РАДИОТЕХНИКА

УДК 517.87; 537.958

ТРАНСФОРМАЦИЯ ГАУССОВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

СЛИПЧЕНКО Н.И., РЫБИН О.Н., ШУЛЬГА Л.Н., НОВИКОВ Н.И.

Рассматривается преобразование плоского электромагнитного гауссового импульса, вызванное изменением во времени диэлектрической и магнитной проницаемостей полуограниченной области в изотропном магнитодиэлектрическом пространстве. Методом интегральных уравнений получены точные выражения для компоненты электрического поля на всей положительной полуоси времени в любой точке пространства. Проводится детальный анализ эволюции электрического поля во времени.

1. Введение

Данная статья является логическим продолжением работы [1], где были приведены и проанализированы результаты аналитических исследований преобразования компоненты плоской монохроматической электромагнитной волны ТМ вида, инициированного изменением во времени параметров полупространства в безграничной магнитодиэлектрической изотропной среде по закону прямоугольного импульса.

В настоящей работе аналитически исследуется влияние импульсного синхронного изменения диэлектрической $\varepsilon(t)$ и магнитной $\mu(t)$ проницаемостей в области полупространства $x \ge 0$ на прохождение плоского электромагнитного гауссова импульса в свободном магнитодиэлектрике. Как и в других статьях подобного плана [1, 2-4], практическая необходимость рассмотрения скачкообразных фронтов импульсов возмущения среды обусловлена тем, что в оптическом диапазоне изменение параметров среды можно считать скачкообразным [5].

2. Постановка задачи

Положим, что до нулевого момента времени имеется однородная и изотропная магнитодиэлектрическая среда с диэлектрической и магнитной проницаемостями, соответственно равными ε_0 и μ_0. Пусть в области полупространства $x \ge 0$ происходит возмущение параметров среды во времени по законам

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \varepsilon_0[\theta(-t)+\theta(t-\tau)]+\varepsilon_1[\theta(t)+\theta(\tau-t)],\\ \mu(t) &= \mu_0[\theta(-t)+\theta(t-\tau)]+\mu_1[\theta(t)+\theta(\tau-t)],\end{aligned} \quad (1)$$

где ε_1 и μ_1 – соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости области $x \ge 0$ в возмущенном состоянии на интервале времени $t \in (0;\tau)$. При этом в области $x < 0$ среда имеет диэлектрическую и магнитную проницаемости, соответственно равные ε_0 и μ_0, на всей оси времени $t \in (-\infty;\infty)$. Тогда преобразование электрической компоненты первичной волны $E_0(t,x)$ в области $x \ge 0$, вызванное возмущением параметров этой области по закону (1), согласно [6], будет описываться интегральным уравнением Вольтерра второго рода:

$$E(t,x) = E_0(t,x) + \int_0^t dt' \int_0^\infty dx'\, K(t,t',x,x')E(t',x'),\ t>0, \quad (2)$$

где $K(t,t',x,x')$ – ядро интегрального уравнения (2), которое имеет следующий вид [1]:

$$K(t,t',x,x') = [1-m^2]\theta(t-t')\delta(t-t')\delta(x-x') - \\ -\frac{1-a^2m^2}{2a^2}\frac{\partial}{\partial t}\delta(v_0(t-t')-|x-x'|). \quad (3)$$

Здесь $a=\sqrt{\varepsilon_0/\varepsilon_1}$, $m=\sqrt{\mu_0/\mu_1}$, μ_1 и ε_1 – возмущенные значения, соответственно, магнитной и диэлектрической проницаемостей; $v_1 = c/\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ – скорость распространения света в свободном магнитодиэлетрическом пространстве с магнитной и диэлектрической проницаемостями, соответственно равными μ_1 и ε_1; c – скорость распространения света в вакууме.

Интегральное уравнение (1) решается методом резольвенты [7], согласно которому решение (2) на интервале времени $t \in (0;\tau)$ может быть найдено посредством равенства

$$E(t,x) = \quad (4)$$

$$= E_0(t,x) + \int_0^t dt' \int_0^\infty dx'\, R(t,t',x,x')E_0(t,x), \quad 0<t<\tau,$$

где $R(t,t',x,x')$ – резольвента интегрального уравнения (2), которая, согласно [1], имеет вид

$$R(t,t',x,x') = \left[1-\frac{1}{m^2}\right]\theta(t-t')\delta(t-t')\delta(x-x') - \\ -\frac{1-a^2m^2}{2m^2}\frac{\partial}{\partial t}\delta(v_1(t-t')-|x-x'|). \quad (5)$$

3. Эволюция поля на всей положительной полуоси времени

Пусть первичное электрическое поле представляет собой ТМ волну с компонентой

$$E_0(t,x) = e^{-(\omega t - kx)^2}, \quad k = \omega/v_0 . \qquad (6)$$

Подставляя выражения (5) и (6) в квадратурную формулу (4), получаем, что выражение для электрической компоненты поля $E(t,x)$ в области полупространства $x \ge 0$ на интервале времени $t \in (0;\tau)$ будет иметь вид

$$E_1(t,x) =$$

$$= \theta(t - x/v_1)A_1 e^{-(\omega t - kx/am)^2} + B_1^- e^{-(am\omega t + kx)^2} +$$

$$+ \{\theta(-t + x/v_1)B_1^+ + \theta(t - x/v_1)B_2\}e^{-(am\omega t - kx)^2}, \qquad (7)$$

где $A_1 = \dfrac{2a}{1+am}$, $B_1^{\pm} = \dfrac{1 \pm am}{2} am$,

$$B_2 = -\frac{am}{2}\frac{(1-am)^2}{1+am}.$$

Сравнивая выражения для преобразованного (7) с соответствующим выражением для поля $E_1(t,x)$ в статье [1], приходим к идентичности качественной картины преобразования поля $E_0(t,x)$ на скачке параметров в области полупространства $x \ge 0$ (здесь и далее, как и в работе [1], условимся волны именовать названием их амплитудных коэффициентов): скачок свойств области $x \ge 0$ в момент времени $t = 0$ расщепляет первичный импульс $E_0(t,x)$ на прямой B_1^+ (который движется в направлении первичного) и представлен третьим слагаемым в выражении (7), а также обратный B_1^- (распространяющийся к образовавшейся границе раздела двух сред $x = 0$), который представлен вторым слагаемым в выражении (7). Фазовые характеристики этих импульсов отличаются от фазовых характеристик первичного импульса $E_0(t,x)$; так, скорость распространения данной пары импульсов равна amv_0.

В момент времени $t = x/v_1$ начинает сказываться влияние границы раздела двух сред – ее достигает обратный импульс B_1^-. Результатом отражения последнего от границы $x = 0$ является прямой импульс B_2, которому в выражении (7) соответствует четвертое слагаемое. Кроме того, в области $x \ge 0$ в момент времени $t = 0$ появляется прямой импульс A_1, который по сути является прошедшим первичным импульсом с новыми в сравнении с последним фазовыми характеристиками.

Сравнивая выражения для амплитуд волн, описываемых формулой (7), с соответствующими выражениями статьи [1], приходим также к идентичности количественной стороны процесса преобразования монохроматической волны и гауссового импульса на интервале времени $t \in (0;\tau)$.

Учитывая качественную и количественную идентичность преобразования монохроматической волны и гауссового импульса на скачке свойств полуограниченной области свободного магнитодиэлектрического пространства, нетрудно предположить о существовании такой же полной идентичности поля в невозмущенной области $x < 0$ на интервале времени $t \in (0;\tau)$. Действительно, недолгие преобразования приводят к равенству

$$E_2(t,x) = E_0(t,x) - \frac{1-a^2m^2}{2a^2}m^2 \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial t}\int_0^t dt'\,\theta(x + v_0(t-t'))E_1(t', x + v_0(t-t')) =$$

$$= E_0(t,x) +$$

$$+ \theta(t + x/v_0)\{C_1 e^{-(\omega t + kx)^2} + C_2 e^{-a^2m^2(\omega t + kx)^2}\}, \qquad (8)$$

где $C_1 = -\dfrac{1-am}{1+am}$, $C_2 = amC_1$.

Рассуждая по аналогии с анализом соответствующего выражения в работе [1], приходим к следующему анализу (8). В нулевой момент времени наряду с фронтом поля $x = v_1 t$ от границы $x = 0$ отделяется и движется со скоростью v_0 в направлении, противоположном направлению первичного импульса, фронт поля $x = -v_0 t$. Этот фронт ограничивает слева область внешнего поля, возбуждаемого отраженным первичным импульсом C_1 (второе слагаемое в выражении (8)), прошедшим через границу раздела двух сред $x = 0$, а также импульсом B_1^-, который в области $x < 0$ имеет амплитуду C_2 (третье слагаемое в выражении (8)). В области $x < 0$ также существует первичный импульс. Скорости распространения импульсов C_1 и C_2 совпадают со скоростью распространения первичного импульса, фазовые характеристики первичного импульса и импульса C_1 также совпадают.

Получим теперь выражение для электрического поля после снятия возмущения материальных параметров среды во всем пространстве ($t > \tau$) посредством равенства

$$E_3(t,x) = \qquad (9)$$

$$= E_0(t,x) + \int_0^{\tau} dt' \int_0^{\infty} dx'\, K(t,t',x,x')E_2(t',x'),\ t > \tau.$$

После подстановки в последнее равенство выражений (3), (6) и (8) получим, что

$$E_3(t,x) = [\theta(t - x/v_0)\theta(t - \tau - x/v_0) +$$

$$+ \theta(-t + x/v_0)\theta(t - (1-am)\tau - x/v_0)]E_0(t,x) +$$

$$+ A_2(t,x)e^{-((\omega t - kx)/am + \omega(am-1)\tau/am)^2} +$$

$$+ B_2(t,x)e^{-(\omega t - kx + \omega(am-1)\tau)^2} +$$

$$+ C_2(t,x)e^{-(\omega t - kx - \omega(1+am)\tau)^2} + D_2(t,x)e^{-(am(\omega t - kx))^2} +$$

$$+F_2(t,x)e^{-((\omega t+kx)/am+\omega(am-1)\tau/am)^2}+$$

$$+L_2(t,x)e^{-(\omega t+kx+\omega(am-1)\tau)^2}+ \qquad (10)$$

$$+M_2(t,x)e^{-(\omega t+kx-\omega(1+am)\tau)^2}+N_2(t,x)e^{-(am(\omega t+kx))^2},$$

где

$$A_2(t,x)=\frac{\theta(\tau-t+x/v_0)}{am}[\theta(am-1)\theta(1-am)\tau-t+x/v_0)+$$

$$+\theta(x)\theta(t-x/v_0)\theta(t-x/v_0-(1-am)\tau),$$

$$B_2(t,x)=\theta(\tau-t+x/v_0)\times$$

$$\times\{[-\theta(am-1)\theta((1-am)\tau-t+x/v_0)+$$

$$+\theta(x)\theta(t-x/v_0)\theta(t-(1-am)\tau-x/v_0)]\times(1-am)^2/4am\times$$

$$\times\theta(x)\theta(1-am)\theta((1-am)\tau-t+x/v_0)(1+am)^2/4am\};$$

$$C_2(t,x)=-\theta(x)\theta(\tau-t+x/v_0)\frac{(1-am)^2}{4am},$$

$$D_2(t,x)=\theta(x)\theta(t-x/v_0)\theta(\tau-t+x/v_0)\frac{(1-am)^2}{4},$$

$$F_2(t,x)=\theta((1+am)\tau-t-x/v_0)\theta(\tau-t+x/v_0)\frac{1}{am}\frac{1-am}{1+am},$$

$$L_2(t,x)=-\theta(t+x/v_0)\theta(\tau-t-x/v_0)\frac{1-a^2m^2}{4am},$$

$$M_2(t,x)=\theta(t+x/v_0)\frac{1-am}{4am}\times$$

$$\times\{\theta(t-(1+am)\tau+x/v_0)\theta(\tau-t-x/v_0)(1+am)-$$

$$-\theta((1+am)\tau-t-x/v_0)(1-am)^2/(1+am)\},$$

$$N_2(t,x)=-\theta(t+x/v_0)\theta(\tau-t-x/v_0)\frac{1-a^2m^2}{4am}.$$

Как видно из выражения (10), электрическая компонента поля, образовавшаяся после возвратного скачка свойств области $x\ge 0$ (как можно было предположить), представима в виде суперпозиции четырех пар прямых и обратных импульсов, а также первичного импульса, который «продолжает поступать» из бесконечности. Как и в случае первичной монохроматической волны, амплитуды образовавшихся импульсов представляют собой разрывные функции пространственно-временной области. Данная область, где отличны от нуля эти амплитуды, а значит и область существования соответствующих им импульсов, ограничена плоскопараллельными плоскостями, движущимися вдоль оси x и наоборот со скоростями, равными v_0. Кроме того, образовавшиеся пары импульсов характерны наличием набегов фаз, что обусловлено непрерывностью спектра гауссового импульса. Указанные выше движущиеся плоскопараллельные области существования образовавшихся импульсов в момент времени $t=\tau$ быстро уходят на бесконечность, поэтому, как и в случае первичной монохроматической волны [1], представляет интерес получение поздневременного приближения выражения (10), т.е. определение состава импульсов, остающихся в конечной области пространства, с последующим определением выражения для их амплитуд.

Анализ аргументов функций Хевисайда, определяющих области существования импульсов в выражении (10), позволяет записать поздневременное приближение для этого выражения в виде

$$E(t,x)=E_0(t,x)+\frac{1-a^2m^2}{4am}e^{-(\omega t+kx+\omega(am-1)\tau)^2}. \qquad (11)$$

Как видно из (11), в случае первичного гауссового импульса, как и в случае первичной монохроматической волны [1], поздневременное приближение выражения для электрической компоненты поля представимо в виде суммы первичной и обратной волн, с числовыми характеристиками первичной волны. Тем не менее очевидны количественные различия: отличаются выражения для амплитуд обратных волн, в частности, амплитуда обратной волны в случае первичного гауссового импульса явно не содержит длительности импульса возмущения свойств среды, так как последняя по причине непрерывности спектра гауссового импульса входит множителем в набег фаз обратного импульса. Однако в обоих указанных случаях амплитуда стремится к нулю при $a\to 1$ и $m\to 1$, что соответствует случаю отсутствия возмущения свойств среды. Последний факт может служить необходимым критерием правильности полученных выражений для преобразованных электрических компонент поля.

Из выражений (10), (11) видно, что преобразование гауссового электромагнитного импульса в полуограниченной магнитодиэлектрической среде при изменении во времени её свойств по закону прямоугольных импульсов инвариантно относительно изменений проницаемостей, в то время как аналогичное возмущение параметров в случае первичной монохроматической электромагнитной волны не характеризуется описанной выше инвариантностью.

4. Заключение

Рассмотрено преобразование гауссового электромагнитного импульса при изменении во времени свойств полуограниченной магнитодиэлектрической области по закону прямоугольного импульса. Научная новизна полученных результатов состоит в следующем:

1. В пространстве образуется поле сложной структуры, которое представимо в виде суммы прямых и обратных плоских импульсов с числовыми характеристиками первичной волны. Область существования этих волн ограничена плоскопараллельными границами, движущимися в двух взаимно противоположных направлениях.

2. После снятия возмущения свойств среды асимптотически в конечной области пространства остаются первичный и обратный ему импульсы.

3. Преобразование плоских монохроматических электромагнитных волн в полуограниченной магнитодиэлектрической среде при изменении во времени её свойств по закону прямоугольных импульсов не инвариантно, а преобразование гауссового электромагнитного импульса инвариантно относительно изменений проницаемостей.

Литература: 1. *Слипченко Н.И., Шульга Л.Н., Рыбин О.Н.* Преобразование электромагнитного импульса временным возбуждением среды в полупространстве // Радиоэлектроника и информатика. 1998. №1. С. 31-34. **2.** *Болотовский Б.М., Плис А.И., Столяров С.Н.* Распространение импульсного излучения в нестационарных средах // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19, №4. С. 567-573. **3.** *Борисов В.В.* Трансформация электромагнитного поля при изменении проводимости среды во времени // Геомагнетизм и аэрономия. 1989. Т.29, №5. С. 730-737. **4**. *Афанасьев С.В.* Излучение модели сверхсветового источника в нестационарной среде // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34,№5. С. 605-607. **5.** *Болотовский Б.М., Давыдов В.А., Рок В.Е.* Об излучении электромагнитных волн при мгновенном изменении состояния излучающей системы // УФН. 1978. Т.126. С. 311-321. **6.** *Нерух А.Г., Хижняк Н.А.* Современные проблемы нестационарной макроскопической электродинамики. Х.: НПО Тест-Радио, 1991. 280 с. **7.** *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976. 527 с.

Поступила в редколлегию 12.07.2003

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Асеев Г.Г.

Слипченко Николай Иванович, канд. техн. наук, доцент, проректор по научной работе ХНУРЭ. Научные интересы: радиофизика и электроника. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (0572) 40-90-20.

Рыбин Олег Николаевич, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник кафедры микроэлектроники, полупроводниковых приборов и устройств ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование в радиофизике. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (0572) 40-93-62.

Шульга Лариса Никандровна, аспирантка кафедры микроэлектроники, полупроводниковых приборов и устройств ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование в радиофизике. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (0572) 40-93-62.

Новиков Николай Иванович, канд. военных наук, 1-й заместитель начальника факультета по учебной и научной работе ХИВВС. Научные интересы: радиофизика и электроника. Адрес: Украина, 61000, Харьков, ул. Клочковская, 228, тел. 30-82-84.

УДК 621.371.3

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СИСТЕМОЙ ПЛОСКИХ РЕШЕТОК РЕЗОНАНСНЫХ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СФЕР С ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ, ЗАДАВАЕМОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИЕЙ

КОЗАРЬ А.И.

Описывается решение задачи о рассеянии электромагнитных волн системой плоских решеток резонансных магнитодиэлектрических сфер, пространственное распределение которых подчинено геометрической прогрессии. Задача решается с помощью интегральных уравнений электродинамики. Приводятся формулы для внутренних полей сфер и рассеянных полей.

Введение

Целью работы является решение задачи о рассеянии электромагнитных волн системой плоских однослойных решеток, построенных из малых однородных резонансных магнитодиэлектрических сфер [1]. Их пространственное распределение подчинено геометрической прогрессии, общий вид члена которой для случая, когда первый член прогрессии $a_1 = 1$, представим в виде

$$a_n = a_1 q_0^{n-1} = (q+1)^{|t|}, \qquad (1)$$

где знаменатель прогрессии $-$ $q_0 = q+1$; $q = 0,1,2,3,\ldots$; $n = |t|+1$; $|t| = 0,1,2,3,\ldots$.

В задаче длина рассеиваемой волны может быть соизмерима с постоянными решетки, что позволяет изучить влияние решеточных структурных резонансов электромагнитного взаимодействия сфер на внутренние резонансы сфер решетки и их тонкую структуру. Это решение описывает области аномальной дисперсии решеток.

Постановка и решение задачи

Рассмотрим в декартовой системе координат порождающее пространственную систему простых плоских однослойных решеток координатное представление (рис. 1)

$$\begin{gathered}
x_{p,s} = [s - \{(-1)^s - 1\}0.5]d - (-1)^{s-1} x_{p,s=0} \\
(s = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm[(q+1)^{|t|} - 1]), \\
y_{p,t} = [t - \{(-1)^t - 1\}0.5]h - (-1)^{t-1} y_{p,t=0} \\
(t = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots), \\
z_p = z_0 + l_p = z_0 + pl \\
(p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots),
\end{gathered} \qquad (2)$$

где величины d, h определяются условиями

$$x = 0, x = d; y = 0, y = h,$$

а $x_{p,s=0}, y_{p,t=0}, z_p$ $-$ координаты узлов, находящихся внутри области:

$$\begin{gathered}
0 \le x_{p,s=0} \le d, \\
0 \le y_{p,t=0} \le h, \qquad (3) \\
-z < z_p < z.
\end{gathered}$$

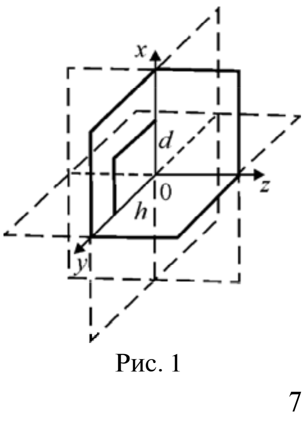

Рис. 1