

УДК 658.17

ОПТИМИЗАЦИЯ КОЛИЧЕСТВА И МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ЦЕНТРОВ ТРАНСПОРТНО- СКЛАДСКОЙ СИСТЕМЫ

В. В. Бескорвайный

Доктор технических наук, профессор*

Контактный тел.: (057) 702-10-06

E-mail: beskorovainyi@kture.kharkov.ua

З. А. Имангулова

Кандидат технических наук, доцент*

E-mail: imangulova_z@i.ua

А. И. Петрова

Аспирант*

E-mail: petrovaanait@mail.ru

*Кафедра системотехники

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166

У статті сформульовано постановку двох різновидів задачі визначення оптимальної кількості та місць розташування розподільних центрів транспортно-складської системи. Запропоновано модифікації методів їх розв'язання за наявності обмежень та без обмежень на місця можливого розміщення розподільних центрів

Ключові слова: розподільний центр, оптимізація, центр тяжіння, кластеризація

В статье сформулированы постановки двух разновидностей задачи определения оптимального количества и месторасположения распределительных центров транспортно-складской системы. Предложены модификации методов их решения при наличии ограничений и без ограничения на места возможного размещения распределительных центров

Ключевые слова: распределительный центр, оптимизация, центр тяжести, кластеризация

1. Введение

В последнее время в структуре управления крупными производственными и торговыми предприятиями большое значение стали придавать физическому распределению товаров и услуг (логистике). Причины этого возросшего интереса связаны с процессами глобализации мировой экономики, с ростом стоимости транспортных услуг. Первоначально усилия предприятий были направлены в основном на снижение производственной себестоимости продукции. В настоящее время, когда предложение повсеместно стало превышать спрос, предприниматели начали признавать также важность обеспечения сбыта за счет снижения транспортных и складских издержек.

Цель транспортной системы любого производственного предприятия или крупной торговой фирмы состоит в обеспечении доставки товаров потребителям с минимальными затратами в установленные сроки. Для этого необходимо решать задачу структурно-параметрического синтеза транспортно-складской системы, которая состоит в определении: оптимального количества складов или распределительных центров, мест их расположения, характеристик каждого склада, оптимальной системы перевозок товаров от производителя на склад и далее потребителю и т.д.

Структура транспортно-складской системы (ТСС) зависит от размеров рассматриваемой территории, объемов потребляемой продукции и ее номенклатуры, а также от географического расположения компаний производителей продукции. Для крупных межнацио-

нальных или национальных компаний строятся многоуровневые структуры, включающие национальный, региональный и локальный уровни [1, 2]. При этом, независимо от уровня структуры, планирование в ТСС начинается с решения стратегических задач, касающихся ее топологии, необходимой для реализации целей фирмы и придания большей гибкости системе обслуживания клиентов.

Целью данной статьи является разработка эффективных методов решения задачи структурно-топологической оптимизации региональных транспортно-складских систем.

2. Постановки задачи

Рассматривается задача структурно-топологического синтеза ТСС регионального (среднего) уровня, включающая промежуточные распределительные центры (терминалы, склады) в географическом регионе, обслуживаемом распределительным центром национального уровня. Каждый распределительный центр регионального уровня обслуживает закрепленное за ним множество заказчиков продукции (распределительных центров нижнего уровня), которые представляют собой склады супермаркетов или специализированных магазинов.

Будем рассматривать задачу структурно-топологического синтеза ТСС регионального уровня в следующей постановке. Задано множество заказчиков продукции $I = \{i: i = \overline{1, n}\}$, для каждого из которых

определено место расположения на транспортной сети региона, объем заказываемой каждым из них продукции и транспортный тариф.

Необходимо определить оптимальное количество l^0 и местоположение региональных распределительных центров, а также подмножества заказчиков, обслуживаемых каждым региональным распределительным центром $I_j = \{i_j\}, j = \overline{1, l^0}$. Рассмотрим две разновидности задачи: при наличии ограничений на места возможного размещения распределительных центров и без ограничений на места возможного размещения распределительных центров. В первом случае будем считать, что распределительные центры могут располагаться только на базе или в непосредственной близости от заказчиков продукции. Такой вид ограничений в наибольшей степени соответствует системам регионального уровня.

Целевая функция данной задачи представляет собой приведенные затраты на доставку продукции заказчикам

$$C = \sum_{j=1}^l c_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l q_i r_i d_{ij} v_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

где n – количество заказчиков; l – количество региональных распределительных центров; q_i – объем грузопотока до i -го заказчика, т/год; r_i – транспортный тариф i -го заказчика, грн/ткм; d_{ij} – расстояние между i -м заказчиком и j -м распределительным центром, км; c_j – приведенные затраты на j -й распределительный центр грн/год;

$$v_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й заказчик обслуживается } j\text{-м} \\ & \text{распределительным центром;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Для решения сформулированной задачи могут быть использованы методы синтеза территориально-распределенных систем (ТРС) с радиально узловоей структурой [3 – 5]. Отличительной особенностью этих методов является то, что они ориентированы на решение задач, в которых узлы (терминалы, обслуживающие элементы ТРС) могут размещаться только на базе одного из обслуживаемых объектов (распределительного объекта, склада). При синтезе ТСС такое ограничение может отсутствовать. Во многих случаях учет этого ограничения может приводить к дополнительным расходам на транспортировку продукции.

3. Методы решения задачи

Для определения количества региональных распределительных центров воспользуемся методом направленного перебора MDR с использованием эвристики ADD [3, 4]. Это связано с тем, что зависимость приведенных затрат на функционирование ТСС от количества распределительных центров является одноэкстремальной функцией, которая вначале убывает, а затем возрастает [6].

Для решения задачи с ограничениями на места возможного размещения распределительных центров предлагается использовать набор методов, различающихся по сложности и точности получаемых с их помощью решений. Это позволит выбирать лучший

из методов в зависимости от размерности решаемой задачи (количество заказчиков и распределительных центров), требуемой точности решения, имеющихся вычислительных мощностей и ограничений на время получения решения.

Идея базового метода направленного перебора MDR заключается в следующем [5]. Определить начальное значение допустимого количества распределительных центров l' , необходимых для обслуживания всего множества заказчиков $I = \{i: i = \overline{1, n}\}$. Традиционно принимается $l' = 1$. Для заданного количества распределительных центров l' по минимуму затрат на транспортировку $\min_{ij} \{q_i r_i d_{ij}\}$ (где q_i – объем грузопотока до i -го заказчика, т/год; r_i – транспортный тариф i -го заказчика, грн/ткм; d_{ij} – расстояние между i -м заказчиком и j -м распределительным центром, км;) решить задачу их наилучшего размещения и распределения множества заказчиков по центрам $I_j = \{i_j\}, j = \overline{1, l'}$.

Увеличивать количество распределительных центров в системе $l' := l' + 1$ и решать задачи их размещения и распределения множества заказчиков по центрам до получения наилучшего в заданных условиях решения по критерию минимума приведенных затрат (1).

Для решения задачи размещения центров и распределения множества заказчиков по центрам предлагается использовать методы полного перебора MCR (Method of complete recalculation), усеченного перебора MTR (Method of truncated recalculation), покоординатной оптимизации MCD (Method of coordinate descent).

Метод MCR предполагает выбор решения путем полного перебора всех возможных размещений центров, количество которых для известного количества заказчиков n и заданного количества узлов l равно числу сочетаний C_n^l .

Метод MTR предполагает выбор решения путем полного перебора сочетаний на сокращенном множестве мест возможного размещения центров I^+ . Для этого среди множества мест расположения заказчиков $I = \{i: i = \overline{1, n}\}$ следует выделить подмножество Γ , расположенных на границе обслуживаемой территории, вдали от других заказчиков или вдали от путей, связывающих заказчиков между собой. Таким образом, множество I^+ может быть получено из множества I путем исключения из него мест, размещение распределительных центров в которых экономически нецелесообразно Γ , т.е. $I^+ = I \setminus \Gamma$.

Суть *метода покоординатной оптимизации MCD* состоит в том, чтобы, начав с некоторого произвольно выбранного размещения l центров, улучшать решение путем последовательного перемещения одного из центров при фиксированных размещениях $l-1$ остальных.

Циклическое применение этой процедуры для всех центров позволит получить приближение локального минимума затрат (1). Для повышения точности оценки можно применить многократную реализацию процедуры для различных начальных размещений центров. Для снижения временной сложности метода можно ограничить размер области возможного перемещения центров.

Для определения местоположения распределительных центров в задаче без ограничений на места их

возможного размещения предлагается использовать следующую двухэтапную процедуру.

На первом этапе множество всех заказчиков продукции разбивается на непересекающиеся подмножества

$$I_j, j = \overline{1, l} \quad I_j \cap I_k = \emptyset \quad \forall i \neq j, \bigcup_j I_j = I. \quad (2)$$

Для реализации разбиения предлагается использовать один из наиболее популярных методов кластеризации – метод «к-средних». При этом в качестве меры близости элементов кластера, используется расстояние между ними [7].

На втором этапе для каждого подмножества заказчиков I_j определяются координаты распределительного центра. Данная задача решается с помощью итерационного метода «центра равновесной системы транспортных затрат» [8–11]. Начальные координаты j -го регионального распределительного центра определяются по формулам

$$x_j = \frac{\sum_{i \in I_j} r_i q_i x_i}{\sum_{i \in I_j} r_i q_i}; \quad y_j = \frac{\sum_{i \in I_j} r_i q_i y_i}{\sum_{i \in I_j} r_i q_i}, \quad j = \overline{1, m}, \quad (3)$$

где $I_j = \{i_j\}$, $j = \overline{1, l}$ – множество заказчиков, обслуживаемых j -м распределительным центром.

Затем осуществляется расчет суммарных затрат на транспортировку для j -го локального распределительного центра

$$C_j = \sum_{i \in I_j} r_i q_i d_{ij}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (4)$$

Повторный расчет координат j -го локального распределительного центра

$$x_j = \frac{\sum_{i \in I_j} r_i q_i x_i / d_{ij}}{\sum_{i \in I_j} r_i q_i / d_{ij}}; \quad y_j = \frac{\sum_{i \in I_j} r_i q_i y_i / d_{ij}}{\sum_{i \in I_j} r_i q_i / d_{ij}}, \quad j = \overline{1, m}. \quad (5)$$

Пересчет координат распределительного центра продолжается до тех пор, пока значение (4) не перестанет изменяться на значимую наперед заданную величину.

Алгоритм решения задачи структурно-топологического синтеза ТСС без ограничений на места возможного размещения распределительных центров можно представить в следующем виде.

1. Присвоить $l := 1$.
2. Рассчитать приведенные затраты на транспортировку грузов в системе C^0 по формуле (4).
3. Присвоить $l := l + 1$.
4. Выполнить разбиение множества заказчиков на l кластеров с помощью метода «к-средних».
5. Определить местоположение для каждого из l региональных распределительных центров с помощью итерационного метода «центра равновесной системы транспортных затрат».
6. Рассчитать приведенные затраты на транспортировку грузов в системе $C^{(l)}$.

7. Если $C^0 > C^{(l)}$, присвоить $C^0 := C^{(l)}$ и перейти к п. 3.
8. Выдать результат $C^0, l^0 = l - 1$.
9. Конец вычислений.

4. Анализ эффективности методов решения задачи

Для оценки эффективности методов решения задачи без ограничений было проведено их экспериментальное исследование. В качестве показателей эффективности использованы оценки точности получаемых решений и временной сложности методов. В качестве показателя точности использовались значения абсолютной $\Delta C = |C^0 - \tilde{C}^0|$ и относительной $\delta C = |C^0 - \tilde{C}^0| / C^0$ погрешности решений (где C^0 – оптимальное значение приведенных затрат, полученное путем полного перебора вариантов; \tilde{C}^0 – оценка значение приведенных затрат, полученная приближенным методом).

Для оценки сложности методов использовались рабочие функции, определяющие количество элементарных операций или время решения задачи в зависимости от ее размерности $O(n, l)$ (где n – количество заказчиков; l – количество распределительных центров системы). При формировании исходных данных тестовых задач места размещения заказчиков определялись с помощью генератора равномерно распределенных случайных чисел.

Комбинаторный метод MCR предполагает выбор лучшего варианта путем полного перебора всех возможных размещений центров для $l = \overline{1, l^0 + 1}$. Общее количество вариантов при этом равно сумме чисел сочетаний $\sum_{l=1}^{l^0+1} C_n^l$. С учетом этого временная сложность метода на основе полного перебора MCR составляет $O[\sum_{l=1}^{l^0+1} C_n^l]$. Этот метод дает оптимальное решение. Однако, в виду его высокой временной сложности, он применим исключительно для решения задач синтеза невысокой размерности.

В процессе реализации метода MTR кроме решения задачи перебора вариантов требуется решение одной из дополнительных задач (построения кратчайшего стягивающего дерева на транспортной сети, связывающей места расположения заказчиков, формирования списка «ближайших соседей» и т.д.). Известно, что сложность методов решения таких задач оценивается величиной порядка $o[n^2]$. Таким образом, временная сложность этого метода может быть оценена величиной порядка $o[n^2 + \sum_{l=1}^{l^0+1} C_n^l]$, где $n^+ = \text{Card } I^+$ – мощность множества I^+ . С учетом того, что для практически решаемых задач $\sum_{l=1}^{l^0+1} C_n^l \gg n^2$, сложность метода MTR может быть оценена величиной порядка $o[\sum_{l=1}^{l^0+1} C_n^l]$. Учитывая характер функции $t(n^+) = \sum_{l=1}^{l^0+1} C_n^l$ можно утверждать, что основной выигрыш во времени решения задачи будет получен при $l = l^0 + 1$. С учетом этого в качестве аналитической оценки относительной слож-

ности предложенных модификаций метода целесообразно использовать $\delta_o = \sum_{l=1}^{l^0+1} C_{n^+}^l / \sum_{l=1}^{l^0+1} C_n^l$. Результаты исследования показывают, что удельная сложность $\delta_o = t(n^+, l) / t(n, l)$ этого метода имеет тенденцию к снижению при уменьшении отношения n^+ / n и при увеличении количества клиентов в системе. Для задач с количеством клиентов $20 \leq n \leq 100$ она не превышает 0,716 (табл. 1).

Таблица 1

Значения относительной сложности метода MTR

n	$n^+ / n = 0,6$	$n^+ / n = 0,7$	$n^+ / n = 0,8$	$n^+ / n = 0,9$
20	0,19298	0,31390	0,49123	0,71579
30	0,06012	0,14279	0,29826	0,56650
40	0,01856	0,06351	0,18054	0,44775
50	0,00571	0,02818	0,10914	0,3537
60	0,00175	0,01249	0,06593	0,27932
70	0,00054	0,00553	0,03982	0,22055
80	0,00016	0,00244	0,02404	0,17412
90	0,00005	0,00108	0,01451	0,13746
100	0,00002	0,00047	0,00875	0,10851

Исследования точности метода MTR проводились в процессе решения 120 задач для $10 \leq n \leq 50$ (с равномерным распределением заказчиков по территории). Среднее значение относительной погрешности составило $\bar{\delta}C = 0,0023$, а ее максимальное значение $-\max \bar{\delta}C = 0,041832$.

Оценка точности метода MCD производилась путем сравнения решений 120 задач с ограничениями на персональной ЭВМ с тактовой частотой процессора 1,3 ГГц для $10 \leq n \leq 40$. Среднее значение относительной погрешности решений составило $\bar{\epsilon} = 0,0025$, а максимальное ее значение $-\epsilon_{\max} = 0,0477$. При этом в 86,8% задач были получены точные решения, а в 5,7% случаев погрешность не превышала 1%. Временная сложность метода с достоверностью $R^2 = 0,9975$ аппроксимируется полиномом второй степени, т.е. она составляет порядка $t(n) = o[n^2]$ (рис. 1).

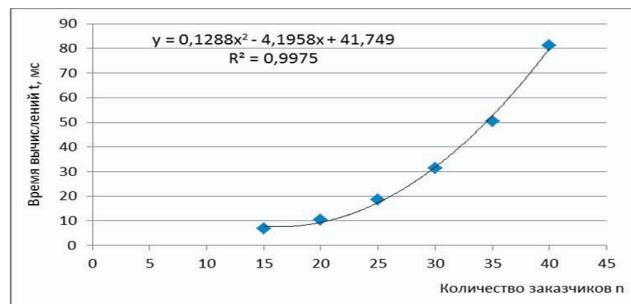


Рис. 1. Аппроксимация временной сложности метода MCD при решении задачи с ограничениями

Оценка вычислительной сложности метода решения задачи без ограничений проводилась на персональной ЭВМ с тактовой частотой процессора 1,4 ГГц на выборках по 10 систем различной размерности для $10 \leq n \leq 70$. Зависимость времени решения задачи от размерности задачи $t(n)$ с достоверностью $R^2 = 0,9915$ аппроксимируется полиномом второй степени, т.е. $t(n) = o[n^2]$ (рис. 2).

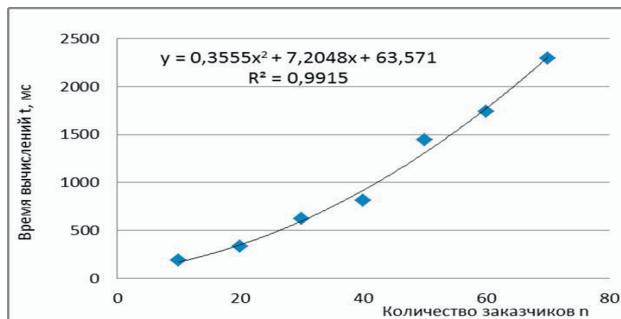


Рис. 2. Аппроксимация временной сложности метода решения задачи без ограничений

Поскольку в задаче без ограничений возможные места расположения распределительных центров не ограничены местами расположения заказчиков, в работе было проведено сравнение приведенных затрат на ТСС с учетом и без учета данного ограничения.

Вычислительные эксперименты показали, что расходы на транспортировку грузов в системе, где распределительные центры могут создаваться только в местах размещения заказчиков всегда выше, чем в системах без данного ограничения. При этом величина экономии зависит от размерности задачи (рис. 3).

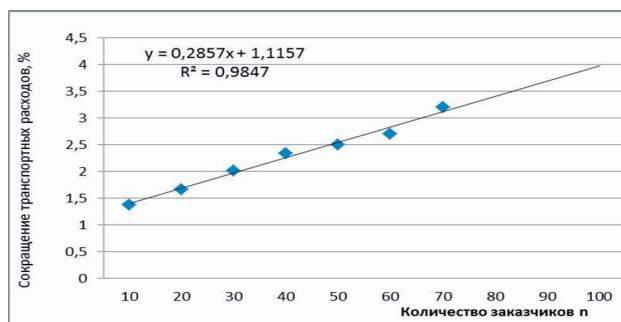


Рис. 3. Аппроксимация величины сокращения приведенных затрат при снятии ограничений на места размещения центров

Аппроксимировав данную зависимость линейной функцией с достоверностью $R^2 = 0,9847$, можно спрогнозировать величину экономии для систем большей размерности. Так можно предположить, что для задач размерностью 100 элементов величина экономии транспортных расходов будет составлять в среднем порядка 4%.

Выводы

В работе рассмотрены две постановки и математическая модель задачи структурно-топологического синтеза транспортно-складских систем регионального уровня (при наличии ограничений на места возможного размещения распределительных центров и без ограничений на места возможного размещения распределительных центров). Введенные ограничения предполагают, что распределительные центры могут располагаться только на базе или в непосредственной близости от заказчиков продукции. Для решения этой задачи предложены модификации методов полного направленного перебора MCR, усеченного перебора MTR и покоординатной оптимизации MCD. Прове-

денные аналитические и экспериментальные исследования позволили получить количественные оценки эффективности предложенных модификаций методов. Их результаты позволяют дать рекомендации по эффективному применению методов в зависимости от размерности решаемой задачи, требуемой точности решения, имеющихся вычислительных мощностей и ограничений на время получения решения.

Метод полного направленного перебора MCR целесообразно применять для систем с количеством заказчиков не более 50-60, а метод усеченного перебора MTR для систем с количеством заказчиков от 50-60 до 100. Погрешность метода MTR не превышает 4,2% при сокращении времени решения задачи от 28 до 99%. Для задач большей размерности рекомендуется использовать метод на основе схемы покоординатной оптимизации MCD. Он имеет временную сложность

порядка $t(n) = o[n^2]$, а погрешность полученных с его помощью решений не превышала 4,7%.

Для решения задачи без ограничений на места размещения распределительных центров предложен метод, использующий идеи кластеризации на основе «k-средних» и определения центра равновесной системы транспортных затрат. Он имеет временную сложность порядка $t(n) = o[n^2]$.

Экспериментальным путем установлено, что снятие ограничений на места возможного размещения распределительных центров позволяет для систем с количеством клиентов от 10 до 100 экономить до 4% приведенных затрат на доставку товаров.

Направлением дальнейших исследований может стать разработка и анализ эффективности методов оптимизации систем в условиях неполной определенности грузопотоков и затрат.

Литература

1. Годлевский, М.Д. Принципы структурно-параметрического синтеза модели транспортно-складской системы транснациональной логистической компании [Текст] / М.Д. Годлевский, А.А. Станкевич // Вестник НТУ «ХПИ». Системный анализ, управление и информационные технологии. – 2009. – № 10. – С. 23 – 30.
2. Дыбская, В.В. Стратегические задачи логистики складирования [Текст] / В.В. Дыбская // Логистика и управление цепями поставок. – 2005. – №1(6). – С. 6 – 11.
3. Бескорвайный, В.В. Алгоритмы оптимизации топологии ИВС на множестве радиально-узловых структур [Текст] / В.В. Бескорвайный, З.А. Имангулова // Радиоэлектроника и информатика. – 2000. – №2. – С. 100–104.
4. Бескорвайный, В.В. Оптимизация количества и топологии элементов при структурном синтезе территориально распределенных систем [Текст] / В.В. Бескорвайный // Радиоэлектроника и информатика. – 2003. – №2. – С.100–104.
5. Бескорвайный В.В. Модификация метода направленного перебора для синтеза топологии систем с радиально-узловыми структурами // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – 2003. – Вып. 123. – С. 110 – 116.
6. Гаджинский, А.М. Логистика [Текст] / А.М. Гаджинский. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и Ко», 2005. – 432 с.
7. Мандель, И.Д. Кластерный анализ [Текст] / И.Д. Мандель. – М.: Финансы и Статистика, 1988. – 176 с.
8. Мещанкин, А.Е. Методические подходы к оптимизации проектирования логистической (складской) сети [Текст] / А.Е. Мещанкин // Логистика и управление цепями поставок. – 2005. – №1(6). – С.24 – 28.
9. Современная логистика: пер. с англ. [Текст] / Д. Джонсон, Д. Вуд, Д.Ф. Вордлоу и др. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2002. – 624 с.
10. Черкесов, А.Г. Экономическая теория. Математические модели [Текст] / А.Г. Черкесов. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. – 52 с.
11. Дыбская, В.В. Логистика [Текст] / В.В. Дыбская, Е.И. Зайцев и др.; под ред. В.И. Сергеева. – М.: Эксмо, 2011. – 944 с.

Abstract

The necessity of the constant optimization of existing transport-warehouse systems is specified by high dynamism of the modern socio-economic processes. The aim of the optimization is to adapt the structure, topology, parameters and technology of the system functioning to the volume and direction variations of cargo transportation. Despite the numerous publications devoted to the various aspects of problems of designing and reengineering of logistic systems, the questions of optimization theory of systems' structures and topology require further development. The aim of the work is to design effective methods of solution of structure-topological optimization problem of regional transport-warehouse systems.

Two varieties of definition and mathematical model of the problem of structure-topological synthesis of transport-warehouse systems of regional level were formulated in the work (with and without limitations on location of distribution centers).

To solve this problem on the bases of the graph theory and cluster analysis, the models of the directed enumerative technique of variants and coordinatewise optimization method were suggested. The analytical and experimental research helped to obtain quantitative estimates of efficiency of suggested models of the methods. The results help to make recommendations as to the effective usage of the methods depending on the dimension of the problem, necessary accuracy of the solution, calculating powers and restrictions on the time of solution making.

The designed models of the methods may be used while solving problems of designing, development planning, reengineering and management of transport-warehouse systems of regional and national level

Keywords: *distribution center, optimization, center of gravity, clustering*