

ТЕОРИЯ РЕЗОНАНСНЫХ УМНОЖИТЕЛЕЙ ЧАСТОТЫ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ 0-ТИПА

Использование режима умножения частоты — распространенное средство для укорочения рабочей длины волны источников электромагнитных колебаний с электронно-волновым взаимодействием. В миллиметровом диапазоне успешно используются электронные генераторы дифракционного излучения типа оротрон [1]. Исследование режима умножения частоты для этого класса приборов весьма перспективно [2]. В частности, необходимо теоретическое изучение двухкаскадного умножителя, элементами которого являются резонансные системы с распределенным взаимодействием типа оротрон, резонансная ЛОВ, клистрон с распределенным взаимодействием и т. п.

Рассматриваемая ниже теория умножителей основана на нелинейной нестационарной теории резонансных автогенераторов с распределенным взаимодействием [3].

Пусть сигнал частоты Ω модулирует пучок электронов во входном резонаторе в линейном режиме. Тогда на входе в пространство взаимодействия выходного резонатора ($y=0$) переменная составляющая фазы частиц пучка в общем случае может быть задана следующими соотношениями:

$$\theta(\xi, \varphi_0)|_{\xi=0} = X \cos \varphi_0; \quad \left. \frac{d\theta(\xi, \varphi_0)}{d\xi} \right|_{\xi=0} = M \Phi_0 \cos(\varphi_0 + \varphi_m), \quad (1)$$

где $\theta(\xi, \varphi_0)$ — отклонение фазы частиц от невозмущенной в результате взаимодействия с полем модулятора; ξ — безразмерная координата, нормированная на длину пространства взаимодействия выходного резонатора, $\xi = y/L$; φ_0 — фаза влета, $\varphi_0 = \Omega t_0$; $\Phi_0 = \Omega L/V_0$, V_0 — начальная скорость электронов; X — параметр группировки; M — коэффициент модуляции частиц по скорости; φ_m — сдвиг по фазе между модуляцией пучка по скорости и плотности. Значения X , M , φ_m определяют конструкцией входного каскада. Независимо от типа модулятора величины X , M пропорциональны $\sqrt{P_{\text{вх}}}$ ($P_{\text{вх}}$ — мощность сигнала накачки).

Полагаем, что умножительный каскад выполнен в виде резонатора с замедляющей системой на зеркале, вдоль которого пропускается промодулированный во входном каскаде электронный пучок. Его резонансная частота ω выбирается близкой $n\Omega$ (n — коэффициент умножения), и на частоте $n\Omega$ также выполняется условие синхронизма пучка и медленной пространственной гармоники $v_0 \approx n\Omega/k$, где k — продольное волновое число синхронной волны,

Остальные свойства резонатора и электронного пучка совпадают с применяемыми при анализе генераторов и усилителей [3]. Воспользуемся полученными в работе [3] соотношениями неавтономного режима возбуждения колебаний для записи системы нелинейных уравнений умножителя:

$$\frac{dF}{d\tau} = -F + \frac{G}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \cos(\tilde{\Phi}_s \xi + \Phi + U + \gamma) d\varphi_0 d\xi; \quad (2)$$

$$\frac{d\gamma}{d\tau} = \delta_r - \frac{G}{4\pi F} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \sin(\tilde{\Phi}_s \xi + \Phi + U + \gamma) d\varphi_0 d\xi; \quad (2a)$$

$$\frac{d^2 U}{d\xi^2} = \left(1 + \frac{1}{\Phi_0} \frac{U}{d\xi}\right)^3 \frac{F\Phi_0}{4} \cos(\tilde{\Phi}_s \xi + \Phi + U + \gamma); \quad (2b)$$

$$U|_{\xi=0} = 0; \quad \frac{dU}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad (2в)$$

где

$$\tilde{\Phi}_s = \Phi_s + nM\Phi_0 \cos(\varphi_0 + \varphi_m); \quad \Phi = n\varphi_0 + nX \cos \varphi_0; \\ U = n\theta(\xi, \varphi_0) - nX \cos \varphi_0 - \xi nM\Phi_0 \cos(\varphi_0 + \varphi_m).$$

U — функция, определяющая изменение фазы частиц в результате взаимодействия с полем выходного резонатора; $\Phi_s = L(\Omega n/v_0 - R)$; $\delta_r = 2Q(\omega_r - n\Omega)/\omega_r$. Остальные обозначения в (2) соответствуют принятым в работе [3]. В уравнении движения (2б) не учитывалось влияние поля пространственного заряда. Проведенные расчеты показали, что основные закономерности и выводы, полученные на основе анализа системы уравнений (2), сохраняются и при конечных значениях поля пространственного заряда.

Анализируемую схему умножителя можно рассматривать как обобщение схемы обычных двухкаскадных клистронных умножителей. Переход в (2) к этому случаю соответствует замене $\Phi_s \equiv \equiv \Phi_0 n$.

Рассмотрим стационарные решения уравнений (2), удовлетворяющие условиям $dF/d\tau = 0$; $d\gamma/d\tau = 0$ и описывающие устойчивые колебания в резонаторе на частоте $n\Omega$. Выделим два характерных случая возбуждения таких колебаний. Во-первых, такой режим возможен при нелинейном взаимодействии электронного пучка с полем резонатора (смещение электронов на фазе $U(\xi, \varphi_0)$ в поле волны нелинейным образом зависит от амплитуды поля F). Степенью нелинейности определяется максимальный номер эффективно умножаемой гармоники. В этом случае ненулевые решения системы (2) могут существовать при условиях $X^2 \ll 1$, $(M\Phi_0)^2 \ll 1$, когда в пучке не образуются высшие гармоники тока. Такой режим работы реализуется, когда сила тока пучка I_0 близка к силе пускового тока возбуждения автоколебаний в резонаторе или превосходит ее. Данный режим представляет интерес по условиям синхронизации генератора на гармониках внешнего сигнала.

Во-вторых, колебания на частоте $n\Omega$ могут возбуждаться и тогда, когда смещение электронов в поле волны описывается линейри-

зованным по F уравнением движения (26), если в результате группировки частиц при конечных значениях параметра X или $M\Phi_0$ образуются высшие гармоники тока пучка. При таком режиме умножения в отличие от автогенераторов могут возбуждаться колебания при токах, значительно меньших пускового тока автоколебаний. Так как увеличение пускового тока является одной из основных проблем, ограничивающих создание автогенераторов в коротковолновой части миллиметрового диапазона, то возможность использования режима умножения при $I_0 < I_{\text{пуск}}$ представляет несомненный практический интерес. Анализ этого случая и является предметом дальнейшего рассмотрения.

Линеаризуем по F уравнение движения (26) и найдем его решение, не ограничивая сверху параметры X , $M\Phi_0$. Подставляя решения в уравнения возбуждения (2), получаем систему автономных дифференциальных уравнений относительно амплитуды F и фазы γ колебания в резонаторе умножительного каскада:

$$\frac{dF}{d\tau} = F [G\Phi_0 (\Psi_1 - D_1 \cos 2\gamma - D_2 \sin 2\gamma) - 1] + G(R_1 \cos \gamma - R_2 \sin \gamma); \quad (3)$$

$$F \frac{d\gamma}{d\tau} = F [\delta_r + G\Phi_0 (\Psi_2 - D_2 \cos 2\gamma - D_1 \sin 2\gamma)] - G(R_1 \sin \gamma + R_2 \cos \gamma), \quad (3a)$$

где

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (\tilde{\Phi}_s \xi + \Phi) d\varphi_0 d\xi; \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{32\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^\xi (\xi - \xi') f(\xi') \int_0^{2\pi} \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} \times \\ \times [2\Phi + (\xi + \xi') \tilde{\Phi}_s] d\varphi_0 d\xi' d\xi; \quad (4a)$$

$$\begin{Bmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{Bmatrix} = -\frac{1}{32\pi} \int_0^1 f(\xi) \int_0^\xi (\xi - \xi') f(\xi') \int_0^{2\pi} \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} [(\xi - \xi') \tilde{\Phi}_s] d\varphi_0 d\xi' d\xi. \quad (4b)$$

Эти уравнения не содержат ограничений на уровень внешнего сигнала. Механизм насыщения колебаний во времени обусловлен тем, что в процессе развития колебаний происходит сдвиг по фазе между внешним сигналом и полем, возбуждаемым в резонаторе.

Запишем решение системы уравнений (3) в стационарном режиме в аналитической форме, обозначим стационарные значения амплитуды и фазы колебания через F и Γ :

$$F^2 = \frac{G^2 (R_1^2 + R_2^2)}{\alpha^2 + \delta^2 + Y^2 - 2Y [\alpha \sin 2(\Gamma + \delta) + \delta \cos 2(\Gamma + \delta)]}; \quad (5)$$

$$\operatorname{tg}(\Gamma + \mu) = \frac{\alpha - Y \sin 2(\delta - \mu)}{\delta + Y \cos 2(\delta - \mu)}, \quad (5a)$$

где

$$\alpha = G\Phi_0\Psi_1 - 1; \quad \delta = \delta_2 + G\Phi_0\Psi_2;$$

$$Y = G\Phi_0(D_1^2 + D_2^2)^{1/2}; \quad \operatorname{tg} 2\delta = D_1/D_2; \quad \operatorname{tg} \mu = R_1/R_2.$$

Исследование устойчивости решения (5) известными методами теории колебаний приводит к условию $\operatorname{Re} \lambda_{1,2} < 0$. Здесь $\lambda_{1,2}$ — характеристические корни системы уравнений (3), $\lambda_{1,2} = \alpha \pm \sqrt{Y^2 - \delta^2}$. Таким образом, устойчивость амплитуды и фазы поля в резонаторе определяется не только соотношением между током и пусковым током автоколебаний, как это имеет место в случае слабого внешнего воздействия, но также зависит от частоты, мощности входного сигнала и других параметров системы.

Чтобы выяснить влияние параметров входного каскада на результирующие характеристики умножителя, был проведен численный анализ системы уравнений (5), при котором определялись условия, когда выходная мощность на частоте $n\Omega$ является максимальной. Расчеты показали, что оптимальным условиям соответствует следующий режим работы входного каскада: электронный пучок модулируется по плотности, а модуляция электронов по скорости мала. Такой режим можно реализовать в модуляторе с короткой длиной пространства взаимодействия (типа клистрона) и последующем длинном пространстве дрейфа. В этом случае можно определить все основные характеристики умножителя в аналитической форме, поскольку выполняется условие $M=0$ в формулах (3в), при котором все коэффициенты в системе уравнений (5) вычисляются в явном виде. Например, для $f(\xi) \equiv 1$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} &= \frac{1}{2} J_n(nX) \beta(\Phi_s) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} \{(\Phi_s + n\pi)/2\}; \\ \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} &= \frac{(-1)^n}{16} J_{2n}(2nX) \frac{\Phi_s - \sin \Phi_s}{\Phi_s^3} \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} \Phi_s, \end{aligned} \quad (6)$$

где $J_n(x)$ — функция Бесселя; $\beta(\Phi_s) = \sin(\Phi_s/2)/\Phi_s/2$; функции Ψ_1 , Ψ_2 при $M=0$ не зависят от параметров входного сигнала и также вычислены в явном виде ранее [3].

На рис. 1 представлены расчетные зависимости амплитуды возбуждаемых колебаний от тока пучка при оптимальных значениях параметра рассинхронизма $\Phi_s = \Phi_s^0$ и расстройки частоты $\delta_2 = \delta_2^0$ выходного резонатора. Штриховой линией отмечены неустойчивые состояния системы. Увеличение тока приводит к резкому увеличению амплитуды возбуждаемых колебаний при фиксированной величине параметра группировки (мощности входного сигнала). Такая зависимость имеет регенеративный характер — начиная с определенных значений тока пучка система переходит в автоколебательный режим. Отметим, что вследствие предварительной модуляции пучка может происходить не только подавление

автоколебаний, но и их возбуждение при токах меньших пускового.

При малых токах пучка ($I_0/I_{\text{пуск}} \ll 1$) оптимальным значением рассинхронизма является $\Phi_s \approx 0$, т. е. максимальный энергообмен между частицами пучка и полем достигается при равенстве начальной скорости электронов и фазовой скорости синхронной волны в умножительном каскаде. При увеличении силы тока оптимальные параметры рассинхронизма увеличиваются и стремятся к значению, при котором достигается минимальная величина $I_{\text{пуск}}$. Физически это соответствует тому, что в результате взаимодействия частиц с полем медленной волны происходит их дополнитель-

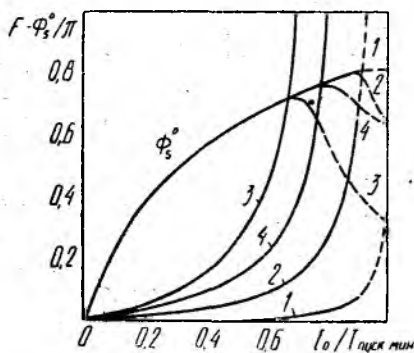


Рис. 1

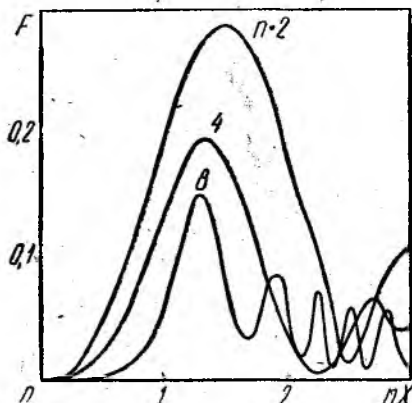


Рис. 2

ная группировка и увеличивается отбор энергии от пучка. Заметное влияние параметра группировки на значение Φ_s сказывается только в области, где решения системы уравнений (3) являются неустойчивыми.

На рис. 2 представлена зависимость амплитуды возбуждаемых колебаний от параметра группировки для различных значений коэффициента умножения. Значения Φ_s , δ , выбирались равными оптимальным. Оптимальный параметр группировки X слабо зависит от номера гармоники n , а также и от других параметров выходного резонатора. Как показывают расчеты, поведение функций на рис. 2 примерно совпадает с поведением функции Бесселя $J_n(nX)$. Напомним, что такая зависимость от параметра X имеет место и в клистронных умножителях. Подробный анализ выражений показал, что при токах пучка вдали от области возникновения неустойчивых решений в (5) можно пренебречь членами, пропорциональными Y . Тогда из (5) получим приближенное выражение для амплитуды стационарных колебаний:

$$F^2 = \frac{(1/4) G^2 \beta^2 (\Phi_s) J_n^2(nX)}{(1 - I_0/I_{\text{пуск}})^2 + (n\Omega - \omega_0)^2 4Q^2/\omega_r^2} \quad (7)$$

Здесь ω_0 — частота резонатора выходного каскада с учетом электронной нагрузки, $\omega_0 = \omega, [1 - G\Phi_0\Psi_2(\Phi_s)/2Q]$.

Для гауссового распределения поля $f(\xi)$ формула (7) отличается только функцией $\beta(\Phi_s)$, которая здесь имеет вид

$$\beta^2(\Phi_s) = \sqrt{2\pi}\omega \exp(-\Phi_s^2\omega^2/L),$$

где ω — радиус пятна поля в выходном резонаторе, нормированный на его длину пространства взаимодействия L .

Проведенный анализ основывался на кинематическом приближении при описании движения частиц пучка. Для оценки области применимости полученных соотношений необходимо учесть влияние поля пространственного заряда. Воспользуемся тем, что в режиме умножения наибольший интерес представляет случай, когда сила тока пучка значительно меньше пускового значения в выходном резонаторе. Это позволяет пренебречь обратным взаимодействием поля резонатора на пучок. Полагаем, что в качестве входного каскада используется клистронный модулятор, расположенный на расстоянии d от выходного резонатора. Вычисляя мощность взаимодействия пучка с полем как интеграл по длине пространства взаимодействия от произведения тока пучка на поле синхронной с пучком волны, получаем следующее выражение для F :

$$F^2 = \frac{G^2}{4}(R_1^2 + R_2^2), \quad (8)$$

$$\text{где } \begin{cases} R_1 \\ R_2 \end{cases} = \int_0^1 f(\xi) J_n \left[\frac{nM\Phi_0}{\rho} \sin\left(\frac{d}{L} + \xi\right) \right] \begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} (\Phi_s \xi) d\xi,$$

$\rho = \omega_p L / v_0 = 2\pi L / \lambda_p$; λ_p — редуцированная плазменная частота и соответствующая длина волны. Легко показать, что при выполнении условий $I_0/I_{\text{пуск}} \ll 1$, $\rho \ll 1$, $d/L \gg 1$ формула (8) переходит в (7), если параметр группировки X определять выражением

$$X = \frac{M\Phi_0}{\rho} \sin \frac{\omega_p}{v_0} D, \quad (9)$$

где D — расстояние от модуля до центра выходного резонатора. Физически этот переход соответствует тому, что не учитывается изменение параметра группировки на длине выходного резонатора, которое обусловлено наличием скоростной модуляции частиц пучка. При конечных значениях ρ этот эффект приводит к перегруппировке частиц пучка и уменьшению эффективности взаимодействия пучка с полем. Характер такой зависимости для различных n показан на рис. 3, где приведены результаты расчетов нормированного значения электронного КПД: $\eta/G = F^2/G^2$ (сплошные линии) для открытого резонатора в выходном каскаде ($\omega = 1/4$) в зависимости от отношения характерного размера пятна поля в резонаторе $2R_y$ ($R_y = \omega L$) к редуцированной плазменной длине волны λ_p . Для каждого значения $2R_y/\lambda_p$ приводилась оптимизация по параметру пространственного рассинхронизма Φ_s и по уровню начальной модуляции пучка (мощности входного сигнала); соответствующие

значения $(M\Phi_0)_{\text{опт}}$ приведены штриховой линией. Расстояние между резонаторами D выбиралось равным наименьшему возможному нечетному числу четвертой части плазменной длины волны. В силу этого при $\lambda_p \rightarrow \infty$ оптимальные значения $M\Phi_0 \rightarrow 0$. При малых $2R_y/\lambda_p$ значения η , определяемые на основе (7), (8) с учетом (9) (штрих-пунктирные линии на рис. 3), отличаются незначительно; влияние поля пространственного заряда компенсируется соответствующим увеличением входного сигнала. Можно считать, что заметное влияние поля пространственного заряда на КПД начинает сказываться со значений $2R_y \approx \lambda_p/4$, хотя его уменьшение происходит достаточно медленно с

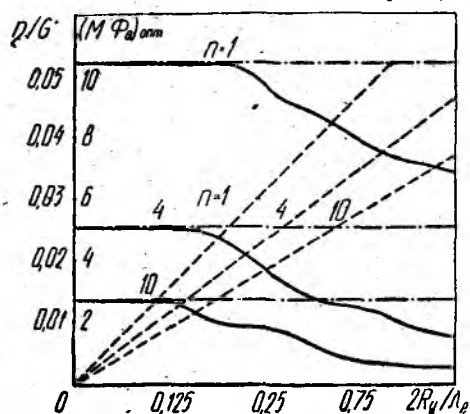


Рис. 3

ростом редуцированной плазменной частоты. Оценим максимальное значение тока для такого прибора, исходя из условия $2R_y = \lambda_p/4$. Для $n=10$ это соответствует уменьшению КПД в 1,4 раза по сравнению с КПД для случая $\omega_p = 0$. Выражая λ_p через плотность тока пучка, находим

$$I_0 \approx \frac{\pi^2 m \varepsilon_0 v_0^3}{16 R^2 e R_y^2},$$

где R — коэффициент редукиции плазменной частоты пучка; $\varepsilon_0 =$

$= 8,854$ пФ/м; e , m — заряд и масса электрона. Для ленточного электронного пучка толщины a , удовлетворяющей условию $Qa/v_0 = 1$, значение $R^2 = 0,2$ [4]. Тогда, например, для $R_y = 5$ мм и $v = 0,3 c$ (c — скорость света) получаем оценку $I_{0\text{макс}} = 450$ А/см², из которой следует, что поле пространственного заряда практически не накладывает ограничений на максимальную плотность тока пучка. Для реальных колебательных систем приборов типа оротрон такие ограничения существенны при небольших $v_0/c \leq 0,1$.

Из формул (7), (8), а также из расчетов (рис. 2, 3) следует, что выходная мощность резонансных умножителей медленно убывает с увеличением коэффициента умножения, если частота внешнего сигнала остается постоянной, а увеличение номера n достигается в результате повышения собственной частоты выходного резонатора при обеспечении условия пространственного синхронизма* $v_0 \approx n\Omega k$. Например, мощность десятой гармоники всего в 3,7 раза меньше по сравнению с мощностью первой гармоники.

При оценке максимальной выходной мощности в режиме умножения необходимо учитывать, что с увеличением n и, следовательно

* Тем самым предполагается, что для конкретного коэффициента умножения выбирается соответствующая замедляющая система, период которой уменьшается как $1/n$. Если это условие не выполняется, выходная мощность уменьшается примерно как $1/n^2$.

но, частоты колебаний в выходном резонаторе, уменьшается толщина слоя электронного пучка a , эффективно взаимодействующая с полем медленной волны. Предположим, что $a \approx v_0/n\Omega$; на таком расстоянии от дифракционной решетки поле синхронной волны убывает примерно в e раз. Ширину электронного пучка b выбираем равной $0,8R_y$; такое значение b является оптимальным для полусферического открытого резонатора [1]. Если длина волны сигнала накачки равна 1 см, коэффициент умножения $n=10$, плотность тока пучка $I_0=40$ А/см², $I_0/I_{\text{пуск}}=0,2$, $v_0=0,3c$, $L=20$ мм, $R_y=5$ мм, тогда из приведенных соотношений и результатов расчета, представленных на рис. 3, следует, что мощность, отдаваемая пучком полю $R_e=\eta P_0$ при длине волны 1 мм составляет 8 Вт. Из приведенных оценок следует, что для достижения достаточно высоких уровней выходной мощности в субмиллиметровом диапазоне длин волн необходимо применение достаточно высоких ускоряющих напряжений пучка. С этим связано увеличение поперечных размеров пучка и повышение КПД взаимодействия. В частности, небольшие уровни выходной мощности в умножителях на основе дифракционных структур были получены при использовании релятивистских электронных пучков [5]. Другим важным параметром, определяющим КПД рассматриваемых умножителей, является добротность их колебательных систем. Поскольку параметр эффективности взаимодействия $G \sim I_0 Q$, в определенном смысле увеличение тока пучка эквивалентно увеличению добротности колебательной системы и наоборот, если не рассматривать частотные характеристики прибора. В связи с этим проявляется одно из основных преимуществ умножителей на основе открытых колебательных систем с дифракционными решетками: они сохраняют высокую добротность не только в миллиметровом, но и в субмиллиметровом диапазоне длин волн [1].

Таким образом, в коротковолновой части миллиметрового диапазона в режиме умножения могут быть достигнуты значительные уровни выходной мощности при токах пучка, существенно меньших пускового тока для автогенераторов, рассчитанных на те же частоты. При этом может быть достигнута высокая стабильность колебаний вследствие стабилизации частоты внешнего сигнала накачки.

Список литературы: 1. Шестопалов В. П. Дифракционная электроника.— Х.: Виза шк. Изд-во при Харьк. ун-те.— 1976.— 232 с. 2. Русин Ф. С., Сиенко Л. А., Костромин В. П. Оротрон-преобразователь частоты // Радиотехника и электроника.— 1977.— 22, № 8.— С. 1670—1672. 3. Вавриш Д. М., Третьяков О. А. Неавтономный режим колебаний в резонансных генераторах с распределенным взаимодействием // Радиотехника и электроника.— 1984.— 29, № 8.— С. 1580—1588. 4. Вавриш Д. М., Третьяков О. А., Шматько А. А. Влияние поля пространственного заряда на выходные характеристики генераторов с распределенным взаимодействием 0-типа // Радиотехника и электроника.— 1984.— 29, № 8.— С. 1571—1579. 5. Александров А. Ф. Релятивистские доплеровские СВЧ-умножители частоты // Релятивистская высокочастотная электроника: Сб. науч. тр. Горький.— 1983.— 3.— С. 96—105.

Поступила в редколлегию 11.12.85.