УДК 621.396

Н. П. СУВОРОВ, канд. техн. наук

СИНТЕЗ УСТРОЙСТВ СИНХРОНИЗАЦИИ МНОГОКРАТНОЙ ФАЗОВОЙ МАНИПУЛЯЦИИ

В рамках теории квазилинейной фильтрации рассмотрим синтез оптимальных устройств многократной фазовой манипуляции. Синтез структуры дискриминатора проведем в соответствии с критерием максимума апостериорной плотности вероятности и максимума функции правдоподобия. Сигналы многократной фазовой манипуляции являются многоосновными. Основание сигналов $m=2^k$, где k — кратность фазовой манипуляции.

Задача синхронизации при приеме многоосновных сигналов заключается в следующем. На интервале наблюдения $(0, T_н)$ на вход приемника поступает случайный сигнал

$$y(t) = S_i[t, x(t), \mu(t)] + n(t), \; i = \overline{1,m}, \tag{1}$$

представляющий собой аддитивную смесь сигнала $S(t)$ и помехи $n(t)$. Помеха $n(t)$ — белый гауссов шум со спектральной плотностью N_0. Параметр сигнала $x(t)$ принимает на интервале его длительности T, равном j-му интервалу наблюдения, одно из m возможных значений с вероятностью $P(x_i)$, т. е.

$$x(t) = x(t_j) = x_i; \; t_{j+1} - t_j = T; \; j = \overline{1,l}; \; T_н = lT, \tag{2}$$

параметр x на интервале длительности сигнала T является постоянным.

Синхропараметр определим так:

$$\mu(t) = \mu(t_j) = \mu_j; \quad j = \overline{1,l}; \; T_н = lT. \tag{3}$$

Здесь параметр μ на интервале T длительности сигнала постоянный, а на интервале наблюдения $T_н$ — случайный процесс или последовательность.

Если используются простая функция потерь во время принятия решения по дискретному информационному параметру и квадратичная функция потерь при оценке непрерывного синхропараметра, то оптимальная оценка синхропараметра

$$\mu_l^* = \sum_{i=1}^{m} P(x_i/y) \int\limits_{\{\mu_l\}_{l_0}} \mu_l p(\mu_l/y, \; x_i)\, d\mu_l, \tag{4}$$

где $\{\mu_l\}_{l_0}$ — область допустимых значений синхропараметра при передаче сигнала x_i.

Из выражения (4) следует, что оптимальная оценка синхропараметра определяется взвешенной суммой условных средних значений синхропараметра μ_l при заданных значениях y и информационного параметра x_i. Выражение (4) можно представить в виде

$$\mu_l^* = \sum_{i=1}^{m} P(x_i/y)\, \mu_l^*(x_i), \tag{5}$$

где
$$\mu_l^*(x_i) = \int\limits_{\{\mu_l\}_{l_0}} \mu_l p(\mu_l/y, x_i)\, d\mu_l. \tag{6}$$

Алгоритм (5) реализует метод разделения, предложенный Лайниотисом в качестве единого метода построения адаптивных систем [1].

Рассмотрим ряд важных с практической точки зрения частных случаев.

1. Апостериорная плотность вероятности $p(\mu_l/y, x_l)$ унимодальная и симметричная на множестве значений синхропараметра $\{\mu_l\}_{l_0}$, $i=\overline{1,m}$. В соответствии с теоремой Шермана оценка по среднему значению параметра совпадает с оценкой по максимуму функции апостериорной плотности вероятности:

$$\mu_l^*(x_l) = \mu_{l_{\text{макс}}}(x_l),$$

где $\mu_{l_{\text{макс}}}(x_l)$ удовлетворяет условию

$$p(\mu_{l_{\text{макс}}}/y, x_l) = \max, \ \mu_{l_{\text{макс}}} \in \{\mu_l\}_{l_0}, \ i=\overline{1,m}. \qquad (7)$$

Это эквивалентно тому, что оценка $\mu_{l_{\text{макс}}}(x_l)$ является решением уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \mu_l} p(\mu_l/y, x_l) = 0, \ \mu_l \in \{\mu_l\}_{l_0}. \qquad (8)$$

2. Множества допустимых значений синхропараметра одинаковы:

$$\{\mu_l\}_{j_0} = \{\mu_l\}_{i_0} = \{\mu_l\}_0, \ j, i = \overline{1,m}; \ j \neq i, \qquad (9)$$

апостериорная плотность вероятности $p(\mu_l/y, x_i)$ унимодальна и симметрична. В таких условиях выражение (4) примет вид

$$\mu_l^* = \int\limits_{\{\mu_l\}_0} \mu_l \sum_{l=1}^{m} P(x_l/y) p(\mu_l/y, x_l)\, d\mu_l = \int\limits_{\{\mu_l\}_0} \mu_l p(\mu_l/y)\, d\mu_l, \qquad (10)$$

где

$$p(\mu_l/y) = \sum_{i=1}^{m} P(x_i/y) p(\mu_l/y, x_i). \qquad (11)$$

Оптимальная оценка μ_l^* в данном случае является решением уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \mu_l} p(\mu_l/y) = 0, \ \mu_l \in \{\mu_l\}_0. \qquad (12)$$

Алгоритм (10) представляется универсальным алгоритмом оценки синхропараметра при наличии неопределенности относительно информационного параметра [2; 3; 4; 5]. Из приведенных алгоритмов видно, что задание областей существования синхропараметров является необходимым условием определения оптимального алгоритма функционирования устройства синхронизации.

Как следует из полученных выражений, алгоритм оценки синхропараметра сигнала содержит функцию апостериорной плотности вероятности оцениваемого параметра. Исследование апостериорной плотности вероятности без конкретизации характера изменения параметра во времени провести сложно. Широким классом случайных процессов, охватывающих множество интересных для приложения случаев, является класс марковских процессов. В данном случае для формирования апостериорного распределения на очередном l-м интервале измерения необходимо трансформировать апостериорное распределение на предыдущем $(l-1)$-м интервале с помощью функции перехода [6]. В связи с этим устройство оптимальной оценки синхропараметра сигнала представляет собой следящий измеритель, состоящий из устройства оптимальной оценки текущего значения параметра и сглаживающих цепей. Структура сглаживающих цепей не зависит от формы сигнала и физической природы синхропараметра, а определяется статистическими свойствами оцениваемого параметра и помехи, действующей в канале связи [4]. Устройство оптимальной оценки текущего значения оцениваемого параметра устраняет нелинейную зависимость его от сигнала, поэтому синтез сглаживающих цепей может быть осуществлен с использованием линейной теории.

При больших отношениях сигнал-шум, когда в процессе принятия решения x_j^* выполняется условие

$$P(x_j/y) \gg P(x_i/y), \quad i = \overline{1,m};\ i \neq j, \tag{13}$$

алгоритм (5) можно записать в виде

$$\mu_l^* = \sum_{l=1}^{m} P(x_i/y)\, \mu_l^*(x_l)\, \delta(x_i - x_j^*), \qquad j = \overline{1,m}. \tag{14}$$

Алгоритм (14) реализует способ синхронизации с обратной связью от решающего устройства. Оценка синхропараметра μ_l^* может быть получена также в соответствии с критерием максимума правдоподобия. В этом случае оптимальная оценка на выходе линейного фильтра

$$\mu^* = \sum_{l=1}^{m} P(y/x_i) \int\limits_{\{\mu_l\}_0} \mu_l p(y/\mu_l, x_i)\, p(\mu_l)\, d\mu_l\,. \tag{15}$$

Если области значений синхропараметров равновелики, т. е.

$$\{\mu_l\}_{l_0} = \{\mu_l\}_{l_0} = \{\mu_l\}_0, \quad i, j = \overline{1,m}; \quad i \neq j, \tag{16}$$

то оптимальная оценка на выходе дискриминатора будет определяться из уравнения правдоподобия

$$\frac{\partial}{\partial \mu_l} p(y/\mu_l) = 0, \tag{17}$$

где

$$p(y/\mu_l) = \sum_{i=1}^{m} P(y/x_i)\, p(y/\mu_l,\ x_i), \tag{18}$$

При использовании обратной связи по решению имеем

$$\frac{\partial}{\mu_l} \sum_{i=1}^{m} P(y/x_i)\, p(y/\mu_l,\ x_i)\, \delta(x_i - x_j^*) = 0,\ j = \overline{1,m}. \tag{19}$$

Когда области значений синхропараметров различны; т. е.

$$\{\mu_l\}_{l_0} \neq \{\mu_l\}_{i_0},\quad i, j = \overline{1,m};\ i \neq j, \tag{20}$$

то оптимальная оценка на выходе линейного фильтра

$$\mu_l^* = \sum_{i=1}^{m} P(y/x_i)\, \mu_l^*(x_i), \tag{21}$$

где $\mu_l^*(x_i)$ — условная оценка синхропараметра,

$$\mu_l^*(x_i) = \int_{\{\mu_l\}_{i_0}} \mu_l\, p(y/\mu_l,\ x_i)\, p(\mu_l)\, d\mu_l. \tag{22}$$

На выходе дискриминатора оптимальная оценка

$$\frac{\partial}{\partial \mu_l} p(y/\mu_l,\ x_i) = 0,\ \mu_l \in \{\mu_l\}_{i_0},\quad i = \overline{1,m}. \tag{23}$$

При использовании обратной связи по решению получим

$$\frac{\partial}{\partial \mu_l} p(y/\mu_l,\ x_i)\, \delta(x_i - x_j^*) = 0,\quad i, j = \overline{1,m}. \tag{24}$$

Имея приближенное представление в опорной точке μ_{l_0} логарифма функции правдоподобия в виде параболической кривой для алгоритмов (17), (23), запишем

$$\mu_l^* = \mu_{l_0} - \frac{\dfrac{\partial}{\partial \mu_l} \ln p(y/\mu_l)}{\dfrac{\partial^2}{\partial \mu_l^2} \ln p(y/\mu_{l_0})},\quad \mu_l^* \in \{\mu_l\}_0, \tag{25}$$

$$\mu_i^*(x_i) = \mu_{i_0}(x_i) - \frac{\frac{\partial}{\partial \mu_i} \ln p(y/\mu_{i_0}, x_i)}{\frac{\partial^2}{\partial \mu_i^2} \ln p(y/\mu_{i_0}, x_i)}; \quad \mu_i^*(x_i) \in \{\mu_i\}_{i_0}, \quad i = \overline{1, m}. \tag{26}$$

Приведенные результаты позволяют рассмотреть задачу синхронизации сигналов многократной фазовой манипуляции. Сигнал $S_i(t) = S_0 \cos(\omega t + x_i + \varphi_i)$ принимаются на фоне аддитивного белого гауссова шума со спектральной плотностью N_0. Информационный параметр x_i принимает значения $x_i = \frac{2\pi}{m} i$, $i = \overline{1, m}$. Анализ оптимального правила принятия решений x_i^* при когерентном приеме многократной фазовой манипуляции показывает, что множества допустимых значений синхропараметра сигнала в этом случае:

$$\{\varphi\}_{i_0} = \{\varphi\}_{l_0} = \{\varphi\}_0 = \left\{-\frac{\pi}{m}, \frac{\pi}{m}\right\}. \tag{27}$$

Следовательно, для оценки текущего значения фазы φ_l можно использовать алгоритм (26). Подставляя в выражение (26) значение функции правдоподобия, получаем

$$\varphi_l^* = \varphi_{l_0} - \frac{\frac{\partial}{\partial \varphi_l} \sum_{i=1}^{m} \left[\int_0^T y(t) S_0 \cos(\omega t + x_i + \varphi_{l_0}) \, dt\right]^m}{\frac{\partial^2}{\partial \varphi_l^2} \sum_{i=1}^{m} \left[\int_0^T y(t) S_0 \cos(\omega t + x_i + \varphi_{l_0}) \, dt\right]^m} \tag{28}$$

$$x_i = \frac{2\pi}{m} i, \quad i = \overline{1, m}.$$

Средняя дискриминационная характеристика устройства в окрестности оценки имеет вид

$$\langle \Delta\varphi_l^* \rangle = \langle \varphi_l^* - \varphi_{l_0} \rangle = \frac{1}{m} \sin m(\varphi_l - \varphi_{l_0}). \tag{29}$$

Дисперсия оценки φ_l^* синхропараметра сигнала в окрестности истинного значения

$$\sigma_{\varphi^*}^2 = \langle (\Delta\varphi_l^* - \langle \Delta\varphi_l^* \rangle)^2 \rangle = \frac{N_0}{2E}, \tag{30}$$

где E — энергия сигнала.

Из алгоритма (28) при $m=2$ вытекает структура дискриминатора устройства синхронизации для противофазных сигналов (схема Д. Костаса). Функционирование устройства синхронизации при приеме сигналов двухкратной и трехкратной фазовой манипуляции описано в работах [6; 7]. Синтез сглаживающих цепей не имеет особенностей применительно к указанным устройствам синхронизации и может быть выполнен в соответствии с хорошо развитой линейной теорией.

Синтез устройств синхронизации возможен и на основе теории нелинейной фильтрации с использованием уравнения апостериорной плотности вероятности марковского процесса. На основе получаемых при этом алгоритмов разрабатываются аналогичные устройства синхронизации.

Список литературы: 1. *Лайниотис Д. Г.* Разделение — единый метод построения адаптивных систем//Тр. Ин-та инженеров по электронике и радиоэлектронике. 1976. 64. № 8. С. 8—27. 2. *Ярлыков М. С.* Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М., 1980. 360 с. 3. *Березин Л. В., Венцель В. А.* Теория и проектирование радиосистем. М., 1977. 448 с. 4. *Тузов Г. И.* Статистическая теория приема сложных сигналов. М., 1977. 400 с. 5. *Репин В. Г., Тартаковский Г. П.* Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптации информационных систем. М., 1977. 432 с. 6. *А. с. 524306 СССР.* Демодулятор фазоманипулированных сигналов/Н. П. Суворов, М. П. Медиченко, А. Е. Панасенко и др.//Бюл. изобрет. 1976. № 29. С. 164. 7. *А. с. 632100 СССР.* Приемник сигналов трехкратной фазовой манипуляции/Н. П. Суворов, М. П. Медиченко, А. Е. Панасенко//Бюл. изобрет. 1978. № 41. С. 224.

Поступила в редколлегию 07.06.85.