

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОГО КЛАССА СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Э. Н. Кривцова

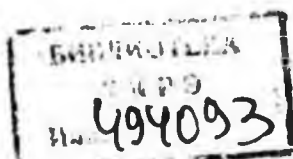
Харьков

Исследование объектов различной физической природы, находящихся под влиянием случайных воздействий, может быть осуществлено методами теории автоматического управления. Процесс морского волнения характеризуется наличием большого числа контролируемых и неконтролируемых возмущающих воздействий, носящих случайный характер. В качестве основных параметров, описывающих процесс морского волнения и его воздействие на гидротехнические сооружения, приняты высота исходной (h_n) и отраженной волны (h_0), длина (λ) и период волны (τ), волновое давление (P_l) и колебание мола (k), скорость (ω) и направление ветра.

С целью изучения структуры изменения основных процессов были проведены специальные исследования в натурных условиях волно-исследовательского пункта на молу Н/г Шесхарис. Для регистрации этих процессов была применена новая аппаратура (датчики волнового давления и волномерные рейки), разработанные в НИЛ измерительных приборов Черноморнии проекта [1].

Реализации исследуемых случайных процессов приведены на рис. 1.

На основании анализа реализаций установлено, что изменения параметров, описывающих процесс морского волнения, может рассматри-



ваться как стационарные случайные процессы. В этом случае статистические характеристики могут быть определены по формулам

$$m_x^* \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1)$$

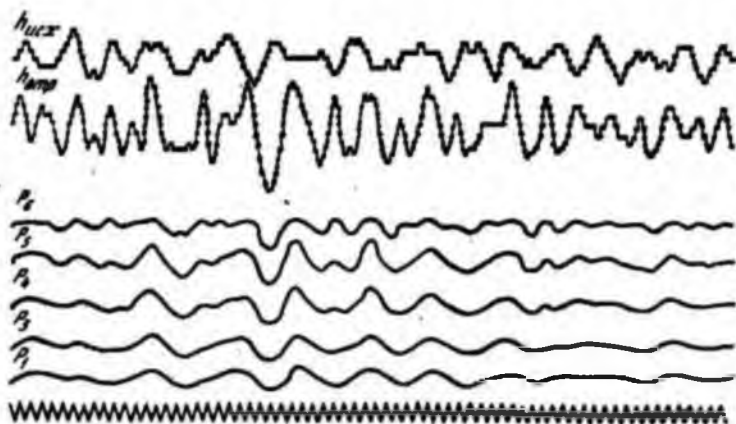


Рис. 1.

$$D_{xx}^* \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x^*)^2, \quad (2)$$

$$R_{xx}^*(m\Delta\tau) \approx \frac{1}{n-m} \sum_{i=1}^{n-m} (x_i - m_x^*) (x_{i+m} - m_x^*), \quad (3)$$

$$f_x^* \approx \frac{1}{\sigma_x^*} \left[\varphi\left(\frac{x - m_x}{\sigma_x^*}\right) - \frac{1}{3!} \frac{D_3}{\sigma_x^{*3}} \varphi^{(3)}\left(\frac{x - m_x}{\sigma_x^*}\right) + \frac{1}{4!} \left(\frac{D_4}{\sigma_x^{*4}} - 3\right) \varphi^{(4)} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{x - m_x}{\sigma_x^*}\right) - \dots \right], \quad (4)$$

где m_x^* — математическое ожидание;
 D_{xx}^* — дисперсия;
 $R_{xx}^*(m\Delta\tau)$ — корреляционная функция;
 $f_x^*(x)$ — одномерный дифференциальный закон распределения случайного процесса;
 n — количество квантованных ординат;
 m — номер ординаты корреляционной функции;
 $\Delta\tau$ — шаг квантования.

При нахождении вероятностных характеристик использовалось устройство полуавтоматического преобразования осциллограмм в числовой ряд (для ввода в ЭЦВМ). Характеристики рассматриваемых случайных процессов были получены в результате обработки статистических данных на ЭЦВМ «Урал-2».

На рис. 2 приведена нормированная корреляционная функция волнового давления (P_6). Достаточно хорошей аппроксимацией полученной корреляционной функции является выражение вида

$$D_{xx} e^{-\alpha |\tau|} \cos \beta \tau. \quad (5)$$

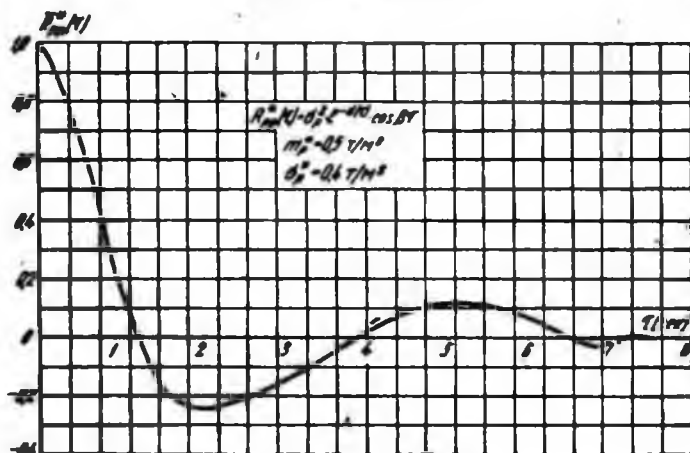


Рис. 2.

Значения α и β получены из следующих соотношений [2]:

$$\beta = \frac{\pi}{2\tau_1}, \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{\ln \frac{D_{xx} \cos \beta \tau_2}{R_{xx}(\tau_2)}}{\tau_2}. \quad (7)$$

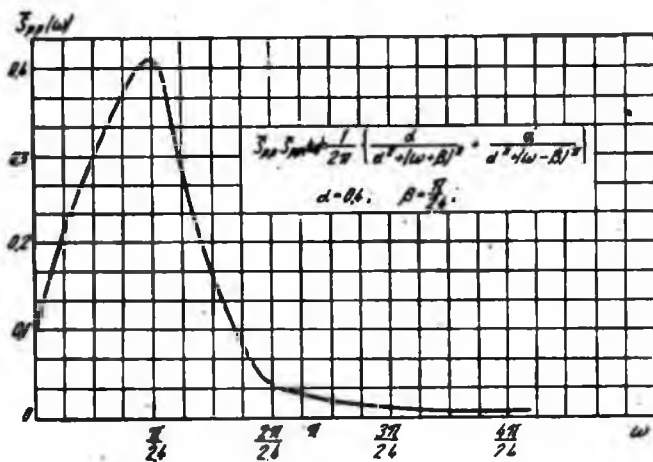


Рис. 3.

Аппроксимирующее выражение для корреляционной функции (рис. 2) волнового давления (P_6) имеет вид:

$$R_{PP}^*(\tau) \approx D_{xx} e^{-0.4|\tau|} \cos \frac{\pi}{2.4} \tau. \quad (8)$$

Анализ полученного выражения (8) указывает на наличие при некоторых τ отрицательных значений корреляционной функции. Следовательно, в структуре случайной функции имеется некоторый элемент периодичности. По мере увеличения τ амплитуда колебаний корреляционной функции уменьшается и при дальнейшем увеличении τ функция стремится к нулю.

Часто на практике для упрощения анализа полученных результатов и их большей наглядности используется спектр корреляционной функции, который получил название спектральной плотности. Для получения корреляционной функции волнового давления вида (8) спектральную плотность удобно вычислять по формуле [3]:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right\}. \quad (9)$$

График спектральной плотности представлен на рис. 3. Между видом спектральной плотности и видом случайной функции существует связь, обратная по сравнению со связью между корреляционной функцией и самим процессом: «широкому» графику спектральной плотности должен соответствовать более «узкий» график корреляционной функции.

Важной характеристикой случайного процесса является закон распределения. Часто статистический закон распределения представляют в виде полигона или гистограммы. Однако, в этом случае вид распределения зависит от количества интервалов, что исключает применение ЭЦВМ. Поэтому более целесообразным является представление одномерного дифференциального закона распределения в виде равномерно сходящегося ряда, основанного на нормальном законе распределения. Одномерный дифференциальный закон распределения волнового давления был получен на основании соотношения (4).

Описанная методика может быть использована при определении основных характеристик случайных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Н. Кривцова, Е. В. Штайгер. Датчики с навитыми преобразователями. Труды «Союзморгипроекта», № 19, М., 1968.
2. А. А. Свешников. Прикладные методы теории случайных функций. Судпромгиз, 1961.
3. Н. А. Лившиц, В. Н. Пугачев. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Изд-во «Советское радио», М., 1963.

ОПТИМИЗАЦИЯ ОДНОЙ СТРУКТУРЫ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ПРИ ДВУХ ТИПАХ ОТКАЗОВ

В. А. Добрыдень

Для большинства работ, посвященных оптимальному резервированию, характерны два существенных упрощения: подмена основного для широкого класса систем критерия оптимальности уровня надежности — экономической эффективности ее повышения — частными, более простыми, но менее важными критериями, а также игнорирование возможности различных типов отказов элементов, что приводит к решениям, зачастую далеким от оптимальных.