_{ji}))$  и  $P^0_{OBJi} = (1 - PP(\rho^0_{ji}))$  и вероятности безотказной работы устройства  $P_B$  при выполнении основной и дополнительных функций были определены матрицами:

$$P_{OB} = \begin{vmatrix} 0,33 & 0,9 & 0,9 \\ 0,95 & 0,25 & 0,9 \\ 0,95 & 0,9 & 0,33 \end{vmatrix}, \quad P^0_{OB} = \begin{vmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0 \\ 0,68 & 0,62 & 0,25 \end{vmatrix}, \quad (24)$$

$$P_B = \begin{vmatrix} 0,95 & 0 & 0 \\ 0 & 0,95 & 0 \\ 0,95 & 0,95 & 0,95 \end{vmatrix}. \quad (25)$$

Поскольку для выбранных начальных условий только устройства 3-го типа участвуют в выполнении всех трех функций, рассмотрим зависимости приведенных показателей качества выполнения функций устройством 3-го типа от количества  $N_3$  таких устройств (рис. 1 а). Анализ графиков показывает, что изменение количества устройств 3-го типа приводит к скачкообразному изменению качества выполнения устройством этого типа 1-й и 2-й функций. Первое изменение при переходе от 4 к 5 устройствам обусловлено появлением возможности выполнения устройствами 3-го типа дополнительных функций в нормальном режиме работы. Второе изменение показателя качества выполнения устройством третьего типа первой функции связано с возможностью выделения устройства третьего типа для выполнения 1-й функции в режиме повышенной загрузки. При изменении количества устройств 3-го типа с 8 на 9 появляется свободное устройство для выполнения в режиме повышенной

загрузки 2-й функции, что обуславливает скачкообразное изменение показателя качества выполнения этой функции.

2. Анализ показателя качества функционирования устройства обработки сигналов в целом проводился в соответствии с (2) для введенных выше начальных условий. Для этого по аналогии с п.1 определялись все входящие в выражение частные показатели качества. Сравнивались эффективность многофункционального и монофункционального исполнения устройства.

Значения приведенного показателя качества выполнения совокупности функций многофункциональным и монофункциональным устройствами для каждого типа составили соответственно  $k_{1м}=(0,54; 0,52; 0,77)$  и  $k_{1о}=(0,31; 0,27; 0,25)$ . Показатели  $k_2, k_3$  отказа в выполнении совокупности функций для устройств каждого типа, нагрузка которых определялась для нормального и перегруженного режимов работы, составили соответственно для многофункционального и монофункционального устройств  $k_{2м}=(0,33; 0,25; 0,33)$ ,  $k_{2о}=(0,33; 0,25; 0,33)$  и  $k_{3м}=(0,2; 0,17; 0,2)$ ,  $k_{3о}=(0,2; 0,17; 0,25)$ .

Полученные результаты показывают, что вероятности обслуживания для моно- и многофункционального устройств отличны лишь для 3-го типа устройств в режиме повышенной загрузки. Это связано с увеличением интенсивности потока заявок на выполнение функций устройствам 3-го типа в этом режиме работы. Показатели  $k_4$  безотказной работы и монофункционального, и многофункционального устройства равны и соответствуют заданным в начальных условиях  $P_B=0,95$ .

Показатель степени унификации устройств  $k_5$  для многофункциональных устройств всех типов равен 1. Это обусловлено тем, что устройства всех типов могут выполнять максимально возможное количество функций, равное трем. Для монофункционального устройства этот исходный показатель качества равен  $1/3$ .

Определив весовые коэффициенты, входящие в (2), одинаковыми и равными 0,2 были получены следующие значения приведенных показателей качества функционирования многофункционального и монофункционального устройств:  $K_m=0,6; 0,58; 0,65$  и  $K_o=0,43; 0,39; 0,42$  и их отношения  $K_m/K_o=1,42; 1,47; 1,53$ .

По аналогии с пунктом 1 получены зависимости приведенного показателя качества функционирования многофункциональных устройств и его отношения к приведенному показателю качества функционирования монофункционального устройства от количества устройств третьего типа. Полученные графики представлены на рис. 1 б и рис. 1 в, соответственно. Анализ графиков показывает, что увеличение количества устройств 3-го типа приводит к возрастанию приведенного показателя качества функционирования многофункционального устройства этого типа и не влияет на его изменение для других типов устройств. При этом на изменение графика оказывает влияние изменение вероятности обслуживания требований на выполнение функций в перегруженном режиме из-за увеличения параметра загрузки по мере подключения устройства 3-го типа для выполнения дополнительных функций. При выбранных начальных условиях и приведенном показателе качества эффективность многофункциональных устройств ориентировочно в 1,4...1,6 раз выше эффективности аналогичных монофункциональных устройств.

3. Показатели  $k_{2,3}$  отказа в обслуживании устройствами  $j$ -го типа требований на выполнение  $i$ -й функции определялись для значений параметров загрузки, представленных в матрицах  $p$  и  $p^0$  (23) по формуле (4) для числа устройств  $j$ -го типа, выделенных для выполнение  $i$ -й функции. Это число находится на пересечении  $j$ -й строки и  $i$ -го столбца соответственно матриц  $NM$  и  $NM^0$  (22). Полученные значения вероятности отказа в выполнении функций для нормального и перегруженного режимов работы представлены матрицами:

$$P_{OB} = \begin{bmatrix} 0,96 & 0,9 & 0,9 \\ 0,95 & 0,95 & 0,9 \\ 0,95 & 0,9 & 0,9 \end{bmatrix}, \quad P_{OB}^0 = \begin{bmatrix} 0,88 & 0 & 0 \\ 0 & 0,88 & 0 \\ 0,93 & 0,62 & 0,95 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Диагональным элементам матриц соответствуют значения вероятности отказа в обслуживании требования на выполнение основной функции как МФУ, так и монофункциональными устройствами.

Вероятности безотказной работы устройств  $j$ -го типа при выполнении  $i$ -х функций для перегруженного режима работы представлены матрицей:

$$P^0_{OB} = \begin{bmatrix} 0,74 & 0 & 0 \\ 0 & 0,70 & 0 \\ 0,90 & 0,95 & 0,99 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Диагональным элементам матриц соответствуют значения вероятности безотказной работы устройств при выполнении основной функции. При значениях показателя степени унификации и весовых коэффициентов, принятых для п.2, результирующее значение приведенного показателя качества выполнения функций многофункциональными и монофункциональными устройствами (3) имеют значения:

$$K_m = \begin{bmatrix} 0,92 & 0,57 & 0,56 \\ 0,57 & 0,90 & 0,57 \\ 0,95 & 0,87 & 0,96 \end{bmatrix}, K_0 = \begin{bmatrix} 0,78 & 0,77 & 0,84 \end{bmatrix}, K_m/K_0 = \begin{bmatrix} 1,17 & 0,74 & 0,67 \\ 0,73 & 1,17 & 0,68 \\ 1,21 & 1,13 & 1,16 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Из полученных результатов следует, что в соответствии с выбранным критерием (3) качество выполнения дополнительных функций устройствами 3-го типа соизмеримо с качеством выполнения основных функций.

На рис. 1 (г-е) представлены графики зависимостей приведенного показателя качества выполнения 1-й, 2-й и 3-й функции совокупностью многофункциональных (рис. 1 г) и монофункциональных (рис. 1 д) устройств 3-го типа, а также их отношения  $K_m/K_0$  (рис. 1 е), от количества устройств 3-го типа. Изменение количества устройств 3-го типа приводит к скачкообразному изменению приведенного показателя качества выполнения функций устройствами этого типа. Первое изменение при переходе от 4 к 5 устройствам обусловлено появлением возможности обслуживания требований на выполнение дополнительных функций в нормальном режиме работы. Второе и третье изменения показателя качества выполнения устройством третьего типа первой функции связаны с подключением для обслуживания потока заявок на её выполнение сначала одного, а затем второго устройства третьего типа. Происходящее при этом уменьшение показателя безотказной работы совокупности устройств третьего типа, выполняющих первую функцию (за счёт увеличения количества устройств), делает третий скачок незначительным по величине. При изменении количества устройств 3-го типа с 8 на 9 появляется свободное устройство для обслуживания в перегруженном режиме работы требований на выполнение функций 2-го типа. Это обуславливает скачок показателя качества выполнения этой функции.

4. Показатель  $k_1$  определен в виде функции от частных показателей качества выполнения устройствами  $j$ -го типа каждой из функций (21). Для многофункциональных устройств он составил  $k_{1m}=0,947; 0,947; 0,947$  соответственно для 1-го, 2-го и 3-го типов устройств. Определенный по аналогии показатель монофункционального устройства составил  $k_{10}=0,99; 0,99; 0,99$ .

Оценки показателей отказа в обслуживании устройствами каждого типа совокупности требований на выполнение технических функций проведены для суммарного количества устройств каждого типа, привлекаемых для выполнения функции. Загрузка определялась для нормального и перегруженного режимов работы. Для нормального режима работы количество применяемых устройств считалось равным требуемым  $N_1=5, N_2=6, N_3=4$ , а для перегруженного – определялась суммой количества устройств, выполняющих основную и дополнительные функции, и находилось путем построчного суммирования элементов матриц (22)  $N^0_1=6, N^0_2=7, N^0_3=9$ . Загрузка была определена аналогичным суммированием элементов матриц (23) и составила  $\rho_1=2, \rho_2=3, \rho_3=2$  и  $\rho^0_1=4, \rho^0_2=5, \rho^0_3=4,1$  соответственно для нормального и перегруженного режимов работы.

Для полученных значений количеств устройств и загрузок показатели не отказа в обслуживании требований многофункциональными и монофункциональными устройствами составили  $k_{2м}=0,96; 0,95; 0,9$ ,  $k_{20}=0,96; 0,95; 0,90$  и  $k_{3м}=0,88; 0,88; 0,99$ ,  $k_{30}=0,88; 0,88; 0,95$ . По полученным результатам видно, что вероятности обслуживания потока требований на выполнение функций многофункциональными и монофункциональными устройствами отличны только для устройств третьего типа. Это связано с большей загруженностью МФУ 3-го типа при обслуживании потока требований на выполнение основных и дополнительных функций.

Показатель безотказной работы совокупности многофункциональных устройств определялся как взвешенная сумма вероятностей безотказной работы при выполнении основной и дополнительных функций:  $k_{4м}=(0,50; 0,50; 0,93)$ . Для совокупности монофункциональных устройств показатель безотказной работы системы  $k_{40}=(0,50; 0,50; 0,50)$ .

При значениях показателя степени унификации и весовых коэффициентов, принятых для п.2, результирующее значение приведенного показателя качества функционирования системы из многофункциональных и монофункциональных устройств, а также их отношения в соответствии с (4) равны:  $K_м=0,82; 0,81; 0,95$ ,  $K_0=0,56; 0,55; 0,55$ ,  $K_м/K_0=1,45; 1,47; 1,72$ .

На рис. 1 (ж-и) представлены графики изменения приведенного показателя качества функционирования многофункциональных и монофункциональных устройств 1-го, 2-го и 3-го типов при увеличении количества устройств 3-го типа. Из графиков видно, что качество функционирования совокупности многофункциональных устройств 3-го типа зависит от наличия свободных устройств для выполнения дополнительных функций (скачкообразное изменение зависимости  $K_м/K_0$  на рис.1, и при изменении количества устройств 3-го типа с 6 до 7). Основное влияние на ход графика оказывают изменение показателей  $k_1$ ,  $k_3$  и  $k_4$ . Показатель  $k_1$  определяется суперпозицией показателей качества выполнения каждой из функций 3-м типом устройств. Показатель качества  $k_3$  определяется суммарной нагрузкой на 3-й тип устройств, а также количеством устройств, подключенных для выполнения функций. Показатель  $k_4$  определяется главным образом тем, применяются ли устройства 3-го типа для выполнения дополнительных функций или нет, а также количеством функционирующих и резервных устройств, выполняющих основные и дополнительные функции.

Анализ графиков показывает, что для рассматриваемых начальных условий и методов определения приведенный показатель качества функционирования многофункциональных устройств выше соответствующего показателя аналогичных монофункциональных устройств в 1,4...1,8 раз.

5. Приведенный показатель качества выполнения  $i$ -й функции в многофункциональной системе обработки сигналов, состоящей из многофункциональных устройств различных типов, определялся в соответствии с (5). Показатель качества  $k_1$  был найден в виде взвешенной суммы частных показателей качества выполнения  $i$ -й функции устройствами различных типов (21) и составил  $k_{1м}=0,947; 0,947; 0,947$  соответственно для 1-й, 2-й и 3-й функций. Определенный аналогичный показатель монофункционального устройства был равен  $k_{10}=0,99; 0,99; 0,99$ .

Показатель неотказа в обслуживании требований на выполнение  $i$ -й функции в многофункциональной системе был вычислен для определенных ранее загрузок устройств каждого типа и суммарного количества задействованных для выполнения этой функции устройств. Количество устройств, выполняющих  $i$ -ю функцию, при нормальной и максимальной нагрузках было определено путем суммирования по столбцам элементов матриц (22):  $N_1=5$ ,  $N_2=6$ ,  $N_3=4$  и  $N^0_1=8$ ,  $N^0_2=8$ ,  $N^0_3=6$ . Значения показателей  $k_2$  и  $k_3$  при этом равны  $k_{2м}=0,96; 0,95; 0,90$  и  $k_{3м}=0,97; 0,93; 0,95$ . Для системы из монофункциональных устройств показатели  $k_2$  и  $k_3$  равны вычисленным в п.4:  $k_{20}=0,96; 0,95; 0,90$ ,  $k_{30}=0,88; 0,88; 0,95$ . По полученным результатам видно, что вероятности выполнения 1-й и 2-й функции многофункциональной системой превышают соответствующие показатели для системы, состоящей из монофункциональных устройств. Показатель  $k_4$  определялся как взвешенная сумма вероятностей безотказной работы системы в нормальном и в перегруженном режимах. Полученные значения составили  $k_{4м}=0,99; 0,95; 0,99$  и  $k_{40}=0,87; 0,85; 0,99$  соответственно для многофункциональной системы и системы монофункциональных устройств. Для монофункциональной

системы значение вероятности безотказной работы в нормальном режиме работы и в перегруженном одинаковы. Для многофункциональной системы вероятности безотказной работы по выполнению 1-й и 2-й функций для перегруженного режима работы превышают аналогичные значения для нормального режима, что обусловило превышение значения показателя  $k_{4м}$  над  $k_{40}$  для этих функций.

При значениях показателя степени унификации МФУ  $k_5$  и весовых коэффициентов, принятых для п.2, результирующее значение приведенного показателя качества выполнения функций в многофункциональной системе и в системе монофункциональных устройств, а также их отношение, составили  $K_m=0,95; 0,93; 0,92$ ,  $K_0=0,67; 0,67; 0,72$  и  $K_m/K_0=1,40; 1,39; 1,29$ .

На рис. 1 (к-м) представлены графики зависимостей приведенного показателя качества выполнения функций МФС системой из монофункциональных устройств и их отношений от количества устройств 3-го типа. Анализ графиков показывает, что рост числа устройств 3-го типа вызывает улучшение качества выполнения функций в системе из многофункциональных устройств. При этом показатели качества выполнения 1-й и 2-й функций достигают своих предельных значений при выделении недостающего количества устройств 3-го типа.

Основное влияние на ход графиков оказывают показатели  $k_1$ ,  $k_3$  и  $k_4$ . Показатель  $k_1$  определяется суперпозицией показателей качества выполнения каждой функции каждым типом устройств. Показатель качества  $k_3$  определяется количеством подключенных для выполнения функций устройств. Показатель  $k_4$  определяется соотношением количества используемых и резервных устройств для выполнения функций в нормальном и перегруженном режимах работы. Провал графика изменения отношения  $K_m/K_0$  для 3-й функции связан с тем, что в многофункциональной системе при количестве устройств 3-го типа, равном 7, 8, 9, происходит выделение свободных устройств для выполнения 1-й и 2-й функций. В системе из монофункциональных устройств они используются в качестве резервных, что повышает значение показателя  $k_4$ .

Приведенный показатель качества выполнения  $i$ -й функции в моделируемой многофункциональной системе обработки сигналов выше соответствующего показателя аналогичной системы монофункциональных устройств ориентировочно в 1,2...1,4 раза.

6. Методы определения приведенного показателя качества системы обработки сигналов состоят в нахождении функции от показателей качества функционирования каждого типа устройств или показателей качества выполнения каждой функции в системе. Результаты моделирования этих показателей приведены выше в пп. 4, 5.

Таким образом, проведенное моделирование подтвердило работоспособность предложенных в [1] методов определения показателей качества для оптимизации многофункциональных радиотехнических устройств и систем. Разработка и исследование показателей качества проводились применительно к устройствам и системам обработки сигналов. Однако полученные результаты носят более общий характер и могут быть использованы для оптимизации радиотехнических устройств и систем другого назначения, например, передающих систем, средств регистрации и отображения информации и других.

**Список литературы:** 1. Певцов Г.В., Колисниченко Д.А. Показатели качества для оптимизации многофункциональных радиотехнических устройств // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. №131. С. 191 – 197. 2. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987. 336 с.

Ю. Е. ГОРДИЕНКО, д-р физ.-мат. наук, А. В. ПАШКОВ,  
Н. И. СЛИПЧЕНКО, канд. техн. наук

## РАЗВИТИЕ ПРЯМОГО СВЧ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО МЕТОДА ГИГРОМЕТРИИ

В современной СВЧ гигрометрии можно выделить прямой и косвенный диэлектрические методы. Основы прямого метода были заложены в работах [1 – 6]. Он базируется на измерении диэлектрической проницаемости смеси сухого газа и паров воды СВЧ резонаторным способом. Теоретической его основой является соотношение Клаузиусе-Моссоти-Дебая [7], связывающее относительную диэлектрическую проницаемость указанной смеси с содержанием компонент и их физическими свойствами

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \sum_i \frac{\rho_i N_A}{3\varepsilon_0 m_i} \left( \alpha_{ai} + \alpha_{ei} + \frac{P_i^2}{3kT} \right), \quad (1)$$

где  $\rho_i$  – плотность  $i$ -го компонента газовой смеси;  $N_A$  – число Авогадро;  $\varepsilon_0$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума;  $m_i$  – молекулярная масса  $i$ -го компонента;  $\alpha_{ai}$  и  $\alpha_{ei}$  – атомная и электронная поляризуемости молекулы  $i$ -го компонента;  $P_i$  – дипольные моменты молекул;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура.

Инструментальной основой прямого метода является дифференциальный резонаторный способ, базирующийся на измерении разности резонансных частот опорного и измерительного резонаторов. При этом в опорный резонатор подаются сухой газ, а в измерительный – исследуемый [1, 3, 4, 6].

В работах [3, 4, 6] подробно обсуждены источники инструментальных и методических погрешностей этого метода. В результате показана принципиальная возможность построения СВЧ резонаторных гигрометров, по точности мало уступающих классическому гравитационному. Однако достижение такой точности требует реализации весьма прецизионных технических средств измерения относительной разности резонансных частот опорного и измерительного резонаторов порядка  $10^{-8}$ . Это требование даже на современном уровне техники СВЧ измерений существенно усложняет применимость метода в производственных условиях. Следует также отметить, что даже среди участников единого авторского коллектива работ [2 – 5] впоследствии в научном журнале развернулась дискуссия о достижимости ранее декларированной ими точности [6].

Целью данной работы является повышение чувствительности измерительного и опорного резонаторных измерительных преобразователей в указанной дифференциальной схеме измерения влажности газов, которое позволит снизить требования ко вторичной обработке измерительной информации и упростит эксплуатацию измерителей.

Поставленная цель достигается переходом от традиционного способа измерения диэлектрической проницаемости по изменению резонансной частоты измерительного резонатора к ее измерению по изменению добротности специализированного структурно неоднородного резонатора.

В предшествующих работах измерение диэлектрической проницаемости газов и газовых смесей (в частности, влажного газа) базировалось на простом соотношении измеряемой величины и изменения резонансной частоты структурно однородного резонатора, вытекающем из теории малых возмущений

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{1}{2} \frac{\Delta \varepsilon_r}{\varepsilon_r}, \quad (2)$$

где  $f_0$  – резонансная частота исходного резонатора, незаполненного исследуемым газом или заполненного сухим газом при гигрометрических измерениях;  $\Delta f$  – изменение резонансной частоты, связанное с наличием паров влаги в исследуемом газе.

Под структурно однородным резонатором при этом подразумевается резонатор с однородными по электропроводности стенками, не содержащий диэлектрических вставок с потерями.

Следует заметить, что величина  $\frac{\Delta \varepsilon_r}{\varepsilon_r}$  изменяется в диапазоне  $10^{-6} \div 10^{-4}$ , что сравнимо с частотной нестабильностью обычного СВЧ генератора.

При всей простоте этого соотношения инструментальная и методическая погрешности измерения  $\varepsilon_r$  могут оказаться значительными из-за влияния на измеряемые величины  $f_0$  и  $\Delta f$  различных факторов. К таким факторам, в первую очередь, следует отнести: изменение температуры окружающей среды и исследуемого газа; нестабильность частоты и мощности задающего генератора при реализации прямых методов измерения резонансных частот резонаторов; погрешности рассогласования при реализации автодинных или основанных на использовании АПЧ методов и др. Добротность измерительного резонатора при этих измерениях если и фигурирует, то только в связи с точностью фиксации резонанса. Влажный газ весьма слабо влияет на ее величину из-за малых потерь СВЧ энергии в нем. Тангенс угла диэлектрических потерь во влажном газе не превышает  $10^{-5}$  даже при высоком влагосодержании.

Если же резонатор выполнить структурно неоднородным, например, с разной электропроводностью торцов и боковых стенок, то при изменении диэлектрической проницаемости заполняющего газа добротность такого резонатора может заметно изменяться. Покажем это на примере широко используемого в СВЧ диагностике материалов цилиндрического резонатора с  $H_{012}$  видом колебаний.

Будем исходить из следующих известных представлений о выражении добротности резонаторов через параметры их конструкций. Пользуясь формулами

$$Q = \omega_0 \frac{W_{\text{зап}}}{P_{\text{пот}}} = \omega_0 \frac{W_{\text{зап}}}{P_{\text{пот.г}} + P_{\text{б.ст}} + P_{\text{т}}} \approx \omega_0 \frac{W_{\text{зап}}}{P_{\text{б.ст}} + P_{\text{т}}}, \quad (3)$$

$$W_{\text{зап}} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \int E_{\varphi}^2 dV; \quad P_{\text{б.ст}} = Z'_{\text{б.ст}} \int_{S_{\text{б.ст}}} H_z^2 dS; \quad P_{\text{т}} = Z'_{\text{т}} \int_{S_{\text{т}}} H_z^2 dS \quad (4)$$

и записью составляющих поля в виде

$$\begin{aligned} E_{\varphi} &= E_0 \omega_0 \mu_0 \frac{R}{\nu_{01}} J'_0 \left( \frac{\nu_{01} r}{R} \right) \sin \beta z = E_0 \omega_0 \mu_0 a(r) \sin \beta z, \\ H_r &= -j E_0 \beta a(r) \cos \beta z, \\ H_z &= -j E_0 \beta a(r) \sin \beta z \end{aligned} \quad (5)$$

при условии

$$Z'_{\text{т}} \gg Z'_{\text{б.ст}}, \quad (6)$$

получим следующее выражение добротности измерительного резонатора, электропроводность торцов которого существенно меньше электропроводности боковых стенок:

$$Q = \omega_0^3 \varepsilon_0 \mu_0^2 \pi R \frac{\varepsilon_r}{Z'_{\text{т}} \beta^3}. \quad (7)$$

В выражениях (3-7) использовались следующие обозначения:  $\omega_0$  – круговая резонансная частота резонатора;  $W_{\text{зап}}$  – запасаемая в резонаторе энергия;  $P_{\text{пот.г.}}$ ,  $P_{\text{б.ст.}}$ ,  $P_{\text{т.}}$  – мощности СВЧ потерь в заполняющем газе, боковых стенках и торцах соответственно;  $Z'_{\text{б.ст.}}$  и  $Z'_{\text{т.}}$  – активная часть СВЧ импеданса боковых стенок и торцов;  $R$  – радиус цилиндра резонатора;  $\mu_0$  – абсолютная магнитная проницаемость вакуума;  $\nu_0$  – корень функции Бесселя первого порядка;  $r$  и  $z$  – цилиндрические координаты;  $\beta$  – фазовая постоянная распространения волны  $H_{01}$  в цилиндрическом волноводе;  $p$  – продольный индекс резонансного колебания  $H_{01p}$ .

Представляя  $Z'_{\text{т.}}$  и  $\beta$  в виде

$$Z'_{\text{т.}} = \sqrt{\frac{\omega_0 \mu_0}{2\sigma_{\text{т.}}}}, \quad (8)$$

$$\beta = \omega_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon_{\text{г.}} - \left(\frac{\omega_{\text{кр.}}}{\omega_0}\right)^2} = \omega_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \sqrt{\varepsilon_{\text{г.}} - \theta}, \quad (9)$$

получим

$$Q = \pi p \frac{(2\omega_0 \varepsilon_0 \sigma_{\text{т.}})^{1/3} \varepsilon_{\text{г.}}}{(\varepsilon_{\text{г.}} - \theta)^{3/2}}, \quad (10)$$

где  $\sigma_{\text{т.}}$  – удельная электропроводность материала торцов;  $\omega_{\text{кр.}}$  – критическая круговая частота цилиндрического сечения резонатора для волны  $H_{01}$ ;  $\theta$  – параметр близости к критичности.

Из (10) нетрудно видеть, что абсолютное изменение добротности измерительного резонатора, связанное с увеличением влажности заполняющего газа тем выше, чем ближе сечение цилиндра к критическому для волны  $H_{01}$  на выбранной рабочей частоте  $\omega_0$ .

Относительное изменение добротности описывается при этом соотношением

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \left( \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_{\text{г.}} + \theta}{\varepsilon_{\text{г.}} - \theta} \right) \frac{\Delta \varepsilon_{\text{г.}}}{\varepsilon_{\text{г.}}}. \quad (11)$$

Нетрудно видеть, что даже при одинаковой чувствительности и точности выделение сигналов измерительной информации, связанных соответственно с  $\frac{\Delta f}{f}$  и  $\frac{\Delta Q}{Q}$  чувствительность и точность предлагаемого нами способа может быть более чем на порядок выше исходного. Повышение чувствительности в предлагаемом варианте количественно определяется выбором величины  $\theta$ , то есть степени близости сечения резонатора к критическому на рабочей частоте. Ограничения при этом будут связаны с возможностью подавления дестабилизирующих факторов, обуславливающих инструментальную погрешность.

Весьма важно при этом отметить, что аппаратная реализация основанного на предлагаемом СВЧ резонаторного гигрометра существенно упрощается по сравнению с ранее описанными. На рис. 1 представлена его функциональная схема, включающая только один СВЧ задающий генератор (Г), блок опорного и измерительного резонаторов ( $P_1$ ) и ( $P_2$ ), высокопрецизионный волноводный мост на балансном двойном тройнике с СВЧ детектором (Д) в Е плече и традиционный газовый блок (БГ), описанный в работах [4, 6].

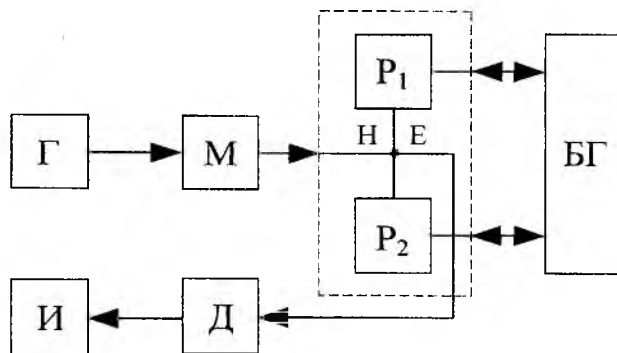


Рис. 1

Видно, что в предлагаемом гигрометре отсутствуют весьма сложные по устройству, настройке и требованиям к условиям работы системы автоматической подстройки частоты опорного и измерительного резонаторов.

Вторичная обработка сигнала измерительной информации в данном гигрометре сводится к выделению аналогового сигнала разбаланса волноводного моста с помощью хорошо разработанных инструментальных приемов. При этом используется известный [8, 9] метод передачи для измерения  $\frac{\Delta Q}{Q}$ . Точность ее может быть легко доведена до уровня  $10^{-8}$  приме-

нением внутренней или внешней системы амплитудной модуляции СВЧ мощности (М), поступающей на вход Н двойного волноводного тройника.

Заметим, что как и в предыдущем варианте использование единого блока идентичных опорного и измерительного резонаторов существенно снижает влияние внешних факторов (температуры, давления, вибраций и т.п.) на инструментальную погрешность гигрометра. Практически не требуется в данном случае особых систем стабилизации мощности и частоты задающего СВЧ генератора. Применение стандартных измерительных СВЧ генераторов допустимо без существенного влияния на погрешность измерений.

Инструментальная погрешность предлагаемого гигрометра реально определяется погрешностями разбаланса двойного волноводного тройника и вторичной обработки этого сигнала. Влияние погрешностей газового блока остается прежним.

Такой гигрометр более просто встраивается в производственные условия, удобен в эксплуатации и устойчив в работе.

На рис. 2 приведен вид характеристик преобразования предлагаемого способа в единицах  $\frac{\Delta Q}{Q}$  и  $\frac{\Delta \epsilon_r}{\epsilon_r}$  при различных значениях  $\theta$ .

Градуировочные характеристики прибора зависят от мощности СВЧ генератора, коэффициента связи резонатора с волноводным трактом, крутизны преобразования СВЧ детектора и коэффициента передачи измерительной системы (И). Однако из этого не следует делать поспешный вывод, что указанное является крупным недостатком разработки. Применение микроконтроллера, ставшего обычным в измерительной технике, позволит корректировать градуировочную характеристику гигрометра к стандартной при замене СВЧ генератора, СВЧ детектора и резонаторного блока. Описание такой системы выходит за рамки этой статьи. Экспериментальные исследования проводились на рабочей частоте 9,35 ГГц. Резонаторный блок был выполнен из латуни с последующим серебрением боковых стенок. На торцы резонаторов методом тонкопленочной технологии наносились резистивные слои толщиной 2,1 мкм с поверхностным сопротивлением 0,5 Ом/□. Результирующая добротность резонато-

ров с колебанием  $H_{013}$  при  $\theta = 0,95$  составляла 3100 и фактически контролировалась поверхностным сопротивлением торцов. Величина  $\theta$  варьировалась изменением рабочей частоты. Выходная мощность задающего СВЧ генератора имела величину 6,3 мВт. Для вторичной обработки сигнала измерительной информации осуществлялась амплитудная модуляция мощности на частоте 10 кГц.

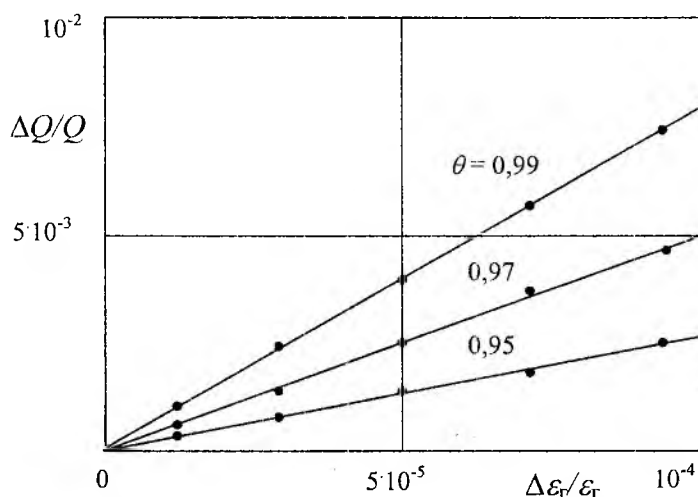


Рис. 2

Экспериментальные точки представлены на сплошных кривых рис. 2. Приведенная к значению  $\frac{\Delta \varepsilon_r}{\varepsilon_r} = 10^{-4}$  относительная инструментальная погрешность по нашим оценкам составила  $\pm 0,6\%$ . Величина ее может быть уменьшена усовершенствованием балансного моста и крепления на нем резонаторов в едином блоке.

Дальнейшее повышение чувствительного способа с целью снижения требований к техническому исполнению СВЧ узла возможно путем усовершенствования структуры резонаторов, направленное на усиление влияния  $\varepsilon_r$  на добротность резонатора.

**Список литературы:** 1. Стоуксберри, Хасегава. Усовершенствованный автоматический цифровой микроволновый гигрометр // Приборы для научных исследований. 1976. № 5. С. 23-25. 2. Потапов А.А., Мецнер Е.П. Установка для исследования диэлектрических свойств газов // Приборы и техника эксперимента. 1982. № 5. С. 192 – 196. 3. Потапов А.А. Измерение влажности газов на основе диэлектрического метода // Измерительная техника. 1985. № 6. С. 48 – 50. 4. Лебедев И.В., Мецнер Е.П., Потапов А.А. Высокоточный СВЧ гигрометр // Измерительная техника. 1985. № 7. С. 56 – 58. 5. Потапов А.А., Ку克林 Е.А. Микроволновый гигрометр // Измерительная техника. 1986. № 3. С. 36 – 37. 6. Косовец Т.В., Лебедев И.В., Мецнер Е.П. Погрешности СВЧ гигрометра // Измерительная техника. 1989. № 7. С. 59 – 62. 7. Браун В.Б. Диэлектрики. М.: Иностранная литература, 1961. 326 с. 8. Лежсканев И.Н. Измерение малых сдвигов резонансной частоты и малых изменений добротности резонаторов СВЧ // Журнал технической физики. 1971. Т. 41, № 8. С. 1651 – 1660. 9. Зальцман Е.Б., Пояркова В.Е. Измерение тангенса угла потерь диэлектриков методом передачи на образцах в форме круглых стержней // Измерительная техника. 1973. № 3. С. 54 – 56.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 27.10.2003

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТАБИЛЬНОСТИ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОКАНАЛЬНОГО МИКРОВОЛНОВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ КОММУТАЦИОННОГО ТИПА

Влияние дестабилизирующих факторов (температура, радиация, старение и др.) сказывается на изменении метрологических характеристик встроенных измерителей комплексных параметров СВЧ трактов. Особенно существенно это влияние на характеристики встроенного первичного СВЧ преобразователя, поскольку, как правило, он находится в наиболее жестких условиях (например, вне герметичного отсека космического аппарата).

В связи с этим стоит задача оценки стабильности метрологических характеристик микроволновых преобразователей при воздействии на них дестабилизирующих факторов. В работе [1] показана зависимость погрешности 12 – полюсного преобразователя с четырьмя датчиками мощности от неидентичности каналов измерения мощности, однако статистические характеристики не исследовались. В работе [2] исследована стабильность четырехдетекторного датчика полных сопротивлений, и рассчитаны статистические характеристики в случае упрощенного алгоритма обработки измерительной информации. Показано, что при применении такого преобразователя в реальных условиях встроенного контроля относительная погрешность измерения модуля составляет десятки процентов, а абсолютная погрешность измерения аргумента – десятки градусов, что делает результаты контроля недостоверными.

Наиболее эффективным методом уменьшения этих погрешностей является применение коммутационного подхода [3]. Реализация коммутационного подхода при решении задачи первичного преобразования заключается в использовании одного преобразовательного элемента для обработки сигналов, поступающих из различных измерительных каналов. Переключение каналов при этом осуществляется с помощью коммутаторов. Наличие высококачественных быстродействующих электронных коммутаторов на основе полупроводниковых рпн-структур позволило решить эту задачу и для измерительных преобразователей комплексных параметров СВЧ трактов [4].

Применение единого детекторного датчика позволяет существенно повысить стабильность метрологических характеристик коммутационных СВЧ преобразователей. Это вызвано тем, что исключается дисперсия характеристик детекторных датчиков мощности, присущая известным схемам. Однако полностью исключить нестабильность не представляется возможным, поскольку каналы СВЧ коммутатора в открытом состоянии обладают некоторой нестабильностью коэффициентов передачи. Задачами данной работы является исследование стабильности такого преобразователя при использовании обобщенного алгоритма обработки измерительной информации, определение статистических характеристик и оценка эффективности по отношению к многодетекторным схемам.

Схема измерения комплексного коэффициента отражения (ККО) при использовании одноканального микроволнового преобразователя коммутационного типа приведена на рис. 1. Гармонический зондирующий сигнал от СВЧ генератора (ГСВЧ) через встроенный в тракт амплитудно-фазовый преобразователь (АФП) 12 – полюсного типа поступает на измеряемую нагрузку (ИН) с ККО  $\Gamma = |\Gamma| \exp(j\varphi)$ . В результате интерференции падающей и отраженной волн в тракте возникает режим смешанной волны. АФП осуществляет анализ распределения поля и создает на измерительных выходах 0...3 высокочастотных колебаний, амплитуды которых несут информацию о модуле и аргументе ККО измеряемой нагрузки. Эти сигналы с помощью СВЧ коммутатора К, переключение которого осуществляется из блока управления БУ, поочередно подаются на вход датчика мощности ДМ, представляющего собой детекторную секцию, работающую в квадратичном режиме. Сигнал с выхода ДМ  $u_{\text{вых}}(t)$  поступает в

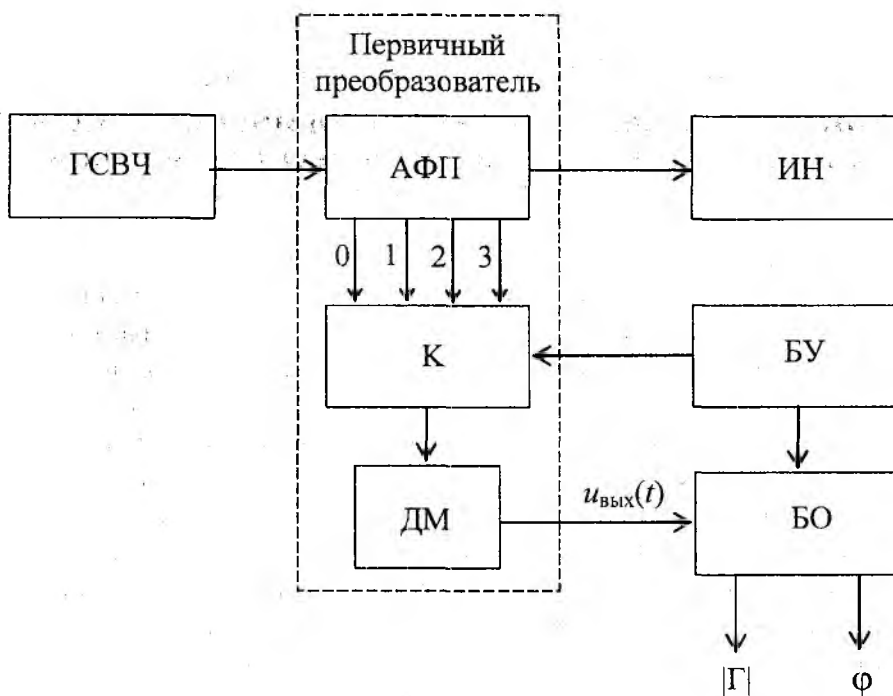


Рис. 1

блок обработки (БО), где в соответствии с измерительным алгоритмом вычисляют значения модуля и аргумента ККО. Информация о последовательности поступления сигналов с различных выходов АФП поступает в блок обработки из блока управления.

С использованием [4] система уравнений, описывающая коммутационный преобразователь в  $i$ -ом стационарном состоянии, может быть приведена к виду

$$P_i = q_i E_r^2 [1 + |\Gamma|^2 + 2|A_i| |\Gamma| \cos(\phi + \alpha_i)], \quad (1)$$

где  $P_i$  – отсчеты сигнала  $u_{\text{вых}}(t)$ , снимаемые с выхода преобразователя на  $i$ -ом шаге коммутации;  $q_i$  – постоянные коэффициенты;  $E_r$  – амплитуда падающей волны со стороны генератора;  $A_i = |A_i| \exp(\alpha_i)$  – эквивалентные комплексные константы, соответствующие  $i$ -му измерительному выходу АФП;  $i = 0, 1, 2, 3$ .

Существуют различные варианты решения системы уравнений (1). Исследование влияния дестабилизирующих факторов на погрешность измерения комплексных параметров проведем на основе обобщенного алгоритма, справедливого для любой схемы 12 – полюсного АФП [5]. В соответствии с этим алгоритмом сначала рассчитывают реальную  $X$  и мнимую  $Y$  части ККО по формулам

$$X = \text{Re}(\Gamma) = \frac{F_0 U_0 + F_1 U_1 + F_2 U_2 + F_3 U_3}{C_0 U_0 + C_1 U_1 + C_2 U_2 + C_3 U_3}, \quad (2)$$

$$Y = \text{Im}(\Gamma) = \frac{U_0 V_0 + V_1 U_1 + V_2 U_2 + V_3 U_3}{C_0 U_0 + C_1 U_1 + C_2 U_2 + C_3 U_3}, \quad (3)$$

где  $F_i, V_i, C_i$  – обобщенные скалярные константы, однозначно связанные с модулями и аргументами эквивалентных комплексных констант  $A_i$  и коэффициентами преобразования  $q_i$ .

После этого рассчитывают модуль и аргумент ККО по формулам:

$$|\Gamma| = \sqrt{X^2 + Y^2}, \quad (4)$$

$$\varphi = \begin{cases} \operatorname{arctg} [Y/X] & \text{при } X, Y > 0, \\ \operatorname{arctg} [Y/X] + \pi & \text{при } X < 0, \\ \operatorname{arctg} [Y/X] + 2\pi & \text{при } X > 0, Y < 0. \end{cases} \quad (5)$$

В соотношении (5) процедура обеспечивает определение аргумента комплексного числа по его реальной и мнимой частям в диапазоне углов от 0 до  $2\pi$ .

Относительную погрешность определения модуля и абсолютную погрешность определения аргумента комплексного параметра при косвенных измерениях с учетом [6] можно представить в виде

$$\frac{\Delta|\Gamma|}{|\Gamma|} = \frac{1}{|\Gamma|} \sum_{i=0}^3 \frac{\partial|\Gamma|}{\partial P_i} \Delta P_i, \quad (6)$$

$$\Delta\varphi = \sum_{i=0}^3 \frac{\partial\varphi}{\partial P_i} \Delta P_i, \quad (7)$$

где  $\partial|\Gamma|/\partial P_i$ ,  $\partial\varphi/\partial P_i$  – коэффициенты чувствительности;  $\Delta P_i$  – приращение сигнала, снимаемого с датчика мощности на  $i$ -ом шаге коммутации, вызванное дестабилизирующим фактором.

Коэффициенты чувствительности определим из (4) и (5) с учетом (2) и (3). После ряда преобразований эти коэффициенты представим в виде:

$$\frac{\partial|\Gamma|}{\partial P_i} = \frac{1}{|\Gamma|^2} \frac{XF_i + YV_i - |\Gamma|^2 C_i}{\sum_{i=0}^3 C_i P_i}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial P_i} = \frac{1}{|\Gamma|^2} \frac{YF_i - XV_i}{\sum_{i=0}^3 C_i P_i}. \quad (9)$$

Пусть некоторый дестабилизирующий фактор  $\gamma$  вызывает приращения  $\Delta P_i$  выходных сигналов детекторного преобразователя. Это приращение может вызываться двумя причинами: изменением переходного ослабления включенного канала СВЧ коммутатора К и изменением коэффициента преобразования датчика мощности ДМ. Влияние дестабилизирующего фактора на переходное ослабление СВЧ коммутатора на  $i$ -ом шаге оценим коэффициентом влияния  $\beta_i$ , а на коэффициент преобразования датчика мощности – коэффициентом влияния  $\alpha$ . Считая, что речь идет о малых приращениях, определим  $\Delta P_i$  следующим образом

$$\Delta P_i = (\alpha + \beta_i) P_i \Delta\gamma, \quad (10)$$

где  $\Delta\gamma$  – отклонение дестабилизирующего фактора от номинального значения  $\gamma_0$ .

Подставляя (8)...(10) в (6) и (7) получим следующие выражения для погрешностей:

$$\frac{\Delta|\Gamma|}{|\Gamma|} = \frac{1}{|\Gamma|^2} \frac{\Delta\gamma}{\sum_{i=0}^3 C_i P_i} \sum_{i=0}^3 (XF_i + YV_i - |\Gamma|^2 C_i)(\alpha + \beta_i) P_i, \quad (11)$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{|\Gamma|^2} \frac{\Delta\gamma}{\sum_{i=0}^3 C_i P_i} \sum_{i=0}^3 (YF_i - XV_i)(\alpha + \beta_i)P_i. \quad (12)$$

Если считать, что каналы СВЧ коммутатора идентичны, то следует положить  $\beta_i = \beta$ . Тогда для этого случая из (11) и (12) получим

$$\frac{\Delta|\Gamma|}{|\Gamma|} = 0, \quad \Delta\varphi = 0. \quad (13)$$

Таким образом, для случая идентичных каналов погрешности определения модуля и аргумента ККО при использовании обобщенного алгоритма равны нулю, несмотря на то, что сигналы  $P_i$  будут изменяться при изменении дестабилизирующего фактора. Это связано с тем, что результаты определения модуля и аргумента ККО в соответствии с обобщенным алгоритмом не зависят от абсолютного уровня сигналов, снимаемых с датчика мощности. Эти результаты зависят от относительного уровня сигналов, который для случая идентичных каналов не будет изменяться.

Предположение об идентичности каналов коммутатора является идеализацией. На практике из-за влияния технологических факторов коэффициенты  $\beta_i$  могут принимать различные, не зависящие друг от друга значения в пределах некоторого разброса. Поэтому погрешности определения модуля и аргумента следует считать случайными. Полагая, что в (11) и (12) коэффициенты влияния  $\beta_i$  являются случайными величинами, которые характеризуются некоторым математическим ожиданием  $m_\beta$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_\beta$ , определим числовые характеристики распределения погрешностей измерения модуля и аргумента. Для этого воспользуемся законами суммирования случайных величин [7]. Сначала определим математические ожидания этих погрешностей  $m_\Gamma$  и  $m_\varphi$  соответственно. Учитывая то, что математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий этих величин, а математическое ожидание константы есть сама константа, из (11) и (12) в результате преобразований приходим к следующему:

$$m_\Gamma = \frac{1}{|\Gamma|^2} \frac{(\alpha + m_\beta)\Delta\gamma}{\sum_{i=0}^3 C_i P_i} \left[ X \sum_{i=0}^3 F_i P_i + Y \sum_{i=0}^3 V_i P_i - |\Gamma|^2 \sum_{i=0}^3 C_i P_i \right]. \quad (14)$$

$$m_\varphi = \frac{1}{|\Gamma|^2} \frac{(\alpha + m_\beta)\Delta\gamma}{\sum_{i=0}^3 C_i P_i} \left[ Y \sum_{i=0}^3 F_i P_i - X \sum_{i=0}^3 V_i P_i \right]. \quad (15)$$

Внося общий множитель  $1/\sum_{i=0}^3 C_i P_i$  под знаки сумм в квадратных скобках (14) и (15) и учитывая (2)...(4) получаем:

$$m_\Gamma = \frac{1}{|\Gamma|^2} (\alpha + m_\beta)\Delta\gamma [X^2 + Y^2 - |\Gamma|^2] = 0, \quad (16)$$

$$m_\varphi = \frac{1}{|\Gamma|^2} (\alpha + m_\beta)\Delta\gamma (YX - XY) = 0. \quad (17)$$

Таким образом, математические ожидания относительной погрешности измерения модуля и абсолютной погрешности измерения аргумента ККО при обобщенном алгоритме

обработки равны нулю независимо от конкретной реализации 12 – полюсного АФП микроволнового преобразователя.

Теперь перейдем к определению среднеквадратических отклонений (СКО) этих погрешностей  $\sigma_\Gamma$  и  $\sigma_\varphi$  соответственно. Учитывая то, что дисперсия суммы случайных величин равна сумме дисперсий этих величин, а дисперсия константы равна нулю, из (11) и (12) в результате преобразований приходим к следующему:

$$\sigma_{\Gamma} = \frac{1}{|\Gamma|^2} \frac{\sigma_{\beta} |\Delta\gamma|}{\sum_{i=0}^3 C_i P_i} \left[ \sqrt{X^2 \sum_{i=0}^3 F_i^2 P_i^2 + Y^2 \sum_{i=0}^3 V_i^2 P_i^2 - |\Gamma|^4 \left( \sum_{i=0}^3 C_i^2 P_i^2 + 2XY \sum_{i=0}^3 F_i V_i P_i^2 - 2|\Gamma|^2 (X \sum_{i=0}^3 F_i C_i P_i^2 + Y \sum_{i=0}^3 V_i C_i P_i^2) \right)} \right], \tag{18}$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{1}{|\Gamma|^2} \frac{\sigma_{\beta} |\Delta\gamma|}{\sum_{i=0}^3 C_i P_i} \left[ \sqrt{X^2 \sum_{i=0}^3 V_i^2 P_i^2 + Y^2 \sum_{i=0}^3 F_i^2 P_i^2 - 2XY \sum_{i=0}^3 F_i V_i P_i^2} \right]. \tag{19}$$

Полученные соотношения являются общими и пригодны для анализа стабильности микроволновых преобразователей коммутационного типа, выполненных на основе любого 12 – полюсного АФП. При этом независимо от вида АФП погрешности измерения модуля и аргумента являются центрированными случайными величинами. Среднеквадратические погрешности в соответствии с (18) и (19) растут с ростом отклонения величины дестабилизирующего фактора  $\Delta\gamma$  от номинального значения, зависят только от параметров СВЧ коммутатора ( $\sigma_{\beta}$ ) и не зависят от параметров детекторного преобразователя.

Количественную оценку погрешностей проведем для микроволнового преобразователя, представленного на рис. 2. АФП преобразователя реализован в виде трех ненаправленных и одного направленного элементов. В отрезке линии передачи конструктивно размещены три зонда и направленный ответвитель, ориентированный на падающую от генератора волну. Один выход ответвителя соединен с согласованной нагрузкой  $Z_0$ , а второй – соединен со входом СВЧ коммутатора, три других входа которого соединены с зондами. Для использования полученных соотношений необходимо знать обобщенные скалярные константы преобразователя. Вообще говоря, эта задача является предметом калибровки реального преобразователя. Но в нашем случае достаточно рассмотреть идеальную модель преобразователя. Рассмотрим случай, когда ненаправленные зонды идентичны ( $q_1 = q_2 = q_3$  и  $|A_1| = |A_2| = |A_3|$ ) и размещены на расстоянии  $\lambda_{cp}/8$  ( $\Delta\alpha_i = \pi/2$ ), где  $\lambda_{cp}$  – средняя длина волны в первичной линии передачи. Положим, что элементы схемы идеальны, поскольку для данного случая это не является принципиальным. Отсюда, в частности, следует, что:  $A_0 = 0$ ,  $|A_1| = |A_2| = |A_3| = 1$ . Осуществляя отсчет аргумента  $\varphi$  в плоскости 1-го ненаправленного зонда, перепишем систему уравнений (1) для средней длины волны рабочего диапазона в виде:

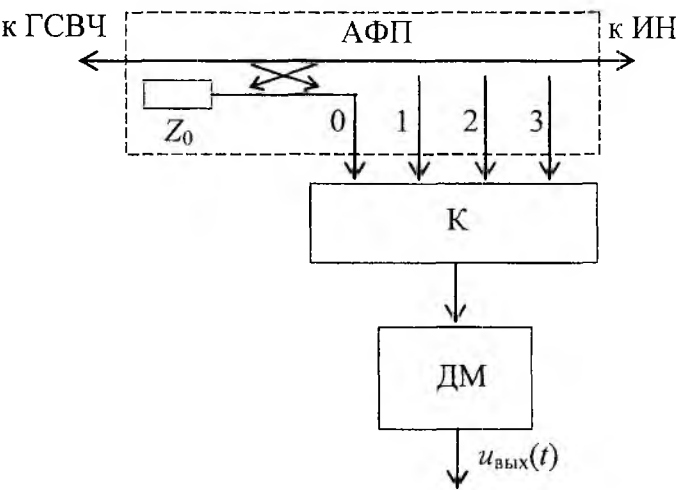


Рис. 2

$$\begin{cases} P_0 = q_0 E_r^2; \\ P_1 = q_1 E_r^2 \left[ 1 + |\Gamma|^2 + 2|\Gamma| \cos(\varphi) \right], \\ P_2 = q_1 E_r^2 \left[ 1 + |\Gamma|^2 + 2|\Gamma| \sin(\varphi) \right], \\ P_3 = q_1 E_r^2 \left[ 1 + |\Gamma|^2 - 2|\Gamma| \cos(\varphi) \right]. \end{cases} \quad (20)$$

Легко убедиться, что решение этой системы уравнений относительно реальной и мнимой частей ККО имеет вид:

$$X = \frac{q_0}{4q_1} \frac{(P_1 - P_3)}{P_0}, \quad (21)$$

$$Y = \frac{q_0}{4q_1} \frac{(-P_1 + 2P_2 - P_3)}{P_0}. \quad (22)$$

Сравнивая (1) и (2) с (21) и (22), приходим к выводу, что обобщенные скалярные константы для данного преобразователя в идеальном случае равны следующим значениям:  $F_0 = F_2 = 0$ ,  $F_1 = -F_3 = q_0/4q_1$ ,  $V_0 = 0$ ,  $V_1 = V_3 = -q_0/4q_1$ ,  $V_2 = q_0/2q_1$ ,  $C_0 = 1$ ,  $C_1 = C_2 = C_3 = 0$ . Для конкретизации положим при дальнейших расчетах  $q_0/q_1 = 1$ . При этом получаем:  $F_1 = -F_3 = 1/4$ ,  $V_1 = V_3 = -1/4$ ,  $V_2 = 1/2$ .

Дальнейшее рассмотрение проведем для случая, когда дестабилизирующим фактором является температура. Автором проведено экспериментальное определение температурного коэффициента начального переходного ослабления коммутирующего узла, выполненного на pin-диоде типа 2A513A. Исследования проведены для диодов, принадлежащих одной серии, в диапазоне температур от  $-20^0$  до  $+60^0$  С. Статистическая обработка, проведенная в соответствии с [7], позволила определить

СКО начального переходного ослабления коммутирующего узла:  $\sigma_\beta = 0,47 \cdot 10^{-3}$ . С учетом приведенных данных осуществлены числовые расчеты.

Расчеты проводились в следующем порядке. Сначала задавались модуль и аргумент и по ним рассчитывались реальная и мнимая части ККО. Далее задавалось приращение температуры окружающей среды и по формулам (18) и (19) рассчитывались среднеквадратичные погрешности измерения модуля и аргумента ККО. Результаты расчетов иллюстрируются графиками на рис. 3 и 4. На рис. 3 изображены зависимости СКО относительной погрешности измерения модуля от аргумента ККО, а на рис. 4 – зависимости СКО абсолютной погрешности измерения аргумента от

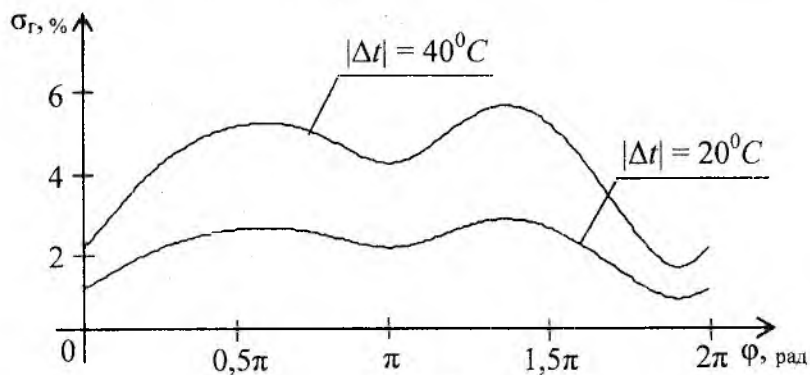


Рис. 3

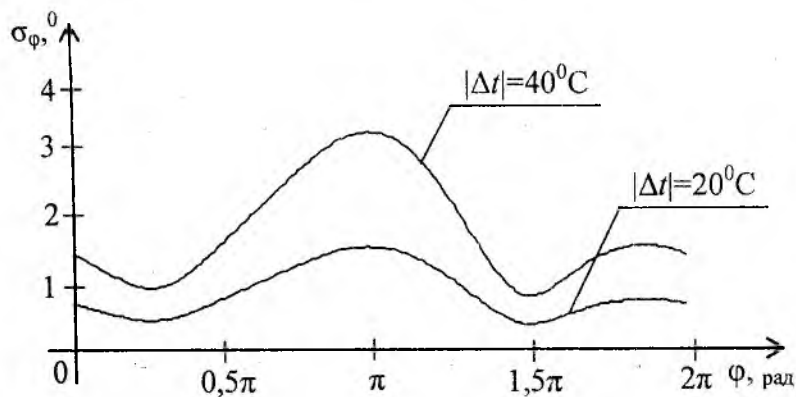


Рис. 4

аргумента ККО при  $|\Gamma| = 0,33$ . ( $K_{\text{сгУ}} = 2$ ). Графики построены при двух значениях приращения температуры окружающей среды. Из графиков следует, что с ростом приращения температуры погрешности возрастают. Погрешности существенно зависят от значения аргумента ККО измеряемой нагрузки. При изменении температуры окружающей среды на величину  $\Delta t = \pm 40^\circ \text{C}$  от номинального значения максимальное значение СКО погрешности измерения модуля не превышает 5%, а аргумента –  $3,2^\circ$ .

Сравнение полученных результатов анализа стабильности метрологических характеристик с результатами подобного анализа, проведенного в [2] для четырехканального преобразователя, показывает, что одноканальный микроволновый преобразователь коммутационного типа обладает существенно более высокой стабильностью. СКО погрешности измерения модуля уменьшено приблизительно в 3,5 раза, а аргумента – в 3 раза. Это позволяет применять такого рода преобразователи в широком диапазоне температур и прочих дестабилизирующих факторов. Таким образом, нами доказано превосходство коммутационного СВЧ преобразователя в плане стабильности его метрологических характеристик по отношению к известным схемам многодетекторных преобразователей.

Проведенные теоретические выкладки подтверждены множественными испытаниями и эксплуатацией разработанных и внедренных приборов встроенного контроля параметров СВЧ трактов бортовых космических систем связи.

Задачей дальнейших исследований следует считать решение вопросов оптимального синтеза АФП, обеспечивающего минимум погрешностей измерения модуля и аргумента ККО на основе полученных в данной работе соотношений.

**Список литературы:** 1. Grossbach R. Degradation of polar-discrimination performance by non-ideal components// Microwave journal. 1974. V.17, №12. P53-54, 68. 2. Гимпелевич Ю.Б. Температурные погрешности поляризационных измерителей параметров СВЧ трактов// Приборостроение: Респ. межвед. науч.-техн. сб. 1977. №23. С.20-26. 3. Скрыпник Ю.А. Повышение точности измерительных устройств. К.: Техніка, 1976. 264 с. 4. Гимпелевич Ю.Б. Обобщенная математическая модель измерительного микроволнового преобразователя коммутационного типа// Радиотехника: Всеукр.межвед.науч.-техн. сб. 2002. №. 124. С. 46-50. 5. Somlo P.I. Hunter J.D. A six-port reflectometer and its complete Characterization by convenient calibration procedures// IEEE trans., MTT. 1982. V.30, №2. P.186-191. 6. Рабинович С.Г. Погрешности измерений. Л.: Энергия, 1978. 262 с. 7. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.

Севастопольский национальный  
технический университет

Поступила в редколлегию 25.09.2003

УДК 53.681.3

**Математическое моделирование электромагнитных явлений методом конечных разностей. 1. Общие положения** / Г.И. Чурюмов, И.С. Максимов, Д.Б. Еремеев // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 7 – 14.

Рассматривается методология численного решения системы уравнений Максвелла методом конечных разностей. Сформулированы конечно-разностные уравнения для напряженностей электромагнитного поля в общем случае относительно декартовой, цилиндрической и сферической систем координат. Определены условия (условия Куранта) для выбора пространственного и временного шагов аппроксимации.

Ил. 4. Библиогр.: 15 назв.

УДК 53.681.3

**Математичне моделювання електромагнітних явищ методом кінцевих різниць. 1. Загальні положення** / Г.І. Чурюмов, І.С. Максимов, Д.Б. Єремєєв // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 7 – 14.

Розглядається методологія чисельного розв'язування системи рівнянь Максвелла методом кінцевих різниць. Сформульовані кінцево-різницеві рівняння для напруженостей електромагнітного поля в загальному випадку відносно декартової, циліндричної та сферичної систем координат. Визначені умови (умови Куранта) для вибору просторового та часового кроків апроксимації.

Іл. 4. Бібліогр.: 15назв.

UDC53.681.3

**Computer modeling of electromagnetic phenomena by a finite – difference time – domain method. 1. General case** / G.I. Churyumov, I.S. Maksimov, D.B. Eremeev // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 7 – 14.

The methodology of numerical solution of Maxwell equations by the finite difference time domain method is considered. The finite-difference equations for intensities of electromagnetic field are formulated for the general case in the Cartesian, cylindrical and spherical systems of coordinates. The condition (the Courant condition) for choosing spatial and temporary steps of approximation are determined.

4 fig. Ref.: 15 items.

УДК 621.385.6

**Особенности электродинамических характеристик открытого волновода при возбуждении объемных волн распределенными источниками излучения** / А.С. Кривец // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 15 – 18.

Развита линейная самосогласованная теория усилителя на эффекте Смита-Парселла при взаимодействии ЭП с полями периодической металлической структуры и металлодиэлектрического слоя. Получено дисперсионное уравнение, позволяющее проанализировать влияние металлодиэлектрического слоя на условия возбуждения электромагнитных волн в такой системе. Экспериментально исследована электродинамическая система усилителя в миллиметровом диапазоне волн.

Ил. 2. Библиогр.: 10 назв.

УДК 621.385.6

**Особливості електродинамічних характеристик відкритого хвильоводу за збудження об'ємних хвиль розподіленими джерелами випромінювання** / О.С. Кривець // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 15 – 18.

Розвинута лінійна самоузгоджена теорія підсилювача на ефекті Смита-Парселла за взаємодії електронного потоку з полями періодичної металевої структури та металодіелектричного шару. Отримано дисперсійне рівняння, яке дозволяє аналізувати вплив металодіелектричного шару на умови збудження електромагнітних хвиль у такій системі. Експериментально досліджена електродинамічна система підсилювача у міліметровому діапазоні хвиль.

Іл. 2. Бібліогр.: 10 назв.

UDC621.385.6

**Specialties of electrodynamics behaviours of open wave-guide under volume –waves stimulation by distributed sources of radiation** / A. S. Krivets // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 15 – 18.

The linear self-consistent theory of Smith-Parsell's effect amplifier was developed for periodical metal structure, metal-dielectric layer field and electron beam interaction. The dispersion equation was obtained making it possible to analyze the influence of the metal-dielectric layer on electromagnetic waves stimulation in such a structure. The electrodynamics system of amplification was experimentally investigated in millimetric waves band.

2 fig. Ref.: 10.

УДК 621.372.852

**Электродинамический анализ системы проходных резонаторов, связанных резонансными щелевыми диафрагмами, в прямоугольном волноводе** / М.В.Нестеренко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 19 – 23.

Методом наведенных магнитодвижущих сил решена задача о распределении магнитных токов в системе проходных резонаторов в прямоугольном волноводе, связанных резонансными щелевыми диафрагмами. Исследованы зависимости электродинамических характеристик таких структур от их геометрических параметров.

Ил. 8. Библиогр.: 8 назв.

УДК 621.372.852

**Електродинамічний аналіз системи прохідних резонаторів, що зв'язані резонансними щілинними діафрагмами, у прямокутному хвильоводі** / М.В.Нестеренко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 19 – 23.

Методом наведених магніторушійних сил розв'язана задача розподілу магнітних струмів у системі прохідних резонаторів, що зв'язані резонансними щілинними діафрагмами, у прямокутному хвильоводі. Досліджена залежність електродинамічних характеристик таких структур від їх геометричних параметрів.

Ил. 8. Бібліогр.: 8 назв.

UDC 621.396.67

**Electrodynamic analysis of the reentrant resonators system connected through resonant slot irises in the rectangular waveguide** / M.V.Nesterenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 19 – 23.

The problem of magnetic currents distribution in the system of the reentrant resonators connected through resonant slot irises in a rectangular waveguide was solved with the induced MMF methods. Dependence of electrodynamic characteristics of such structures on their geometrical parameters was investigated.

8 fig. Ref.: 8 items.

УДК 621.372.852.5: 621.317.24

**Параметры электромагнитных волн в полосковом металлодиэлектрическом волноводе** / И.Л. Афонин, А.А. Бычков // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 24 – 31.

На основе лучевых представлений получены дисперсионные уравнения для полоскового металлодиэлектрического волновода (ПМДВ), являющегося перспективной линией передачи в миллиметровом диапазоне волн. На основе дисперсионных уравнений определены направляющие косинусы вектора Пойнтинга парциальных волн и зависящие от них параметры собственных полей: фазовая и групповая скорости, длина волны в волноводе, критические длины волн, а также условие одноволнового режима работы ПМДВ. Рабочий тип волны  $Ey^{00}$  имеет три составляющие, как и волна  $H_{10}$  в прямоугольном металлическом волноводе, в отличие от которой волна  $Ey^{10}$  не имеет отсечки, т. е. ее критическая длина волны стремится к бесконечности.

Ил. 2. Библиогр: 4 назв.

УДК 621.372.852.5: 621.317.24

**Параметри електромагнітних хвиль у смужковому металодіелектричному хвильоводі** / І.Л. Афонін, О.А. Бичков // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 24 – 31.

На основі променевих уявлень отримано дисперсійне рівняння для смужкового металодіелектричного хвильоводу (СМДХ), який є перспективною лінією передачі в міліметровому діапазоні хвиль. На основі дисперсійних рівнянь визначено направляючі косинуси вектора Пойнтінга парціальних хвиль і параметри власних полів, які залежать від них: фазова та групова швидкості, довжина хвиль, а також умови однохвильового режиму роботи СМДХ. Робочий тип хвилі  $Ey^{00}$  має три складові, як і хвиля  $H_{10}$  в прямокутному металевому хвильоводі, на відміну від якої хвиля  $Ey^{10}$  не має відсіку, тобто її критична довжина хвилі прямує до нескінченності.

Ил. 2. Бібліогр: 4 назви.

UDC 621.372.852.5: 621.317.24

**Electromagnetic waves parameters in metal-dielectric strip waveguide** / I.L. Afonin, A.A. Bychkov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 24 – 31.

Based on the ray representation the dispersion equations for metal-dielectric strip waveguide (MDSW), being an extended transmission line in millimeter wave band, were derived. On the basis of dispersion equations the directional cosines Pojting's vector of partial waves and the field parameters dependent on them were defined: phase and group velocity, wave-length in the waveguide, critical wavelength, and the condition of single-wave running regime of metal-dielectric strip waveguide work. Operative wave mode  $Ey^{00}$  has three components such as the wave  $H_{10}$  in the rectangular metallic waveguide in contrast to that the wave  $Ey^{10}$  doesn't have a cutoff, in other words its critical wavelength tends to infinity.

2 fig. Ref.: 4 items.

УДК 621.372.834

**Генерация мощных СВЧ импульсов с помощью устройств на основе сверхпроводящих резонаторов /** И.Н. Бондаренко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 32 – 37.

Проведен анализ методов формирования мощных СВЧ импульсов с использованием сверхпроводящих резонаторов. Показано, что одной из наиболее серьезных проблем на пути создания формирователей мощных СВЧ импульсов на основе сверхпроводящих резонаторов является построение криогенного быстродействующего переключателя. Определены требования к переключающему устройству на основе плазменного разрядника, предложены возможные варианты использования таких разрядников.

Ил. 3. Библиогр.: 10 назв.

УДК 621.372.834

**Генерація потужних НВЧ імпульсів за допомогою пристроїв на основі надпровідних резонаторів /** І.М. Бондаренко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 32 – 37.

Проведено аналіз методів формування потужних НВЧ імпульсів з використанням надпровідних резонаторів. Показано, що однією з найбільш серйозних проблем на шляху створення формувачів потужних НВЧ імпульсів на основі надпровідних резонаторів є побудова криогенного швидкодіючого перемикача. Визначені вимоги до перемикаючого пристрою на основі плазмового розрядника, запропоновані можливі варіанти використання таких розрядників.

Іл. 3. Бібліогр.: 10 назв.

UDC 621.372.834

**Power microwave pulses generation by the superconducting cavity devices /** I.N. Bondarenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 32 – 37.

The analysis of methods of shaping a power microwave pulses using the superconducting cavities is carried out. It is shown, that one of the most serious problems of power microwave pulses formers with the help of the superconducting cavities, is creation of the cryogenic fast switch. The requirements to the switching device on the plasma discharger are defined, possible variants of such dischargers usage are offered.

3 fig. Ref.: 10 items.

УДК 621.372.85

**Электрически управляемый полосно-заграждающий фильтр 8-мм диапазона /** С.А. Погарский, И.И. Сапрыкин, В.Б. Андреев, Е.А. Шаулов, В.А. Чумаченко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 38 – 41.

Представлены результаты экспериментальных исследований по оптимизации амплитудно-частотной характеристики управляемых полосно-заграждающих фильтров 8-мм диапазона. Основу фильтра составляет волноводно-щелевая линия и ферритовый резонатор, размещенный в зазоре линии. Получен высокий уровень характеристик: уровень заграждения – 40-50дБ, относительно низкий уровень затухания в полосах пропускания – менее 0,5 дБ, эффективная полоса перестройки – около 10% от центральной частоты.

Ил. 5. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.372.85

**Електрично керований смуго-загороджуючий фільтр 8-мм діапазону /** С.О. Погарський, І.І. Саприкін, В.Б. Андрєєв, С.А. Шаулов, В.А. Чумаченко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 38 – 41.

Подано результати експериментальних досліджень з оптимізації амплітудно-частотної характеристики керованих смуго-загороджуючих фільтрів 8-мм діапазону. Основу фільтра складає хвилеводно-щільова лінія та феритовий резонатор, який розміщено у зазорі лінії. Досягнуто високий рівень характеристик: рівень загороження - 40-50 дБ, відносно низький рівень загасання у смугах пропускання – менше, ніж 0,5 дБ, ефективна смуга перелаштування – близько 10% від центральної частоти.

Іл. 5. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 621.372.85

**The electrically controlled band-stop filter in 8-mm wave band /** S.A. Pogarsky, I.I. Saprykin, V.B. Andreyev, E.A. Shaulov, V.A. Chumachenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 38 – 41.

The experimental results of one method of amplitude-frequency characteristic of  $K_L$  stop-band filter tuning are presented. These filters are based on waveguide-slot lines with ferrite resonator placed into gap of slot line. The principle characters of such structures are the high attenuation level in stop-band (about 40-50 dB), relatively low attenuation level in a pass-band (within 0.5 dB), effective band of tuning is about 10% from central frequency.

5 fig. Ref.: 6 items.

УДК 621.372.8

**Распространение электромагнитных волн в прямоугольном волноводе с нерегулярной узкой стенкой** / Л.М. Логачёва, В.П. Бондарев // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 42 – 47.

Представлены результаты исследования распространения электромагнитных волн в прямоугольном волноводе с нерегулярной узкой стенкой. Анализ производится с применением импедансных граничных условий. Получены дисперсионные характеристики рассматриваемого волновода.

Ил. 4. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.372.8

**Поширення електромагнітних хвиль в прямокутному хвилеводі з нерегулярною вузькою стінкою** / Л.М. Логачова, В.П. Бондарев // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 42 – 47.

Наведено результати дослідження поширення електромагнітних хвиль у прямокутному хвилеводі з нерегулярною вузькою стінкою. Аналіз проводиться з застосуванням імпедансних граничних умов. Отримані дисперсійні характеристики хвилеводу, що розглядається.

Ил. 4. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 621.372.8

**Propagation of electromagnetic waves in rectangular waveguide with an irregular narrow wall** // L.M. Logacheva, V.P. Bondarev // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 42 – 47.

The results of research of propagation of electromagnetic waves in rectangular waveguide with an irregular narrow wall have been presented. The analysis is being carried out with application of impedance boundary conditions. The dispersion characteristics of considered waveguide have been obtained.

4 fig. Ref.: 5 items.

УДК 537.86:621.396.67

**Взаимодействие поверхностной  $H_1$  – волны диэлектрической пластины с решеткой диэлектрических щелевых волноводов** / Т. И. Бугрова, В. М. Морозов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 48 – 52.

Строго поставлена и решена методом Винера-Хопфа задача дифракции плоской поверхностной  $H_1$  – волны плоской диэлектрической пластины на полубесконечной решетке узких металлических лент. Получены выражения для элементов матрицы рассеяния решетки. В результате предположения узости лент решетки удалось избежать векторной постановки задачи и получить простые выражения для коэффициентов отражения и прохождения в решетку, а также для их модулей при одноволновом режиме работы. Данные выражения можно использовать при исследовании согласования интегральных решеток, а также для их проектирования при построении многолучевых антенн, диаграммообразующих схем и просто излучателей на основе таких решеток

Ил.2. Библиогр.: 5 назв.

УДК 537.86:621.396.67

**Взаємодія поверхневої  $H_1$  – хвилі діелектричної пластини з решіткою діелектричних щільових хвилеводів** / Т. І. Бугрова, В. М. Морозов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 48 – 52.

Строго поставлена та розв'язана методом Вінера-Хопфа задача дифракції поверхневої хвилі плоскої діелектричної пластини із напівнескінчених решіток вузьких металевих стрічок. Одержані вирази для елементів матриці розсіювання решітки. Завдяки уявленню про вузькість стрічок решітки вдалося уникнути векторної постановки задачі. Виведено прості співвідношення для коефіцієнтів відбиття та проходження хвиль в решітку при одномодовому режимі роботи. Отримані результати можна використовувати для проектування інтегральних решіток та при дослідженні їх узгодження.

Ил. 2. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 537.86:621.396.67

**Interaction between the surface  $H_1$  – wave of dielectric slab and the grating of dielectric slot waveguides** / T. I. Bugrova, V. M. Morozov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 48 – 52.

The diffraction problem for surface wave falling on semi-infinite grating of thin metallic strips has been formulated and solved by Wiener-Hopf method. Simple expressions for reflection and transmission factors have been obtained due to avoiding of vector formulation of problem for thin metallic strips. The results obtained can be used for integrated gratings design.

2 fig. Ref.: 5 items.

УДК 621.396

**Исследование возможности применения СВЧ мостов в антенных коммутаторах радаров НР** / Д.В. Котов, Е.В. Рогожкин // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 53 – 57.

Приводится анализ реальной матрицы рассеивания для кольцевого моста. Сделаны некоторые выводы о причинах различий между действительными и теоретическими характеристиками моста. Предложены дополнительные элементы, способные уменьшить связь между приемником и передатчиком.

Ил.2. Библиогр.:4 назв.

УДК 621.396

**Дослідження можливості застосування НВЧ мостів у антенних комутаторах радарів НР** / Д.В. Котов, Є.В. Рогожкін // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 53 – 57.

Наводиться аналіз реальної матриці розсіювання для кільцевого моста. Зроблені деякі висновки щодо причин різниці між реальними та теоретичними характеристиками моста. Запропоновані додаткові елементи, що здатні зменшити зв'язок між передавачем та приймачем.

Іл.2.Бібліогр.:4 назви.

UDC 621.396

**Analysis of the possibility to use microwave bridges in antenna commutators of radars IS** / D.V. Kotov, E.V. Rogoshkin // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 53 – 57.

Analysis of the real dispersion matrix for a ring bridge is presented. Some conclusions are made on the causes of differences between real and theoretical characteristics of the bridge. The addition elements, which can decrease connection between a transmitter and a receiver are proposed.

2 fig.;Ref.:4 items.

УДК 621.396.96

**Компенсация регулярных ошибок угловых измерений при пространственной обработке** / К.С. Васюта, В.И. Булаенко, М.В. Булаенко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 58 – 61.

Проанализирована причина возникновения регулярной ошибки определения истинного направления на источник полезного сигнала, возникающей за счет пространственной обработки. Для устранения причин возникновения таких ошибок предлагается сформировать симметричный провал по отношению к направлению на источник истинной помехи в оптимальной диаграмме направленности, компенсирующий ее искажения. Получен алгоритм компенсации регулярных ошибок угловых измерений, и предложен вариант его практической реализации. Численная оценка границ применимости такого метода компенсации регулярной ошибки показывает, что эффективно его можно использовать лишь при угловом различии между источниками сигнала и помехи не менее половины ширины согласованной диаграммы направленности.

Ил. 4. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396.96

**Компенсация регулярных ошибок кутовых вимірювань при просторовій обробці** / К.С. Васюта, В.І. Булаєнко, М.В. Булаєнко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 58 – 61.

Проаналізовано причину виникнення регулярної помилки визначення істинного напрямку на джерело корисного сигналу, яка виникає при просторовій обробці. Для усунення таких помилок запропоновано сформулювати симетричний провал по відношенню до напрямку на джерело істинної завади в оптимальній діаграмі спрямованості, який компенсує її спотворення. Отримано алгоритм компенсації регулярних помилок кутових вимірювань та запропоновано варіант його практичної реалізації. Чисельна оцінка меж використання такого методу компенсації регулярної помилки вказує, що ефективно його можна застосовувати лише при кутовому розрізненні між джерелом сигналу та завади не менше половини ширини узгодженої діаграми спрямованості.

Іл. 4. Бібліогр.: 3 назви.

UDC 621.396.96

**Compensation of angular measurements' regular error in spatial procession** / K.S. Vasiyta., V.I. Bulayenko, M.V. Bulayenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 58 – 61.

The cause of rise in a regular error of defining the real direction to the useful signal source arising at a sacrifice in the spatial procession is analyzed. To remove the causes of such errors arise it is offered to form a symmetrical gap relative to the source of the true noise in the optimal radiation pattern compensating its distortions. The algorithm of regular errors in the angular measurements was obtained and its practical implementation version was offered. The numerical estimation of the validity boundary of this regular error compensation method shows that it can be efficiently used only with the angular difference between the sources of the signal and noise no less than a half of the co-ordinated radiation pattern width.

Fig.4. Ref.: 3 items.

УДК 621.372, 537.86

**Рассеяние гауссовых волновых пучков ограниченной последовательностью решеток из проводящих брусьев** / В.Р. Туз // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 62 – 67.

Решена задача дифракции гауссова волнового пучка на ограниченной периодической последовательности решеток из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения. Коэффициенты рассеяния определены методами теории цепей и матричных многочленов с описанием частой решетки эквивалентными граничными условиями Вайнштейна – Сивова. Решение задачи дифракции в длинноволновом приближении представлено прямыми аналитическими формулами для коэффициентов рассеяния при произвольном числе решеток в широком диапазоне изменения параметров структуры.

Исследована динамика полей рассеяния волнового пучка при изменении угла падения и характеристик структуры. Отмечены такие явления, как искажение формы, боковое смещение оси пучка, расщепление его на несколько пучков и установлена их корреляция со свойствами коэффициентов рассеяния плоской монохроматической волны ограниченной периодической последовательности.

Ил. 6. Библиогр.: 12 назв.

УДК 621.372, 537.86

**Розсіювання гауссових хвильових пучків обмеженою послідовністю ґраток із провідних брусків** / В.Р. Туз // Радиотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 62 – 67.

Розв'язана задача дифракції гауссова хвильового пучка на обмеженій періодичній послідовності ґраток із ideally провідних брусків прямокутного поперечного розтину. Коефіцієнти розсіювання визначені методами теорії ланцюгів та матричних многочленів з описом густої ґратки еквівалентними граничними умовами Вайнштейна – Сивова. Розв'язок задачі дифракції в довгохвильовому наближенні подано прямими аналітичними формулами для коефіцієнтів розсіювання за довільного числа ґраток у широкому діапазоні зміни параметрів структури.

Досліджена динаміка полів розсіювання хвильового пучка за зміни кута падіння та характеристик структури. Відмічені такі явища, як змінювання форми, бокове зміщення осі пучка, розщеплення його на кілька пучків і встановлена їх кореляція з властивостями коефіцієнтів розсіювання плоскої монохроматичної хвилі обмеженої періодичної послідовності.

Ил. 6. Бібліогр.: 12 назв.

UDC 621.372, 537.86

**Gaussian beam scattering by finite sequence of grates of conducting bars gratings** / V.R. Tuz // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 62 – 67.

The problem of gaussian beam diffraction by finite sequence of perfectly conducting rectangular bars grating was solved. The scattering coefficients were determined with circuit theory and matrix polynomials techniques using equivalent Vainshtein – Sivov boundary condition for thick grating. The solution to the diffraction problem in the long-wave approximation was presented by direct analytical formulas for scattering coefficients with an arbitrary number of gratings in a wide range of structure parameters, variation.

The dependence of scattered wave beam fields on the incident angle and structure property was investigated. The effects of form distortion, side shift of beam axe and beam splitting into several beams were shown. Their correlation with properties of scattering coefficients for the harmonic plane wave incidence onto the finite periodical sequence was established.

6 fig. Ref.: 12 items.

УДК 621.371.3

**Числовой ряд Фибоначчи и рассеяние электромагнитных волн системой плоских однослойных решёток резонансных магнитодиэлектрических сфер** / А.И.Козарь // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 68 – 74.

Рассмотрено решение задачи о рассеянии электромагнитных волн системой плоских однослойных перестраиваемых решёток резонансных сфер. Получены выражения для рассеянных полей.

Ил. 3. Библиогр.: 8 назв.

УДК 621.371.3

**Числовий ряд Фібоначчі і розсіювання електромагнітних хвиль системою плоских одношарових ґраток резонансних магнітодіелектричних сфер** / А.І.Козарь // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 68 – 74.

Розглянуто розв'язання задачі про розсіювання електромагнітних хвиль системою плоских одношарових перестроюваних ґраток резонансних сфер. Одержані вирази для розсіяних полів.

Ил. 3. Бібліогр.: 8 назв.

**Fibonacci's numerical row and electromagnetic waves scattering on the grate of the resonant magnetodielectric spheres** / A.I. Kozar // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 68 – 74.

Solution of the problem on electromagnetic waves scattering on regular spatial lattice of resonant spheres was considered. The expressions for the scattered field were derived.

3 fig. Ref.: 8 items.

УДК 621.373

**Импульсно-периодический источник перестраиваемого излучения для ближней УФ области спектра** / М.И. Дзюбенко, В.В. Маслов, В.П. Пелипенко, В.В. Шевченко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 75 – 77.

Экспериментально исследована генерация красителей ЛК-678 и ЛК-747 в этаноле при ламповом возбуждении. Установлено, что добавка родамина 6Ж в качестве донора в раствор позволяет заметно увеличивать выходную энергию излучения в длинноволновой области видимого диапазона спектра при невысоких концентрациях данных красителей. Показано, что эти смеси могут применяться для создания импульсно-периодических источников излучения, перестраиваемых в ближнем участке УФ диапазона спектра.

Ил. 3. Библиогр.: 8 назв.

УДК 621.373

**Імпульсно-періодичне джерело перелаштовуємого випромінювання для ближньої УФ області спектру** / М.І. Дзюбенко, В.В. Маслов, В.П. Пелипенко, В.В. Шевченко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 75 – 77.

Експериментально досліджена генерація барвників ЛК-678 і ЛК-747 в етанолі при ламповому збудженні. Встановлено, що добавка родаміна 6Ж в якості донора в розчин дозволяє помітно збільшувати вихідну енергію випромінювання в довгохвильовій області видимого діапазону спектру при невисоких концентраціях даних барвників. Показано, що ці суміші можуть застосовуватися для створення імпульсно-періодичних джерел випромінювання, що перелаштовується в ближній ділянці УФ діапазону спектру.

Іл. 7. Бібліогр.: 12 назви.

UDC 621.373

**Pulse-periodic source of the tunable radiation for near UV-range of the spectrum** / M.I. Dzyubenko, V.V. Maslov, V.P. Pelipenko, V.V. Shevchenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 75 – 77.

Lasing of LK-678 and LK-747 dyes in ethanol with a flash-lamp excitation is investigated. It was found that the addition of such donor as rhodamine 6G in the solution allows to increase noticeably the output radiation energy in the long wavelength area of the visible spectral band at low concentration of these dyes. It was shown that these mixtures can be applied to develop the pulse-periodic sources of tunable radiation for near-UV range of the spectrum.

3 fig. Ref.: 8 items.

УДК 621.396

**Автоматизированная система исследования параметров ионосферной плазмы на базе радара некогерентного рассеяния** / В.А. Пуляев // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 78 – 86.

Приведено описание устройств и алгоритмов обработки ионосферных данных, получаемых методом некогерентного рассеяния радиоволн с помощью Харьковского радара. Приведено обоснование принципа организации автоматизированной системы, предназначенной для исследования параметров ионосферной плазмы, перечислены назначение и функциональные характеристики ее элементов. Описаны критерии разработки алгоритмического и программного обеспечения, описана процедура контроля и диагностики при функционировании системы. Показано, что использование автоматизированной системы существенно улучшает эффективность обработки геофизической информации.

Табл. 1. Ил.4. Библиогр.: 17 назв.

УДК 621.396

**Автоматизована система дослідження параметрів іоносферної плазми на базі радара некогерентного розсіяння** / В.О. Гуляев // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 78 – 86.

Приведено опис пристроїв і алгоритмів обробки іоносферних даних, одержуваних методом некогерентного розсіювання радіохвиль за допомогою Харківського радара. Наведено обґрунтування принципу організації автоматизованої системи, призначеної для дослідження параметрів іоносферної плазми, перелічені призначення і функціональні характеристики її елементів. Описано критерії розробки алгоритмічного і програмного забезпечення, описана процедура контролю і діагностики за функціонуванням системи. Показано, що використання автоматизованої системи істотно поліпшує ефективність обробки геофізичної інформації.

Табл. 1. Іл.4. Бібліогр.: 17 назв.

UDC 621.396

**The automated system for investigating ionospheric plasma parameters based on the incoherent scatter radar / V.A. Pulayev // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 78 – 86.**

Description of devices and processing logics of the ionospheric data gained with the method of radio waves incoherent scattering using the Kharkov radar is given. The substantiation of the organization principles of the automated system for investigating the ionospheric plasma parameters is presented. The purpose and functional characteristics of its units are listed. The criteria of the algorithmic and software development are described, the control procedure and diagnostics for operation of the system are described. It is shown, that the usage of the automated system essentially improves efficiency of the geophysical information processing.

1 tab. 4 fig. Ref.: 17 items.

УДК 621.371.3;55/510.52

**О распространении радиоволн в тропосфере с анизотропными флуктуациями температуры и влажности / Г.В.Груша // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 87 – 94.**

Проведено исследование статистических характеристик прямых и зеркально отраженных радиоволн в зависимости от типа устойчивости атмосферы на основе гипотезы анизотропии турбулентных флуктуаций температуры и влажности в стратифицированной тропосфере, сопоставленной с экспериментальными измерениями. Полученные результаты уточняют модели тропосферного распространения радиоволн, позволяют интерпретировать измерения структурных и корреляционных функций с различной ориентацией вектора между двумя исследуемыми объемами, применимы при оценке погрешности дистанционного зондирования.

Библиогр.: 16 назв.

УДК 621.371.3;55/510.52

**Про розповсюдження радіохвиль у тропосфері з анізотропними флуктуаціями температури та вологості / Г.В.Груша // Радиотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 87 – 94.**

Проведено дослідження статистичних характеристик прямих та дзеркально відбитих радіохвиль в залежності від типу стійкості атмосфери на підставі гіпотези анізотропії турбулентних флуктуацій температури та вологості в стратифікованій тропосфері, зіставленої з експериментальними вимірюваннями. Одержані результати уточнюють моделі тропосферного розповсюдження радіохвиль, дозволяють інтерпретувати вимірювання структурних та кореляційних функцій з відмінною орієнтацією вектора проміж двох досліджуваних об'ємів, пристосовані для оцінювання похибок дистанційного зондування.

Бібліогр.: 16 назв.

UDC 621.371.3;55/510.52

**On radio waves propagation in troposphere with anisotropic fluctuations of temperature and humidity / G.V. Grusha // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 87 – 94.**

Some statistic characteristics of forward propagating and mirror reflected radio waves are investigated depending on the form of atmospheric stability in terms of anisotropy hypothesis of temperature and humidity fluctuations in stratified troposphere, compared with experimental measurements. The obtained results define more precisely the radio waves tropospheric propagation models, permit to interpret the measurements of structure and correlation functions with different orientation of the vector between two studied volumes, they are applicable to make more accurate the remote sounding errors estimations.

Ref.: 16 items.

УДК 654.94:631.563.

**Использование акустического зондирования для контроля процесса естественного согревания в среде растительного сырья / В.В. Семенец, В.И. Леонидов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 95 – 100.**

Предлагается для решения задачи контроля процесса естественного согревания в среде растительного сырья, хранящегося в элеваторах бункерного типа, использовать систему акустического зондирования внутреннего пространства круглого звуковода, в котором установлена система пассивных отражателей с интервалом 4 м. Экспериментально показывается необходимость учета дополнительного ослабления эхосигналов за счет дефектов внутренней поверхности звуковода, изготовленного из стандартного трубного проката. Анализируются конструктивные особенности звуководов длиной 28 м.

Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 654.94:631.563.

**Використання акустичного зондування для контролю процесу природного зігрівання в середовищі рослинної сировини / В.В. Семенець, В.І. Леонідов // Радиотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 95 – 100.**

Пропонується для розв'язання задачі з контролю процесу природного зігрівання в середовищі рослинної сировини, що зберігається в елеваторах бункерного типу, використовувати систему акустичного зондування внутрішнього простору круглого звуководу, в якому встановлена система пасивних відбивачів з інтервалом 4 м.

Експериментально показується необхідність обліку додаткового ослаблення луна-сигналів за рахунок дефектів внутрішньої поверхні звуководу, виготовленого зі стандартного трубного прокату. Аналізуються конструктивні особливості звуководів довжиною 28 м.

Іл. 2. Бібліогр.: 4 назви.

UDC 654.94:631.563.

**Acoustic sounding use for natural warming process control in vegetable raw material medium** / V.V. Semenetz, V.I. Leonidov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 95 – 100.

To solve the problem of controlling the natural warming process in the vegetable resources being stored in the bunker-type elevator it is offered to use the acoustic system for sounding the internal space of the circular sound pipe where the system of passive reflectors spaced 4 m apart is installed. The necessity is shown experimentally to take into account an additional attenuation of echo-signal at the cost of defects in the internal surface of the sound pipe made of the standard rolled steel 28 m long.

2 fig. Ref.: 4 items.

УДК 534.014.4

**Построение оптимальной модели управления СОРР РЭС с целью снижения акустического шума** / А.В. Мамонтов, Т.Е. Стыценко, П.Н. Маслов, Р.Ю. Аллахверанов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 101 – 106.

Рассмотрена электроаналогия тепловых процессов в РЭС. Приведены рабочие характеристики экспериментальных СОРР по производительности и шуму. Предложен алгоритм построения оптимальной модели управления СОРР в нестационарных условиях.

Ил. 9. Библиогр.: 2 назв.

УДК 534.014.4

**Побудування оптимальної моделі управління СЗТР РЕЗ з метою зниження акустичного шуму** / О.В. Мамонтов, Т.Є. Стыценко, П.Н. Маслов, Р.Ю. Аллахверанов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 101 – 106.

Розглянута електроаналогія теплових процесів у РЕЗ. Наведено робочі характеристики експериментальних СЗТР за продуктивністю та шумом. Запропонований алгоритм побудови оптимальної моделі управління СЗТР у нестационарних умовах.

Іл. 9. Бібліогр.: 2 назви.

UDC 534.014.4

**Creation of the optimum model of radio electric equipment thermal regime securing system control to reduce acoustic noise** / A.V. Mamontov, T.E. Styzenko, P.N. Maslov, R.Y. Allakhveranov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 101 – 106.

An electric analogy of thermal processes in radio electronic equipment is considered. Operation characteristics of the experimental thermal regime securing systems (TRSS) as to productivity and noise are provided. An algorithm of creating an optimum model of TRSS under non-stationary conditions control is suggested.

9 fig. Ref.: 2 items.

УДК 621.396.2: 621.316.2

**Статистическое моделирование каналов связи с нелинейной частотной характеристикой** / В.А. Тихонов, И.В. Савченко, А.Н. Божко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 107 – 112.

Проводится анализ применимости существующих методов синтеза цифровых фильтров для целей моделирования каналов и линий связи. Рассматривается применение метода взвешивающих окон для синтеза нерекурсивного фильтра и указывается на его эффективность при моделировании сравнительно широкополосных каналов и линий связи. Также предложены методы синтеза цифровых фильтров, базирующиеся на связи моделей авторегрессии и скользящего среднего с рекурсивными и нерекурсивными фильтрами. Достоинством этих методов можно считать их простоту и то, что они не требуют аналитического описания частотных характеристик моделируемых каналов.

Ил. 6. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.396.2: 621.316.2

**Статистичне моделювання каналів зв'язку з нелінійною частотною характеристикою** / В.А. Тихонов, І.В. Савченко, О.М. Божко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 107 – 112.

Проводиться аналіз застосовності існуючих методів синтезу цифрових фільтрів для цілей моделювання каналів і ліній зв'язку. Розглядається використання методу зважуваних вікон для синтезу нерекурсивного фільтра і вказується на його ефективність при моделюванні відносно широкосмугових каналів і ліній зв'язку. Також запропоновані методи синтезу цифрових фільтрів, які базуються на зв'язку моделей авторегресії і змінного середнього з рекурсивними і нерекурсивними фільтрами. Перевагою цих методів можна вважати їх простоту і те, що вони не потребують аналітичного описання частотних характеристик каналів, які моделюються.

Іл. 6. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 621.396.2: 621.316.2

**Statistical modeling of communication channels with nonlinear frequency characteristic** / V.A. Tihonov, I.V. Savchenko, A.N. Bozhko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 107 – 112.

Analysis of digital filters synthesis methods applicability for the purposes of channels and communication lines was performed. A weighing windows method application to the non-recursive filter synthesis is considered and its efficiency in relatively broadband channels and lines of communications modeling is indicated. Methods of digital filters synthesis based on the link of autoregression models and sliding average with recursive and non-recursive filters are also offered. Advantage of these methods consists in their simplicity and in that they do not require analytical description of the simulated channels frequency characteristics.

6 fig. Ref.: 5 items.

УДК 621.391

**Двухуровневый алгоритм оптимизации процессов маршрутизации и управления доступом в телекоммуникационных сетях магистрального уровня** / А.В. Лемешко, А.Г. Беленков // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 113 – 118.

Синтезирован двухуровневый алгоритм оптимизации процессов маршрутизации и управления доступом в телекоммуникационных сетях магистрального уровня. В основу алгоритма положено решение вариационной задачи векторной оптимизации, сформулированной путем анализа динамической модели комплексного решения задач маршрутизации и управления доступом.

Ил. 3. Библиогр.: 12 назв.

УДК 621.391

**Дворівневий алгоритм оптимізації процесів маршрутизації і управління доступом в телекомунікаційних мережах магістрального рівня** / О.В. Лемешко, О.Г. Беленков // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 113 – 118.

Синтезовано дворівневий алгоритм оптимізації процесів маршрутизації і управління доступом у телекомунікаційних мережах магістрального рівня. В основу алгоритму покладено розв'язок варіаційної задачі векторної оптимізації, що сформульована на підставі аналізу динамічної моделі комплексного розв'язку задач маршрутизації і управління доступом.

Іл. 3. Бібліогр.: 12 назв.

UDC 621.391

**Two-level algorithm of routing and access control processes optimization in telecommunication networks of a trunk level** / A.V. Lemesenko, A.G. Belenkov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 113 – 118.

The two-level algorithm routing and access control processes optimization in telecommunication networks of a trunk level is synthesized. Vector optimization variational problem solution formed the basis of the algorithm, the problem was formulated by the analysis of the dynamic model of the routing and access control problem complex solution.

3 fig. Ref: 12 items.

УДК 621.391.82:519.724.2

**Исследование эффективности широкополосных систем адаптивной пространственной обработки сигналов в нестационарных условиях** / Б.Б.Поспелов, М.В. Грушенко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 119 – 128.

Исследуется эффективность адаптивной пространственной обработки сигналов и помех в нестационарных условиях функционирования широкополосных систем авиационной радиосвязи. Нестационарность сигнальной и помеховой обстановки описывается процессом с нулевым средним и независимыми приращениями для вектора весовых коэффициентов адаптивной системы. Приведены соотношения, позволяющие исследовать эффективность широкополосной адаптивной обработки от параметров системы и параметров нестационарности. Показано, что в системах авиационной радиосвязи, функционирующих преимущественно в нестационарных условиях, целесообразно использование систем адаптивной пространственной обработки с малым числом пространственных каналов и малым числом элементов задержки в фильтрах.

Ил. 4. Библиогр.: 12 назв.

УДК 621.391.82:519.724.2

**Дослідження ефективності широкосмугових систем адаптивної просторової обробки сигналів в нестационарних умовах** / Б.Б.Поспелов, М.В. Грушенко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 119 – 128.

Досліджується ефективність адаптивної просторової обробки сигналів і перешкод в нестационарних умовах функціонування широкосмугових систем авіаційного радіозв'язку. Нестационарність сигнальної і перешкодкової обстановки описується процесом з нульовим середнім і незалежними приростами для вектора вагових коефіцієнтів адаптивної системи. Наведені співвідношення, що дозволяють досліджувати ефективність широкосмугової адаптивної обробки від параметрів системи і параметрів нестационарності. Показано, що в системах

авіаційного радіозв'язку, що функціонують переважно в нестационарних умовах, доцільно використання систем адаптивної просторової обробки з малим числом просторових каналів і малим числом елементів затримки у фільтрах.

Іл. 4. Бібліогр.: 12 назв.

UDC 621.391.82:519.724.2

**The efficiency investigation of wideband systems for adaptive spatial signal procession in non steady-state conditions** / B.B. Pospelov, M.V. Grushenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 119 – 128.

Efficiency of adaptive spatial signal and noise procession in non steady-state conditions of wideband systems function of aviation radio communication is investigated. The non steady-state conditions of signal and noise position are described using the process with nil average and independent difference for weight vectors of the adaptive system. The ratios making it possible to investigate the wideband adaptive system efficiency according to the system parameters and non steady-state parameters are cited. It is shown that in aviation radio communication systems functioning in non-steady-state conditions, it is necessary to use the adaptive spatial processing systems with a small number of spatial channels and a small number of delay elements in the filters.

4 fig. Ref.: 12 items.

УДК 681.3.06:519.248.681

**Сравнительный анализ алгоритмов умножения и приведения по модулю в поле  $GF(2^m)$**  / Ю.В. Стасев, С.А. Головашич, В.Ю. Ковтун // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 129 – 141.

Рассматриваются различные алгоритмы умножения и приведения по модулю элементов поля  $GF(2^m)$ . Приводится сравнительный анализ вычислительной сложности этих алгоритмов как в общем виде, так и для архитектуры IA-32. Приведены результаты экспериментальной проверки производительности рассмотренных алгоритмов.

Табл. 6. Библиогр.: 4 назв.

УДК 681.3.06:519.248.681

**Порівняльний аналіз алгоритмів добутку та приведення за модулем у полі  $GF(2^m)$**  / Ю.В. Стасев, С.О. Головашич, В.Ю. Ковтун // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 129 – 141.

Розглядаються різні алгоритми добутку та приведення за модулем елементів поля  $GF(2^m)$ . Приводиться порівняльний аналіз обчислювальної складності цих алгоритмів як в загальному вигляді, так і для архітектури IA-32. Наведено результати експериментальної перевірки швидкодії розглянутих алгоритмів.

Табл. 6. Бібліогр.: 4 назви.

UDC 681.3.06:519.248.681

**The comparative analysis of algorithms of multiplication and module reduction in the  $GF(2^m)$  field** / J.V. Stasev, S.A. Golovashich, V.J. Kovtun // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 129 – 141.

Different algorithms of multiplication and reduction in the  $GF(2^m)$  field are considered. Comparative analysis of calculating complexity of these algorithms both for the general case and IA-32 architecture is given. Experimental verification results of these algorithms are presented.

6 tab., Ref.: 4 items

УДК 621.396.96:621.391

**Стабилизация вероятности ложной тревоги с использованием метода порядковых статистик при обработке пачечного сигнала** / Ф.М. Андреев, Ю.Г. Даник, Р.Э. Пашенко, В.В. Кондрат // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 142 – 145.

Получены значения пороговых констант, которые позволяют применять устройство стабилизации вероятности ложной тревоги, использующее метод порядковых статистик при обработке пачечного сигнала, что приводит к улучшению показателей качества обнаружения.

Табл. 1. Ил. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.396.96:621.391

**Стабілізація імовірності хибної тривоги з використанням методу порядкових статистик за обробки пачкового сигналу** / Ф.М. Андреев, Ю.Г. Даник, Р.Е. Пашенко, В.В. Кіндрат // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 142 – 145.

Отримані значення порогових констант, що дозволяють застосовувати пристрій стабілізації імовірності хибної тривоги, який використовує метод порядкових статистик при обробці пачкового сигналу, що призводить до поліпшення показників якості виявлення

Табл.1. Іл.2. Бібліогр.: 4 назви.

UDC 621.396.96:621.391

**False alarm probability stabilization with the serial statistics method when processing a bundle signal / F.M. Andrejev, U.G. Danik, V.V. Kondrat, R.E.Pashhenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 142 – 145.**

The threshold constants' values are obtained, they make it possible to use the false alarm probability stabilization device using the serial statistics method when processing the bundle signal, this results in the detection quality indices improvement.

1 tab. 2 fig. Ref.: 4 items.

УДК 621.396.96

**Особенности методики расчета отношения правдоподобия при совместном поиске и обнаружении объектов / Г.В.Худов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 146 – 149.**

Отмечаются особенности методики расчета отношения правдоподобия при совместном поиске и обнаружении объектов в условиях ограниченного поискового потенциала информационных систем. Получены выражения для отношения правдоподобия применительно к решению задачи совместного поиска и обнаружения когерентного сигнала со случайными неинформативными параметрами на фоне гауссовских помех.

Библиогр.: 8 назв.

УДК 621.396.96

**Особливості методики розрахунку відношення правдоподібності при сумісному пошуку та виявленні об'єктів / Г.В.Худов // Радиотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 146 – 149.**

Відмічаються особливості методики розрахунку відношення правдоподібності за сумісного пошуку та виявлення об'єктів в умовах обмеженого пошукового потенціалу інформаційних систем. Отримано вирази для відношення правдоподібності стосовно рішення задачі сумісного пошуку та виявлення когерентного сигналу з випадковими неінформативними параметрами на фоні гаусових завад.

Бібліогр.: 8 назв.

UDC 621.396.96

**Peculiarities of methods for the plausibility relation calculation in the objects' joint search and detection / G.V.Hudov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 146 – 149.**

Peculiarities of the methods for the plausibility relation calculation in the objects' joint search and detection under conditions of the limited search potential of information systems. Expressions for the plausibility relation with reference to the decision of the problem of joint search and detection of a coherent signal with random not informative parameters on a background Gauss' handicapes are received.

Ref: 8 items.

УДК 621.396.96

**Адаптивный алгоритм фильтрации параметров траектории целей / В.Д. Карлов Ю.И. Рафальский, С.В. Яровой, Н.Н. Петрушенко, А.В. Челпанов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 150 – 152.**

Рассматривается алгоритм фильтрации параметров траектории целей, который обеспечивает обнаружение и распознавание аномальных наблюдений и маневра цели, селекцию аномальных наблюдений, измерение и учет ускорения при маневре цели и, тем самым, повышает точность оценки параметров траектории цели.

Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.396.96

**Адаптивний алгоритм фільтрації параметрів траєкторії цілей / В.Д. Карлов Ю.І. Рафальський, С.В. Яровий, М.М. Петрушенко, А.В. Челпанов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 150 – 152.**

Розглядається алгоритм фільтрації параметрів траєкторії цілей, який забезпечує виявлення і розпізнавання аномальних спостережень та маневру цілі, селекцію аномальних спостережень, вимір і врахування прискорення при маневрі цілі і, таким чином, підвищує точність оцінки параметрів траєкторії цілей.

Бібліогр.: 4 назви.

UDC 621.396.96

**Adaptive algorithm of the targets trajectory parameters filtration / V.D. Karlov U.I. Rafalsky, S.V. Yarovoy, N.N. Petrushenko, A.V. Chelpanov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 150 – 152.**

The algorithm of filtration of the targets trajectory parameters, which ensures detection and recognition of abnormal observations and target manoeuvre and selection of abnormal observations, measuring and the account of acceleration at target manoeuvre and increases precision of the target trajectory parameters estimation, is considered.

Ref.: 4 items.

УДК 621.375:621.382.029.6.001.63

**Учет инерционных свойств транзистора в проектировании усилителя мощности класса F /** А.Н. Рудякова, В.Г. Крыжановский // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 153 – 157.

Проведен анализ влияния изменения спектрального состава коллекторного тока биполярного транзистора с ростом частоты на возможность работы усилителя мощности в классе F. Определены области возможной работы усилителя мощности с высоким КПД в зависимости от угла отсечки с ростом частоты. Для этих областей получено значение входного импеданса выходной согласующей цепи, требуемое для компенсации фазового сдвига между первой и третьей гармониками коллекторного тока, возникающего при работе на частоте, сравнимой с граничной. Результаты проведенного анализа позволяют учесть инерционные свойства транзистора при проектировании усилителя и выбрать оптимальные значения его выходной мощности и КПД.

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.375:621.382.029.6.001.63

**Облік інерційних властивостей транзистора в проектуванні підсилювача потужності класу F /** Г.М. Рудякова, В.Г. Крижановський // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 153 – 157.

Проведено аналіз впливу зміни спектрального складу колекторного струму біполярного транзистора з ростом частоти на можливість роботи підсилювача потужності в класі F. Визначено області можливої роботи підсилювача потужності з високим ККД в залежності від кута відсічення з ростом частоти. Для цих областей отримане значення вхідного імпедансу вихідного ланцюга, необхідне для компенсації фазового зсуву між першою і третьою гармоніками колекторного струму, що виникає при роботі на частоті, порівняній з граничною. Результати проведеного аналізу дозволяють врахувати інерційні властивості транзистора при проектуванні підсилювача і вибрати оптимальні значення його вихідної потужності і ККД.

Табл. 1. Іл. 5. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 621.375:621.382.029.6.001.63

**Accounting of the BJT's sluggish properties when designing the F class power amplifier /** A.N. Rudiakova, V.G. Krizhanovsky // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 153 – 157.

Analysis of influence BJT's collector current's spectral content variation with the increase of frequency on a capability of operating of the power amplifier in the F class is presented. The regions of possible operation of the power amplifier with high efficiency are determined depending on the cut-off angle with the increase in frequency. For these region the value of an output matching circuit's input impedance demanded for compensation of a phase shift between the fundamental and third harmonics of a collector current arising when operating on frequency, comparable with boundary is obtained. The outcomes of the conducted analysis allow to take into account sluggish properties of the BJT when designing the amplifier, and to select the best values of its output power and efficiency.

1 tab. 5 fig. Ref.: 7 items.

УДК 621.3.011.73

**Эквивалентные структуры линейных электрических цепей /** П.Ф. Лебедев // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 158 – 165.

Рассмотрены двухполюсные и многополюсные структуры цепей, включая сложные цепи с точки зрения их преобразования в другую соответствующую, энергетически эквивалентную структуру. Приведен закон, определяющий связи активных и пассивных параметров двух взаимно обратных структур с одинаковым количеством элементов. Расширены понятия о передаточных и распределительных (вводятся впервые) характеристиках цепей, предлагаемые к использованию в синтезе цепных структур.

Табл. 2. Ил. 3. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.3.011.73

**Еквівалентні структури лінійних електричних кіл /** П.Ф. Лебедев // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 158 – 165.

Розглянуто двополюсні та багатопольсні структури кіл, включаючи складні кола, із погляду їхнього перетворення в інші відповідні, енергетично еквівалентні структури. Наведено закон, що визначає зв'язки активних і пасивних параметрів двох взаємно зворотних структур з однаковою кількістю елементів. Розширено поняття про передавальні та розподільні (уводяться вперше) характеристики кіл, запропоновані до використання в синтезі ланцюгових структур.

Табл. 2. Іл. 3. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 621.3.011.73

**The equivalent structures in linear electric circuits /** P.F. Lebedev // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 158 – 165.

Two-polar and multipolar circuits structures, including complex circuits are considered from the point of their transformation into another corresponding, energetically equivalent structures. The law determining connections of active and passive parameters of two inverse introduced structures with identical amount of elements. Concepts of

transfer and distributive (introduced for the first time) characteristics of the circuits, recommended for use in the synthesis of chain structures, are widened.

2 tab. 3 fig. Ref.: 5 items.

УДК 621.396.6.017.7:681.3

**Оценка теплового режима гибридной интегральной микросхемы на углепластиковом основании** / В.А. Антонова, В.Н. Боршев, А.П. Резник // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 166 – 171.

Представлены результаты расчета температурных полей гибридной интегральной микросхемы детекторного модуля при использовании углепластиковых оснований различной толщины, анизотропии их теплофизических свойств и мест расположения полупроводниковых микросхем на подложке.

Ил.3. Библиогр.: 14 назв.

УДК 621.396.6.017.7:681.3

**Оцінка теплового режиму гібридної інтегральної мікросхеми на вуглепластиковій основі** / В.А. Антонова, В.Н. Борщов, О.П. Резнік // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 166 – 171.

Подано результати розрахунку температурних полів гібридної інтегральної мікросхеми детекторного модуля за використання вуглепластикових основ різної товщини, анізотропії їх теплофізичних властивостей і місць розташування напівпровідникових мікросхем на підложці.

Іл.3.Бібліогр.: 14 назв.

UDC 621.396.6.017.7:681.3

**Estimation of thermal conditions of the hybrid integrated microcircuit on the carbon fiber substrate** / V.A. Antonova, V.N. Borshchov, O.P. Reznik // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 166 – 171.

Results of calculation of temperature fields of the detection module hybrid integrated microcircuit are presented when using the carbon fiber substrate of different thickness, anisotropy of their thermal properties and location of semiconducting chips on a substrate.

3 fig. Ref.: 14 items.

УДК 621.396.96

**Основы теории многопозиционных систем синхронизации времени и частоты 2. Алгоритмы измерений сдвига шкал времени** / Ю.А. Коваль, В.В. Бавыкина, С.В. Трамбовецкий // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 172 – 179.

Рассмотрены основные характеристики пассивных и активных алгоритмов измерений сдвига шкал времени в системах синхронизации. Предложены модели алгоритмов, позволяющие оценивать точность определения сдвига шкал. Приведены соотношения для расчета сдвига шкал и погрешностей измерения радиометеорологического метода синхронизации.

Табл. 3. Ил.7. Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.396.96

**Основи теорії багатопозиційних систем синхронізації часу та частоти 2. Алгоритми вимірів зсуву шкал часу** / Ю.О. Коваль, В.В. Бавикіна, С.В. Трамбовецький // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 172 – 179.

Розглянуто основні характеристики пасивних і активних алгоритмів вимірів зсуву шкал часу в системах синхронізації. Запропоновано моделі алгоритмів, що дозволяють оцінювати точність визначення зсуву шкал. Наведено співвідношення для розрахунку зсуву шкал і похибок виміру радіометеорологічного методу синхронізації.

Табл. 3. Іл. 7. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 621.396

**Fundamentals of the theory of time and frequency synchronization multiposition systems. 2. Algorithms of measurements of time scales shift** / Yu. A.Koval, V.V.Bavykina, S. V. Trambovetcky// Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 9172 – 179.

The basic characteristics of passive and active algorithms of measurements of time scales shift in clock equipment are considered. The models of algorithms permitting to estimate accuracy of time scales shift definition are offered. The calculation ratio for scales shift and measurement errors of the radiometeorologic method of synchronization are cited.

3 tab. 7 fig.. Ref.: 7 items.

УДК 621.391

**Алгоритмы распознавания фонем речи** / И.Н. Пресняков, С.В. Омельченко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 180 – 189.

Рассмотрен ряд алгоритмов распознавания фонем речи на основе смесей распределений. Проведен сравнительный анализ ряда алгоритмов распознавания в пространстве формантных признаков с применением

разнообразных алгоритмов оценивания признаков и разнообразных мер близости по показателям средней вероятности правильного распознавания, а также устойчивости алгоритмов к влиянию гауссова белого шума.

Табл. 4. Ил. 8. Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.391

**Алгоритми розпізнавання фонем мовлення** / І.М.Пресняков, С.В.Омельченко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 180 – 189.

Розглянуто ряд алгоритмів розпізнавання фонем мовлення на основі сумішей розподілів. Проведено порівняльний аналіз ряду алгоритмів розпізнавання в просторі формантних ознак із застосуванням різноманітних алгоритмів оцінювання ознак і різноманітних мір близькості за показниками середньої імовірності правильного розпізнавання, а також стійкості алгоритмів до впливу гаусового білого шуму.

Табл. 4. Ил. 8. Библиогр.: 5 назв.

UDC 621.391

**Algorithms of speech phonemes recognition** / I.N. Presnjakov, S.V.Omelchenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 180 – 189.

A number of speech phonemes' recognition algorithms based on a distributions mixture is considered. Comparative analysis of a number of recognition algorithms in the Formant's space of signs using various algorithms of signs estimation and different measures of proximity by the indices of the mean probability of the correct recognition and the algorithms stability to the Gaussian white noise action.

4 tab. 8 fig. Ref.: 5 items.

УДК 550.34

**Комплексирование угломерного и разностно-дальномерного методов определения местоположения сейсмического источника** / Н.С. Пастушенко, И.А. Таран // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 190 – 193.

Предложена методика комплексирования угломерного и разностно-дальномерного методов определения местоположения сейсмического источника. Обосновано использование данной методики для повышения точности определения местоположения сейсмического источника. Приводятся результаты модельного эксперимента и некоторые рекомендации по практическому применению.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

УДК 550.34

**Комплексування кутомірного та різницево-далекомірного методів визначення місцеположення сейсмічного джерела** / М.С. Пастушенко, І.А. Таран // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 190 – 193.

Запропонована методика комплексування кутомірного та різницево-далекомірного методів визначення місцеположення сейсмічного джерела. Обґрунтоване використання цієї методики для підвищення точності визначення місцеположення сейсмічного джерела. Наводяться результати модельного експерименту та деякі рекомендації з практичного застосування.

Ил. 1. Библиогр.: 3 назв.

UDC 550.34

**Integration of goniometric and incremental ranging methods for seismic source location** / N.S. Pastushenko, I.A. Taran // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 190 – 193.

The technique of integration of goniometric and incremental ranging methods for seismic source location is offered. Application of the given technique to increase the seismic source location accuracy is proved. Results of modeling experiment and some recommendations on practical application are cited.

1 fig. Ref.: 3 items.

УДК 621.391.6.001.63

**Результаты моделирования многофункциональной системы обработки сигналов** / Г.В. Певцов, Д.А. Колисниченко, В.В. Костюхина // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 194 – 205.

Разработаны методы определения показателей качества многофункциональных радиотехнических устройств как составных элементов многофункциональной системы. С помощью имитационной компьютерной модели проверена работоспособность и исследовано поведение показателей качества многофункциональной системы в типовых условиях работы системы.

Ил. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.391.6.001.63

**Результати моделювання багатofункціональної системи обробки сигналів** / Г.В. Певцов, Д.А. Колісниченко, В.В. Костюхіна // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 194 – 205.

Розроблено методи визначення показників якості багатофункціональних радіотехнічних пристроїв як складових елементів багатофункціональної системи. За допомогою імітаційної комп'ютерної моделі перевірена працездатність і досліджена поведінка показників якості багатофункціональної системи в типових умовах роботи системи.

Ил. 1. Бібліогр.: 2 назв.

UDC 621.396.6.001.63

**Results of signals processing multipurpose system simulation** / G.V. Pevtsov, D.A. Kolisnichenko, V.V. Kostyhina // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 194 – 205.

Methods for defining the quality indices of multipurpose radio engineering devices as components of multipurpose system are developed. By means of simulation computer model the capacity for work is checked and behavior of quality factors of multipurpose system in standard conditions of functioning the system are investigated.

1 fig. Ref.: 2 items.

УДК 543.083/.084

**Развитие прямого СВЧ диэлектрического метода гигрометрии** / Ю.Е. Гордиенко, А.В. Пашков, Н.И. Слипенченко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 206 – 210.

Рассмотрены вопросы повышения чувствительности резонаторного способа измерения влажности газов. Разработанные резонаторный измерительный преобразователь и методика измерений позволяют снизить требования ко вторичной обработке информативных сигналов и упростит эксплуатацию СВЧ гигрометров.

Ил. 2. Библиогр.: 9 назв.

УДК 543.083/.084

**Розвиток прямого НВЧ діелектричного методу гігрометрії** / Ю.О. Гордієнко, О.В. Пашков, М.І. Сліпенченко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 206 – 210.

Розглянуто питання підвищення чутливості резонаторного способу вимірювання вологості газів. Розроблені резонаторний вимірювальний перетворювач та методика вимірювань дозволять знизити вимоги до вторинної обробки інформативних сигналів та спростити експлуатацію НВЧ гігрометрів.

Ил. 2. Бібліогр.: 9 назв.

UDC 543.083/.084

**The development of direct microwave dielectric method of hygrometry** / Yu.E. Gordienko, A.V. Pashkov, N.I. Slipchenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 206 – 210.

The problems of resonator methods of gases humidity measurement sensitivity increase is considered. The developed resonator-type measuring converter and method of measurement will allow to reduce the requirements to the second elaboration of informative signals and will permit to simplify the microwave hygrometer operation.

2 fig. Ref.: 9 items.

УДК 621.317.742

**Исследование стабильности метрологических характеристик одноканального микроволнового преобразователя коммутационного типа** / Ю.Б. Гимпиевич // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2003. Вып. 135. С. 211 – 217.

Исследуется влияние дестабилизирующих факторов на точность измерения 12-полюсного микроволнового преобразователя коммутационного типа. Получены соотношения для расчета погрешностей измерения модуля и аргумента комплексного коэффициента отражения.

Ил. 4. Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.317.742

**Дослідження стабільності метрологічних характеристик одноканального мікрохвильового перетворювача комутаційного типу** / Ю.Б. Гімпієвич // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2003. Вип. 135. С. 211 – 217.

Досліджується вплив дестабілізуючих факторів на точність вимірювання 12-полюсного мікрохвильового перетворювача комутаційного типу. Одержано співвідношення розрахунку похибок вимірювання модуля та аргумента комплексного коефіцієнта відбиття.

Ил. 4. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 621.317.742

**Research of metrological performance stability of single channel microwave commutation transformer** / Yu.B. Guimpilevich // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2003. N 135. P. 211 – 217.

Destabilization factors' effect on the measurement accuracy of six port microwave commutation transformer are researched. Design formulas for mistakes complex reflection coefficient are derived.

Fig. 4. Ref.: 7 items.

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ  
**РАДІОТЕХНІКА**  
Випуск 135  
Російською та українською мовами

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ  
**РАДИОТЕХНИКА**  
Выпуск 135  
На русском и украинском языках

Редактор *Л.М. Денісова*

Виконавець комп'ютерної верстки *В.В. Тарасенко*

Підп. до друку 10.12.2003. Формат 60 × 90/8.  
Папір офсет. Гарнітура Таймс. Друк ризограф. Ум. друк. арк. 14,14.  
Обл.-вид. арк. 15,2. Тираж 300 пр. Зам. № 408. Ціна договір.

Харківський національний університет радіоелектроніки (ХНУРЕ).  
Просп. Леніна, 14, Харків, 61166.

Оригінал-макет підготовлено і збірник надруковано у ПФ «Колегіум», тел. (0572) 28-53-74.