УДК. 681.513

Ю. И. ЛОСЕВ, д-р техн. наук, Е. В. ДУРАВКИН

ПРОГРАММНАЯ СРЕДА РАЗРАБОТКИ И АНАЛИЗА МОДЕЛЕЙ ПРОТОКОЛОВ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБМЕНА

Анализ использования метода производящих функций (вероятностно-временных графов) [1] для моделирования протоколов обмена данными показывает, что основные трудности при использовании данного аппарата возникают при нахождении результирующих функций, описывающих переход моделируемой системы из начального состояния в конечное или заданное. Это связано с тем, что процесс функционирования СОД является сложным, многоступенчатым процессом, включающим множество возможных промежуточных состояний. Вследствие этого размерность графа, описывающего такой процесс, является достаточно большой, что влечет за собой значительную трудоемкость его анализа. Частично эту проблему снимает аппарат эквивалентных преобразований ВВГ (вероятностно-временных графов), однако даже при проведении эквивалентных преобразований нахождение результирующих функций весьма трудоемко и сложно. Может возникнуть ситуация, когда при моделировании некоторых систем или процессов не представится возможным полное преобразование графа, т.е. когда остаются только начальные и конечные вершины. В такой ситуации анализ моделируемого объекта, нахождение характеристик производятся в ограниченных условиях.

Для снижения трудоемкости и длительности при использовании метода производящих функций в процессе моделирования протоколов обмена данными, а также для реализации метода анализа «неприводимых» ВВГ разработана автоматизированная среда проектирования.

Задачи, решаемые с помощью такой среды, можно сформулировать следующим образом:

1. Построение вероятностно-временного графа, описывающего моделируемую систему.

2. Формирование матриц смежности, инцидентности графа по графическому изображению.

3. Проведение эквивалентных преобразований графа.

4. Возможность выбора режима преобразований (пошаговый, автоматический).

5. Нахождение результирующих функций, описывающих переход системы из начальных состояний в конечные или заданные.

6. Нахождение вероятностно-временных характеристик системы для заданного количества шагов.

Результатами моделирования в данной программной среде является граф, полученный в ходе эквивалентных преобразований, и функции дуг этого графа. По результатам работы программы формируются два файла. В файле func.txt в текстовом формате сохраняются значения функций дуг. В файле, имя которого задает оператор, сохраняется полное описание модели. При анализе «неприводимых» графов результатами являются среднее время достижения системой конечного состояния, распределение вероятностей между конечными состояниями, значения функций дуг, соответствующих траекториям движения системы из начального состояния в конечные. Результаты отображаются в диалоговом окне, а символьные значения функций дуг – в файле «puti.txt». Сохранение символьных значений функций дуг в отдельном файле обусловлено тем, что для нахождения их численных значений предполагается использование математических программных пакетов типа MathCAD. Такой подход определяется тем, что в данных программах уже разработаны и отлажены механизмы получения численных значений для различных математических формул, следовательно, в рамках разрабатываемой программной среды нет необходимости их реализовывать.

В структуре программной среды имеется модуль формирования математического описания графа, объединяющий функции, которые на основании анализа координат элементов графа, полученных при вводе графической информации, формируют матрицы инцидентности (переходов) (A) и смежности (B).

Матрица инцидентности имеет размерность nxm, где n – число состояний (вершин) графа, а m – число дуг. Элементами матрицы являются

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если вершина } i \text{ находится в начале дуги } j; \\ -1, & \text{если вершина } i \text{ находится в конце дуги } j; \\ 0, & \text{если вершина } i \text{ не инцидентна дуге } j. \end{cases}$$

Матрица смежности (B) имеет размерность nxn, где n – количество вершин графа. Элементами матрицы являются

$$b_{ij} = \begin{cases} k, & \text{количество дуг из вершины } i \text{ в вершину } j; \\ 0, & \text{если вершина } i \text{ не инцидентна вершине } j. \end{cases}$$

В случае положительного результата анализа координат концов дуги и связываемых вершин в матрицу инцидентности (A) добавляется новый столбец (m), соответствующий образованной дуге. В матрице смежности (B) изменяется элемент $b_{kj}=b_{kj}+1$, указывающий на отношение инцидентности между связываемыми вершинами. Формирование матриц инцидентности и смежности необходимо для дальнейшего анализа топологии построенного графа и его эквивалентного преобразования с целью упрощения.

Результатом работы функций, входящих в данный модуль, должен быть построенный и математически описанный граф [3]

$$G=(V, E), \tag{1}$$

где $V = (v_0, \quad v_1, \quad \cdots \quad v_n)$ – множество вершин – состояний графа;

$E = (e_0, \quad e_1, \quad \cdots \quad e_m)$ – множество ориентированных дуг.

Задачей функций, выполняющих эквивалентные преобразования графа, является выбор режима преобразования, проведение эквивалентных преобразований графа, определение функций образовывающихся дуг.

Анализ методики эквивалентных преобразований ВВГ показал, что весь процесс преобразования графа сводится к исключению дуг-петель, последовательных дуг, параллельных дуг.

Для решения поставленных задач процесс анализа и преобразования построенного графа предлагается производить следующим образом:

На первом шаге необходимо произвести анализ топологии графа, для чего вычисляются полустепень захода $d^-(v_i)$ и полустепень исхода $d^+(v_i)$ для каждой вершины (v_i):

$$d^-(v_i) = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}, \quad a_{ij} > 0; \tag{2}$$

$$d^+(v_i) = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}, \quad a_{ij} < 0, \tag{3}$$

где m – число дуг;

a_{ij} – элемент матрицы инцидентности.

После анализа топологии графа исключаются параллельные дуги, так как это не повлечет за собой изменение значений функций, описывающих остальные дуги, что, соответственно, положительно сказывается на скорости работы программы и упрощает алгоритм преобразования. На следующем шаге необходимо произвести исключение дуг-петель. Такое преобразование позволит исключить избыточные дуги в графе и освободить вершины от этих дуг. После исключения всех параллельных дуг и дуг-петель производится замена последовательных дуг и исключение промежуточных вершин. Данное преобразование уменьшает размерность графа и, следовательно, облегчает его анализ.

Далее опять анализируется наличие параллельных дуг, затем дуг-петель и т.д., пока в графе можно будет произвести хотя бы одно преобразование. Если после анализа всех вышеописанных ситуаций не было произведено ни одного преобразования, то работа функций, выполняющих эквивалентные преобразования, считается законченной.

Как было показано, при моделировании некоторых систем возможны такие топологии ВВГ, которые нельзя привести к простейшим (содержащим только начальные и конечные вершины) методам эквивалентных преобразований. Такие графы в дальнейшем будем называть «неприводимыми» (рис. 1).

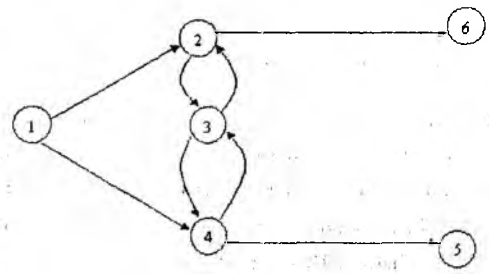

Рис. 1. Пример «неприводимого» графа

Для решения задачи анализа вероятностно-временных характеристик «неприводимых» графов целесообразно совместное использование аппаратов марковских цепей и вероятностно-временных графов. Использование марковских цепей необходимо для определения вероятностных характеристик, а аппарата ВВГ – временных. При использовании марковских цепей функция дуги представляется как: $L_{ij} = p_{ij}$, где p_{ij} – вероятность перехода из v_i в v_j, определенная ранее при составлении и определении ВВГ. Все вероятности p_{ij} сводятся в матрицу переходных вероятностей P вида:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{12} p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ p_{n1} p_{n2} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix}, \qquad (4)$$

свойства такой матрицы подробно описаны в [2].

Наличие вершины-истока и конечных вершин указывает на то, что системы, моделируемые графами такой топологии, через n шагов обязательно окажутся в одном из конечных состояний.

Количество шагов n определяется следующим образом: задается вектор начальной разметки $N = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, где p_i – вероятность того, что система на нулевом шаге будет находиться в i-м состоянии: $p_i = P\{S_0 = i\}$. Для систем, описываемых ВВГ рассматриваемого типа, вектор начальной разметки обычно имеет вид: N=(0, …, 0, 1, 0,…,0), где p_i=1 означает то, что система на нулевом шаге будет находиться в начальном состоянии v_i.

После определения матриц P и N производится вычисление вектора $C = (c_0, \ c_1, \ \cdots \ , c_i, \ \cdots \ , c_n)$, элементами которого являются вероятности нахождения системы в состоянии v_i на k-м шаге ($p_i = P\{S_k = i\}$):

$$C_K = N \times P^K . \qquad (5)$$

Вычисление вектора C_K производится до тех пор, пока сумма вероятностей нахождения системы в конечных состояниях не будет больше установленного порогового значения, номер шага на котором выполнит данное условие и принимается за конечный:

$$n = k \mid (P(S_k = i) + P(S_k = i) + ...P(S_k = l)) \geq g), \tag{6}$$

где i, j, l – номера конечных вершин;

g – пороговое значение сумм вероятностей.

Найденное число шагов n будет одинаково как для марковской цепи, так и для ВВГ.

Возможен режим анализа, при котором задается не точность вычисления вероятностей конечных состояний, а количество шагов (тактов), которые может пройти система.

Определение среднего времени достижения конечных вершин на ВВГ производится следующим образом.

Исходя из того, что известно количество шагов n, через которое система, с заданной вероятностью, окажется в одном из конечных состояний, можно определить все возможные пути, которые система может пройти за эти n шагов из начальной вершины: PU{(V_i,V_c) …}, где V_i – начальная вершина; V_c – любая вершина, достижимая из V_i за n-шагов.

Затем из всего множества PU отбираются те пути, которые заканчиваются в конечных вершинах: $PU_l\{(v_i, v_k),...,(v_f, v_b)\}$, где v_b - одна из конечных вершин.

Любой из полученных путей E_i можно представить последовательностью дуг, входящих в него:

$$E_{ib} = (e(v_i, v_k), e(v_k, v_l), \cdots, e(v_f, v_b)),$$

следовательно, его можно представить как дугу, соединяющую начальную v_k и конечную v_b вершины.

Функция такой дуги, в соответствии с методикой эквивалентных преобразований, определяется по формуле

$$F(z) = \prod_i P_i z^{T_i} . \tag{7}$$

В общем случае из начальной вершины возможны несколько путей в одну и ту же конечную. Следовательно, их можно представить параллельными дугами, заменить одной дугой с функцией, определяемой по формуле

$$F(z) = \sum_i P_i z^{T_i} . \tag{8}$$

В результате таких операций имеется возможность перехода к простейшему графу с определенными функциями дуг и, следовательно, определению временных характеристик моделируемой системы.

Таким образом, реализация программной среды позволит автоматизировать процесс построения и анализа моделей протоколов информационного обмена, построенных с использованием метода производящих функций, что позволит уменьшить время, необходимое для анализа систем, повысить качество с помощью метода анализа «неприводимых» ВВГ.

Список литературы: 1. *Адаптивная* компенсация помех в каналах связи / Ю.И. Лосев, А. Г. Бердников и др.; Под ред. Ю. И. Лосева. М.: Радио и связь, 1988. 208 с.: ил. 2. *Вентцель С. Е., Овчаров Л. А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 384 с.: ил. 3. *Свами М., Тхуласираман К.* Графы, сети, алгоритмы / Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 455 с.: ил.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 10.06.2003