УДК 519.81

Э.Г. ПЕТРОВ, Д.А. БУЛАВИН

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЧЕБЫШЕВСКОЙ ТОЧКИ И ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТРУКТУРЫ МОДЕЛИ МНОГОФАКТОРНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Введение.

В общем случае на содержательном уровне проблема принятия решений формулируется следующим образом. Определена некоторая цель, которую необходимо достигнуть. Требуется выбрать наиболее эффективное решение из множества альтернативных путей достижения цели. Для этого лицо, принимающее решение (ЛПР), должен проанализировать ситуацию: особенности цели, существующие ограничения, множество возможных путей ее достижения и т.д., и только после этого выбрать наиболее приемлемое решение. Выбор ЛПР основывается на представлениях о предпочтительности возможных решений. ЛПР производит выбор, основываясь на некоторых правилах или ценностях, которые часто называют принципом оптимальности ОР.

Тогда постановку задачи принятия решений можно записать в следующем виде: имеется пара $\langle X, OP\rangle$, где X - множество вариантов решений (альтернатив), OP - принцип оптимальности [1,2]. В общем случае решением задачи $\langle X, OP\rangle$ считают, полученное с помощью принципа оптимальности подмножество $X^O \subset X$. Следовательно, исследование общей проблемы принятия решений требует последовательного решения еще трех задач:

Формирование множества допустимых решений X;

Выбор и обоснование системы оценок, позволяющих установить на множестве X отношение порядка (Задача оценивания);

Определение наилучшего (оптимального) решения $X^O \subset X$ (Задача оптимизации)

Центральной из них является задача оценивания [3]. Трудность ее решения заключается в том, что в большинстве ситуаций не возможно выбрать единственный критерий, который смог бы полностью охарактеризовать всю систему в целом. Именно из-за этого появляется необходимость:

– сформулировать множество частных критериев, полностью описывающих все важные параметры системы;

– выбрать метрику на множестве частных критериев, дающую возможность установить на множестве решений $x \subset X$ отношение порядка.

Наиболее общий подход к решению задачи оценивания заключается в формировании некоторой обобщенной оценки вида:

$$P(x) = F[\lambda_i, k_i(x)], i = \overline{1,n}. \quad (1)$$

где $k_i(x)$, $i = \overline{1,n}$ – частные критерии (характеристики) однозначно определенные для каждого $x \in X$;

λ_i – коэффициенты изоморфизма, приводящие разнородные частные критерии к единой размерности (или безразмерному виду), одинаковому интервалу изменения и учитывающие различную их значимость (вес) в обобщенной оценке $P(x)$.

В общем случае проблема идентификации структуры модели (1) требует решения задач структурной и параметрической идентификации, то есть соответственно определения вида оператора F и значений параметров λ_i.

Структурная идентификация предполагает:

– определение значимых факторов, т.е. частных критериев, оказывающих влияние на выходные данные модели;

– определение структуры, иными словами вида оператора, устанавливающего связь между входными и выходными характеристиками модели.

Задача параметрической идентификации предусматривает определение конкретных количественных значений параметров модели, при этом классические методы идентификации, непригодны для идентификации моделей интеллектуальной деятельности. Перспективным для этих целей является использование метода компараторной идентификации [4,5].

1. Метод компараторной идентификации модели индивидуального многофакторного оценивания.

Идентификацией объекта является определение его характеристик на основе опытного исследования этого объекта. Идентификация является самой трудоемкой и самой ответственной операцией при анализе объектов. К настоящему времени теория идентификации превратилась в обширное по содержанию и богатое по методам учение, тем не менее, еще многие актуальные проблемы ждут в ней еще своего решения. Одной из самых актуальных задач в настоящее время является задача расширения класса объектов, поддающихся эффективной идентификации.

Классическая задача идентификации заключается в том, чтобы по входным x и выходным y сигналам определить закон $y = F(x)$ преобразования сигналов этим объектом. Такую идентификацию называют прямой, поскольку она осуществляется при непосредственном доступе к выходным сигналам объекта. Однако, в некоторых случаях появляется необходимость идентификации объекта, когда у исследователя нет прямого доступа к информации о выходном сигнале. Объекты, рассматриваемые в статье, относятся именно к такому типу. В разных ситуациях, оценки даваемые человеком тем или иным свойствам объекта субъективны, их невозможно непосредственно измерить никакими физическими приборами. В таких случаях классические методы прямой идентификации для изучения процессов оценивания неприменимы. А наиболее эффективными для применения методам являются методы косвенной идентификации. Из них самым удобным и широко применяемым является метод компараторной идентификации[5].

В теории многофакторного оценивания в настоящее время общепринятой является гипотеза о существовании скалярной функции полезности [6]. Согласно этой гипотезе, каждая локальная характеристика альтернативного решения имеет некоторую полезность для лица, принимающего решения и существует некоторая обобщенная полезность, являющаяся функцией локальных критериев. Таким образом из двух альтернатив $x_1, x_2 \in X$ и при этом $x_1 \succ x_2$ (альтернатива x_1 предпочтительней альтернативы x_2), следует, что $P(x_1) > P(x_2)$, где, $P(x_1)$, $P(x_2)$ - функции полезности альтернатив [5]. То есть, из двух альтернатив одна оказывается предпочтительней другой, только в том случае, когда полезность первой альтернативы превосходит полезность второй:

$$x_1 \succ x_2 \Leftrightarrow P(x_1) > P(x_2) \qquad (2)$$

Функция P, удовлетворяющая соотношению (2), является функцией полезности. В общем случае, справедливо и обратное.

В настоящее время наиболее широко используемые две формы функции полезности: аддитивная

$$P_k(x) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i k_i(x) \tag{3}$$

и мультипликативная

$$P_k(x) = \prod_{i=1}^{n} \lambda_i k_i(x). \tag{4}$$

Наиболее информативной ситуацией является та, в которой коэффициенты изоморфизма заданы численно. Так как λ_i - это константы, то (4) можно переписать следующим образом:

$$P_k(x) = \prod_{i=1}^{n} \lambda_i \prod_{i=1}^{n} k_i(x). \tag{5}$$

Рассмотрение (5) показывает, что мультипликативная оценка не позволяет учесть «веса» частных критериев, так как произведение $\prod \lambda_i$ является постоянным масштабным множителем и не влияет на соотношение полезностей различных решений $x \in X$. Поэтому более универсальной широко применяемой является аддитивная функция полезности.

Формула (3) имеет смысл только тогда, когда λ_i учитывают важность частных критериев, и одновременно являются коэффициентами изоморфизма. Чаще всего определение таких коэффициентов является большой проблемой, поэтому было предложено представить аддитивную функцию полезности в виде:

$$P(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i k_i^{н}(x) \tag{6}$$

где a_i – это относительные безразмерные весовые коэффициенты, для которых выполняются следующие ограничения

$$0 \le a_i \le 1, \sum_{i=1}^{n} a_i = 1, \tag{7}$$

а $k_i^{н}(x)$ – нормализованные, то есть приведенные к изоморфному виду частные критерии.

Нормализация производится по формуле

$$k_i^{н}(x) = \left(\frac{k_i(x) - k_{i_{нх}}}{k_{i_{нл}} - k_{i_{нх}}} \right), \tag{8}$$

где $k_i(x)$ – значение частного критерия;

$k_{i_{нл}}$, $k_{i_{нх}}$ – соответственно наилучшее и наихудшее значение частного критерия, которые он принимает на области допустимых значений $x \in X$.

В зависимости от вида экстремума частного критерия, имеем

$$k_{i_{нл}} = \begin{cases} \max\limits_{x \in X} k_i(x), если\ k_i(x) \to \max, \\ \min\limits_{x \in X} k_i(x), если\ k_i(x) \to \min. \end{cases} \tag{9}$$

$$k_{i_{нх}} = \begin{cases} \min\limits_{x \in X} k_i(x), если \;\; k_i(x) \to \max, \\ \max\limits_{x \in X} k_i(x), если \;\; k_i(x) \to \min. \end{cases} \qquad (10)$$

Таким образом на аксиоматическом уровне решена задача структурной идентификации функции полезности. Однако практическое использование формулы (6) возможно только при условии, что известны коэффициенты a_i. Таким образом, возникает задача параметрической идентификации модели (6). Ее решение в настоящее время основано на различных методах экспертного оценивания, когда специалисты – ЛПР и эксперты побуждаются к осознанию и структуризации своих предпочтений относительно значимости различных частных критериев $k_i(x)$.

Альтернативным является компараторный метод параметрической идентификации. Он заключается в следующем. ЛПР предлагается множество допустимых решений $X = \{x_j\}, \ j = \overline{1,m}$ и предлагается указать наиболее предпочтительную по его мнению альтернативу. Предположим, что это альтернатива x_l. Тогда на основе соотношения (2) можно записать, что

$$P(x_l) > P(x_j); \ \forall j \neq l; \ j = \overline{1,m} \qquad (11)$$

В результате получим $(m-1)$ неравенство определяющее область возможных значений весовых коэффициентов a_i, $i = \overline{1,n}$. В качестве точечного значения весовых коэффициентов принимается Чебышевская точка [5,7].

Для описанной выше процедуры идентификации аддитивной функции полезности характерны следующие особенности:

– субъективизм и слабая аргументированность выбора структуры оценки;

– невозможность в рамках аддитивной оценки учесть нелинейность полезности частных критериев от их абсолютного значения и их взаимовлияние;

– низкая точность как экспертных, так и компараторных процедур определения значений весовых коэффициентов a_i.

Ниже предлагается основанный на идеях компараторной идентификации метод определения вида многофакторной оценки полезности решений, позволяющий преодолеть недостатки аддитивной оценки.

2. Постановка задачи.

Пусть имеется множество альтернатив (решений) $X = \{x_j\}, \ j = \overline{1,m}$ каждая из которых характеризуется набором частных критериев k_i, $i = \overline{1,n}$. Значения частных критериев $k_i(x_j)$ однозначно определены. На основе анализа указанной информации ЛПР осуществляет:

– выбор из X наиболее предпочтительного решения, например x_l;

– ранжирование всех решений $x \in X$ в порядке убывания их предпочтительности, т.е. устанавливает отношение порядка на множестве альтернатив X

$$x_1 \succ x_2 \succ \ldots \succ x_m.$$

Это означает, что в первом случае справедливо утверждение (11), а во втором соотношение вида

$$P(x_1) > P(x_2) > \ldots > P(x_m) \qquad (12)$$

На основе этой информации необходимо синтезировать математическую модель индивидуального выбора ЛПР, то есть модель формирования обобщенной полезности $P(x_i)$. При этом априорные ограничения на вид функции $P(x_i)$ не накладываются.

3. Использование метода Чебышевской точки для определения весовых коэффициентов индивидуальной функции полезности.

Структуру модели будем определять как частный случай полинома Колмогорова-Габора вида:

$$P(x)=\sum_{i=1}^{n}a_i k_i''(x)+\sum_{i=1}^{n}\sum_{g=1}^{n}a_r k_i''(x)*k_g''(x)+\ldots,\quad i=\overline{1,n};\, g=\overline{1,n}. \tag{13}$$

Этот полином позволяет описать любую нелинейную зависимость и не накладывает никаких априорных ограничений на аддитивность или мультипликативность, так как содержит в своем составе, как первые, так и вторые составляющие элементы, и все возможные их комбинации.

Задача заключается в выборе в рамках полинома (13) такой структуры модели функции полезности (1) минимальной сложности, которая удовлетворяет, в зависимости от вида исходной информации, соответственно неравенствам (11) или (12). Это означает, что необходимо решить задачи структурной (определить число членов полинома и конкретный вид каждого из них) и параметрической (определить значения коэффициентов при всех членах полинома) идентификации.

Пусть в результате рассмотрения ряда альтернатив, ЛПР выбрал альтернативу R_4, как наилучшую, т.е. $R_4 \succ R_1$, $R_4 \succ R_2$, $R_4 \succ R_3$, $R_4 \succ R_5$ Из этого следует система неравенств (14)

$$\begin{cases} a_1k_{41}+a_2k_{42}+a_3k_{43}+a_4k_{44}\ge a_1k_{11}+a_2k_{12}+a_3k_{13}+a_4k_{14}\\ a_1k_{41}+a_2k_{42}+a_3k_{43}+a_4k_{44}\ge a_1k_{21}+a_2k_{22}+a_3k_{23}+a_4k_{24}\\ a_1k_{41}+a_2k_{42}+a_3k_{43}+a_4k_{44}\ge a_1k_{31}+a_2k_{32}+a_3k_{33}+a_4k_{34}\\ a_1k_{41}+a_2k_{42}+a_3k_{43}+a_4k_{44}\ge a_1k_{51}+a_2k_{52}+a_3k_{53}+a_4k_{54}\end{cases} \tag{14}$$

Отсюда

$$\begin{cases} (k_{11}-k_{41})a_1+(k_{12}-k_{42})a_2+(k_{13}-k_{43})a_3+(k_{14}-k_{44})a_4\le 0\\ (k_{21}-k_{41})a_1+(k_{22}-k_{42})a_2+(k_{23}-k_{43})a_3+(k_{24}-k_{44})a_4\le 0\\ (k_{31}-k_{41})a_1+(k_{32}-k_{42})a_2+(k_{33}-k_{43})a_3+(k_{34}-k_{44})a_4\le 0\\ (k_{51}-k_{41})a_1+(k_{52}-k_{42})a_2+(k_{53}-k_{43})a_3+(k_{54}-k_{44})a_4\le 0\end{cases} \tag{15}$$

Введем обозначение $(k_{11}-k_{41})=b_{11},\ldots,(k_{51}-k_{41})=b_{41}$.

Тогда

$$\begin{cases} b_{11}a_1+b_{12}a_2+b_{13}a_3+b_{14}a_4\le 0\\ b_{21}a_1+b_{22}a_2+b_{23}a_3+b_{24}a_4\le 0\\ b_{31}a_1+b_{32}a_2+b_{33}a_3+b_{34}a_4\le 0\\ b_{41}a_1+b_{42}a_2+b_{43}a_3+b_{44}a_4\le 0\end{cases} \tag{16}$$

Следовательно, сформировано 4 неравенства вида (15), где a_i, $i=\overline{1,n}$ - коэффициенты относительной важности частных критериев, для которых выполняются условия неотрицательности $a_i \geq 0, \forall i = \overline{1,n}$, ограничения сверху $a_i \leq 1, \forall i = \overline{1,n}$, и равенства $\sum_{i=1}^{n} a_i = 1$.

В нашем случае, в качестве решения системы (16) наиболее правильно выбирать единственную точку, которая будет устойчива к различным вариациям границ области возможных значений. Такое решение называется Чебышевской точкой, и оно является самым устойчивым решением на рассматриваемой области.

Обозначим Чебышевскую точку $A_u^* = \{a_i^*\}, i = \overline{1,n}$. Тогда, как показано в [8]

$$A_u^* = \arg \max_{A_u} \min_{j} \left| \eta_j(A_u) \right|,$$

где η_j, $j = \overline{1,m}$ – ограничения неравенства, которые входят в математическую модель (16).

Следовательно, Чебышевская точка – это максиминное решение на множестве допустимых значений матрицы индивидуальных предпочтений ЛПР.

Рассмотрим алгоритм нахождения Чебышевской точки. Введем в каждое неравенство модели (16) дополнительную переменную $L = a_{n+1}$, где n - размерность матрицы A_u. Тогда в общем случае

$$b_{j1}a_1 + b_{j2}a_2 + b_{j3}a_3 + b_{j4}a_4 + L \geq 0 \tag{17}$$

Значение переменной L определяет расстояние от любой точки до границы полупространства, определяемого неравенством (17). Тогда, как показано в [8], определение Чебышевской точки сводится к нахождению

$$A_u^* = \arg \max_{A_u \in \Omega'} L \tag{18}$$

где область Ω' – определяется ограничителями вида (17).

Отсюда следует, что математическая модель нахождения матрицы индивидуальных предпочтений ЛПР как Чебышевской точки будет иметь вид (18) при следующих условиях:

$$\begin{gathered} b_{j1}a_1 + b_{j2}a_2 + b_{j3}a_3 + b_{j4}a_4 + L \leq 0, \quad j = \overline{1,m}; \\ b_{j1}a_1 + b_{j2}a_2 + b_{j3}a_3 + b_{j4}a_4 = 0, \quad j = \overline{m+1,N}; \\ -1 \leq b_{ij} \leq 1 \quad \forall j = \overline{1,N},\ i = \overline{1,n}; \\ a_i \geq 0; \forall i = \overline{1,n} \quad a_i \leq 1; \quad \sum_{i=1}^{n} a_i = 1. \end{gathered} \tag{19}$$

Учитывая, что все соотношения, включенные в (19) являются линейными функциями, задача нахождения Чебышевской точки, представляет стандартную задачу линейного программирования и может быть реализована с помощью известных алгоритмов, в нашем случае, с помощью симплекс-метода.

4. Применение метода генетических алгоритмов для определения структуры модели индивидуальной функции полезности.

При дальнейшем изложении основных идей ГА мы не будем придерживаться стиля книги Холланда, а подойдем к ним как к процедуре *глобальной оптимизации*. Эта, хотя и несколько упрощенная по сравнению с холландовской, трактовка ГА вызвала сильный резонанс в литературе, и как показало время, вполне обоснованно. Почти два десятилетия исследований ГА на тестовых многоэкстремальных функциях ушли на доказательство именно этой грани могущества ГА, оставив в некоторой тени их выдающиеся адаптивные способности [9].

Генетические алгоритмы (ГА) основаны на механизмах натуральной селекции. ГА реализуют схему «выживание сильнейших» среди рассмотренных структур, формируя и изменяя поисковый алгоритм на основе моделирования эволюции поиска. В каждой генерации новое множество искусственных последовательностей создается, используя части старых и добавляя новые части с «хорошими свойствами». [10]

ГА начинает работу с некоторого случайного набора решений, который называется *популяцией*. Каждый элемент из популяции называется *хромосомой* и представляет некоторое решение проблемы. Хромосомы эволюционируют на протяжении множества итераций, носящих название *поколений* (генераций). По результатам итераций хромосома оценивается с использованием *функции соответствия*[11].

Рассмотрим пример с 5 альтернативами и соответственно 4 частными критериями: частота процессора, объем ОЗУ, объем жесткого диска и цена.

Причем, количественные характеристики частных критериев для каждой альтернативы задаются ЛПР на первом этапе, путем внесения данных в таблицу. В результате перед ЛПР предстает картина, иллюстрированная в табл. 1.

После того, как ЛПР занес данные в таблицу, он должен определить какие критерии стремятся к максимуму, а какие к минимуму. Затем количественные характеристики критериев нормируются по формуле (8).

В данном случае первые три частных критерия стремятся к максимуму, а последний к минимуму.

В результате преобразований получаем таблицу нормированных коэффициентов, представленную в табл. 2.

Таблица 1

	K_1	K_2	K_3	K_4
R_1	1000	132	40	2300
R_2	600	198	80	1600
R_3	900	256	50	2700
R_4	600	256	70	1200
R_5	900	132	60	2300

Таблица 2

	K_1	K_2	K_3	K_4
R_1	1	0	0	0,267
R_2	0	0,532	1	0,733
R_3	0,75	1	0,25	0
R_4	0	1	0,75	1
R_5	0,75	0	0,5	0,267

Далее ЛПР предлагается выбрать наилучшую, по его мнению, альтернативу. Допустим, что ЛПР выбрал четвертую альтернативу, как самую лучшую. Следующим шагом определяется значение аддитивной функции полезности. Для начала вычисляются весовые коэффициенты, а затем подставляются в линейный полином Колмогорова-Габора. Таким образом, аддитивная функция полезности примет следующий вид (20):

$$P_{add} = 0{,}61k_2 + 0{,}39k_4 \qquad (20)$$

Приступим к механизму генетических алгоритмов, учитывая результаты полученные, с помощью метода Чебышевской точки, на каждом этапе кроссинговера.

Пусть существует две хромосомы: одна родитель, содержащая в себе полностью записанный полином Колмогорова-Габора (рис. 1), а вторая ребенок, содержащая в себе только составляющие первого слагаемого (рис. 2).

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Рис. 1

1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 2

Хромосома ребенка будет для нас результирующей, то есть кратчайшим полиномом удовлетворяющим условию:

$$R_4 \succ R_1,\ R_4 \succ R_2,\ R_4 \succ R_3,\ R_4 \succ R_5. \tag{21}$$

Именно это условие (21) будет критерием, на основе которого мы будем проводить отбор.

Тогда, с помощью механизма кроссинговера, один ген родителя переходит к ребенку, и в случае улучшения хромосомы – остается, иначе возвращается обратно. Иными словами, сначала от хромосомы-родителя к хромосоме-ребенку переходит одно слагаемое(ген), и хромосома-ребенок принимает следующий вид (рис. 3):

1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 3

После этого, методом Чебышевской точки вычисляются весовые коэффициенты, для полученной хромосомы, затем проверяется, удовлетворяет ли хромосома-ребенок нашему условию (21), если нет, слагаемое возвращается хромосоме родителю, а в хромосому-ребенок направляется следующее слагаемое. И производятся аналогичные операции для следующего гена. Таким образом, выполняется вся схема, до полного перебора генов хромосомы родителя. Если, оптимальный вариант не найден, начинается попарный полный перебор всех генов. Если оптимальный вариант снова не найден, начинаем передавать по три гена. И так до тех пор, пока не найдется вариант, удовлетворяющий критерию (21).

Следующим шагом является выбор функции полезности, представленной в виде полинома Колмогорова-Габора, оптимальной длины. То есть, кратчайшего полинома удовлетворящего условию (21) и одновременно обладающего максимальной полезностью. Для этого введем еще одно условие:

$$\Delta = P_{ген} - P_{адд},\ \Delta \to \max \tag{22}$$

Таким образом, после нахождения полинома Колмогорова-Габора оптимальной длины удовлетворяющего условию (21), мы выполняем проверку данного полинома, для выбранной альтернативы подставляя частные критерии. В нашем случае получается полином следующей длины:

$$P_{ген} = 0{,}429k_2^2 + 0{,}571k_4^2 \tag{23}$$

Отсюда полезность альтернатив следующая:

$$R_4 = 1;$$
$$R_3 = 0{,}429;$$
$$R_2 = 0{,}4277;$$
$$R_5 = 0{,}04;$$
$$R_1 = 0{,}04.$$

Полезность альтернативы R_4 максимальна, следовательно остальные альтернативы действительно хуже и задача решена правильно.

Выводы.

Результаты исследований показали, что применение новой методики с использованием генетических алгоритмов и вычислением Чебышевской точки, дает ощутимый выигрыш во времени, и точности показателей. А также является более наглядным для ЛПР, нежели другие методы.

Результирующая Чебышевская точка имеет следующие параметры:

a1: 0,00; a2: 0,00; a3: 0,00; a4: 0,00;
a5: 0,00; a6: 0,429; a7: 0,00; a8: 0,571;
L = 0,572.

Значение переменной L в модели (19) определяет максимальное уклонение решения A_u^* от границ допустимой области, поэтому оно характеризует:

Грубость решения, т.е устойчивость к изменению коэффициентов b_{ij} ;

Величину области допустимых значений A_u ;

Степень неопределенности принятого значения матрицы индивидуальных предпочтений A_u .

Список литературы: 1. *Петров Э.Г.* Организационное управление городом и его подсистемами (методы и алгоритмы). Х.: Вища шк. Изд-во при Харьк. ун-те, 1986. 144с. 2. Теория выбора и принятия решений / *И.М. Макаров, Т.М. Виноградская, А.А. Рубчинский, В.Б. Соколов*. М.:Наука, 1982. 328с. 3. Автоматизация поискового конструирования (искусственный интеллект в машинном проектировании) /Под ред. *А. И. Половинкина*. М.: Радио и связь, 1981. 344 с. 4. *Эйкофф П.* Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 238 с. 5.*Овезгельдыев А.О., Петров К.Э.* Компараторная идентификация параметров линейных моделей многофакторного оценивания // Радиоэлектроника и информатика. 1998. 2 (03). 6. *Нейман Дж., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 124с. 7.*Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э.* Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. К.: Наукова думка. 2002. 161 с. 8. *Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И.* Линейное и выпуклое программирование. М.: Наука, 1967. – 460с. 9. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности / Г.К. Вороновский, К.В. Махотило, С.Н. Петрошев, С.А. Сергеев. Х.: Основа, 1997. 112 с. 10. *Курейчик В.М* Генетические алгоритмы. Состояние. Проблемы. Перспективы. Таганрог. 1999г. 11. *Ротштейн А.П.* Интеллектуальные технологии идентификации. Винница: «Универсум-Винница», 1999. 320с.

Поступила в редколлегию 10.09.2003