

УДК 621.396.967:523.5

ОЦЕНКА ЗАМЕЧАЕМОСТИ РАДИОМЕТЕОРОВ МЕТОДОМ
ПОРЯДКОВЫХ СТАТИСТИК

Ю. И. ВОЛОЩУК, Б. Л. КАЩЕЕВ, А. А. ТКАЧУК

Предложен метод обработки результатов измерения радиометеоров, основанный на использовании характеристики безынерционного звена, в котором происходит трансформация «истинных» распределений скоростей метеорных тел в «видимые». Для идентификации звена предлагается использовать метод порядковых статистик.

Применение предлагаемой процедуры интерпретации приводит к заметному видоизменению «истинных» распределений скоростей: распределения V_g и V_∞ получаются близкими к равномерным, почти полностью сглаживается всплеск на скоростях 50–60 км/с, уменьшается среднее значение, увеличивается диапазон изменения скоростей.

Задачу оценки замечаемости метеоров при радиолокационных измерениях, учитывающую селективность метода (физический фактор) и используемой аппаратуры (геометрический фактор и аппаратная селекция), можно рассматривать как задачу идентификации. Классическая задача идентификации состоит в том, чтобы, зная входное воздействие на некоторую систему и ее отклик, определить структуру и параметры системы (задача «черного ящика»). Существуют достаточно хорошо разработанные методы решений этой задачи [1, 2 и др.] при условии соблюдения принципа наблюдаемости входа и выхода. Использование аппарата порядковых статистик [3] позволяет решать задачи идентификации безынерционного звена с ненаблюдаемым входом [4]. При этом необходимо только, чтобы был известен закон распределения входной величины и характеристика звена была монотонной. Тогда, измерив n значений выходной величины и ранжировав выборку, можно ранжировать и входную (ненаблюдаемую) выборку. Далее, оценив выборочные значения порядковых статистик отклика (по результатам измерений) и воздействия (по известному закону распределения), можно идентифицировать зависимость $y=f(x)$, где y — выходная, а x — входная величины.

Отмеченные выше требования выполняются при решении многих задач интерпретации результатов измерения радиометеоров. Одной из таких задач является задача восстановления истинных распределений метеорных тел по скоростям в окрестности орбиты Земли. Действительно, условие монотонности функции преобразования истинной скорости V_{gi} или $V_{\infty i}$ в видимую V_{gv} или $V_{\infty v}$ не вызывает сомнения. Кроме того, усредненное истинное распределение гелиоцентрических скоростей метеорных тел близко к среднегодовому видимому или может быть оценено специальными методами [5].

Отметим, что понятие «истинное» и «видимое» обычно используют для распределений, например: истинное распределение скоростей и видимое распределение. При этом подразумевается, что под воздействием различных механизмов селекции метеорные тела с одними скоростями наблюдаются радиолокационным методом лучше, а с другими — хуже, что при-

водит к искажению видимых распределений по сравнению с истинными. Очевидно, при условии, что частица была зарегистрирована, ее истинная и видимая скорости одинаковы.

Известно, что нелинейное преобразование плотности вероятности случайной величины x в плотность вероятности случайной величины y , связанной с x функциональной зависимостью $y=f(x)$, определяется соотношением

$$W(y) = \frac{W(x)}{\left| \frac{df(x)}{dx} \right|}. \quad (1)$$

Аналогичное преобразование плотностей вероятностей имеет место и при регистрации метеоров. Если $W(x)$ — видимая плотность вероятности, а $W(y)$ — истинная плотность вероятности скорости метеорного тела V_∞ , то выражение

$$V_{\infty \text{ и}} = f(V_{\infty \text{ в}}) \quad (2)$$

формально устанавливает связь между «истинной» и «видимой» скоростью метеорного тела. Ниже, говоря об истинной и видимой скорости метеорного тела, будем иметь в виду их формальную связь с помощью (2). Такой подход позволяет исправлять видимые распределения уже не с помощью весовых множителей, как это обычно делается [6], а пересчетом каждого индивидуального значения скорости зарегистрированного метеора с помощью (2) и последующим построением истинного распределения. При этом, во-первых, получаются распределения лучше обеспеченные на краях диапазона изменения скоростей и, во-вторых, смягчаются требования к объему выборки, по которой можно получить представительное истинное распределение. Действительно, при весовой обработке веса зарегистрированных метеоров при очень малых или очень больших значениях V_∞ достигают сотен и даже тысяч, однако вероятность надежной регистрации такого метеора чрезвычайно мала. Требуются очень большие объемы выборок, чтобы обеспечить «хвосты» распределений. При использовании предлагаемой методики происходит «размазывание» массива зарегистрированных скоростей по более широкому диапазону ее изменения, что заметно сглаживает эмпирические распределения, особенно в случае, когда объемы выборок невелики.

Пусть случайные величины $x_1, x_2, \dots, x_n$ расположены в порядке возрастания их значений

$$X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}.$$

Тогда $X_{r:n}$ называют r -ой порядковой статистикой из выборки объемом n .

Для решения задачи идентификации необходимо иметь оценки математического ожидания $\mu_{r:n}$ величин $X_{r:n}$. Известно [3], что

$$\mu_{r:n} = n C_{n-1}^{r-1} \int_{-\infty}^{\infty} x [F(x)]^{r-1} [1-F(x)]^{n-r} dF(x), \quad (3)$$

где $F(x)$ — функция распределения случайной величины x_i .

С помощью вероятностного интегрального преобразования $u=F(x)$ можно записать

$$\mu_{r:n} = n C_{n-1}^{r-1} \int_0^1 F^{-1}(u) u^{r-1} (1-u)^{n-r} du, \quad (4)$$

где $F^{-1}(u)$ — функция, обратная к $F(x)$.

Для расчета дисперсии r -й порядковой статистики можно воспользо-

ваться общей формулой

$$\sigma_{r:n}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_{r:n})^2 W_r(x) dx, \quad (5)$$

где $W_r(x)$ — плотность вероятности r -й порядковой статистики:

$$W_r(x) = C_{n-1}^{r-1} [F(x)]^{r-1} [1-F(x)]^{n-r} W(x), \quad (6)$$

$W(x)$ — плотность вероятности случайной величины x_i .

Для целого ряда распределений существуют таблицы моментов для раз-

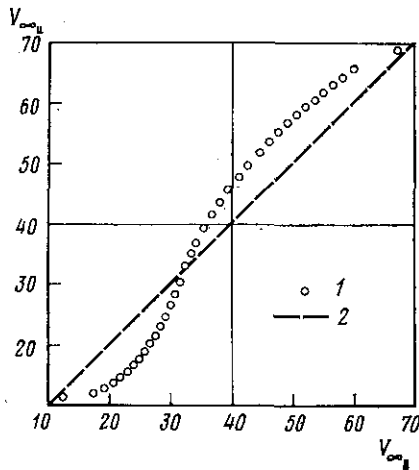


Рис. 1. Зависимость «истинной» скорости V_{∞} от «видимой»: 1 — с учетом избирательности метода и аппаратуры; 2 — при условии, что селективность отсутствует

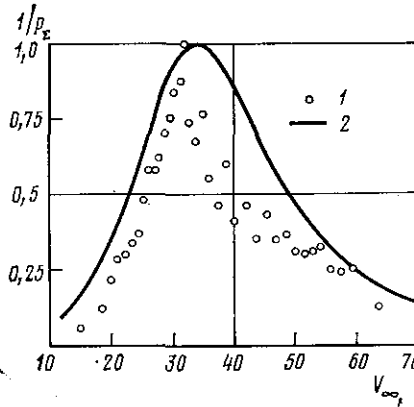


Рис. 2. Зависимость фактора замечаемости от скорости: 1 — получено методом порядковых статистик, 2 — рассчитано теоретически [8]

личных значений r и n [7]. Для решения поставленной в настоящей работе задачи, т. е. выяснения вида зависимости (2), необходимо по известному распределению $W(V_{\infty}/\epsilon')$ перейти к распределению $W(V_{\infty}^n)$ (здесь ϵ' — истинная элонгация радианта), аппроксимировать плотность вероятности $W(V_{\infty})$ каким-либо законом, для которого имеются таблицы, либо произвести расчет моментов по формулам (3) — (6). Можно воспользоваться также методом статистического моделирования. В последнем случае нужно генерировать выборку объемом n случайных чисел с плотностью вероятности $W(V_{\infty}/\epsilon')$, перейти к выборке случайных величин V_{∞}^n , рапжировать ее и, повторив эту процедуру N раз, пайти выборочные моменты порядковых статистик. Метод статистического моделирования является особенно удобным, так как при расчете моментов порядковых статистик для V_{∞} можно воспользоваться той же процедурой, исключив этап генерирования случайных чисел и использовав оценки скоростей, полученные в результате измерений.

При использовании аппарата порядковых статистик важным является выбор объема выборки n . Здесь можно руководствоваться следующими соображениями. С увеличением n увеличивается размах и уменьшается дисперсия порядковых статистик $\sigma_{r:n}^2$, следовательно, более полно используется информация, заключенная в исходном распределении. Однако, если общий объем выборки $(N \times n)$, полученный в эксперименте, ограничен, увеличение n приводит к уменьшению N и, следовательно, к увеличению стандартного отклонения среднего порядковых статистик. Таким образом, величина n должна быть ограничена сверху. Для того чтобы оценить эту границу, можно найти толерантный интервал (L, K) , такой, чтобы вероят-

Таблица 1

Значения n для различных β и γ

β	γ		
	0,85	0,90	0,95
0,85	21	32	66
0,90	25	37	77
0,95	30	46	93

Таблица 2

Оценки математического ожидания E и дисперсии s^2

r	$E(V_{\infty n}(r))$	$s^2_{r:n}(V_{\infty n})$	$E(V_{\infty B}(r))$	$s^2_{r:n}(V_{\infty B})$
1	11,56	0,289	12,48	2,413
2	12,14	0,614	17,51	1,573
3	12,75	0,696	19,18	1,358
4	13,72	1,722	20,54	1,739
5	14,75	2,010	21,68	1,533
6	15,54	2,269	22,87	1,224
7	16,68	1,531	24,17	2,409
8	17,43	1,639	24,77	3,286
9	18,77	2,586	25,69	3,849
10	20,35	4,071	26,67	4,669
11	21,82	5,028	27,47	4,407
12	23,05	4,394	28,33	3,889
13	24,65	4,965	29,23	5,110
14	26,76	4,519	30,08	4,637
15	28,87	5,611	30,95	4,587
16	30,95	5,336	31,83	4,325
17	32,80	4,433	32,60	4,248
18	35,06	5,853	33,74	4,991
19	36,61	4,257	34,54	4,785
20	39,02	3,836	35,90	4,895
21	41,39	4,502	37,36	8,166
22	43,63	4,349	38,54	9,362
23	45,84	6,572	39,80	11,317
24	47,81	5,361	41,90	11,834
25	49,81	6,124	43,90	14,496
26	51,90	6,128	45,49	9,245
27	53,80	5,193	47,22	6,449
28	55,46	3,855	48,62	6,185
29	56,67	3,579	49,81	6,129
30	58,39	3,428	51,44	5,930
31	59,74	3,077	53,32	5,401
32	60,72	2,298	54,57	5,264
33	62,16	1,590	55,94	5,850
34	63,19	2,362	57,08	6,379
35	64,35	2,068	58,60	7,226
36	65,78	2,257	60,27	7,219
37	68,88	7,699	67,47	23,270

ностная мера, сосредоточенная на нем, была не меньше γ с вероятностью β , где β и γ — заранее выбранные постоянные ($0 \leq \beta, \gamma \leq 1$). Если $W(x)$ непрерывна, то L и K ищутся так, чтобы

$$P\left\{\int_L^K W(x) dx \geq \gamma\right\} = \beta. \quad (7)$$

В [3] показано, что левая часть (7) не зависит от $W(x)$ тогда и только тогда, когда L и K являются порядковыми статистиками. Тогда (7) можно переписать в виде

$$P\{F(X_{(s)}) - F(X_{(r)}) \geq \gamma\} \beta. \quad (8)$$

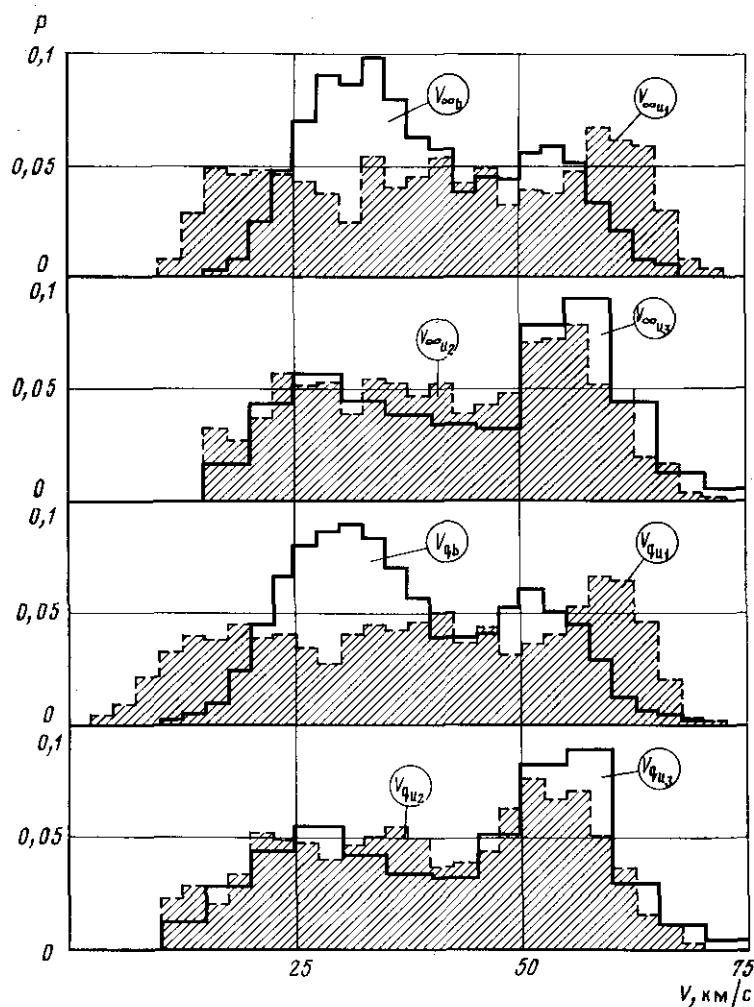


Рис. 3. Видимые и истинные распределения скоростей V_{∞} и V_g (объяснения обозначений в тексте)

Для $r=1$ и $s=n$ (8) приводится к уравнению

$$n\gamma^{n-1} - (n-1)\gamma^n = 1 - \beta. \quad (9)$$

Решая это уравнение численно относительно n для различных значений γ и β и округляя результат до следующего целого, получаем результаты, приведенные в табл. 1.

Для расчетов были выбраны значения $\gamma = \beta = 0,9$, тогда $n = 37$.

Для расчетов моментов порядковых статистик по $V_{\infty n}$ использованы распределения $W(V_{h_n})$, полученные в работе [5]. Моменты порядковых статистик для $V_{\infty n}$ были получены в результате обработки измерений, проведенных в течение 1975 г. в Харьковском институте радиоэлектроники. Всего было обработано 2220 метеоров ($N=60$). В табл. 2 приведены оценки математического ожидания E и дисперсии порядковых статистик s^2 по $V_{\infty n}$ и $V_{\infty n}$, а на рис. 1 — график зависимости $E(V_{\infty n})$ от $E(V_{\infty n})$. Эта зависимость и может служить оценкой (2) при интерпретации результатов измерений. Пунктиром на рис. 1 приведена зависимость (2), которая была бы, если бы избирательность метода и аппаратуры отсутствовала. Численным дифференцированием оценки (2), приведенной на рис. 1, мож-

но получить зависимость суммарного фактора замечаемости от V_{∞_B} , аналогичную той, которая используется при весовой обработке результатов радиолокационных измерений. Зависимость $1/P_z$ от V_{∞_B} , нормированная по максимальному значению, приведена на рис. 2. Как видно из графика, лучше всего наблюдаются на аппаратуре Харьковского института радиоэлектроники метеоры со скоростями около 30 км/с.

Полученная зависимость $V_{\infty_{II}} = f(V_{\infty_B})$ была использована для интерпретации результатов измерений скоростей радиометеоров, зарегистрированных в Харьковском институте радиоэлектроники. В качестве примера на рис. 3 приведены видимые и истинные распределения скоростей метеоров, зарегистрированных с 16 по 22 июня 1975 г. в Харькове. Здесь распределения $V_{\infty_{II_1}}$ и $V_{g_{II_1}}$ получены с использованием зависимости, приведенной на рис. 1, $V_{\infty_{II_2}}$ и $V_{g_{II_2}}$ — методом весовой обработки с использованием зависимости рис. 2, $V_{\infty_{II_3}}$ и $V_{g_{II_3}}$ получены весовой обработкой с учетом геометрического и физического факторов замечаемости, рассчитанных теоретически для аппаратуры Харьковского института радиоэлектроники [8].

На рис. 2 сплошной линией проведена зависимость физического фактора от скорости для зенитного угла отражающей точки $z=50^\circ$. Учитывая условие нормировки теоретической кривой и зависимости, полученной методом порядковых статистик, а также то, что экспериментальная зависимость включает влияние геометрического и аппаратурного факторов, совпадение следует признать очень хорошим.

В табл. 3 приведены оценки средних значений скоростей в км/с, полученные в эксперименте (V_{∞_B} и V_{g_B}) и в результате интерпретации.

Сравним сначала распределения $W(V_{\infty_{II_1}})$, $W(V_{g_{II_1}})$ и $W(V_{\infty_{II_2}})$, $W(V_{g_{II_2}})$ соответственно.

Таблица 3

Оценки средних значений скоростей

V_{∞_B}	$V_{\infty_{II_1}}$	$V_{\infty_{II_2}}$	$V_{\infty_{II_3}}$	V_{g_B}	$V_{g_{II_1}}$	$V_{g_{II_2}}$	$V_{g_{II_3}}$
39,38	40,86	41,97	44,32	37,61	38,86	40,07	42,29

Как видно из рисунков, использование процедуры интерпретации, предлагаемой в настоящей работе, приводит к тому, что исправленные распределения заметно отличаются от тех, что получены весовой обработкой, хотя фактически и в том, и в другом случае селективность метода и аппаратуры была одной и той же. Как уже отмечалось выше, связано это с тем, что объем выборки, использовавшейся для обработки, хотя и велик (обработано 1950 метеоров), но все-таки не бесконечен.

При меньших объемах выборок отличие получается еще существеннее. Использование предлагаемой методики приводит к тому, что истинные распределения скоростей V_{∞} и V_g получаются близкими к равномерным, почти полностью сглаживается всплеск на скоростях 50–60 км/с, уменьшается среднее значение скорости, увеличивается диапазон изменения скоростей на 5–10 км/с. Еще раз подчеркнем, что отмеченные эффекты связаны только с процедурой обработки.

Сравнение распределений $W(V_{\infty_{II_2}})$, $W(V_{g_{II_2}})$ и $W(V_{\infty_{II_3}})$, $W(V_{g_{II_3}})$, полученных весовой обработкой при различных функциях, оценивающих замечаемость, показывает, что отличие здесь менее существенно и общий характер распределений одинаков.

Таким образом, можно сделать вывод, что получающиеся в работах различных авторов в результате весовой обработки двумодальные истинные распределения скоростей V_g и V_{∞} в значительной степени объясня-

ются процедурой интерпретации, а полученные весовым методом оценки средних значений скоростей завышены.

В заключение отметим, что получить зависимость (2) можно, не привлекая аппарат порядковых статистик. Эту функцию можно рассчитать, проинтегрировав зависимость физического фактора замечаемости от скорости, аналогичную приведенной на рис. 2 сплошной линией, осуществив предварительно нормировку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Введение в теорию порядковых статистик: Сб. статей/Под ред. Боярского А. Я. М.: Статистика, 1970, 414 с.
2. Волощук Ю. И., Кащеев Б. Л., Ткачук А. А. Скорости метеорных тел по результатам радиолокационных наблюдений. I. Распределение скоростей. — Астрон. вестн. 1980, т. 14, № 4, с. 10–12.
3. Дэвид Г. Порядковые статистики. М.: Наука, 1979, 335 с.
4. Ефимов А. Н., Кутеев В. М. Безэталонные измерения и идентификация методами теории порядковых статистик. — Автоматика и телемеханика, 1978, № 12, с. 30–36.
5. Кащеев Б. Л., Лебединец В. Н., Лагутин М. Ф. Метеорные явления в атмосфере Земли. М.: Наука, 1967, 260 с.
6. Попков Ю. С., Киселев О. Н., Петров Н. П., Шмутьян Б. Л. Идентификация и оптимизация нелинейных стохастических систем. М.: Энергия, 1976, 440 с.
7. Ткачук А. А. Замечаемость слабых радиометеоров. — В кн. Проблемы космической физики. Киев: Вища школа, 1974, вып. 9, с. 92–98.
8. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975, 683 с.

Харьковский институт
радиоэлектроники

Поступила в редакцию
29.VII.1980

RADIOMETEORS OBSERVED DATA TREATING BY THE ORDINAL STATISTICS METHOD

Yu. I. VOLOSHCHUK, B. L. KASHCHEEV,
A. A. TKACHUK

A method of radiometeor measurement results treating based on the use of the uninertial link characteristic in which the «true» velocity distributions are transformed into the «visible» ones is proposed. The ordinal statistics method is proposed to identify the link. By this procedure the true velocity distributions are markedly modified, so that v_g and v_∞ distributions getting like uniform, a prominence at 50–60 km/sec being almost completely smoothed, the mean velocity values decreasing, and velocity interval stretching.