

УДК 004.9:519.23

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ МАКСИМАЛЬНОЇ ЕНТРОПІЇ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ МАРКОВСЬКИХ СИСТЕМ

Гирка К.Г.

Науковий керівник: канд. техн. наук, доц. Наумейко І.В.

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПМ
м. Харків, Україна

тел. +38(066) 49-12-956, email: kostiantyn.hyrka@nure.ua

The object of research is modeling of human-machine systems with protection and recovery in the case of disasters. Purpose of the work is to find the optimal probabilities of states for such a system. Methods of research – modeling with the most general approach – maximizing information entropy. This problem belongs to the class of optimization and control problems of ergatic systems that have Markov properties.

Метод максимальної ентропії – це загальний метод статистичного висновку, який використовується для оцінки розподілу ймовірностей на основі неповних або обмежених даних. Він базується на принципі максимальної ентропії, який стверджує, що розподіл ймовірностей, який найкраще представляє наявну інформацію, є таким, що максимізує ентропію за умови дотримання обмежень, накладених наявними даними.

У контексті марковських систем метод максимальної ентропії може бути використаний для оцінки розподілу ймовірностей системи, який описує ймовірність перебування системи в кожному можливому стані в будь-який момент часу. Цей розподіл ймовірностей можна використовувати для аналізу поведінки системи, прогнозування та оптимізації її роботи. Одним з важливих застосувань методу максимальної ентропії в Марківських системах є оптимізація процесів прийняття рішень [1]. Наприклад, у виробничому процесі необхідно приймати рішення на різних етапах, наприклад, коли починати нову серію виробництва або коли зупинити виробництво через проблеми з якістю [2]. Моделюючи виробничий процес як Марківську систему і використовуючи метод максимальної ентропії для оцінки розподілу ймовірностей, можна оптимізувати процес прийняття рішень, щоб максимізувати ефективність і мінімізувати відходи.

Іншим застосуванням методу максимальної ентропії є прогнозування майбутніх подій на основі минулих спостережень. Наприклад, у фінансовому прогнозуванні метод максимальної ентропії може бути використаний для оцінки розподілу ймовірностей цін на акції, і ця інформація може бути використана для прогнозування майбутніх цін і прийняття інвестиційних рішень [1].

Крім того, метод максимальної ентропії можна використовувати для аналізу чутливості марковських систем до зміни параметрів системи. Наприклад, якщо ефективність виробничого процесу залежить від швидкості

виробничої лінії, метод максимальної ентропії може бути використаний для аналізу чутливості розподілу ймовірностей до зміни швидкості виробничої лінії, і ця інформація може бути використана для оптимізації швидкості лінії. Процедура максимальної ентропії складається з пошуку розподілу ймовірностей що максимізує інформаційна ентропія, з урахуванням обмежень інформації. Ця обмежена задача оптимізації зазвичай вирішується методом множників Лагранжа.

Обмеження – природні для ймовірностей, задачі з обмеженнями у вигляду математичних сподівань [1].

Таким чином, якщо обмеження задають середні значення певних функцій $\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)\}$, таких що

$$\sum_{i=1}^n p_i f_k(x_i) = F_k, 1 \leq k \leq m, \quad (1)$$

де $\{F_k\}$ – значення, задані у постановці задачі, то при $m < n$ завдання максимізації ентропії є варіаційною задачею, яка розв'язується методом множників Лагранжа. Воно має спільний розв'язок

$$p_i = \frac{1}{Z(\lambda_1, \dots, \lambda_m)} \exp[-\lambda_1 f_1(x_i) - \dots - \lambda_m f_m(x_i)],$$

де $Z(\lambda_1, \dots, \lambda_m) = \sum_{i=1}^n \exp[-\lambda_1 f_1(x_i) - \dots - \lambda_m f_m(x_i)]$ є функцією розподілу;

$\{\lambda_k\}$ – множники Лагранжа, які обрані так, щоб задовольняти обмеження (1).

Це випадок, коли

$$F_k = -\frac{\partial}{\partial \lambda_k} \ln Z, 1 \leq k \leq m$$

є системою з m рівнянь для m невідомих. Таким чином, отримане значення максимуму ентропії залежить лише від заданої інформації:

$$S(F_1, \dots, F_m) = \ln Z + \sum_k \lambda_k F_k.$$

Загалом, метод максимальної ентропії є потужним інструментом для моделювання, аналізу та оптимізації марковських систем, корисний у ситуаціях, коли наявні дані обмежені або неповні.

Список використаних джерел:

1. Savas, Y. (2020) Entropy maximization for markov decision processes under temporal logic constraints. *IEEE transactions on automatic control*, 65, (4), 1552–1567.

2. Maron, A. (2016) Assessment of service quality for complex technical devices based on the Jaynes' information principle. *Business informatics*, (4), 47–51.