ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК, 2002, том 383, № 2, с. 189–193

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 517.9:535.4

ПРИМЕНЕНИЕ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА РЕШЕТКЕ ИЗ ИМПЕДАНСНЫХ ПЛОСКИХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ЛЕНТ

© 2002 г. В. А. Дорошенко, В. Ф. Кравченко

Представлено академиком В.А. Садовничим 28.09.2001 г.

Поступило 28.09.2001 г.

ВВЕДЕНИЕ

При исследовании дифракции электромагнитных волн на идеально проводящих решетках решение граничных электродинамических задач традиционно сводится к решению первой или второй краевой задачи математической физики. Однако изменение геометрии структуры и учет ранее не принимавшихся во внимание ее физических параметров (например, импеданса) приводят к усложнению рассматриваемой математической модели. Решение граничных электродинамических задач для сверхпроводников и сверхпроводящих покрытий предполагает введение импедансных граничных условий [1], что соответствует решению третьей и четвертой (связь нормальной и тангенциальной производных) краевых задач для таких структур. В данной работе предложен подход, основанный на использовании интегрального преобразования Конторовича–Лебедева и сингулярных интегральных уравнений, для решения задачи дифракции волн на трехмерной решетке, состоящей из импедансных плоских нерегулярных лент, на которых заданы третье и четвертое краевые условия.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ТРЕТЬЕ КРАЕВОЕ УСЛОВИЕ НА ЛЕНТАХ

Рассмотрим скалярную задачу дифракции волн на периодической решетке из N бесконечно тонких неограниченных неидеально проводящих плоских нерегулярных (угловых) лент, имеющих общую вершину. Решетка расположена в плоскости $z = 0$ декартовой системы координат; ее период $l = \dfrac{2\pi}{N}$, ширина лент α, ширина щели $d = l - \alpha$ – величины двугранных углов, которые образованы плоскостями, проходящими через ось OZ и ребра соседних лент (рис. 1). Введем сферическую систему координат r, ϑ, φ с началом в вершине лент $\left(\text{плоскость решетки определяется уравнением } \vartheta = \dfrac{\pi}{2}\right)$. Источник сферических волн расположен в точке $B(\mathbf{r}_0)$, $\mathbf{r}_0 = (r_0, \vartheta_0, \varphi_0)$, поле которого меняется по гармоническому закону. Требуется найти потенциал $u(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} = (r, \vartheta, \varphi)$, соответствующий полному полю и удовлетворяющий

1) уравнению Гельмгольца всюду вне лент и источника

$$\Delta u - q^2 u = 0, \quad q > 0;$$

2) краевому условию на лентах решетки Σ

$$\left.\left(\hat{\xi} u + \hat{\zeta}\frac{\partial u}{\partial n}\right)\right|_{\Sigma} = 0, \quad \hat{\xi}(r, \varphi)\hat{\zeta}(r, \varphi) \neq 0; \tag{1}$$

3) условию ограниченности энергии

$$\int_D (|u|^2 + |\nabla u|^2)dV < \infty;$$

4) условию на бесконечности.

Выполнимость условий 2)–4) обеспечивает единственность решения поставленной задачи. Учитывая, что $\mathbf{n} = \mathbf{e}_\vartheta$, краевое условие (1) записывается в виде

$$\left.\left(\hat{\xi} u + \hat{\zeta}\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial \vartheta}\right)\right|_{\Sigma} = 0,$$

$$\Sigma = \left\{(r, \vartheta, \varphi) \in R^3 \colon r \in [0, +\infty), \vartheta = \frac{\pi}{2}, \varphi \in L\right\}, \tag{2}$$

$$L = \bigcup_{s=1}^{N} L_s, \quad L_s = \left((s-1)l + \frac{d}{2}, sl - \frac{d}{2}\right),$$

$$CL = [0, 2\pi]\backslash L.$$

Харьковский технический университет радиоэлектроники, Украина

Институт радиотехники и электроники Российской Академии наук, Москва

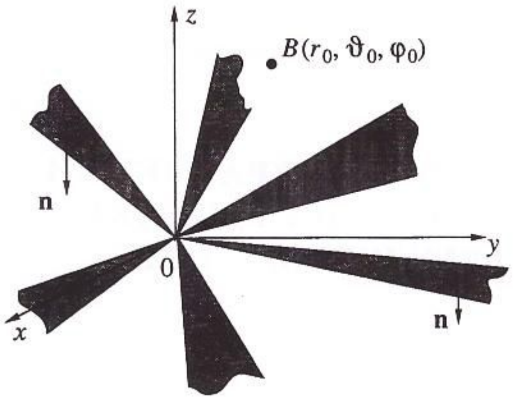

Рис. 1. Геометрия задачи.

Предположим, что имеет место один из случаев:

$$\widehat{\xi} = \frac{1}{r}\xi, \quad \xi = \text{const}, \quad \widehat{\zeta} = \zeta, \quad \zeta = \text{const}; \tag{3}$$

$$\widehat{\zeta} = \zeta r, \quad \zeta = \text{const}, \quad \widehat{\xi} = \xi, \quad \xi = \text{const}. \tag{4}$$

Тогда условие (2) принимает вид

$$\left.\left(\xi u + \zeta\frac{\partial u}{\partial \vartheta}\right)\right|_{\Sigma} = 0, \tag{5}$$

где ξ, ζ – постоянные величины. В дальнейшем будем рассматривать краевое условие (5) вместо (1), предполагая выполнимость (3) или (4). Искомый потенциал u представим в виде

$$u = u_0 + u_1, \tag{6}$$

где $u_0 = \dfrac{\exp(-qr)}{4\pi r_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}$ соответствует полю источника (первичное поле), а потенциал u_1 обусловлен наличием решетки и соответствует вторичному полю.

Для решения задачи используем пару интегральных преобразований Конторовича–Лебедева относительно радиальной координаты [2]:

$$\widehat{G}(\tau) = \int\limits_0^{+\infty} G(r)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}dr, \tag{7}$$

$$G(r) = \frac{2}{\pi^2}\int\limits_0^{+\infty} \tau\,\mathrm{sh}\,\pi\tau\,\widehat{G}(\tau)\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{8}$$

где $K_{i\tau}(z)$ – функция Макдональда. Учитывая представление

$$u_0 = \frac{2}{\pi^2}\int\limits_0^{+\infty} \tau\,\mathrm{sh}\,\pi\tau \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}U_{m\tau}^{(0)}e^{im\varphi}\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{9}$$

$$U_{m\tau}^{(0)}(\vartheta, \vartheta_0, m, \tau) =$$

$$= \begin{cases} P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta)P_{-1/2+i\tau}^{m}(-\cos\vartheta_0), & \vartheta < \vartheta_0, \\ P_{-1/2+i\tau}^{m}(-\cos\vartheta)P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta_0), & \vartheta < \vartheta_0, \end{cases}$$

$$a_{m\tau} = \frac{1}{4r_0}e^{-im\varphi_0}(-1)^m\frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}}\frac{1}{\mathrm{ch}\,\pi\tau}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - m + i\tau\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + m + i\tau\right)},$$

где $\Gamma(z)$ – гамма-функция, $P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta)$ – присоединенная функция Лежандра первого рода, потенциал u_1 ищем в виде интеграла Конторовича–Лебедева (7)–(9):

$$u_1 = \frac{2}{\pi^2}\int\limits_0^{+\infty} \tau\,\mathrm{sh}\,\pi\tau \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_{m\tau}U_{m\tau}^{(1)}\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{10}$$

$$b_{m\tau} = -a_{m\tau}P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\vartheta_0), \quad \vartheta_0 < \frac{\pi}{2},$$

$$U_{m\tau}^{(1)} =$$

$$= \begin{cases} \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n+m_0}(\tau)\frac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\vartheta)}{\left.\frac{d}{d\vartheta}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\cos\vartheta)\right|_{\vartheta=\pi/2}}e^{i(nN+m)\varphi}, \\ 0 < \vartheta < \dfrac{\pi}{2}, \\ \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_{m,n+m_0}(\tau)\frac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\vartheta)}{\left.\frac{d}{d\vartheta}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(-\cos\vartheta)\right|_{\vartheta=\pi/2}}e^{i(nN+m)\varphi}, \\ \dfrac{\pi}{2} < \vartheta < \pi. \end{cases}$$

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ. СИНГУЛЯРНОЕ ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ

Для определения неизвестных коэффициентов $x_{m,n+m_0}$ и $y_{m,n+m_0}$ воспользуемся краевым условием (5)

$$\left.\left[\xi u_1 + \zeta\frac{\partial u_1}{\partial\vartheta}\right]\right|_{\vartheta=\pi/2+0} = \left.\left[\xi u_1 + \zeta\frac{\partial u_1}{\partial\vartheta}\right]\right|_{\vartheta=\pi/2-0} =$$

$$= -\left.\left[\xi u_0 + \zeta\frac{u_0}{\partial\vartheta}\right]\right|_{\vartheta=\pi/2} = g(\varphi), \quad \varphi \in L, \tag{11}$$

и условием сопряжения в щелях

$$\left.\frac{\partial u_1}{\partial\vartheta}\right|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}-0} = \left.\frac{\partial u_1}{\partial\vartheta}\right|_{\vartheta=\frac{\pi}{2}+0}, \quad \varphi \in CL. \tag{12}$$

Получая из (11), (12) условия для их трансформант (7) и учитывая представление (10), приходим к системе уравнений (в силу периодичности решетки эти уравнения рассматриваются на периоде) относительно коэффициентов z_n, связанных с искомыми коэффициентами

$$\xi^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n^{(1)}) z_n e^{in\psi} - \zeta^2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} N(n+\nu)\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n^{(2)}) z_n e^{in\psi} = \xi \hat{g}(\psi), \quad |\psi| < \frac{\pi\alpha}{l}, \tag{13}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} z_n e^{in\psi} = 0, \quad \frac{\pi\alpha}{l} < |\psi| \le \pi, \tag{14}$$

где $\frac{m}{N} = m_0 + \nu$, m_0 – ближайшее целое число к $\frac{m}{N}$, $-\frac{1}{2} \le \nu < \frac{1}{2}$,

$$\frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n^{(1)}) = \frac{1}{\pi}(-1)^{N(n+\nu)+1} \times \operatorname{ch}\pi\tau \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + i\tau + N(n+\nu)\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + i\tau - N(n+\nu)\right)} \times \frac{1}{\left[\frac{d}{d\vartheta} P_{-1/2+i\tau}^{N(n+\nu)}(\cos\vartheta)\Big|_{\vartheta=\pi/2}\right]^2}, \tag{15}$$

$$1 - \varepsilon_n^{(2)} = \frac{1}{1-\varepsilon_n^{(1)}}, \quad z_n = (-1)^n (y_{m,n} - x_{m,n}),$$

$$\psi = N\varphi - \frac{|\varphi|}{\varphi}\pi,$$

$\hat{g}$ – трансформанта (7) функции g. Для $\varepsilon_n^{(j)}$ имеет место оценка

$$\varepsilon_n^{(j)} = O\left(\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right), \quad N(n+\nu) \gg 1, \quad j = 1, 2.$$

После дифференцирования обеих частей (14) по ψ и добавления дополнительного условия при $\psi = \pi$ получим соотношения

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (n+\nu) z_n e^{in\psi} = 0, \quad \frac{\pi\alpha}{l} < |\psi| \le \pi, \tag{16}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n z_n = 0, \quad \psi = \pi. \tag{17}$$

Введем в рассмотрение функцию

$$F(\psi) = i \sum_{n=-\infty}^{+\infty} N(n+\nu) z_n e^{i(n+\nu)\psi}, \quad \psi \in [-\pi, \pi], \tag{18}$$

где

$$z_n = \frac{1}{2\pi N i(n+\nu)} \int_{-\pi}^{\pi} F(\psi) e^{-i\nu\psi} e^{-in\psi} d\psi, \quad n+\nu \ne 0, \tag{19}$$

для $n + \nu = 0$, а это возможно при $n = 0$ и $\nu = 0$; z_0 находится из (17). В соответствии с (16)

$$F(\psi) = 0, \quad \frac{\alpha\pi}{l} < |\psi| \le \pi,$$

и тогда из (19)

$$z_n = \frac{1}{2\pi N i(n+\nu)} \int_S F(\psi) e^{i\nu\psi} e^{-in\psi} d\psi, \quad S\colon |\psi| < \delta, \quad \delta = \frac{\alpha\pi}{l}. \tag{20}$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\pi}{\sin\pi\nu} e^{-i\nu\beta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n+\nu} e^{in\beta},$$

из (17) и (20) имеем

$$z_0 = -\frac{1}{2\pi i N} \int_S F(\beta) \left(\frac{\pi}{\sin\pi\nu} - \frac{1}{\nu} e^{-i\nu\beta}\right) d\beta. \tag{21}$$

Получим сингулярное интегральное уравнение (СИУ) для определения неизвестной функции $F(\psi)$ (18) из уравнения (15) подстановкой в него представлений для z_n (20), (21)

$$\frac{1}{\pi}\zeta^2 \int_S \frac{F(\beta) e^{-i\nu\beta}}{\beta - \psi} d\beta + \frac{1}{\pi} \int_S \breve{K}_{m\tau}(\beta - \psi) F(\beta) e^{-i\nu\beta} d\beta = \xi \cdot \hat{g}(\psi), \quad \psi \in S, \tag{22}$$

где

$$\breve{K}_{m\tau}(\theta) = \zeta^2 \left(\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2} - \frac{1}{\theta}\right) +$$

$$+\frac{1}{2iN}\left(\xi^2 A_\tau^\nu - \zeta^2\frac{1}{A_\tau^\nu}\right)\left(\frac{1}{\nu} - \frac{\pi}{\sin\pi\nu}e^{i\nu\theta}\right) +$$

$$+\frac{1}{2i}\xi^2\left[\sum_{n\neq 0}\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\frac{|n|}{n}e^{-in\theta} -\right.$$

$$\left.-\sum_{n\neq 0}\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\frac{|n|}{n}\varepsilon_n^{(1)}e^{-in\theta}\right] + \frac{1}{2i}\zeta^2\sum_{n\neq 0}\frac{|n|}{n}\varepsilon_n^{(2)}e^{-in\theta},$$

$$A_\tau^\nu = \frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n^{(1)})\Big|_{n=0}.$$

Полученное СИУ (22) с ядром Коши и гладкой функцией $\breve{K}_{m\tau}(\theta)$ может быть решено численно путем дискретизации и использования гауссовых квадратур.

ЧЕТВЕРТОЕ КРАЕВОЕ УСЛОВИЕ НА ЛЕНТАХ

Рассмотрим задачу дифракции волн на периодической решетке из лент, на которых задано четвертое краевое условие. Искомый потенциал $w(\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца всюду вне лент и источника, краевому условию

$$\left(\zeta_1\frac{\partial w}{\partial n} + \zeta_2\frac{\partial w}{\partial \varsigma}\right)\Big|_\Sigma = 0, \quad \zeta\zeta_2 \neq 0, \tag{23}$$

условию ограниченности энергии и условию на бесконечности. В условии (23) $\frac{\partial w}{\partial n}$ и $\frac{\partial w}{\partial \varsigma}$ – нормальная и тангенциальная производные функции $w(r)$ соответственно,

$$\zeta_1 = \zeta_1(r,\varphi), \quad \zeta_2 = \zeta_2(r,\varphi), \qquad \mathbf{n} = \mathbf{e}_\vartheta, \quad \varsigma = \nu_r\mathbf{e}_r + \mu_\varphi\mathbf{e}_\varphi. \tag{24}$$

Учитывая (24), запишем (23) в виде

$$\left(\zeta_2 r\nu_r\frac{\partial v}{\partial r} + \zeta_1\frac{\partial v}{\partial\vartheta} + \zeta_2\mu_\varphi\frac{\partial v}{\partial\varphi}\right)\Big|_\Sigma = 0. \tag{25}$$

Полагая $\nu_r = 0$, из (23) получаем

$$\left(\zeta_1\frac{\partial v}{\partial\vartheta} + \zeta_2\mu_\varphi\frac{\partial v}{\partial\varphi}\right)\Big|_\Sigma = 0. \tag{26}$$

Рассмотрим следующие частные случаи условия (26):

1. $\zeta_1 = \chi_1 = \text{const}, \quad \zeta_2\mu_\varphi = \chi_2 = \text{const},$
$\mu_\varphi(r,\varphi) \neq 0;$

2. $\zeta_1 = \chi_1\kappa(r,\varphi), \quad \chi_1 = \text{const},$
$\zeta_2\mu_\varphi = \chi_2\kappa(r,\varphi), \quad \chi_2 = \text{const}, \quad \kappa(r,\varphi)\neq 0;$

3. $\zeta_1 = \chi_1\mu_\varphi(r,\varphi), \quad \chi_1 = \text{const},$
$\zeta_2 = \chi_2 = \text{const},$

в каждом из которых это условие преобразуется к виду

$$\chi_1\frac{\partial v}{\partial\vartheta} + \chi_2\frac{\partial v}{\partial\varphi} = 0, \quad \vartheta = \frac{\pi}{2}, \quad r\in(0,+\infty) \quad \varphi\in L, \tag{27}$$

где χ_1 и χ_2 – постоянные величины. При сделанных допущениях исходное краевое условие (23) сводится к (27), которое и будем рассматривать. Потенциал w_1, соответствующий вторичному полю, ищем в виде (10):

$$w_1 = \frac{2}{\pi^2}\int_0^{+\infty}\tau\,\mathrm{sh}\,\pi\tau\sum_{m=-\infty}^{+\infty}b_{m\tau}V_{m\tau}^{(1)}\frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}}d\tau, \tag{28}$$

$$b_{m\tau} = -a_{m\tau}P^m_{-1/2+i\tau}(\cos\vartheta_0), \quad \vartheta_0 < \frac{\pi}{2},$$

$$V_{m\tau}^{(1)} = \begin{cases}\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\widehat{x}_{m,n+m_0}(\tau)\frac{P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(\cos\vartheta)}{P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(0)}e^{i(nN+m)\varphi}, \\ 0<\vartheta<\frac{\pi}{2}, \\ \displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\widehat{y}_{m,n+m_0}(\tau)\frac{P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(-\cos\vartheta)}{P^{m+nN}_{-1/2+i\tau}(0)}e^{i(nN+m)\varphi}, \\ \frac{\pi}{2}<\vartheta<\pi.\end{cases}$$

В результате использования граничного условия

$$\left[\chi_1\frac{\partial w_1}{\partial\vartheta} + \chi_2\frac{\partial w_1}{\partial\varphi}\right]\Big|_{\vartheta=\pi/2+0} = \left[\chi_1\frac{\partial w_1}{\partial\vartheta} + \chi_2\frac{\partial w_1}{\partial\varphi}\right]\Big|_{\vartheta=\pi/2-0} = -\left[\chi_1\frac{\partial w}{\partial\vartheta} + \chi_2\frac{\partial w_1}{\partial\varphi}\right]\Big|_{\vartheta=\pi/2} = f(\varphi),$$

$$\varphi\in L,$$

и условия сопряжения в щелях $w_1|_{\vartheta=\pi/2+0} = w_1|_{\vartheta=\pi/2+0}$, $\varphi\in CL$, приходим к системе уравнений

$$\chi_1^2\sum_{n=-\infty}^{+\infty}N(n+\nu)\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n^{(2)})\widehat{z}_n e^{in\psi} - \chi_2^2\sum_{n=-\infty}^{+\infty}N(n+\nu)\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n^{(2)})\widehat{z}_n e^{in\psi} = \chi_1\widehat{f}(\psi), \tag{29}$$

$$|\psi|<\delta,$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(n+\nu)\widehat{z}_n e^{in\psi} = 0, \quad \delta < |\psi| \le \pi,$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^n\widehat{z}_n = 0, \quad (\psi = \pi), \tag{30}$$

$$z_n = (-1)^n(\widehat{y}_{m,n} - \widehat{x}_{m,n}),$$

где $\widehat{f}$ – трансформанта функции f. После введения функции

$$\Phi(\psi) = i\sum_{n=-\infty}^{+\infty}N(n+\nu)\widehat{z}_n e^{i(n+\nu)\psi},$$

$$\psi \in [-\pi, \pi],$$

и использования (19)–(21) получаем

$$\frac{\chi_1^2+\chi_2^2}{\pi}\int_S\frac{\Phi(\beta)e^{-i\nu\beta}}{\beta-\psi}d\beta +$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_S Q_{m\tau}(\beta-\psi)\Phi(\beta)e^{-i\nu\beta}d\beta = \chi_2\widehat{f}(\psi),$$

$$\psi \in S,$$

$$Q_{m\tau}(\theta) = (\chi_1^2+\chi_2^2)\left(\frac{1}{2}\mathrm{ctg}\frac{\theta}{2} - \frac{1}{\theta}\right) + \tag{31}$$

$$+\frac{1}{2i}\left(\frac{1}{NA_{m\tau}^{\nu}}\chi_1^2 + N^2\nu^2A_{m\tau}^{\nu}\chi_2^2\right)\left(\frac{\pi}{\sin\pi\nu}e^{i\nu\theta} - \frac{1}{\nu}\right) +$$

$$+\frac{1}{2i}(\chi_1^2+\chi_2^2)\sum_{n\neq 0}\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\frac{|n|}{n}e^{-in\theta} +$$

$$+\frac{\chi_1^2}{2i}\sum_{n\neq 0}\frac{|n|}{n}\left(\varepsilon_{m,n}^{(2)} - \frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right)e^{-in\theta} +$$

$$+\frac{\chi_2^2}{2i}\sum_{n\neq 0}\frac{|n|}{n}\left(\varepsilon_{m,n}^{(1)} - \frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right)e^{-in\theta}.$$

СИУ (31) имеет ядро Коши, причем $Q_{\nu\tau}(\theta)$ – гладкая функция.

ВЫВОДЫ

Таким образом, в результате использования интегрального преобразования Конторовича–Лебедева третья и четвертая краевые задачи уравнения Гельмгольца для трехмерной решетки, состоящей из плоских угловых лент, сведены к сингулярным интегральным уравнениям первого рода с ядром Коши. Однозначная разрешимость СИУ (22) и (31) следует из их эквивалентности парным сумматорным уравнениям (13), (14) и (29), (30) соответственно, а последние исходной краевой задаче. Разработанные алгоритмы основаны на необходимости численного решения сингулярных интегральных уравнений. Такой подход может быть реализован путем их дискретизации и применения гауссовых квадратур.

Авторы выражают благодарность акад. В.А. Садовничему, чл.-корр. РАН В.И. Пустовойту, а также проф. Ю.В. Ганделю и проф. Я.С. Шифрину за обсуждение результатов работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ерофеенко В.Т., Кравченко В.Ф.* // РЭ. 2000. Т. 45. № 11. С. 1–7.
2. *Дорошенко В.А., Кравченко В.Ф.* // ДАН. 2000. Т. 375. № 5. С. 611–614.