ВИБРОУСТОЙЧИВОСТЬ МЕМБРАННЫХ ПРИБОРОВ ПРИ УМЕНЬШЕНИИ ИХ ГАБАРИТОВ

В. А. Михайлов, В. Ф. Прошкин

Харьков

Одним из способов уменьшения габаритов и веса мембранных приборов может служить метод изменения размеров каждой из составляющих его деталей.

В этом случае исходный прибор-оригинал является прототипом прибора-модели, который отличается от оригинала только размерами и весом при сохранении той же структурной, кинематической и электрической (в случае применения преобразователя перемещения мембраны в электрический сигнал) схем.

Очевидно, модель должна эксплуатироваться в тех же условиях, что и оригинал, и выполнять те же функции. При этом желательно, чтобы инструментальные погрешности модели (как основная, так и дополнительные) не превышали соответствующих инструментальных погрешностей оригинала.

Ниже рассмотрено изменение дополнительной инструментальной погрешности мембранного прибора от воздействия вибрации при изменении его габаритов.

Уравнение движения подвижной части механизма мембранного прибора при воздействии вибрации с ускорением l имеет следующий вид [1]:

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + Sx = -\frac{P_{неур}}{g} l, \tag{1}$$

где M — приведенное значение массы подвижной части механизма;
B — коэффициент демпфирования подвижной системы прибора;
S — упругая жесткость подвижной системы прибора;
$P_{неур}$ — приведенное значение неуравновешенного веса деталей прибора;
g — ускорение силы тяжести;
l — ускорение, получающееся у корпуса прибора при вибрации и являющееся некоторой периодической функцией;
x — отклонение то в одну, то в другую сторону от некоторого среднего положения, происходящее вследствие вибрации.

Введем обозначения:

$$\frac{S}{M} = \Omega^2, \tag{2}$$

$$\frac{B}{M} = 2H. \tag{3}$$

Принимая, что действие вибрации подчиняется гармоническому закону $y = a \sin \omega_b t$,
найдем ускорение:

$$l = \ddot{y} = -a\omega_b^2 \sin \omega_b t.$$

Величина вынужденного относительного (относительно корпуса) смещения подвижной системы прибора будет равна:

$$X_{вын} = a\frac{P_{неур}}{Mg} \frac{\sin(\omega_b t + \alpha)}{\sqrt{\left(\frac{\Omega^2}{\omega_b^2} - 1\right)^2 + 4\frac{H^2}{\omega_b^2}}}, \tag{4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2H\omega_b}{\Omega^2 - \omega_b^2}. \tag{5}$$

При изменении размеров деталей прибора в общем случае изменяются все параметры подвижной системы прибора. Тогда для случая модели можно написать:

$$p_{неур} = \frac{P_{неур}}{K_p}; \quad m = \frac{M}{K_m}; \quad s = \frac{S}{K_s}; \quad b = \frac{B}{K_b}, \tag{6}$$

где K_p; K_m; K_s; K_b — коэффициенты, характеризующие изменение соответствующих параметров при изменении размеров прибора.

Из (2) и (6) получим:

$$\omega^2 = \frac{s}{m} = \frac{K_m}{K_s}\Omega^2, \tag{7}$$

$$h = \frac{b}{2m} = \frac{K_m}{K_b}H. \tag{8}$$

и значение вынужденных колебаний подвижной системы модели будет равно:

$$x_{вын} = a\frac{p_{неур}}{mg}\frac{\sin(\omega_b t + \alpha_м)}{\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\omega_b^2}-1\right)^2 + 4\frac{h^2}{\omega_b^2}}}, \tag{9}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_м = \frac{2h\omega_b^2}{\omega^2 - \omega_b^2}; \tag{10}$$

при этом предполагается, что амплитуда a и круговая частота ω_b вибрации не изменились, т. е. модель испытывает те же вибрационные перегрузки, что и оригинал.

Подставив (6), (8) в уравнения (9), (10) и учитывая (4) и (5), найдем отношение амплитуд вынужденных колебаний подвижной системы модели и оригинала и соотношение углов сдвига фаз:

$$\frac{|x_{вын}|}{|X_{вын}|} = \frac{K_m}{K_p}\frac{\sqrt{\left(1-\frac{\omega_b^2}{\Omega^2}\right)^2\frac{\Omega^4}{\omega_b^4} + \frac{H^2}{\omega_b^2}}}{\sqrt{\left(1-\frac{K_s}{K_m}\frac{\omega_b^2}{\Omega^2}\right)^2\frac{\Omega^4}{\omega_b^4}\frac{K_m^2}{K_s^2} + 4\frac{H^2}{\omega_b^2}\frac{K_m^2}{K_b^2}}}, \tag{11}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_м = \frac{\frac{\Omega^2}{\omega_b^2}-1}{\frac{K_m}{K_s}\frac{\Omega^2}{\omega_b^2}-1}\frac{K_m}{K_b}\operatorname{tg}\alpha. \tag{12}$$

Согласно техническим требованиям к приборам авиационной группы [2], они должны быть сконструированы таким образом, чтобы обеспечивалась виброустойчивость прибора при воздействии внешней вибрации с частотами до ω_{bmax}. Выполнение этого требования осуществляется путем проектирования прибора с собственной круговой частотой колебаний Ω подвижной системы, удовлетворяющей условию:

$$\frac{\Omega}{\omega_b} = N \text{ и } N_{min} = \frac{\Omega}{\omega_{bmax}} > 1. \tag{13}$$

Чем выше значение N, тем дальше отстоит область рабочих частот вибрации от резонансной частоты и, как следствие, тем меньше амплитуда вынужденных колебаний и выше виброустойчивость прибора.

После подстановки в (11)—(12) значения (13) получим:

$$\frac{|x_{вын}|}{|X_{вын}|} = \frac{K_m}{K_p}\frac{\sqrt{\left(1-\frac{1}{N^2}\right)^2 N^4 + 4\frac{H^2}{\omega_b^2}}}{\sqrt{\left(1-\frac{1}{n^2}\right)N^4\frac{K_m^2}{K_s^2} + 4\frac{H^2}{\omega_b^2}\frac{K_m^2}{K_b^2}}}; \tag{14}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_м = \frac{K_m}{K_b}\frac{N^2-1}{\frac{K_m}{K_s}N^2-1}\operatorname{tg}\alpha, \tag{15}$$

где

$$n = \frac{\omega}{\omega_b} = N\sqrt{\frac{K_m}{K_s}}. \tag{16}$$

Уравнения (14), (16) позволяют определить степень изменения амплитуды вынужденных колебаний подвижной системы и сдвиг фаз модели по отношению к амплитуде вынужденных колебаний подвижной системы оригинала.

1. В частном случае пропорционального изменения оригинала с коэффициентом изменения линейных размеров, равным K (все линейные размеры изменяются в одно и то же число раз), получим модель в виде уменьшенной копии оригинала.

В этом случае

$$K_p = \frac{P_{неур}}{p_{неур}} = \frac{V}{v} = K^3, \tag{17}$$

где V и v — объемы деталей оригинала и модели соответственно;
K — коэффициент изменения линейных размеров, равный отношению линейного размера оригинала к соответствующему линейному размеру модели. Для случая уменьшения модели по сравнению с оригиналом значение $K>1$.

2. Приведенное значение массы подвижных элементов прибора определяется зависимостью [1, 3].

$$M = \sum M_i \left(\frac{dY_i}{dX}\right)^2 + \sum I_i \left(\frac{d\alpha_i}{dX}\right)^2. \tag{18}$$

где M_i — масса i детали, движущейся поступательно;
dY_i — элементарное перемещение центра тяжести этой детали;
I_i — момент инерции i детали, вращающейся вокруг оси;
$d\alpha_i$ — элементарный угол поворота этой детали, соответствующий элементарному перемещению dX точки приведения сил.

Для случая пропорционального изменения оригинала, в силу геометрического подобия деталей модели и оригинала (при одном и томже удельном весе материала деталей), имеем:

$$M_i = m_i K^3. \tag{19}$$

Выражение $\frac{dY_i}{dX}$ представляет собой передаточное отношение поступательной пары, которое, в случае пропорционального изменения размеров оригинала, останется неизменным в силу геометрического подобия механизмов оригинала и модели, т. е.

$$\frac{dY_i}{dX} = \frac{dy_i}{dx}. \tag{20}$$

Выражение $\frac{d\alpha_i}{dX}$ представляет собой передаточное отношение вращательной пары к поступательной. В случае изменения линейных размеров механизма угловое перемещение $d\alpha_i'$ модели будет иным, чем у оригинала при одинаковом изменении поступательного перемещения.

Так как для случая пропорционального изменения размеров

$$dX = K dx,$$

то

$$\frac{d\alpha_i}{dX} = \frac{1}{K}\frac{d\alpha_i'}{dx}. \tag{21}$$

Момент инерции тела относительно оси вращения равен [3]:

$$I_l = \int_V (X_l^2 + Y_l^2 + Z_l^2)\,\rho\, dV.$$

Для модели пределы интегрирования по координатам X, Y и Z изменяются в K раз, объем тела изменяется в K^3 раз, что при неизменной плотности ρ материала дает:

$$d_l = \int_v \left(\frac{X_l^2}{K^2} + \frac{Y_l^2}{K^2} + \frac{Z_l^2}{K^2}\right)\rho\,\frac{1}{K^3}\,dV = \frac{1}{K^5}\,I_l. \qquad (22)$$

Подставляя (19)—(22) в (18), получим:

$$K_m = \frac{M}{m} = K^3. \qquad (23)$$

3. Жесткость упругих элементов и коэффициент демпфирования демпферов изменяются обратно пропорционально коэффициенту изменения линейных размеров данных упругих элементов и демпферов, что видно из зависимостей, связывающих параметры этих элементов с их размерами [1, 4], т. е.

$$K_s = \frac{S}{s} = K, \quad K_b = \frac{B}{b} = K. \qquad (24)$$

Подставляя значения (17), (23) и (24) в уравнения (7) и (16), находим

$$\omega = K\Omega, \qquad (25)$$

$$n = KN, \qquad (26)$$

т. е. собственная частота колебаний подвижной системы модели возрастает в K раз и в такое же число раз область опасных резонансных частот модели отодвигается дальше от области частот внешней вибрации, что позволяет сделать вывод о том, что виброустойчивость модели должна быть выше виброустойчивости оригинала.

Для количественной оценки повышения виброустойчивости модели рассмотрим изменение амплитуды вынужденных колебаний модели по отношению к амплитуде вынужденных колебаний оригинала.

Из уравнений (14), (15) после подстановки (17), (23), (24) и (26), получим:

$$K^2\,\frac{|x_{вын}|}{|X_{вын}|} = \frac{\sqrt{(N^2-1)^2 + 4\,\frac{H^2}{\omega^2}}}{\sqrt{\left(N^2 - \frac{1}{K^2}\right)^2 + 4\,\frac{H^2}{\omega^2}}}, \qquad (27)$$

так как $K>1$, то правая часть уравнения (27) меньше единицы. Заменим правую часть уравнения (27) единицей, тем самым только увеличив амплитуду вынужденных колебаний подвижной части модели, тогда получим:

$$|x_{вын}| = \frac{1}{K^2}\,|X_{вын}|. \qquad (28)$$

Если оригинал измеряет параметр Q в диапазоне $Q_{max} - Q_{min}$, что соответствует смещению подвижной системы прибора в пределах X_{max}—

$-X_{min}$, то его абсолютная погрешность от воздействия вибрации равна (2).

$$\Delta Q = \frac{X_{вын}}{X_{max} - X_{min}} (Q_{max} - Q_{min}), \tag{29}$$

относительная погрешность от воздействия вибрации

$$\delta Q = \frac{\Delta Q}{Q_{max} - Q_{min}} = \frac{X_{вын}}{X_{max} - X_{min}}. \tag{30}$$

Для случая модели, уменьшенной в K раз, имеем:

1) диапазон измерения параметра Q не изменился и составляет $Q_{max} - Q_{min}$ (так как модель должна измерять параметр в тех же пределах, что и оригинал);

2) линейное смещение подвижной системы модели уменьшилось в K раз и стало равным

$$\frac{1}{K}(X_{max} - X_{min}).$$

Тогда абсолютная погрешность модели от воздействия вибрации

$$\Delta q = \frac{x_{вын}}{\frac{1}{K}(X_{max} - X_{min})} (Q_{max} - Q_{min})$$

или, учтя (28),

$$\Delta q = \frac{1}{K} \Delta Q, \tag{31}$$

относительная погрешность модели от воздействия вибрации:

$$\delta q = \frac{\Delta q}{Q_{max} - Q_{min}} = \frac{1}{K} \delta Q. \tag{32}$$

Из изложенного следует, что при пропорциональном изменении размеров мембранного прибора его абсолютная и относительная погрешности от воздействия вибрации изменяются обратно пропорционально коэффициенту K изменения линейных размеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. С. Тихменев. Элементы точных приборов, Оборонгиз, 1956.
2. Д. А. Браславский, С. С. Логунов, Д. С. Пельпор. Авиационные приборы, «Машиностроение», 1964.
3. И. И. Артоболевский. Теория механизмов и машин, Гостехиздат, 1952.
4. Б. А. Асс, Н. Н. Жукова. Детали и узлы авиационных приборов и их расчет, Оборонгиз, 1960.

ДВЕ СХЕМЫ ФАЗОВРАЩАТЕЛЕЙ

Е. И. Мейбаум

Киев

В электротехнике и радиотехнике известна дифференциальная схема фазовращателя (рис. 1) с переменной индуктивностью L в одном плече схемы и с постоянным активным сопротивлением r в другом. Это так называемое фазовращательное устройство по напряжению. В ка-