АПРОКСИМАЦІЙНІ ВЛАСТИВОСТІ F-TRANSFORM

Антоненко Т.Є.
Науковий керівник – д.т.н., проф. Бодянський Є.В.
Харківський національний університет радіоелектроніки
(61166, Харків, просп. Науки,14, каф. Радіотехніки, тел. (057) 702-00-00)
e-mail: tymofii.antonenko@nure.ua

F-transform is an approach for data manipulation. The technique of direct and inverse fuzzy (F-)transforms of three different types is introduced and approximating properties of the inverse F-transforms are described. The core idea of the technique of F-transforms is a fuzzy partition of a universe into fuzzy subsets (factors, clusters, granules etc.). For a sufficient representation of a function could be could be considered using of F-transform.

F-transform brings a lot of theoretical and practical value to nowadays approaches of approximation. Basic examples of usages are described in this thesis.

У роботі Ірині Перфильєвої був розроблений загальний метод під назвою нечітке перетворення (або, коротше кажучи, F-перетворення), який охоплює як класичні перетворення, так і методи наближення, засновані на нечітких правилах IF – THEN, вивчених у нечіткому моделюванні. Ключова ідея методики апроксимації заключається у нечіткому розподілі всього простору на нечіткі підмножини (фактори, кластери, гранули тощо).

Нехай інтервал $[a, b]$ це наш простір. Нечіткий розділ всього простору задається його нечіткими підмножинами, які повинні мати властивості, описані в наступному визначенні.

Нехай $x_1 < \cdots < x_n$- фіксовані вузли в межах $[a, b]$, такі що $x_1 = a$, $x_n = b$ і $n \geq 2$. Ми говоримо, що нечіткі множини $A_1, A_2, \dots, A_n$, ідентифіковані зі своїми функціями членства $A_1(x), \dots, A_n(x)$, визначені у $[a, b]$, утворюють нечіткий розділ $[a, b]$, якщо вони відповідають наступним умовам для $k = 1, \dots, n$:

(1) A_k: $[a, b] \to [0,1]$, $A_k(x_k) = 1$;

(2) $A_k(x) = 0$, якщо $x \notin (x_{k-1}, x_{k+1})$, де для рівномірності позначення ставимо $x_0 = a$ = a і $x_{n+1} = b$;

(3) $A_k(x)$ є безперервним;

(4) $A_k(x)$, $k = 2, \dots, n$, строго збільшується $[x_{k-1}, x_k]$ і $A_k(x)$, $k = 1, \dots, n-1$, строго зменшується на $[x_k, x_{k+1}]$;

(5) для всіх x ∈ $[a, b]$:

$$\sum_{k=1}^{n} A_k(x) = 1$$

Функції членства $A_1, \ldots, A_n$, називаються основними функціями. Область значень для них може задаватися наступним чином:

$$A_1(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{(x - x_1)}{h_1}, & x \in [x_1, x_2], \\ & 0 \text{ інакше}, \end{cases}$$

$$A_k(x) = \begin{cases} \dfrac{(x - x_{k-1})}{h_{k-1}}, x \in [x_{k-1}, x_k] \\ 1 - \dfrac{(x - x_k)}{h_k}, x \in [x_k, x_{k+1}] \\ \quad 0 \text{ інакше}, \end{cases}$$

$$A_n(x) = \begin{cases} \dfrac{(x - x_{n-1})}{h_{n-1}}, & x \in [x_{n-1}, x_n], \\ & 0 \text{ інакше}, \end{cases}$$

де $k = 2, \ldots, n - 1$та $h_k = x_{k+1} - x_k$.

Область значень функції на цих вузлах може виглядати наступним чином:

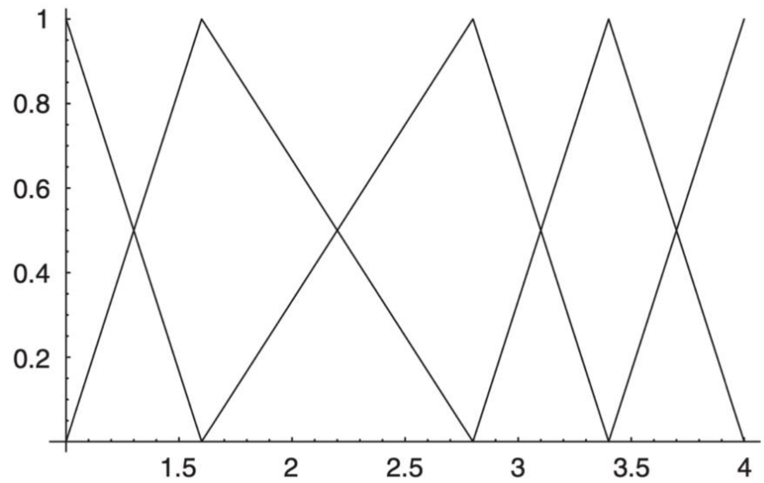

Рисунок 1 – Приклад нечіткого розбиття трикутними функціями на інтервалі [1,4]

Універсальна апроксимаційна теорема стверджує про можливість апроксимації за допомогою неперервної обмеженої функції. З попереднього рисунку наглядно можна побачити, що при достатній кількості функцій приналежності можна апроксимувати любу неперервну функцію з наперед заданою точністю, так як функція є обмеженою та неперервною на всьому інтервалі визначення.

Список використаних джерел:

1. Perfilieva T. Fuzzy transforms: Theory and applications – Fuzzy Sets and Systems – 2006 – 157 – p.993-1023.