



РАССЕЯНИЕ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА РЕЗОНАНСНОЙ ОДНОРОДНОЙ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СФЕРЕ С ПЛОСКИМ МЕТАЛЛИЧЕСКИМ ЭКРАНОМ

КОЗАРЬ А.И.

Рассматривается решение задачи о рассеянии электромагнитных волн на малой однородной резонансной магнитодиэлектрической сфере, расположенной возле плоского бесконечного металлического экрана. Задача решается с помощью интегральных уравнений электродинамики и метода зеркальных изображений. Получены формулы для рассеянных полей, записано граничное условие для электрического поля на идеально проводящем металлическом экране.

Полагаем, что проницаемости заполнения свободного пространства ε_0, μ_0 , радиус сфер a , а их проницаемости ε, μ . Вне сфер $a/\lambda \ll 1$, но внутри сфер возможен резонансный случай $a/\lambda_g \sim 1$, где λ, λ_g — длина волн. Поля будем записывать в виде $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{i\omega t}$, $\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$ [1].

Рассеянное поле по известному внутреннему полю рассеивателя определим через электрический $\vec{\Pi}^{\text{э}}$ и магнитный $\vec{\Pi}^{\text{м}}$ потенциалы Герца:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{расс}} &= (\nabla\nabla + k^2\varepsilon_0\mu_0)\vec{\Pi}^{\text{э}} - ik\mu_0[\nabla, \vec{\Pi}^{\text{м}}], \\ \vec{H}_{\text{расс}} &= (\nabla\nabla + k^2\varepsilon_0\mu_0)\vec{\Pi}^{\text{м}} + ik\varepsilon_0[\nabla, \vec{\Pi}^{\text{э}}]. \end{aligned} \quad (1)$$

Для отдельной сферы потенциалы Герца представим в виде [2]

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}^{\text{э}} &= \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) \vec{E}^0(\vec{r}') f(|\vec{r} - \vec{r}'|) dV, \\ \vec{\Pi}^{\text{м}} &= \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) \vec{H}^0(\vec{r}') f(|\vec{r} - \vec{r}'|) dV, \end{aligned}$$

где $f(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ является решением уравнения

$$\Delta f(|\vec{r} - \vec{r}'|) + k^2\varepsilon_0\mu_0 f(|\vec{r} - \vec{r}'|) = -4\pi\delta(|\vec{r} - \vec{r}'|),$$

удовлетворяющего излучению на бесконечности и имеющего вид

$$f(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \frac{e^{-ik\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (2)$$

а $\vec{E}^0(\vec{r}')$, $\vec{H}^0(\vec{r}')$ — внутренние поля рассеивателя; V — его объем.

Можно показать, что для внешних точек сферы ($r > r'$) интеграл по объему сферы от функции Грина для свободного пространства (2) имеет вид

$$\begin{aligned} W(\vec{r}) &= \int_V \frac{e^{-ik\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV = \\ &= \frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \frac{e^{-ik_1 r}}{r}, \end{aligned}$$

где $k_1 = k\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, $k = 2\pi/\lambda$; r — расстояние от центра до внешних точек сферы.

Внутреннее поле рассеивателя будем вычислять, опираясь на интегральные уравнения [2]. Для этого вначале рассмотрим случай, когда $a/\lambda_g \ll 1$ внутри и $a/\lambda \ll 1$ вне сферы, а потом результаты вычисления внутреннего поля рассеивателя обобщим и на резонансный случай, когда $a/\lambda_g \sim 1$ внутри сферы.

Воспользуемся методом зеркальных изображений и представим рассеивающую сферу вместе с металлическим экраном в виде системы, которая состоит из сферы и ее зеркального изображения. Тогда для этой системы, построим квазистационарные уравнения для определения внутренних полей в виде системы неоднородных для сферы и однородных для ее зеркального изображения уравнений. Эта система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \vec{E}_{01}(\vec{r}', t) &= \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) \right\} \vec{E}_1^0(\vec{r}', t) - \\ &- \left\{ (\nabla\nabla + k^2\varepsilon_0\mu_0) \times \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) W_{21}^{\text{э}}(\vec{r}) \vec{E}_2^0(\vec{r}', t) - \right. \\ &\quad \left. - ik\mu_0 \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) W_{21}^{\text{м}}(\vec{r}) \vec{H}_2^0(\vec{r}', t) \right] \right\}, \\ \vec{H}_{01}(\vec{r}', t) &= \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) \right\} \vec{H}_1^0(\vec{r}', t) - \\ &- \left\{ (\nabla\nabla + k^2\varepsilon_0\mu_0) \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) W_{21}^{\text{м}}(\vec{r}) \vec{H}_2^0(\vec{r}', t) + \right. \\ &\quad \left. + ik\varepsilon_0 \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) W_{21}^{\text{э}}(\vec{r}) \vec{E}_2^0(\vec{r}', t) \right] \right\}, \quad (3) \\ 0 &= \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) \right\} \vec{E}_2^0(\vec{r}', t) - \\ &- \left\{ (\nabla\nabla + k^2\varepsilon_0\mu_0) \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) W_{12}^{\text{э}}(\vec{r}) \vec{E}_1^0(\vec{r}', t) - \right. \\ &\quad \left. - ik\mu_0 \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) W_{12}^{\text{м}}(\vec{r}) \vec{H}_1^0(\vec{r}', t) \right] \right\}, \\ 0 &= \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) \right\} \vec{H}_2^0(\vec{r}', t) - \\ &- \left\{ (\nabla\nabla + k^2\varepsilon_0\mu_0) \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) W_{12}^{\text{м}}(\vec{r}) \vec{H}_1^0(\vec{r}', t) + \right. \end{aligned}$$

$$+ ik\varepsilon_0 \left[\nabla, \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) W_{12}^3(\vec{r}) \vec{E}_1^0(\vec{r}', t) \right] \Bigg\},$$

где $\vec{E}_0(\vec{r}', t), \vec{H}_0(\vec{r}', t)$ – поля падающей волны в центре сферы; $\vec{E}_1(\vec{r}', t), \vec{H}_1(\vec{r}', t)$ и $\vec{E}_2(\vec{r}', t), \vec{H}_2(\vec{r}', t)$ – внутренние поля сферы и ее зеркального изображения.

Величины $W_{21}^3(\vec{r}), W_{21}^M(\vec{r})$ и $W_{12}^3(\vec{r}), W_{12}^M(\vec{r})$ имеют вид

$$\begin{aligned} W_{21}^3(\vec{r}) &= \frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \frac{e^{-ik_1 r_{21}}}{r_{21}}, \\ W_{21}^M(\vec{r}) &= -\frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \frac{e^{-ik_1 r_{21}}}{r_{21}}, \\ W_{12}^3(\vec{r}) &= \frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \frac{e^{-ik_1 r_{12}}}{r_{12}}, \\ W_{12}^M(\vec{r}) &= -\frac{4\pi}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \frac{e^{-ik_1 r_{12}}}{r_{12}}. \end{aligned}$$

Здесь $r_{21} = r_{12} = \sqrt{(x_{20} - x_{10})^2 + (y_{20} - y_{10})^2 + (z_{20} - z_{10})^2}$; (x_{10}, y_{10}, z_{10}) и (x_{20}, y_{20}, z_{20}) – координаты центров сферы и ее зеркального изображения.

Первые слагаемые справа в уравнениях (3) связаны с внутренним полем сферы или ее зеркального изображения без учета их влияния, а вторые слагаемые определяют влияние на сферу или ее зеркальное изображение противоположного зеркального изображения или сферы.

Рассматриваемая система уравнений (3) для определения внутреннего поля сферы и ее зеркального изображения состоит из двух неоднородных и двух однородных векторных уравнений или же для x, y, z – составляющих – из двенадцати уравнений с двенадцатью неизвестными.

Для внутреннего поля конкретной сферы или зеркального изображения с решения системы уравнений (3) имеют вид

$$\begin{aligned} \vec{E}_c^0(\vec{r}', t) &= \frac{1}{\Delta^{\varepsilon M}} \left(\hat{g}_c^{\varepsilon} \vec{E}_0(\vec{r}', t) + \hat{\beta}_c^{\varepsilon} \vec{H}_0(\vec{r}', t) \right), \\ \vec{H}_c^0(\vec{r}', t) &= \frac{1}{\Delta^{\mu M}} \left(\hat{\beta}_c^{\mu} \vec{H}_0(\vec{r}', t) + \hat{g}_c^{\mu} \vec{E}_0(\vec{r}', t) \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{g}_c^{\varepsilon} &= \begin{bmatrix} g_{xxc}^{\varepsilon} & g_{xyx}^{\varepsilon} & g_{xzc}^{\varepsilon} \\ g_{yxc}^{\varepsilon} & g_{yyx}^{\varepsilon} & g_{yzc}^{\varepsilon} \\ g_{zxc}^{\varepsilon} & g_{zyx}^{\varepsilon} & g_{zxc}^{\varepsilon} \end{bmatrix}; \hat{\beta}_c^{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \beta_{xxc}^{\varepsilon} & \beta_{yxc}^{\varepsilon} & \beta_{zxc}^{\varepsilon} \\ \beta_{yxc}^{\varepsilon} & \beta_{yyx}^{\varepsilon} & \beta_{yzc}^{\varepsilon} \\ \beta_{zxc}^{\varepsilon} & \beta_{zyx}^{\varepsilon} & \beta_{zxc}^{\varepsilon} \end{bmatrix}; \\ \hat{\beta}_c^{\mu} &= \begin{bmatrix} \beta_{xxc}^{\mu} & \beta_{yxc}^{\mu} & \beta_{zxc}^{\mu} \\ \beta_{yxc}^{\mu} & \beta_{yyx}^{\mu} & \beta_{yzc}^{\mu} \\ \beta_{zxc}^{\mu} & \beta_{zyx}^{\mu} & \beta_{zxc}^{\mu} \end{bmatrix}; \hat{g}_c^{\mu} = \begin{bmatrix} g_{xxc}^{\mu} & g_{xyx}^{\mu} & g_{xzc}^{\mu} \\ g_{yxc}^{\mu} & g_{yyx}^{\mu} & g_{yzc}^{\mu} \\ g_{zxc}^{\mu} & g_{zyx}^{\mu} & g_{zxc}^{\mu} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

а $\Delta^{\varepsilon M}$ – детерминант основной матрицы системы уравнений (3). Индекс c принимает значения $c = 1$ для сферы и $c = 2$ – для изображения.

Потенциалы Герца $\vec{\Pi}^{\varepsilon}$ и $\vec{\Pi}^{\mu}$ рассеянного системой из сферы и ее зеркального изображения поля по их известному внутреннему полю (4) представим в виде суперпозиции потенциалов Герца сферы и ее зеркального изображения:

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}^{\varepsilon}(\vec{r}, t) &= \\ &= \sum_{c=1}^2 \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) \vec{E}_c^0(\vec{r}', t) \frac{e^{-ikr_c}}{r_c}, \quad (5) \\ \vec{\Pi}^{\mu}(\vec{r}, t) &= \\ &= -\sum_{c=1}^2 \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) \vec{H}_c^0(\vec{r}', t) \frac{e^{-ikr_c}}{r_c}, \end{aligned}$$

где $r_c = \sqrt{(x - x_{c0})^2 + (y - y_{c0})^2 + (z - z_{c0})^2}$; здесь координаты (x, y, z) определяют точку наблюдения рассеянного сферой поля, а координаты (x_{c0}, y_{c0}, z_{c0}) – точку нахождения центра сферы или ее зеркального изображения. Точка наблюдения (x, y, z) находится в полупространстве перед металлическим экраном и вне сферы.

Полученные решения для внутреннего поля и потенциалов Герца сферы и ее зеркального изображения (4), (5) справедливы, когда $a/\lambda \ll 1$ и $a/\lambda_g \ll 1$. Но их можно обобщить на резонансный случай $a/\lambda_g \sim 1$, если вместо проницаемостей ε и μ ввести эффективные проницаемости [3]:

$$\varepsilon_{\varepsilon\phi} = \varepsilon F(ka\sqrt{\varepsilon\mu}), \quad \mu_{\mu\phi} = \mu F(ka\sqrt{\varepsilon\mu}), \quad (6)$$

где $F(ka\sqrt{\varepsilon\mu}) = \frac{2(\sin ka\sqrt{\varepsilon\mu} - ka\sqrt{\varepsilon\mu} \cos ka\sqrt{\varepsilon\mu})}{(k^2 a^2 \varepsilon\mu - 1) \sin ka\sqrt{\varepsilon\mu} + ka\sqrt{\varepsilon\mu} \cos ka\sqrt{\varepsilon\mu}}$.

Учитывая (5), (6), найдем рассеянное на сфере с экраном поле:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{расс}}(\vec{r}, t) &= \sum_{c=1}^2 \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \left\{ \left(\frac{\varepsilon_{\varepsilon\phi}}{\varepsilon_0} - 1 \right) \times \right. \\ &\times \hat{L}_c \vec{E}_c^0(\vec{r}') - ik\mu_0 \left(\frac{\mu_{\mu\phi}}{\mu_0} - 1 \right) (-1) \hat{P}_c \vec{H}_c^0(\vec{r}') \Big\} e^{i(\omega t - k_1 r_c)}, \\ \vec{H}_{\text{расс}}(\vec{r}, t) &= \sum_{c=1}^2 \frac{1}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \left\{ \left(\frac{\mu_{\mu\phi}}{\mu_0} - 1 \right) \times \right. \\ &\times (-1) \hat{L}_c \vec{H}_c^0(\vec{r}') + ik\varepsilon_0 \left(\frac{\varepsilon_{\varepsilon\phi}}{\varepsilon_0} - 1 \right) \hat{P}_c \vec{E}_c^0(\vec{r}') \Big\} e^{i(\omega t - k_1 r_c)}, \end{aligned} \quad (7)$$

здесь \hat{L}_c и \hat{P}_c – функциональные матрицы вида

$$\hat{L}_c = \begin{bmatrix} \Psi_{xxc} & \Psi_{xyx} & \Psi_{xzc} \\ \Psi_{yxc} & \Psi_{yyx} & \Psi_{yzc} \\ \Psi_{zxc} & \Psi_{zyx} & \Psi_{zxc} \end{bmatrix}; \quad \hat{P}_c = \begin{bmatrix} 0 & \Psi_{zc} & \Psi_{yc}^0 \\ \Psi_{zc}^0 & 0 & \Psi_{xc} \\ \Psi_{yc} & \Psi_{xc}^0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Величины, входящие в функциональные матрицы (8), имеют вид

$$\begin{aligned} \Psi_{xxc} &= \frac{1}{r_c} k^2 \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{|3(x - x_{c0})^2 - r_c^2|}{r_c^5} - \\ &- k_1^2 \frac{(x - x_{c0})^2}{r_c^3} + ik_1 \frac{|3(x - x_{c0})^2 - r_c^2|}{r_c^4}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_{yyz} &= \frac{1}{r_c} k^2 \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{3(y-y_{c0})^2 - r_c^2}{r_c^5} - \\ &- k_1^2 \frac{(y-y_{c0})^2}{r_c^3} + ik_1 \frac{3(y-y_{c0})^2 - r_c^2}{r_c^4}, \\ \Psi_{zzc} &= \frac{1}{r_c} k^2 \varepsilon_0 \mu_0 + \frac{3(z-z_{c0})^2 - r_c^2}{r_c^5} - \\ &- k_1^2 \frac{(z-z_{c0})^2}{r_c^3} + ik_1 \frac{3(z-z_{c0})^2 - r_c^2}{r_c^4}, \\ \Psi_{xyz} = \Psi_{yxz} &= \frac{3(x-x_{c0})(y-y_{c0})}{r_c^5} - \\ &- k_1^2 \frac{(x-x_{c0})(y-y_{c0})}{r_c^3} + ik_1 \frac{3(x-x_{c0})(y-y_{c0})}{r_c^4}, \\ \Psi_{xzc} = \Psi_{zxc} &= \frac{3(x-x_{c0})(z-z_{c0})}{r_c^5} - \\ &- k_1^2 \frac{(x-x_{c0})(z-z_{c0})}{r_c^3} + ik_1 \frac{3(x-x_{c0})(z-z_{c0})}{r_c^4}, \\ \Psi_{yzc} = \Psi_{zyc} &= \frac{3(y-y_{c0})(z-z_{c0})}{r_c^5} - \\ &- k_1^2 \frac{(y-y_{c0})(z-z_{c0})}{r_c^3} + ik_1 \frac{3(y-y_{c0})(z-z_{c0})}{r_c^4}, \\ \Psi_{xc} &= \frac{(x-x_{c0})}{r_c^3} + ik_1 \frac{(x-x_{c0})}{r_c^2}, \quad \Psi_{xc}^0 = -\Psi_{xc}, \\ \Psi_{yc} &= \frac{(y-y_{c0})}{r_c^3} + ik_1 \frac{(y-y_{c0})}{r_c^2}, \quad \Psi_{yc}^0 = -\Psi_{yc}, \\ \Psi_{zc} &= \frac{(z-z_{c0})}{r_c^3} + ik_1 \frac{(z-z_{c0})}{r_c^2}, \quad \Psi_{zc}^0 = -\Psi_{zc}. \end{aligned}$$

Поле в произвольной точке пространства, лежащей вне сферы и перед экраном, представим в виде (7)

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}, t) + \vec{E}_{\text{расс}}(\vec{r}, t),$$

где $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ – невозмущенное поле падающей волны.

На поверхности идеального металлического экрана тангенциальная составляющая полного электрического поля равна нулю. Это условие для случая рассеяния плоской волны, когда она распространяется вдоль оси z декартовой прямоугольной системы координат, а сфера расположена на оси z на расстоянии l от плоского металлического экрана, перпендикулярного к оси z , представим для точки экрана ($x=0, y=0, z=z_{10}+l$) в виде (4):

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{\Delta^{\text{эм}} k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) &\left[\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) \times \right. \\ \times \left\{ \left(g_{yx1}^{\text{э}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \beta_{yy1}^{\text{э}} \right) \Psi_{yx1} + \left(g_{xx2}^{\text{э}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \beta_{xy2}^{\text{э}} \right) \Psi_{xx2} \right\} - \\ &- ik\mu_0 \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) \left\{ - \left(g_{yx1}^{\text{м}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \beta_{yy1}^{\text{м}} \right) \Psi_{z1} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\left. - \left(g_{yx2}^{\text{м}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \beta_{yy2}^{\text{м}} \right) \Psi_{z2} \right\} = 0, \\ &\left[\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1 \right) \left\{ \left(g_{yx1}^{\text{э}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \beta_{yy1}^{\text{э}} \right) \Psi_{yy1} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \left(g_{yx2}^{\text{э}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \beta_{yy2}^{\text{э}} \right) \Psi_{yy2} \right\} - \right. \\ &\left. - ik\mu_0 \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right) \left\{ - \left(g_{xx1}^{\text{м}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \beta_{xy1}^{\text{м}} \right) \Psi_{z1}^0 - \right. \right. \\ &\left. \left. - \left(g_{xx2}^{\text{м}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \beta_{xy2}^{\text{м}} \right) \Psi_{z2}^0 \right\} \right] = 0. \end{aligned}$$

Из детерминанта системы уравнений (3) определяются резонансные условия для случая, когда в сфере $a/\lambda_g \sim 1$.

Если в выражениях (4), (7) индекс c принимает значение $c=1$, то соотношения (7) определяют рассеянное поле на резонансной магнитоэлектрической сфере в свободном пространстве и имеют вид

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{расс}}(\vec{r}, t) &= \frac{3}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \times \\ &\times \left\{ \frac{\varepsilon_{\text{эф}} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{эф}} + 2\varepsilon_0} \hat{L} \vec{E}_0(\vec{r}') - ik\mu_0 \frac{\mu_{\text{эф}} - \mu_0}{\mu_{\text{эф}} + 2\mu_0} (-1) \hat{P} \vec{H}_0(\vec{r}') \right\} e^{i(\omega t - k_1 r)}, \\ \vec{H}_{\text{расс}}(\vec{r}, t) &= \frac{3}{k_1^3} (\sin k_1 a - k_1 a \cos k_1 a) \times \\ &\times \left\{ \frac{\mu_{\text{эф}} - \mu_0}{\mu_{\text{эф}} + 2\mu_0} (-1) \hat{L} \vec{H}_0(\vec{r}') + ik\varepsilon_0 \frac{\varepsilon_{\text{эф}} - \varepsilon_0}{\varepsilon_{\text{эф}} + 2\varepsilon_0} \hat{P} \vec{E}_0(\vec{r}') \right\} e^{i(\omega t - k_1 r)}, \end{aligned} \quad (9)$$

где \hat{L} и \hat{P} – функциональные матрицы (8), величина $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$ определяет точку наблюдения (x, y, z) вне сферы рассеянного поля по отношению к центру рассеивающей сферы (x_0, y_0, z_0) , а $\vec{E}_0(\vec{r}')$, $\vec{H}_0(\vec{r}')$ – поле падающей волны в центре сферы [3].

Из (9) для сферы в свободном пространстве можно получить условия для электрического и магнитно-го резонансов в виде (6) [1, 2]:

$$F(ka\sqrt{\varepsilon\mu}) = -\frac{2\varepsilon_0}{\varepsilon}, \quad F(ka\sqrt{\varepsilon\mu}) = -\frac{2\mu_0}{\mu}.$$

Литература: 1. Козарь А.И., Хиженяк Н.А. Отражение электромагнитных волн от резонансной диэлектрической сферы в волноводе // Укр. физ. журн. 1970. Т. 15. С. 847-849. 2. Хиженяк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев: Наук. думка, 1986. 279 с. 3. Левин Л. Современная теория волноводов. М.: Изд-во иностр. лит. 1954. 216 с.

Поступила в редколлегия 29.05.2002

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Стороженко В.А.

Козарь Анатолий Иванович, канд. физ.-мат. наук, профессор кафедры физики ХНУРЭ. Научные интересы: радиопизика. Адрес: Украина, 61103, Харьков, ул. 23 Августа, 39, кв. 51, тел. 33-61-43 дом., 40-93-45 раб.