

Б. В. ДЗЮНДЗЮК, канд. техн. наук, Т. И. СТЕПАНОВА, канд. техн. наук

ДОЗА ВОЗДЕЙСТВИЯ КАК ПРИБЛИЖЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛА ЭФФЕКТА

Авторами [1] был проведен анализ понятия «доза вредного воздействия» и дано аксиоматическое определение дозового функционала D , для чего введены следующие аксиомы:

A1. Аддитивность.

$$\forall x(t) \in X, \forall [t_1, t_2] \subset R_t, \forall t \in [t_1, t_2]$$

имеет место равенство

$$D(x(t); t_1, t) + D(x(t); t, t_2) = D(x(t); t_1, t_2).$$

A2. Инвариантность во времени.

$\forall [t_1, t_2] \subset R_t, \forall \tau: [t_1 + \tau, t_2 + \tau] \subset R_t$ (сдвиг интервала времени на τ не выводит из R_t), $\forall x^{(1)}(t), x^{(2)}(t) \in X$, таких, что $x^{(2)}(t) = x^{(1)}(t + \tau) \forall t \in [t_1, t_2]$ следует, что

$$D(x^{(2)}(t); t_1, t_2) = D(x^{(1)}(t); t_1 + \tau, t_2 + \tau).$$

A3. Положительность.

$$\forall x(t) \in X, \forall [t_1, t_2] \subset R_t$$

имеет место неравенство

$$D(x(t); t_1, t_2) \geq 0.$$

Функционал D , удовлетворяющий аксиомам A1 и A2, назовем дозовым функционалом, а величину $D(x(t); t_1, t_2)$ — измеренной функционалом D дозой воздействия при интенсивности $x(t)$ на интервале $[t_1, t_2]$.

Дозовый функционал D , удовлетворяющий аксиоме АЗ, назовем позитивным дозовым функционалом и соответственно величину $D(x(t); t_1, t_2)$ — дозой вредного воздействия.

Доказано [1], что дозовые функционалы образуют линейное пространство и указаны подходы к выбору из этого пространства наилучшего функционала. Продолжим рассмотрение этого вопроса.

Пусть выбрана некоторая скалярная величина $y(t)$, характеризующая функциональное состояние оператора. Проблема выбора такой величины подробно рассматривалась в исследованиях по научной организации труда, физиологии, эргономике. Существует два основных подхода к решению данной проблемы. Первый основывается на том факте, что при отсутствии явной патологии организма все его системы функционируют взаимосвязанно, что ведет к корреляции различных физиологических параметров. Вот почему достаточно выделить один (ведущий) параметр, по которому можно оценивать состояние организма. Различными авторами [2] предложен большой выбор таких параметров, например, частота сердечных сокращений, артериальное давление, степень изменения баллисто-кардиограммы, максимальное потребление кислорода, соотношение калия и натрия в слюне, подвижность ядер клеток эпителия при электрофорезе, уровень θ -ритма в энцефалограмме, и т. д. Если мы выбираем ведущий параметр функционального состояния организма в конкретных условиях, то следует на основании гигиенического анализа выбрать критическую для данного комплекса факторов систему организма.

Другой подход к проблеме выбора численной величины для характеристики функционального состояния заключается в комплексировании группы параметров с помощью выбранной функции многих переменных. Вид выбираемой функции имеет различную сложность, начиная от простейшей формулы суммирования баллов до сложных функций, получаемых с помощью применения метода экспертных оценок, статистической обработки гигиенических данных и других методик.

Таким образом, можно выбрать интегральный или ведущий параметр $y(t)$. Будем считать, что в нашем рассмотрении возрастание $y(t)$ соответствует ухудшению функционального состояния организма. Предположим, кроме того, что изменение $y(t)$ зависит только от воздействующих факторов в период изменения. Тогда можно ввести на множестве X функционал эффекта:

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = y(t_2) - y(t_1).$$

В связи с тем, что при формировании реакции организма на стрессор с процессами кумуляции (отражаемыми в понятии доза) соединяются процессы адаптации и релаксации, функционал $\Phi(x(t); t_1, t_2)$ не будет обладать свойствами дозового функционала.

Определение 4. Будем называть функционал $\Phi(x(t); t_1, t_2)$ зависящим от дозы, если существует позитивный дозовый функционал $D(x(t); t_1, t_2)$ функция $\varphi(z)$ такая, что

$\forall [t_1, t_2] \subset R_t, \forall x(t) \in X$ имеет место:

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = \varphi(D(x(t); t_1, t_2)).$$

Теоретически возможно широкое разнообразие функционалов эффекта. Однако по данным [3] фактически для описания различных объектов достаточно ограниченного набора моделей. К ним относятся линейные модели, модель Вольтерра, модель Гаммерштейна. В каждую из них входят весовые функции. Выделим нулевые члены в тейлоровском разложении весовых функций в рассмотренных случаях.

Одномерная линейная модель функционала эффекта имеет вид

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} \omega(\tau) x(t_2 - \tau) d\tau.$$

Применив формулу Тейлора к функции $\omega(\tau)$ в точке τ_0 : $0 < \tau_0 < t_2 - t_1$, получим $\omega(\tau) = \omega(\tau_0) + R(\tau; \tau_0)$.

Таким образом,

$$\begin{aligned} \Phi(x(t); t_1, t_2) = & \omega(\tau_0) \int_0^{t_2-t_1} x(t_2 - \tau) d\tau + \int_0^{t_2-t_1} R(\tau; \tau_0) \times \\ & \times x(t_2 - \tau) d\tau. \end{aligned}$$

Но в соответствии с [1] $\omega(\tau_0) \int_0^{t_2-t_1} x(t_2 - \tau) d\tau = D(x(t); t_1, t_2)$ — дозовый функционал.

Тогда

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = D(x(t); t_1, t_2) + \int_0^{t_2-t_1} R(\tau; \tau_0) x(t_2 - \tau) d\tau.$$

При многомерной линейной модели

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} \sum_{j=1}^n \omega_j(\tau) x_j(t_2 - \tau) d\tau.$$

Применив разложение Тейлора для функций $\omega_j(\tau)$ соответственно в точках $\tau_{0,j}$, получим

$$\omega_j(\tau) = \omega_j(\tau_{0,j}) + R_j(\tau; \tau_{0,j}), \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Phi(x(t); t_1, t_2) = & \sum_{j=1}^n \omega_j(\tau_{0,j}) \int_0^{t_2-t_1} x_j(t_2 - \tau) d\tau + \\ & + \int_0^{t_2-t_1} \sum_{j=1}^n R_j(\tau; \tau_{0,j}) x_j(t_2 - \tau) d\tau. \end{aligned}$$

В этом случае по теореме 2 [1] величины

$$D_J(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} x_J(t_2 - \tau) d\tau$$

дозовые функционалы. Так как пространство дозовых функционалов линейно по теореме 1 [1], линейная комбинация

$$D(x(t); t_1, t_2) = \sum_{j=1}^n w_j(\tau_{0,j}) D_J(x(t); t_1, t_2)$$

также является дозовым функционалом. Таким образом,

$$\begin{aligned} \Phi(x(t); t_1, t_2) &= D(x(t); t_1, t_2) + \\ &+ \int_0^{t_2-t_1} \sum_{j=1}^n R_j(\tau; \tau_{0,j}) x_j(t_2 - \tau) d\tau. \end{aligned}$$

Модель Гаммерштейна

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} w(\tau) g(x(t_2 - \tau)) d\tau$$

в вопросе выделения дозовой части аналогична линейной одномерной модели. Разложение функционала эффекта для нее имеет вид

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = D(x(t); t_1, t_2) + \int_0^{t_2-t_1} R(\tau; \tau_0) g(x(t_2 - \tau)) d\tau,$$

где величина

$$D(x(t); t_1, t_2) = w(\tau_0) \int_0^{t_2-t_1} g(x(t_2 - \tau)) d\tau$$

дозовый функционал (в соответствии с теоремами 1, 2 [1]).

Модель Вольтерра для функционала эффекта имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi(x(t); t_1, t_2) &= \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{t_2-t_1} \dots \int_0^{t_2-t_1} w_i(\tau_1, \dots, \tau_i) \prod_{j=1}^i x(t_2 - \tau_j) d\tau_j. \end{aligned}$$

В этом случае по формуле Тейлора запишем представления ($i=1, 2, \dots$)

$$w_i(\tau_1, \dots, \tau_i) = w_i(\tau_1^{0,t}, \dots, \tau_i^{0,t}) + R_i(\tau_1, \dots, \tau_i; \tau_1^{0,t}, \dots, \tau_i^{0,t}),$$

откуда получим

$$\begin{aligned} \Phi(x(t); t_1, t_2) &= \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{t_2-t_1} \dots \int_0^{t_2-t_1} w_i(\tau_1^{0,t}, \dots, \tau_i^{0,t}) \prod_{j=1}^i x(t_2 - \tau_j) d\tau_j + \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{t_2-t_1} \dots \int_0^{t_2-t_1} R_i(\tau_1, \dots, \tau_i; \tau_1^{0,t}, \dots, \tau_i^{0,t}) \prod_{j=1}^i x(t_2 - \tau_j) d\tau_j. \end{aligned}$$

Рассмотрим величину

$$\Phi_0(x(t); t_1, t_2) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{t_2-t_1} \dots \int_0^{t_2-t_1} w_i(\tau_1^{0,i}, \dots, \tau_i^{0,i}) \prod_{j=1}^i x(t_2 - \tau_j) d\tau_j.$$

В результате преобразования получим

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = \sum_{i=1}^{\infty} w_i(\tau_1^{0,i}, \dots, \tau_i^{0,i}) \left(\int_0^{t_2-t_1} x(t_2 - \tau) d\tau \right)^i.$$

Заметим, что по теореме 2 [1]

$$\int_0^{t_2-t_1} x(t_2 - \tau) d\tau$$

дозовый функционал. Обозначим его через $D(x(t); t_1, t_2)$. $\Phi_0(x(t); t_1; t_2)$ — степенной ряд от величины $D(x(t); t_1, t_2)$. Так как исходный ряд Вольтерра для функций $\Phi(x(t); t_1, t_2)$ является абсолютно сходящимся [3], то и ряд для функций $\Phi_0(x(t); t_1, t_2)$ сходится к некоторой функции φ . Следовательно,

$$\Phi_0(x(t); t_1, t_2) = \varphi(D(x(t); t_1, t_2)).$$

Окончательно получаем

$$\begin{aligned} \Phi(x(t); t_1, t_2) &= \varphi(D(x(t); t_1, t_2) + \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^{t_2-t_1} \dots \int_0^{t_2-t_1} R_i(\tau_1, \dots, \tau; \tau_1^{0,i}) \prod_{j=1}^i x(t_2 - \tau_j) d\tau, \end{aligned}$$

где φ — некоторая функция,

$$D(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} x(t_2 - \tau_j) d\tau.$$

Итак, мы показали, что во всех практически используемых случаях динамической связи эффекта с воздействием дозовый функционал является первым приближением функционала эффекта.

Получим теперь правило для выбора точек при разложении в ряд Тейлора весовых функций w . Естественно выбрать такое разложение, которое даст наименьшую среднеквадратичную погрешность.

Пусть $z(t)$ — непрерывная функция, $t \in \mathbb{R}^n$. Нужно найти такое число a , чтобы

$$\varphi(a) = \int_{\Omega} (z(t) - a)^2 dt \rightarrow \min, \quad \Omega \in \mathbb{R}^n.$$

Так как

$$\varphi(a) = \int_{\Omega} z^2(t) dt - 2a \int_{\Omega} z(t) dt + a^2 \int_{\Omega} dt,$$

то

$$\frac{d\varphi}{da} = -2 \int_{\Omega} z(t) dt + 2a \int_{\Omega} dt.$$

Для достижения экстремума необходимо

$$\frac{d\varphi}{da} = 0, \text{ т. е. } a = \frac{\int_{\Omega} z(t) dt}{\int_{\Omega} dt}.$$

Следовательно, наилучшим приближением функции $z(t)$ является ее среднее значение. Из непрерывности $z(t)$ следует существование t_0 , такого, что

$$z(t_0) = \frac{\int_{\Omega} z(t) dt}{\int_{\Omega} dt}.$$

Эту точку и следует выбирать для разложения функции ω в ряд Тейлора.

Рассмотрим подробнее случай линейной одномерной модели. При этом

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} \omega(\tau) x(t_2 - \tau) d\tau$$

и соответствующий дозовый функционал имеет вид

$$D(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} \bar{\omega} x(t_2 - \tau) d\tau,$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_0^{t_2-t_1} \omega(\tau) d\tau.$$

Оценим ошибку, получаемую при замене функционала эффекта (приближенного линейной моделью) на дозовый функционал:

$$\begin{aligned} \Delta(x(t); t_1, t_2) &= |\Phi(x(t); t_1, t_2) - D(x(t); t_1, t_2)| = \\ &= \left| \int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega}) x(t_2 - \tau) d\tau \right|. \end{aligned}$$

Обозначим

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_0^{t_2-t_1} x(t_2 - \tau) d\tau.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta(x(t); t_1, t_2) &= \left| \int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega})(x(t_2 - \tau) - \bar{x} + \bar{x}) d\tau \right| = \\ &= \left| \int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega})(x(t_2 - \tau) - \bar{x}) d\tau + \int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega}) \bar{x} d\tau \right|. \end{aligned}$$

Однако

$$\int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega}) \bar{x} d\tau = \bar{x} \int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega}) d\tau = 0.$$

Тогда

$$\Delta(x(t); t_1, t_2) = \left| \int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega})(x(t_2 - \tau) - \bar{x}) d\tau \right|.$$

Оценим величину $\Delta(x(t); t_1, t_2)$:

$$\Delta(x(t); t_1, t_2) \leq \int_0^{t_2-t_1} |\omega(\tau) - \bar{\omega}| |x(t_2 - \tau) - \bar{x}| dt.$$

По неравенству Коши—Буняковского [3]

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_2-t_1} |\omega(\tau) - \bar{\omega}| |x(t_2 - \tau) - \bar{x}| d\tau \leq \\ & \leq \sqrt{\int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega})^2 d\tau} \sqrt{\int_0^{t_2-t_1} (x(t_2 - \tau) - \bar{x})^2 d\tau}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\Delta(x(t); t_1, t_2) \leq \sqrt{\int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega})^2 d\tau} \sqrt{\int_0^{t_2-t_1} (x(t_2 - \tau) - \bar{x})^2 dt}.$$

Таким образом, нами доказана

Теорема 1. Пусть $x(t)$ — скалярная функция и функционал эффекта имеет вид

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} \omega(\tau) x(t_2 - \tau) d\tau,$$

а соответствующий дозовый функционал

$$D(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2-t_1} \bar{\omega} x(t_2 - \tau) d\tau,$$

где

$$\bar{\omega} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_0^{t_2-t_1} \omega(\tau) d\tau.$$

Тогда

$$\Delta(x(t); t_1, t_2) \leq \sqrt{\int_0^{t_2-t_1} (\omega(\tau) - \bar{\omega})^2 d\tau} \sqrt{\int_0^{t_2-t_1} (x(t_2 - \tau) - \bar{x})^2 d\tau},$$

где

$$\bar{x} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t) dt.$$

Рассмотрим следующий встречающийся в практике частный случай.

Пусть $x(t)$ — периодическая функция с периодом θ . Обозначим через $T = t_2 - t_1$ величину всего промежутка воздействия. Введем также обозначения

$$\omega_0(\tau) = \omega(\tau) - \bar{\omega}; \quad x_0(t) = x(t) - \bar{x}.$$

В этих обозначениях

$$\begin{aligned} \Delta(x(t); t_1, t_2) &= \left| \int_0^T \omega_0(\tau) x_0(t_2 - \tau) d\tau \right| \ll \\ &\ll \left| \sum_{k=1}^n \int_{(k-1)\theta}^{k\theta} \omega(\tau) x_0(t_2 - \tau) d\tau \right| = \left| \sum_{k=1}^n E_k \right|. \end{aligned}$$

Отметим, что из периодичности функции $x(t_2 - \tau)$ следует, что

$$\int_{(k-1)\theta}^{k\theta} x_0(t_2 - \tau) d\tau = \int_{(k-1)\theta}^{k\theta} (x(t_2 - \tau) - \bar{x}) d\tau = 0.$$

Для каждого интервала $[(k-1)\theta; k\theta]$ применим к функции $\omega_0(\tau)$ формулу Лагранжа:

$$\begin{aligned} \omega_0(\tau) &= \omega_0((k-1)\theta) + \frac{d\omega}{d\tau}(\xi_k)(\tau - (k-1)\theta), \\ \xi_k &\in [(k-1)\theta; \tau]. \end{aligned}$$

Вычислим значения слагаемых

$$\begin{aligned} E_k &= \int_{(k-1)\theta}^{k\theta} \omega_0((k-1)\theta) x_0(t_2 - \tau) d\tau + \\ &+ \int_{(k-1)\theta}^{k\theta} x_0(t_2 - \tau) \frac{d\omega}{d\tau}(\xi_k)(\tau - (k-1)\theta) d\tau. \end{aligned}$$

Но

$$\int_{(k-1)\theta}^{k\theta} \omega_0((k-1)\theta) x_0(t_2 - \tau) d\tau = \omega_0((k-1)\theta) \int_{(k-1)\theta}^{k\theta} x_0(t_2 - \tau) dt = 0,$$

отсюда

$$E_k = \int_{(k-1)\theta}^{k\theta} x_0(t_2 - \tau) \frac{d\omega}{d\tau}(\xi_k)(\tau - (k-1)\theta) d\tau.$$

Пусть на всем интервале $[0; T]$ изменения τ имеют место оценки

$$|x_0(t_2 - \tau)| \ll c_1$$

и

$$\left| \frac{dw}{d\tau}(\tau) \right| \leq c_2.$$

При этих условиях оценим величину

$$|E_k| \leq \int_{(k-1)\theta}^{k\theta} |x_0(t_2 - \tau)| \left| \frac{dw}{d\tau}(\xi_k) \right| (\tau - (k-1)\theta) d\tau.$$

Отсюда

$$|E_k| \leq c_1 c_2 \int_{(k-1)\theta}^{k\theta} (\tau - (k-1)\theta) d\tau = \frac{1}{2} c_1 c_2 \theta^2$$

и

$$\Delta(x(t); t_1, t_2) = \left| \sum_{k=1}^n E_k \right| \leq \frac{1}{2} n c_1 c_2 \theta^2.$$

Но $\theta = T/n$, следовательно,

$$\Delta(x(t); t_1, t_2) \leq \frac{1}{2} \frac{c_1 c_2 T^2}{n}.$$

Таким образом, нами доказана

Теорема 2. Пусть $x(t)$ — скалярная периодическая функция с периодом $(t_2 - t_1)/n$ функционал эффекта имеет вид

$$\Phi(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2 - t_1} w(\tau) x(t_2 - \tau) dt,$$

а соответствующий дозовый функционал

$$D(x(t); t_1, t_2) = \int_0^{t_2 - t_1} \bar{w} x(t_2 - \tau) d\tau,$$

где

$$\bar{w} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_0^{t_2 - t_1} w(\tau) d\tau.$$

Тогда

$$\Delta(x(t); t_1, t_2) \leq \frac{c_1 c_2 (t_2 - t_1)^2}{2n}.$$

Здесь константы c_1, c_2 выбираются из условий:

$$\tau \in [0, t_2 - t_1];$$

$$|x(t_2 - \tau) - \frac{1}{t_2 - t_1} \int_1^{t_2} x(t) dt| \leq c_1$$

и

$$\left| \frac{dw(\tau)}{d\tau} \right| \leq c_2.$$

Мы получили оценку погрешности при приближении функционала эффекта дозовым функционалом для периодических процессов.

Погрешность обратно пропорциональна числу периодов в течение исследуемого интервала времени $[0; T]$.

Список литературы: 1. Дзюндзюк Б. В., Степанова Т. И. Анализ понятия «доза вредного воздействия» и связанных с ним аспектов//Пробл. бионики. 1987. Вып. 39. С. 81—87. 2. Брехман И. И. Введение в валеологию — науку о здоровье. Л., 1987. 125 с. 3. Растргин Л. А., Маджаров Н. Е. Введение в идентификацию объектов управления. М., 1987. 216 с.

Поступила в редколлегию 04.10.89

УДК 881.3.06

В. В. СЕМЕНЕЦ, канд. техн. наук

ПОСТРОЕНИЕ РЕШАЮЩИХ ПРАВИЛ ДЛЯ ТРАССИРОВКИ МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУР

Проблема проектирования микроэлектронных устройств (МЭУ) — длительный и трудоемкий процесс. Период разработки микроэлектронной аппаратуры может превышать период, в течение которого изделие пользуется спросом. Главной проблемой при проектировании МЭУ является огромное число возможных проектных решений, их необходимо исследовать для того, чтобы выбрать удовлетворительное решение. Применение систем автоматизированного проектирования (САПР) уменьшает время разработки аппаратуры. Недостатком использования САПР является низкое качество проектирования, которое зачастую значительно уступает проекту, разработанному конструктором вручную. Причина заключается в том, что САПР используют эвристические алгоритмы, хорошо работающие только для узкого класса однотипных задач. При использовании САПР процессом проектирования управляет специалист в данной области.

Выходом из создавшейся ситуации является применение методов искусственного интеллекта. Основная особенность интеллектуального программного обеспечения для проектирования — использование специальных знаний о проблемной области. Знания чаще всего представляются набором эвристических решающих правил в форме «если — то»*.

Процесс трассировки многослойных конструкций с регулярной структурой предполагает решение двух этапов: расслоение и глобальная трассировка; локальная трассировка.

* Паркер Э.С., Хайяги С. Использование экспертных систем и кремниевой компиляции для автоматизации процесса проектирования СБИС//ГИИЭР. 1987. 75, № 6. С. 43—54.