УДК 534.2:621.371

В.А. ПЕТРОВ, канд. физ.-мат. наук, В.М. КАРТАШОВ, канд. техн. наук

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЗАДАЧАХ ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

Электромагнитные колебания, рассеянные на пульсациях диэлектрической проницаемости воздуха в звуковой волне, принимаются страто-сферно-тропосферными радиоакустическими станциями с расстояний до 20 км [1]. При таких дальностях зондирования возрастает влияние нелинейных эффектов, сопутствующих распространению акустических колебаний конечной амплитуды [2; 3]. Нелинейные деформации профиля волны могут стать причиной больших энергетических потерь, однако определение условий формирования пилообразных сферических волн затруднено отсутствием необходимых расчетных соотношений.

Плоская синусоидальная волна конечной интенсивности при распространении в нелинейной среде изменяет форму и приближается к пилообразной с резким перепадом звукового давления и колебательной скорости [2]. Причиной нелинейного изменения профиля волны является зависимость скорости распространения возмущения от давления и плотности среды. Если нелинейные эффекты преобладают над диссипативными, то искажения формы волны накапливаются по мере распространения, и тем быстрее, чем выше интенсивность звука.

На пути распространения волны можно выделить несколько интервалов, в каждом из которых акустические колебания характеризуются специфическими проявлениями нелинейных свойств. До образования разрыва функции, описывающей звуковое давление или колебательную скорость, происходят накопление нелинейных искажений синусоидальной волны, постепенное уменьшение энергии первой гармоники колебаний и рост уровня высших гармонических составляющих. Расстояние разрыва плоской волны в среде с малыми диссипативными потерями [2]

$$X_p = \frac{c_0^2}{\varepsilon\omega v_0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon M} = \frac{1}{k\varepsilon M}, \qquad (1)$$

где c_0 — скорость звука в слабо возмущенной среде; ε — параметр нелинейности среды; ω — круговая частота; v_0 — амплитуда колебательной скорости вблизи источника звука; λ — длина волны; M — акустическое число Маха, $M = v_0/c_0$; k— волновое число, $k = \omega/c_0$.

После образования разрыва на расстояниях $X > X_р$ происходит дальнейший рост уровня высших спектральных составляющих за счет энергии первой гармоники; максимальный уровень второй гармоники достигается на расстоянии $X_2 \approx (\pi/2)X_р$. Непрерывное обогащение спектра высшими составляющими приводит к прогрессивному росту энергетических потерь, поэтому на некотором расстоянии $X_3 > X_2$ интенсивность колебаний падает настолько, что нелинейные эффекты оказываются пренебрежимо малыми. В области $X > X_3$ становятся справедливыми соотношения линейной акустики.

В [2] показано, что существует верхний предел интенсивности плоской звуковой волны, который может быть достигнут на расстоянии $X \geq X_3$ при повышении мощности источника синусоидальных колебаний. Очевидно, этот предел не может быть превышен и в случае наличия расходящихся волн. Расстояние X_3 можно приближенно оценить по формуле [2]

$$X_3 = 4\,\mathrm{Re}/kM = 2/\alpha_a = 4/\alpha_I, \qquad (2)$$

где Re — акустическое число Рейнольдса; α_a, α_I — коэффициенты затухания амплитуды и интенсивности волны.

Таким образом, для мощных звуковых колебаний «прозрачность» атмосферы уменьшается с ростом интенсивности звука, причем основные потери энергии происходят на расстояниях, при которых профиль волны приобретает пилообразную форму. Например, для плоской волны с интенсивностью $I = 1$ Вт/м^2 (120 дБ) на частоте $f = 1$ кГц в нормальных атмосферных условиях получаются следующие оценки: $X_р = 222$ м, $X_2 = 349$ м, и если $\alpha_a \approx 2 \cdot 10^{-3}$ м$^{-1}$, то $X_3 = 1000$ м. С ростом интенсивности до 10 Вт/м^2 при тех же условиях имеем $X_р \approx 70$ м, $X_2 \approx 110$ м, $X_3 \approx 1000$ м.

Расчет расстояния разрыва $X_р$ и расстояния X_2, на котором достигается максимум второй гармоники (т.е. области наибольших потерь энергии), в реальных устройствах сопряжен с необходимостью учитывать расходимость звуковых волн. Общая особенность расходящихся цилиндрических и сферических волн состоит в том, что развитие нелинейных изменений профиля волны встречает сильный противодействующий фактор – уменьшение амплитуды колебаний за счет расходимости. Поэтому даже при весьма высокой интенсивности и малых диссипативных потерях

(Re >> 1) условия образования разрыва могут не выполняться и пилообразный профиль волны не формируется.

Условие образования разрыва сферических волн выражается в виде трансцендентного уравнения с двумя переменными r и r_0 [2]:

$$\frac{\varepsilon}{c_0^2}\omega v_0 r_0 \ln\frac{r}{r_0} = 1. \qquad (3)$$

Входящие в уравнение (3) расстояние r и радиус r_0 источника синусоидальных колебаний (пульсирующей сферы) отсчитываются от начала сферической системы координат. Дальнейший анализ нелинейных расходящихся волн носит преимущественно качественный характер [2], а выражения, описывающие амплитуду и форму волны, получены в виде функций отношения r/r_0 и справедливы при Re >> 1.

Чтобы получить соотношения, удобные для численных оценок и инженерных расчетов, требуется решить уравнение (3) относительно r и r_0 и получить формулы, содержащие расстояние от источника звука до точки с координатой r в явном виде.

Предположим, что синусоидальная волна возбуждается сферическим источником с радиусом r_0 и справедливы неравенства $r_0 >> \lambda$, Re >> 1. Последнее означает, что нелинейные эффекты преобладают над диссипативными вплоть до образования разрыва. Эти предположения достаточно точно соответствуют реальным условиям распространения звуковых волн в акустических и радиоакустических системах зондирования атмосферы.

Обратимся к выражению (3) и введем переменные $y = r/r_0$; $a = c^{0^2}/(\omega\varepsilon v_0 r)$. Будем считать, что для любого фиксированного значения координаты r переменная y может изменяться лишь вследствие вариаций r_0, а значения a зависят только от амплитуды колебательной скорости v_0, круговой частоты ω и параметров среды. Тогда уравнение (3) приводится к виду

$$\ln y = ay. \qquad (4)$$

Его дальнейший анализ выполним графоаналитическим путем. В зависимости от численного значения a возможны три варианта: действительных решений не существует (графики правой и левой частей уравнения (4) не пересекаются); имеется два разных решения или две точки пересечения графиков; существует единственное решение. В последнем варианте прямая ay касается кривой $\ln y$ в единственной точке. Используя равенство производных в точке касания, получаем второе уравнение:

$$1/y = a\,, \tag{5}$$

позволяющее решить систему (4), (5) относительно y и a.

Система уравнений (4) и (5) имеет единственное решение при $y = e = 2{,}718...$, $a = 1/e$. Если $a > 1/e$, действительных решений нет. В случае $a < 1/e$ имеются пары решений, значение $a = 1/e$ соответствует границе области существования решений.

Возвращаясь к переменным r и r_0, на границе области существования действительных решений из (5) получаем $\dfrac{r_0}{r} = \dfrac{c_0^2}{\omega\varepsilon v_0 r}$, откуда

$$r_0 = r_{0\,кр} = c_0^2 / \omega\varepsilon v_0 = 1/k\varepsilon M\,. \tag{6}$$

Найденное значение r_0 соответствует «критическому радиусу» источника $r_{0\,кр}$, при котором разрыв возможен на минимальном расстоянии. Последнее определяется из условия $a = 1/e$:

$$r_{мин} = r_{окр}\, e\,. \tag{7}$$

При увеличении r значение a увеличивается и каждому значению $r > r_{мин}$ соответствуют два решения, т.е. два радиуса источника r_0. Это означает, что в точке $r > r_{мин}$ разрыв может быть сформирован при использовании двух источников: с радиусом $r_{01} < r_{0\,кр}$, а также с радиусом $r_{02} > r_{0\,кр}$, причем интенсивность излучения неизменна.

В случае использования источника с меньшим радиусом нелинейные искажения накапливаются на большем расстоянии $(r_р - r_{01}) > (r_р - r_{02})$, но в обоих случаях в точке с координатой $r_р$ формируется разрыв — ударная волна. Выражение для определения расстояния $r_р$ от начала координат до области образования разрыва при заданных значениях r_0 и $r_{0\,кр}$ находим из соотношений (3) и (6):

$$r_р = r_0 \exp\{r_{0\,кр} / r_0\}\,. \tag{8}$$

Сопоставление формул (1) и (6) показывает, что значения $X_р$ и $r_{0\,кр}$ численно совпадают, хотя они измеряются в разных системах отсчета и имеют принципиально разный физический смысл.

Расстояние разрыва $R_р = r_р - r_0$, отсчитанное от поверхности источника звука, очевидно, составляет

$$R_р = r_0[\exp(r_{0\,кр} / r_0) - 1]. \tag{9}$$

При $r_0 \to \infty$, ограничившись двумя первыми членами разложения экспоненты в ряд по степеням $r_{0\,кр} / r_0$, выражаем расстояние разрыва плоской волны:

$$\lim_{r_0 \to \infty} R_р = r_{0\,кр} = X_р = \frac{1}{k\varepsilon M}.$$

После подстановки числовых значений параметров, соответствующих нормальным атмосферным условиям, в выражение (6) записываем

$$r_{0\,кр} \approx \frac{2{,}22 \cdot 10^5}{f\sqrt{I_0}}, \tag{10}$$

где f — частота; I_0 — интенсивность звука.

Например, при $f = 1$ кГц, $I_0 = 10\ Вт/м^2$ критический радиус составляет $r_{0\,кр}$ = 70 м, минимальное расстояние разрыва $r_{мин}$ = 190,3м. Если $r_р$ = 450 м, то r_{01} = 23,8 м, r_{02} = 371м. При $I_0 = 100\ Вт/м^2$, $r_0 = 30$м имеем $r_{0\,кр} = 22{,}2$ м, $r_р = 63$м, $R_р = 33$ м.

Полученные соотношения и численные оценки могут быть использованы при выборе энергетических параметров акустических передатчиков систем радиоакустического и акустического зондирования атмосферы.

Список литературы: 1. *Masuda Y.* Influence of wind and temperature an the height limit of a radio acoustic sounding system // Radio Science. 1988. Vol. 23. N 4. P. 647 — 654. 2. *Руденко О.В., Солуян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 287 с. 3. *Заремба Л.К., Красильников В.А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. 520 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 02.03.99