

СМЕННОПОСЫЛОЧНЫЕ КОДЫ С ГРУППОВЫМ ВЫБОРОМ

В. А. Стулов

Киевский политехнический институт

В зависимости от того, производится ли групповой выбор или нет, все сменнопосылочные коды делятся на коды с групповым выбором и без него. Первые отличаются от вторых тем, что любая из кодовых комбинаций сменнопосылочных кодов с групповым выбором разбита на l групп и выбор объектов телемеханики производится несколькими ступенями. По сути дела коды без группового выбора являются вырожденными случаями кодов с групповым выбором, когда $l = 1$. Значения основных параметров в кодах с групповым выбором, как и без него, могут быть различными. Они могут быть равномерными или неравномерными, комплектными или некомплектными по тем или иным параметрам (или параметру), обладать или не обладать общим алфавитом для всех составляющих канала связи, иметь специальные посылки или элементы комбинирования для обнаружения или исправления ошибки.

Существует две разновидности сменнопосылочных кодов с групповым избиением. В первой из них любая группа может быть составлена из всех возможных в коде посылок, во второй — только из тех, которые не используются в других группах. Количество комбинаций в коде первой разновидности определяется по формуле соответствующего сменнопосылочного кода без группового избиения, так как разбивка на группы не создает никаких дополнительных ограничений, влияющих на его емкость.

Емкость кода второй разновидности зависит как от количества посылок, используемых в той или иной группе, так и от числа групп в самой кодовой комбинации. В случае, если количество групп в любой комбинации кода одно и то же, то его емкость

$$M = \prod_{i=1}^l M_{g_i} \quad (1)$$

где M_{g_i} — количество комбинаций для i -той группы,

l — количество групп в кодовой комбинации.

Максимальное количество кодовых комбинаций получается, когда

$$M_{g_1} = M_{g_2} = \dots = M_{g_l}$$

Но количество групп в разных комбинациях кода может быть неодинаковым. Поэтому емкость такого кода

$$M = \sum_{l=1}^{l_m} \prod_{i=1}^l M_{g_i} \quad (2)$$

где l_m — максимальное число групп в комбинации кода.

Как и в предыдущем случае, максимальная емкость кода получается, когда количество комбинаций для всех групп одно и то же. В этом случае

$$M = \sum_{i=1}^{l_m} M_{r_i}^i, \quad (3)$$

где M_{r_i} — количество комбинаций для одной группы.

Если же $l = \text{const}$, то (3) принимает вид:

$$M = M_{r_i}^l. \quad (4)$$

Когда в группах кодовой комбинации l может быть больше единицы, посылки внутри групп могут комбинироваться по тому или иному закону, но смежные обязательно должны быть различными как внутри групп, так и на их границах. В самой группе они могут повторяться. Определим емкость кода, некомплектного по l , если в нем посылки в группе комбинируются по закону сочетаний. В нем количество комбинаций для одной группы

$$M_{r_i} = C_{N_i}^{n_i},$$

где N_i — количество посылок, которые могут быть использованы в i -той группе,

n_i — число посылок в i -той группе.

А емкость кода находим, подставляя в (2) значение M_{r_i} :

$$M = \sum_{i=1}^{l_m} \prod_{i=1}^l C_{N_i}^{n_i}. \quad (5)$$

Аналогичным образом получается формула и для кода, в котором посылки в группе комбинируются по закону размещений

$$M = \sum_{i=1}^{l_m} \prod_{i=1}^l A_{N_i}^{n_i} \quad (6)$$

или перестановок

$$M = \sum_{i=1}^{l_m} \prod_{i=1}^l (N_i)!. \quad (7)$$

Посылки внутри группы могут между собой комбинироваться и по закону сменнoкачественного кода. Тогда количество комбинаций, которые могут быть использованы в качестве i -той группы, находим по формуле для сменнoкачественного кода, подставив в нее вместо k значение N_i , а n — значение n_i :

$$M_{r_i} = N_i(N_i - 1)^{n_i - 1}.$$

Емкость такого кода находим из (2), подставляя в него значения M_{r_i} :

$$M = \sum_{i=1}^{l_m} \prod_{i=1}^l N_i(N_i - 1)^{n_i - 1}. \quad (8)$$

Максимальное количество посылок, которое может быть получено в коде, находится из выражения

$$a = k^{s_n}, \quad (9)$$

а в случае неиспользования посылки, имеющей первое значение,

$$a = k^{s_n} - 1.$$

Когда же алфавит кода $k = 2$, то последняя формула принимает вид

$$a = 2^{s_n} - 1. \quad (9a)$$

Если в посылке количество основных элементов комбинирования постоянно ($m = \text{const}$), то число посылок определяется из выражения

$$a = C_{s_n}^m (k - 1)^m,$$

а при алфавите кода $k = 2$

$$a = C_{s_n}^m (2 - 1)^m = C_{s_n}^m. \quad (10)$$

В частотных системах телемеханики, т. е. системах, где параллельными составляющими служат составляющие, организованные при помощи частот, обычно в качестве сигнального признака принимают наличие («1») и отсутствие («0») импульса, т. е. два значения признака. Поэтому для них количество различных посылок определяется по формуле (9a), если $m \neq \text{const}$, и по (10) при $m = \text{const}$.

В сменнопосылочных кодах с групповым избором второй разновидности, согласно их определению,

$$a = \sum_{i=1}^l N_i. \quad (11)$$

Обычно в них принимают

$$N_1 = N_2 = \dots N_l \text{ и } n_1 = n_2 = \dots n_l.$$

Тогда $a = lN$ или

$$N = \frac{a}{l}. \quad (12)$$

Подставляя в это выражение значение a из (9), получаем максимальное число посылок, которое может быть использовано в группе в таком случае

$$N = \frac{a}{l} = \frac{k^{s_n}}{l}.$$

Емкость равномерного комплектного по N и n кода, при комбинировании посылок внутри его групп по закону сочетания, определяем из (5) путем подстановки в него найденного значения

$$M = \sum_{i=1}^{lm} \left(\frac{C_{k^{s_n}}^n}{l} \right)^l. \quad (13)$$

Аналогично получаем выражение для определения емкостей кодов при комбинировании посылок внутри групп по закону размещений

$$M = \sum_{l=1}^{l_m} \left(A_{k^{s_n} l}^n \right)^l, \quad (14)$$

перестановок

$$M = \sum_{l=1}^{l_m} \left[\left(\frac{k^{s_n}}{l} \right)! \right]^l, \quad (15)$$

образования сменногокачественного кода

$$M = \sum_{l=1}^{l_m} \left[\frac{k^{s_n}}{l} \left(\frac{k^{s_n}}{l} - 1 \right)^{n-1} \right]^l. \quad (16)$$

В частотных системах телемеханики с кодом, комплектных по N и n и некомплектных по l , N находятся подстановкой в (12) значения a из (9a):

$$N = \frac{2^{s_n} - 1}{l},$$

так как посылки, имеющие первое значение, в них не используются. Емкости этих кодов определяются путем подстановки найденного значения, при комбинировании посылок в группах по закону сочетаний, в (5):

$$M = \sum_{l=1}^{l_m} \left(C_{2^{s_n-1} l}^n \right)^l; \quad (17)$$

по закону размещений — в (6):

$$M = \sum_{l=1}^{l_m} \left(A_{2^{s_n-1} l}^n \right)^l; \quad (18)$$

по закону перестановок — в (7):

$$M = \sum_{l=1}^{l_m} \left(\frac{2^{s_n} - 1}{l} \right)!; \quad (19)$$

по закону сменнопосылочных кодов в (8):

$$M = \sum_{l=1}^{l_m} \left[\frac{2^{s_n} - 1}{l} \left(\frac{2^{s_n} - 1}{l} - 1 \right)^{n-1} \right]^l. \quad (20)$$

Из кодов с групповым избиением в телемеханике применяются коды, комплектные по l ($l = \text{const}$), так как они более помехоустойчивые, чем некомплектные. Емкость их находится из (1) подстановкой в нее значения M_r . Последнее определяется в зависимости от закона комбинирования посылок в группе и количества посылок, которые могут быть использованы при образовании той или иной группы. Так, если посылки в группах комбинируются по закону сменнопосылочного кода, то

$$M_r = N(N-1)^{n-1},$$

а емкость кода

$$M = \prod_{i=1}^l N(N-1)^{n-1}. \quad (21)$$

Обычно для передачи таких кодов используют параллельные составляющие, организованные при помощи частот. Реже применяют проводные параллельные составляющие. В качестве сигнального признака принято выбирать наличие и отсутствие импульса в составляющей ($q_{k-2} = 2$) при числе признаков $d = 1$. Следовательно, в таком случае $k = 2$. Поскольку эти коды в общем случае некомплектные по m ($m \neq \text{const}$), то в одной и той же их кодовой комбинации посылки могут состоять из различного числа основных элементов комбинирования. Так, в системе телемеханики при помощи первой группы из двух посылок с $m = 2$ каждая может выбирать объект ТУ, а при помощи второй, состоящей из посылки $m = 1$, — характер операции («включить» или «выключить»). Если посылки в первой группе комбинируются по закону сочетаний, то количество посылок, которые могут быть использованы в первой группе, равно

$$a = C_{s_n-2}^r,$$

так как в этом случае количество основных элементов комбинирования равно числу параллельных составляющих, и два из них используются во второй группе.

Количество комбинаций посылок, которые могут быть использованы в качестве первой группы,

$$M_1 = C_{s_n-2}^{a_1},$$

потому что посылки в этой группе комбинируются по закону сочетаний.

Количество комбинаций для второй посылки

$$M_{r_2} = 2.$$

Емкость этого кода определяем из (1) путем подстановки в него значения M_{r_1} и M_{r_2} :

$$M = \prod_{i=1}^l M_{r_i} = 2C_{s_n-2}^{a_1}. \quad (22)$$

В рассмотренном коде количество посылок в группах кодовой комбинации было разным ($n \neq \text{const}$). Во всех кодовых комбинациях в одних и тех же группах число посылок в нем неизменно. Поэтому он является комплектным кодом по n , но неравномерным.

Но количество посылок во всех группах может быть одним и тем же ($n = \text{const}$). Этот код является комплектным и равномерным по n .

В то же время значение M_r для различных групп его кодовой комбинации может быть неодинаковым, поскольку посылки в них обладают различным числом элементов комбинирования, значение которых отлично от первого. Таким является код, использованный в устройстве телемеханики ТСП-59.

В нем первая посылка, состоящая из двух элементов, служит для вызова объекта, а вторая определяет характер операции («включить» или «отключить»).

Количество посылок, которые могут быть использованы для первой группы, как и в предыдущем случае, равно:

$$a = C_{s_n-2}^n.$$

В связи с тем, что в группе только одна посылка,

$$M_{r_1} = a = C_{s_n-2}^n,$$

а емкость кода согласно (1)

$$M = 2C_{s_n-2}^m. \quad (23)$$

Этот код желательно применять в устройствах телемеханики при сравнительно небольшом количестве объектов, так как шифраторы и дешифраторы получаются простыми. Но операций может быть не две, как в данном случае, а больше. Поэтому формула для определения емкости такого кода будет иметь вид:

$$M = b(C_{s_n}^m - b), \quad (24)$$

где

m — количество элементов комбинирования, значение которых отлично от первого;

b — количество операции на одном объекте.

В комбинированных кодах с групповым избиранием количество групп в комбинации кода l , число посылок в группе и количество основных элементов комбинирования m постоянно. Значение N также неизменно для всех групп. Алфавит общий. В этом случае значение a в (12) для частотных кодов с $k = 2$ находим из (10), так как $m = \text{const}$.

Тогда

$$N = \frac{a}{l} = \frac{C_{s_n}^m}{l}.$$

Количество кодовых комбинаций в таком коде определяем, подставляя найденное значение в (5), если комбинирование посылок в группах происходит по закону сочетаний:

$$M = \left(\frac{C_{s_n}^m}{l} \right)^l. \quad (25)$$

Если же комбинирование посылок в группах производится по закону размещений, то найденное значение N подставляем в (6):

$$M = \left(\frac{A_{s_n}^m}{l} \right)^l, \quad (26)$$

а если по закону перестановок, то в (7):

$$M = \left(\frac{C_{s_n}^m}{l!} \right)^l. \quad (27)$$

Когда комбинирование посылок в группах производится по закону сменногокачественного кода, то емкость такого комплектного кода с групповым избиранием получаем из (8), подставляя в него найденное значение N :

$$M = \left[\frac{C_n^m}{l} \left(\frac{C_n^m}{l} - 1 \right)^{n-1} \right]^l. \quad (28)$$

В предельном случае каждая группа может состоять только из одной посылки. Тогда количество комбинаций в коде определяется из (2) с учетом того, что $M_r = N$, так как $n = 1$:

$$M = \sum_{i=1}^{lm} \prod_{i=1}^l N_i. \quad (29)$$

Если же $l = \text{const}$, то

$$M = \prod_{i=1}^l N_i. \quad (30)$$

Для частотного кода с общим алфавитом, в котором $k = 2$, $m = \text{const}$, $N = \text{const}$, $l = \text{const}$, $n = 1$

$$N = \frac{C_n^m}{l},$$

так как число различных основных элементов в этом случае

$$k_0 = s_n.$$

Емкость кода тогда, согласно (30),

$$M = \left(\frac{C_n^m}{l} \right)^l. \quad (31)$$

Если же в результате деления C_n^m на l получается остаток δ , то выражение (III-31) принимает вид:

$$M = \left(\frac{C_n^m - \delta}{l} \right)^{l-1} \left(\frac{C_n^m - \delta}{l} + \delta \right). \quad (32)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. А. Катков, В. А. Стулов. Группа сменнопосылочных кодов для устройств телемеханики. Сб. «Техническая кибернетика», Гостехиздат УССР, Киев, 1963.