

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СОЕДИНЕНИЯ ТСП С ПОВТОРНЫМИ ПЕРЕДАЧАМИ

### Общие сведения о функционировании протокола ТСП

Протокол ТСП (Transmission Control Protocol – протокол управления передачей) обеспечивает ориентированный на соединение, надежный сервис обмена байтовыми потоками данных. Ориентированный на соединение сервис (connection-oriented service) означает, что два приложения, использующие ТСП (по распределению функций принято называть одно из них клиентом, а другое – сервером) должны до начала обмена данными установить между собой соединение. Принципиально важно, что в ТСП-соединении всегда участвуют лишь две стороны, называемые оконечными точками (endpoints).

Надежный сервис обеспечивается в ТСП рядом предусмотренных в нем мер.

Модуль ТСП разбивает поток выводимых приложением данных на сегменты оптимальной длины и последовательно передает их IP-уровню (сетевому уровню) для дальнейшей обработки.

При посылке сегмента модуль ТСП запускает таймер и ожидает от принимающей стороны подтверждения приема в виде квитанции (acknowledgement, АСК). Если в отведенное по таймеру время, называемое тайм-аутом (timeout), подтверждение не приходит, посылка сегмента повторяется согласно механизму адаптивного тайм-аута и повторной передачи.

После получения сегмента и проверки контрольной суммы модуль ТСП на принимающей стороне соединения генерирует подтверждение для источника.

Модули ТСП вычисляют контрольную сумму для всего сегмента (включая заголовок и данные). Она используется в оконечных точках для обнаружения искажений, возникших при передаче данных. Если вычисленная при приеме контрольная сумма сегмента не совпадает с записанной в его заголовке, то сегмент отбрасывается и подтверждение о его получении не посылается (при этом предполагается, что модуль ТСП источника повторит посылку этого сегмента по тайм-ауту).

Поскольку ТСП-сегменты передаются инкапсулированными в IP-дейтаграммы, очередность получения которых может не соблюдаться, то они могут прибыть в пункт назначения не в том порядке, в котором были отправлены. В принимающем модуле ТСП сегменты при необходимости упорядочиваются так, что приложение получает предназначенные ему данные в исходной последовательности.

Так как IP-дейтаграммы могут дублироваться, то принимающий ТСП-модуль должен выявлять такие случаи и отбрасывать дубликаты сегментов.

В ТСП также предусмотрено управление темпом передачи потока данных (flow control). Размеры буферов у сторон ТСП-соединения ограничены. Принимающая сторона регулирует объем выслаемых ей данных, исходя из наличия свободного места в приемном буфере.

### Постановка задачи

Таким образом, соединение ТСП представляет собой систему массового обслуживания (рис. 1). На основании этой схемы построена математическая модель, описывающая функционирование такой системы и позволяющая учитывать повторно передаваемые сегменты среди элементов входного потока.

### Разработка математической модели соединения ТСП как СМО с ПП

Введем такую модель в рамках теории массового обслуживания (ТМО) соединения ТСП, которая характеризуется двумя переменными: количеством источников повторных передач и количеством занятых обслуживающих устройств.

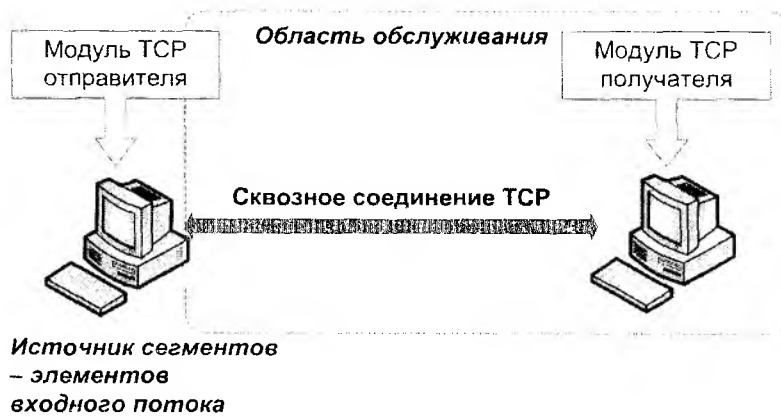


Рис. 1

Опишем модель соединения TCP как СМО с ПП типа  $M/M/1$  следующим образом. Пусть в рассматриваемой однолинейной СМО поток первично передающихся блоков сегментов, генерируемых модулем TCP отправителя, является пуассоновским с интенсивностью  $\lambda$ . Единственный канал обслуживания представляет собой обслуживающее устройство – область обслуживания, причем обслуживание делится на передачу сегментов данных по соединению (сети) и на обслуживание непосредственно модулем TCP получателя (рис. 1), а времена обслуживания экспоненциально распределены с параметром  $\nu$ . Если первично передающийся блок данных отправителя находит обслуживающее устройство доступным, он автоматически обрабатывается, а затем передается далее, т.е. покидает обслуживающее устройство. С другой стороны, блок данных, заблокированный обслуживающим устройством (был потерян, искажен и/или отброшен обслуживающим устройством), вынужден «покинуть» область обслуживания и становится так называемым «источником» повторной передачи. Каждый источник такого типа формирует пуассоновский поток повторных передач интенсивности  $\mu$  (блок данных будет повторен через экспоненциально распределенное время с параметром  $\mu$ ). После обслуживания повторно переданного блока данных источник повторной передачи «исчезает».

Процесс массового обслуживания представляется следующим образом (рис. 2).

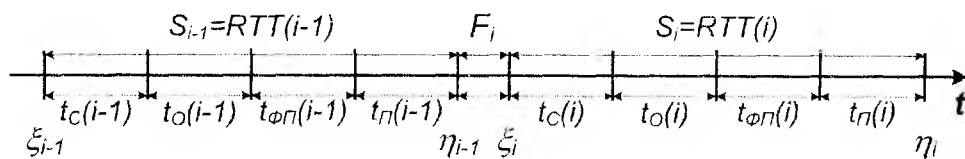


Рис. 2

Пусть обслуживание  $(i-1)$ -го переданного блока данных заканчивается в момент времени  $\eta_{i-1}$  и обслуживающее устройство становится свободным, причем блоки обслуживаются строго в порядке отправления. Однако следующий блок данных может быть отправлен на обслуживание только при получении подтверждения обслуживания предыдущего;  $i$ -й блок данных поступает на обслуживание по истечении некоторого времени  $F_i$  (времени между прибытием подтверждения и отправкой следующего блока данных модулем TCP отправителя), в течение которого обслуживающее устройство свободно и «ожидает» следующего поступления блока данных. Если в момент времени  $\eta_{i-1}$  количество источников повторных передач  $N_{i-1}$  равно  $n$ , тогда  $F_i$  распределено по экспоненциальному закону с параметром  $\lambda + n\mu$ . Далее  $i$ -й блок данных является первично передаваемым с вероятностью  $\frac{\lambda}{\lambda + n\mu}$ .

и повторно передаваемым – с вероятностью  $\frac{n\mu}{\lambda + n\mu}$ . В момент времени  $\xi_i = \eta_{i-1} + F_i$  начинается обслуживание  $i$ -го блока данных и продолжается в течение времени  $S_i$  (т.е.  $S_i$  является временем обслуживания  $i$ -го блока данных). Отброшенные (блокированные, потерянные, искаженные) блоки данных формируют источники повторных передач. Затем в момент времени  $\eta_i = \xi_i + S_i$  завершается обслуживание  $i$ -го блока данных, и обслуживающее устройство становится свободным.

Так как обслуживание блока данных заканчивается в момент времени получения подтверждения от модуля ТСР получателя, то время обслуживания  $S_i$  равняется времени кругового обращения  $RTT$  (Round-Trip Time). Причем, согласно механизму передачи сегментов данных по протоколу ТСР,  $RTT$  для  $i$ -го сегмента состоит из следующих компонентов:

$$RTT(i) = t_C(i) + t_O(i) + t_{\Phi\Pi}(i) + t_{\Pi}(i), \quad (1)$$

где  $t_C(i)$  – время передачи  $i$ -го сегмента;  $t_O(i)$  – время обработки  $i$ -го сегмента модулем ТСР получателя;  $t_{\Phi\Pi}(i)$  – время формирования подтверждения получения  $i$ -го сегмента модулем ТСР получателя;  $t_{\Pi}(i)$  – время передачи подтверждения получения  $i$ -го сегмента модулем ТСР получателя.

Времена  $t_C(i)$  и  $t_{\Pi}(i)$  характеризуют обслуживание сегмента данных сетью, а времена  $t_O(i)$  и  $t_{\Phi\Pi}(i)$  – обработку получаемых сегментов модулем ТСР получателя.

Пусть в момент времени  $t$  величина  $J(t)$  является количеством источников повторных передач сегментов (которая также может быть представлена определенного рода очередью), а  $C(t)$  – количество занятых обслуживающих устройств. Для модели с единственным обслуживающим устройством  $C(t) = 1$  или  $C(t) = 0$  в зависимости от того, занято ли обслуживающее устройство или свободно. Причем при рассмотрении взаимодействия модулей ТСР отправителя и получателя в общем под «занятостью» принимаем отсутствие подтверждения получения отправленных сегментов, что не допускает отправки новой группы данных и, в общем, провоцирует повторную передачу. Процесс  $(C(t), J(t))$  является одним из самых важных процессов, описывающих СМО с ПП.

В случае с экспоненциально распределенным временем обслуживания процесс  $(C(t), J(t))$  является марковским с пространством состояний размером  $\{0, 1\} \times N$ , где  $N$  – максимально возможное количество источников повторных передач, равное размеру флайта (группы отправленных, но неподтвержденных сегментов).

На рис. 3 изображен граф состояний рассматриваемого процесса. Причем в модель введен дополнительный параметр – средняя по соединению вероятность потерь  $p_{ncp}$ .

Отсюда запишем уравнения для нахождения вероятностей  $p_{0j}$  и  $p_{1j}$  состояний в стационарном режиме, а затем найдем для них общие выражения. Для указанного графа (рис. 3) получаем

$$\begin{aligned} (\lambda(1 - p_{ncp}) + j\mu(1 - p_{ncp}))p_{0j} &= \nu(1 - p_{ncp})p_{1j}, \\ (\lambda p_{ncp} + \nu(1 - p_{ncp}))p_{1j} &= \lambda(1 - p_{ncp})p_{0j} + \lambda p_{ncp}p_{1j-1} + (j+1)\mu(1 - p_{ncp})p_{0j+1}. \end{aligned}$$

Введем  $\rho = \lambda/\nu$ , и тогда имеем

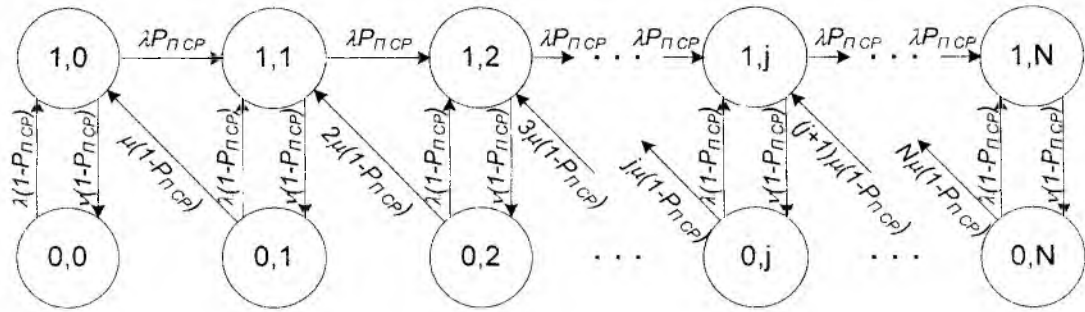


Рис. 3

$$p_{0j} = \left( \frac{\rho^j}{j! \mu^j} \prod_{i=0}^{j-1} (\lambda + i\mu) \right) \cdot \left( \frac{P_{нсп}}{1 - P_{нсп}} \right)^j \cdot p_{00}, \quad (2)$$

$$p_{1j} = \left( \frac{\rho^j}{j! \mu^j \nu} \prod_{i=0}^j (\lambda + i\mu) \right) \cdot \left( \frac{P_{нсп}}{1 - P_{нсп}} \right)^j \cdot p_{00} = \left( \frac{\rho^{j+1}}{j! \mu^j} \prod_{i=1}^j (\lambda + i\mu) \right) \cdot \left( \frac{P_{нсп}}{1 - P_{нсп}} \right)^j \cdot p_{00} \quad (3)$$

где  $p_{0j}$  – вероятности состояний при доступном обслуживающем устройстве;  $p_{1j}$  – вероятности состояний при недоступном обслуживающем устройстве;  $p_{нсп}$  – средняя по соединению вероятность потерь;  $\lambda$  – интенсивность потока первичных элементов;  $\mu$  – интенсивность потока повторных элементов;  $\nu$  – интенсивность обслуживания;  $\rho = \lambda/\nu$  – относительная пропускная способность СМО.

Вероятность  $p_{00}$  может быть найдена с помощью условия нормировки  $\sum_j p_{0j} + \sum_j p_{1j} = 1$ :

$$p_{00}^{-1} = 1 + \sum_{j=1}^N \frac{\rho^j}{j! \mu^j} \left( \frac{P_{нсп}}{1 - P_{нсп}} \right)^j \prod_{n=0}^{j-1} (\lambda + n\mu) + \sum_{j=0}^N \frac{\rho^{j+1}}{j! \mu^j} \left( \frac{P_{нсп}}{1 - P_{нсп}} \right)^j \prod_{k=1}^j (\lambda + k\mu). \quad (4)$$

### Вероятностные характеристики рассматриваемой СМО с ПП

Пусть  $p_i = \sum_{j=0}^N p_{ij}$  при  $i = \overline{0, c}$  ( $c = 1$ ), откуда

$$p_0 = \sum_{j=0}^N p_{0j}, \quad p_1 = \sum_{j=0}^N p_{1j}, \quad (5)$$

и определяет вероятность занятости  $i$  обслуживающих устройств, а  $J_i = \sum_{j=0}^N j p_{ij}$ , откуда

$$J_0 = \sum_{j=0}^N j p_{0j}, \quad J_1 = \sum_{j=0}^N j p_{1j}, \quad (6)$$

определяет среднее количество источников повторных передач в состоянии  $i$  занятых обслуживающих устройств. Используя введенные обозначения, приведем основные вероятностные характеристики, которые выражаются через вероятности  $p_{ij}$  (количество обслуживающих устройств  $c = 1$ ) и представляют практический интерес при изучении систем с повторными передачами.

Вероятность потери первично передающегося блока данных определяется следующим образом:

$$\pi = \sum_{j=0}^N p_{1j}. \quad (7)$$

Вероятность потерь общая (отношение потерянных первичных и повторных сегментов ко всем поступившим сегментам)

$$\pi_0 = \frac{\lambda\pi + J_1\mu}{\lambda + J\mu} = \frac{\lambda \sum_{j=0}^N p_{1j} + \mu \sum_{j=0}^N j p_{1j}}{\lambda + J\mu}, \quad (8)$$

где использовано обозначение среднего числа источников повторных передач  $J$

$$J = \sum_{i=0}^c J_i = J_0 + J_1 = \sum_{j=0}^N j p_{0j} + \sum_{j=0}^N j p_{1j}. \quad (9)$$

Выражение (10) дает среднее число передач (первичных и повторных) в единицу времени:

$$\Lambda = \lambda + J\mu. \quad (10)$$

Среднее число повторных передач на одну первичную передачу

$$M = J\mu/\lambda \quad (11)$$

Среднее число занятых обслуживающих устройств

$$I = \sum_{i=1}^c i p_i = p_1 = \sum_{j=0}^N p_{1j} \quad (12)$$

Таким образом, разработанная модель позволяет анализировать состояние соединения ТСП в установившемся режиме (фазе предотвращения перегрузки), и с помощью вероятностей состояний вычислять практически значимые характеристики соединения как СМО, учитывающие повторные передачи сегментов данных.

#### Анализ математической модели соединения ТСП

Пусть для соединения ТСП параметры потока флайтов сегментов являются следующими:  $\lambda = 1/(RTT + IT)$ ,  $\nu = 1/RTT$ , а  $\mu = 1/RTO$ , где  $RTT$  – время кругового обращения (Round-Trip Time),  $RTO$  – тайм-аут повторной передачи (Retransmission TimeOut),  $IT$  – время простоя обслуживающего устройства, т.е. время между прибытием подтверждения и отправки следующего блока данных модулем ТСП отправителя. Количество источников повторных передач ограничено размером флайта  $N$ , т.е. количеством отправленных, но не подтвержденных сегментов данных. Тогда, согласно выражениям (2), (3) и (4), вероятности состояний соединения ТСП как СМО типа  $M/M/1$  с ПП в стационарном режиме определяются так:

$$p_{0j} = \left( \frac{\rho^j}{j! \mu^j} \prod_{i=0}^{j-1} (\lambda + i\mu) \right) \cdot \left( \frac{p_{n\text{cp}}}{1 - p_{n\text{cp}}} \right)^j \cdot p_{00} =$$

$$= \left( \frac{(RTT/(RTT + IT))^j}{j!(1/RTO)^j} \prod_{i=0}^{j-1} ((1/(RTT + IT)) + i(1/RTO)) \right) \cdot \left( \frac{p_{n\text{cp}}}{1 - p_{n\text{cp}}} \right)^j \cdot p_{00}, \quad (13)$$

$$p_{1j} = \left( \frac{\rho^{j+1}}{j! \mu^j} \prod_{i=1}^j (\lambda + i\mu) \right) \cdot \left( \frac{p_{n\text{cp}}}{1 - p_{n\text{cp}}} \right)^j \cdot p_{00} =$$

$$= \left( \frac{(RTT/(RTT + IT))^{j+1}}{j!(1/RTO)^j} \prod_{i=1}^j ((1/(RTT + IT)) + i(1/RTO)) \right) \cdot \left( \frac{p_{n\text{cp}}}{1 - p_{n\text{cp}}} \right)^j \cdot p_{00}. \quad (14)$$

А вероятностные характеристики, согласно введенным обозначениям в (13) и (14), определяются при помощи выражений (5) – (12).

Рассмотрим СМО с ПП, где исследуется соединение ТСП с характеристиками  $RTT$  и  $RTO$ , показанными на рис. 4 и в табл. 1.

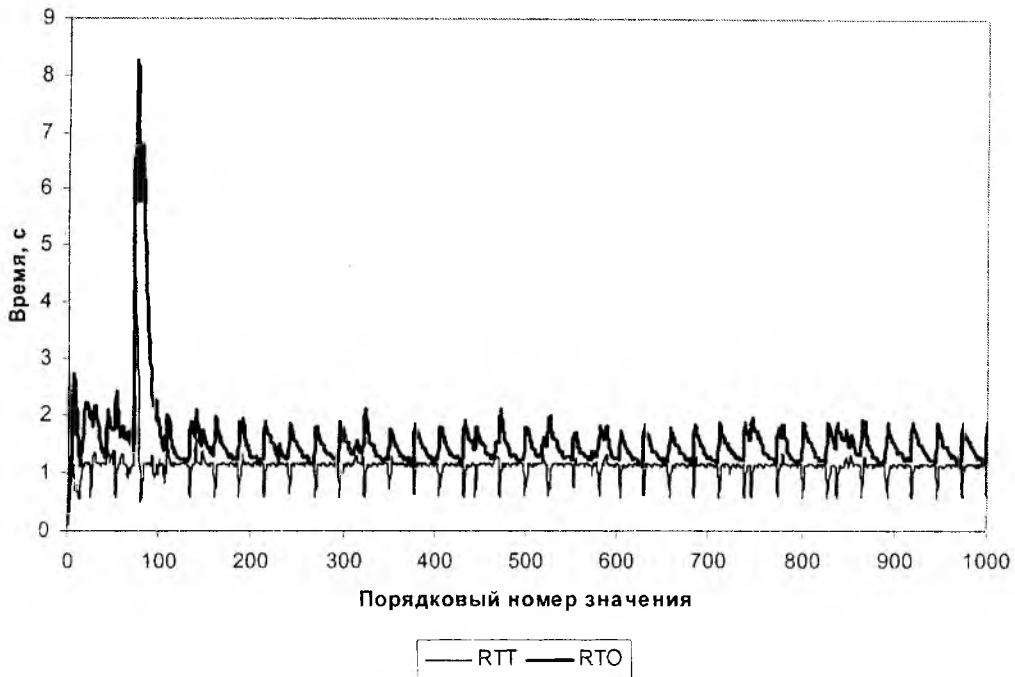


Рис. 4

Из указанного ряда значений  $RTT$  и  $RTO$  выберем средние по соединению и найдем для них вероятности состояний  $p_{0j}$  и  $p_{1j}$  в стационарном режиме (рис. 5), а также основные вероятностные характеристики соединения TCP (табл. 2).

Таблица 1

Характеристики	$RTT_{\min}$ , с	$RTT_{\max}$ , с	$RTT_{cp}$ , с	СКО $RTT$ , с	Производительность, байт/с
Значения	0,1102	4,607	1,1332	0,2467	2811
Характеристики	$MaxSS$ , байт	$AvgSS$ , байт	$\max OWIN$ , байт	$avg OWIN$ , байт	$wavg OWIN$ , байт
Значения	1200	1169	24329	4851	4863

Использованные обозначения в табл. 1:

$MaxSS$  – максимальный размер сегментов в соединении;

$AvgSS$  – средний размер сегментов в соединении;

$\max OWIN$  – максимальный размер флайта в соединении;

$avg OWIN$  – средний размер флайта в соединении;

$wavg OWIN$  – средневзвешенный размер флайта в соединении.

Таблица 2

$RTT$ , с	$RTO$ , с	$P_{00}$	$P_{10}$	$J$	$M$	$I$
1,1332	1,5700	0,4948	0,4874	0,0181	0,0133	0,4986

Из анализа результатов, полученных при помощи предложенной модели соединения TCP, следует, что при заданной средней вероятности потерь в соединении TCP  $P_{ncp} = 0,00967$  наиболее вероятными будут состояния  $p_{00}$  и  $p_{10}$  при отсутствии источников повторных передач, причем эти вероятности приблизительно равны. Среднее количество повторных передач на одну первичную приблизительно равно 0,0133.

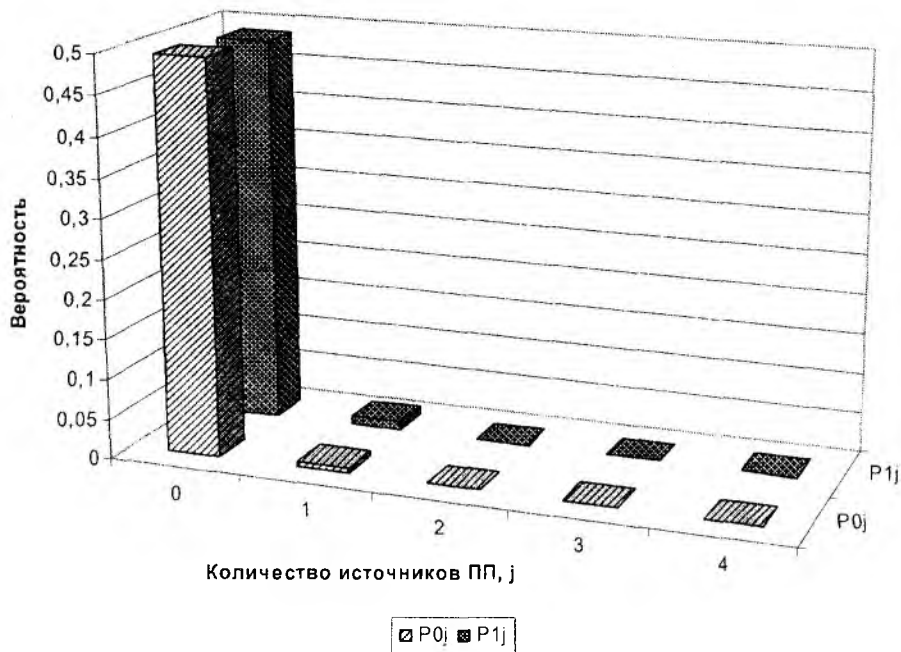


Рис. 5

### Выводы

Разработанная математическая модель позволяет определять вероятности состояний СМО с ПП, представляющей соединение ТСП, на основании которых рассчитываются вероятностные характеристики СМО с ПП, а именно: вероятность потерь первично передающегося сегмента, общая вероятность потерь, среднее число источников ПП, среднее число ПП на одну первичную передачу и др.

Анализ математической модели показал, что она адекватно описывает вероятностное поведение процесса передачи сегментов данных в рамках соединения ТСП.

Полученная математическая модель может найти применение при анализе реальных сквозных соединений транспортного уровня сетей ТСП/IP.

**Список литературы:** 1. *Falin G.I., Templeton J.G.C.* Retrial Queues. London: Chapman and Hall, 1997. 330 p. 2. *Falin G.I., Artalejo J.R.* Standard and retrial queueing systems: a comparative analysis, REVISTA MATEMATICA COMPLUTENSE, vol. XV, 2002. 101 - 129 p. 3. *RFC 4614 Duke M., Braden R., Eddy W., Blanton E.* A Roadmap for Transmission Control Protocol (TCP) Specification Documents. The Internet Society, 2006. 4. *RFC 2988* Computing TCP's Retransmission Timer. 5. *Jacobson V.* "Congestion Avoidance and Control". Proceedings, SIGCOMM'88, Computer Communication Review, August 1988. 6. *Fiche G., Hebuterne G.* Communicating Systems and Networks: Traffic and Performance, KOGAN PAGE SCIENCE, London and Sterling, VA, 2004. 545 p. 7. *Стивенс У.Р.* Протоколы TCP/IP. Том 1. Практическое руководство / Пер. с англ. и коммент. А.Ю. Глебовского. СПб.: Невский Диалект "БХВ-Петербург", 2003. 672 с: ил. 8. *Шнепс М.А.* Системы распределения информации. Методы расчета: Справ. пособие. М.: Связь, 1979 344с. 9. *Корнышев Ю.Н. и др.* Теория телетрафика: Учебник для вузов / Ю.Н. Корнышев, А.П. Пшеничников, А.Д. Харкевич. М.: Радио и связь, 1996. 272 с: ил. 10. *Пшеничников А.П., Степанов С.Н.* Модели систем связи с повторными вызовами: Учебное пособие / МТУСИ. М.: 1992. 20 с. 11. *Еременко А.С.* Оптимизация алгоритма установления значений адаптивного тайм-аута повторных передач протокола TCP при помощи фильтрации Калмана // Радиотехника. 2007. Вып. 148. С.273 – 277.