

## МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНУВАННЯ ПОЛІГРАФІЧНОГО ПІДПРИЄМСТВА

**Король А.Л.**

аспірант, кафедра «Медіасистеми та технології»,  
Харківський національний університет радіоелектроніки

**Манаков В.П.**

к.т.н., професор, кафедра «Медіасистеми та технології»,  
Харківський національний університет радіоелектроніки

***Анотація.** Сучасне поліграфічне виробництво характеризується складністю використовуваної технологічної бази, великою різноманітністю характеристик продукції, що виробляється, і значним набором базових технологічних операцій. Це викликає необхідність розробки та запровадження ефективних методів планування виробничих процесів. Ця робота присвячена дослідженню методів оптимізації технологічного процесу календарного планування поліграфічного виробництва.*

***Ключові слова:** ПОЛІГРАФІЧНЕ ВИРОБНИЦТВО, МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ, КАЛЕНДАРНЕ ПЛАНУВАННЯ, ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ПРОЦЕС.*

### **Вступ**

Поліграфічне підприємство, в сучасних умовах, це виробництво з великим асортиментом продукції, що випускається, і відповідно з великою кількістю базових технологічних операцій, обладнанням та різними фахівцями. Сукупність цих параметрів дозволяє організувати різні технологічні процеси та необхідність впровадження методів планування виробничих процесів. Одним з таких методів є система мережевого планування та управління, що представляє комплекс графічних та розрахункових методів, організаційних заходів та контрольних прийомів, що забезпечують моделювання, аналіз та динамічну перебудову плану виконання складних проектів, розробок та виробничих програм. У зв'язку з характером продукції поліграфічне виробництво є дискретним і актуальність автоматизації завдання календарного планування просто необхідна.

### **Мета та задачі дослідження**

Завдання календарного планування займає важливе місце у продуктивній організації робочого процесу. Правильне планування виробничої діяльності є запорукою узгодженого функціонування всіх підрозділів підприємства, як наслідок, отримання максимального прибутку та підвищення продуктивності праці при оперативному та якісному виконанні замовлень зі зниженням їхньої собівартості. В умовах сучасної конкурентної боротьби за сегменти ринку перед багатьма поліграфічними підприємствами стоїть проблема оптимізації існуючих та впровадження нових методів організації виробництва.

В роботі розглядаються такі цілі та завдання як:

- забезпечення мінімальної тривалості виробничого циклу видань за мінімальної собівартості готової продукції;
- оптимізація системи календарного планування технологічного процесу для підприємства.

## Основна частина

### 1 Постановка завдання дослідження

Проблема автоматизації управління у поліграфії залишається досить гострою, то до розгляду подано оптимізацію стратегії комплексної роботи підприємства. У цій роботі розглядається проблема автоматизації складання раціонального плану виробництва та його оптимізація у тимчасовому розрізі за рахунок залучення додаткових ресурсів.

Розглянемо поліграфічне підприємство, у якому є фіксований набір устаткування й штат співробітників, достатні до виконання певного технологічного процесу. На підприємстві немає простою устаткування, оскільки циклічно повторюється той самий технологічний процес – виготовлення брошури на скріпці. У табл.1 наведено характеристичні дані, які замовник надає поліграфічному підприємству для початку роботи.

Таблиця 1 – Вихідні дані для виготовлення брошури

№ з/п	Найменування параметра, одиниці виміру	Значення параметра
1	Тираж, екземплярів	9360
2	Кількість сторінок	48
3	Тип палітурки	Обкладинка, на скріпці
4	Тип паперу	Книжковий блок: газетна; обкладинка: крейдована.
5	Фарбовість	Книжковий блок: 1+1; обкладинка: 4+0.
6	Фінішингові процеси: - ламінування; - тиснення фольгою; - блінтівка.	ні ні ні

У даному ідеалізованому випадку технологічний процес залишається незмінним, як з точки зору параметрів видань, що виготовляються, так і з точки зору використання на кожному етапі технологічного процесу певних одиниць обладнання і оперують ними працівників. Отже оптимізації підлягає технологічний процес як одиниця цілісного виробничого процесу. Виходячи з цього, можна сформулювати наступне завдання оптимізації – зменшення часових витрат на один технологічний процес з метою збільшення обсягів виробництва продукції та, відповідно, прибутку підприємства на деякому часовому відрізку (1 рік).

Це завдання може бути розділена на кілька етапів (табл. 2).

Таблиця 2 – Етапи оптимізації роботи поліграфічного виробництва

№ з/п	Назва етапу	Засоби реалізації
1	Побудова технологічного процесу для виготовлення брошури на скріпці на базовому обладнанні	Облікова система видавництва
2	Побудова мережевого графіка робіт, що проводяться	Система календарного планування або побудова вручну
3	Оптимізація мережного графіка	Спеціалізовані програмні засоби
4	Підбір необхідного обладнання	Довідкові інформаційні джерела
5	Побудова нового технологічного процесу виготовлення брошури на скріпці на доповненому устаткуванні	Облікова система видавництва
6	Побудова нового мережевого графіка робіт, що проводяться	Система календарного планування або побудова вручну

Найбільш раціональним шляхом покращення плану робіт є скорочення часу на виготовлення книги. Однак форсування робіт з метою зменшення часу вимагає вкладення додаткових коштів, тому що при цьому доводиться залучати додаткове обладнання та робочу силу. Тому постановка конкретної задачі оптимізації може бути наступною: які додаткові кошти необхідно вкласти і в які операції, щоб термін виконання робіт був не більший за задану величину, а витрата додаткових коштів була мінімальною [2].

Коректне проведення досліджень потребує ретельного планування.

## 2 Методика досліджень

### 2.1 Мережеві методи календарного планування.

При плануванні складних робіт: випуску видань, заміни старого обладнання більш досконалим, ремонту обладнання – необхідно прагнути їхньої раціональної організації. При цьому роботи повинні виконуватися у визначені терміни при раціональному використанні трудових та матеріальних ресурсів.

Особливістю складних комплексних робіт є те, що вони складаються з окремих більш простих робіт, які зазвичай взаємно обумовлюють одне одного. Це означає, що виконання деяких робіт не може бути раніше, ніж виконані деякі інші роботи.

Сукупність взаємозалежних операцій, які виконуються у певній послідовності задля досягнення заданої мети, носить найменування програми робіт. Мережеве планування та управління програмами робіт включає три етапи (рис. 1).

Структурне планування включає розбиття роботи на прості операції і побудова мережевої моделі, на якій кожна стрілка позначає просту операцію. На мережній моделі явно простежується взаємозалежність між окремими операціями.

Завданням календарного планування є побудова календарного графіка, у якому зазначено початок і закінчення кожної операції. Календарний план дозволяє виявити критичні операції, яким необхідно приділяти особливу увагу. Операція називається критичною, якщо затримка її початку призводить до збільшення терміну закінчення програми робіт. Часом початку та закінчення некритичних операцій можна змінювати, так як їх виконання має тимчасовий резерв, який

можна використовувати з метою підвищення ефективності. У роботі най докладніше розглядається етап календарного планування.



Рисунок 1 – Етапи мережевого планування та управління програмами робіт

Оперативне управління процесом реалізації програми має на меті контроль за своєчасним виконання окремих операцій та запровадження корекції мережевої моделі, призначенням якої є виконання директивного терміну виконання програми робіт [4].

## 2.2 Пряма та зворотна задача календарного планування технологічного процесу.

Метод мережного планування дозволяє вирішувати як прямі, і зворотні задачі дослідження операцій. Прямі завдання відповідають питанням: що буде, якщо ми приймемо цю схему організації операції? Зворотні завдання відповідають на питання: як потрібно організувати (спланувати) операцію, щоб вона мала в якомусь сенсі максимальну ефективність? [2].

Зворотні задачі, як правило, набагато складніші за прямі. Щоб вирішувати зворотні завдання, необхідно, перш за все, навчитися вирішувати прямі. Зворотні завдання вирішуються з метою оптимізації програми робіт. Нижче наведено кілька прикладів типових зворотних завдань, які можуть бути вирішені за допомогою мережевих методів планування.

1. Задача розподілу інвестицій. Загальний час виконання робіт  $T$  представляється керуючому виробництвом надто тривалим. Виникає питання, як потрібно форсувати роботи для того, щоб загальний час не перевищував нового заданого терміну  $T_0$ . Очевидно, для цього має сенс форсувати саме критичні роботи, зниження тривалості яких безпосередньо позначиться на часі  $T$ . Однак при цьому може виявитися, що критичний шлях зміниться і найбільш слабкими місцями виявляться інші операції. Якщо припустити, що форсування робіт потребує вкладення певних коштів. Виникає типове завдання дослідження операцій: які додаткові кошти необхідно вкласти й у які операції, щоб термін виконання робіт був не більше заданої величини, а витрата додаткових коштів була мінімальною.

2. Задача перерозподілу ресурсів. Усі роботи, окрім критичних, мають якісь тимчасові резерви. У деяких випадках виявляється можливим, перекинувши сили та засоби з некритичних ділянок плану на критичні, домогтися зменшення

сумарного часу виконання програми робіт. Завдання дослідження операцій у цьому випадку така: які сили та засоби необхідно перекинути з одних робіт на інші для того, щоб час виконання комплексу робіт став мінімальним.

3. Задача встановлення оптимального терміну виконання програми робіт. Після побудови мережного графіка стало відомо, що мінімальний час виконання всього комплексу робіт укладається в заданий термін з надлишком:  $T' < T_0$ . Отже, є відомий запас часу, яким ми маємо право розпорядитися, збільшивши час виконання робіт (не перевищуючи  $T_0$ ) і тим самим заощадивши деякі кошти. Завдання оптимізації формулюється так: до яких меж можна збільшувати час виконання операцій та яких саме операцій, щоб отримана від цього економія коштів була максимальною.

У цій роботі розглядається завдання розподілу інвестицій, а також досліджується залежність інвестицій від загальної тривалості програми випуску.

### *2.3 Методи оптимізації розв'язання задач календарного планування технологічного процесу.*

Оптимізація розв'язання задачі календарного планування технологічного процесу може бути реалізована за допомогою двох методів – розв'язання задачі календарного планування при зведенні її до стандартної форми задачі лінійного або дискретного програмування. Обидва методи видають необхідне рішення, якщо коректно складена цільова функція і чітко задані обмеження.

## **3 Математична постановка задачі календарного планування при зведенні її до стандартної форми задачі лінійного програмування**

### *3.1 Особливості розв'язання задачі лінійного програмування.*

Загальна постановка задачі лінійного програмування у разі виглядає так: програма випуску складається з робіт  $a_1, a_2, \dots, a_n$  із часом виконання  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . Відомий критичний шлях – послідовність робіт, особливість яких полягає в наступному: для того, щоб було дотримано мінімального часу виконання програм випуску, кожна з них повинна починатися точно в той момент, коли закінчена остання з робіт, на які вона спирається. Сумарна тривалість робіт, що лежать на критичному шляху, є мінімальним часом, за який може бути завершена програм випуску. Час виконання комплексу дорівнює

$$T = \sum_{(кр.)} t_i > T_0, i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

де  $T_0$  – заданий термін виконання програми робіт, а підсумовування поширюється лише на роботи критичного шляху.

Відомо, що вкладення певної суми  $x_i$  додаткових коштів у роботу  $a_i$  скорочує час виконання роботи з  $t_i$  до  $t'_i = f(x_i) > t_i, i = \overline{1, n}$ , де  $n$  – кількість операцій (робіт) на критичному шляху. У кожен роботу  $a_i$  можна вкласти додаткові кошти  $x_i$  у розмірі, що не перевищує значення  $c_i$ .

Необхідно визначити, які додаткові кошти  $x_1, x_2, \dots, x_n$  слід вкласти у кожну з робіт, щоб:

- термін виконання програми випуску  $T_{min}$  був не вище заданого  $T_0$ ;
- сума вкладених коштів сягала мінімуму.

Таким чином, завдання лінійного програмування в загальному випадку полягає у мінімізації функції цілі:

$$L = \sum_{i=1}^n x_i \rightarrow \min, i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

За умов:

$$T_{0_{min}}, i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$c_i - x_i \geq 0, i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

де  $L$  – цільова функція;  
 $x_i$  – інвестиції в  $i$ -у операцію;  
 $c_i$  – вартість одиниці обладнання для  $i$ -ї операції;  
 $n$  – кількість операцій на критичному шляху;  
 $T_0$  – обмеження на новий час виконання програми випуску;  
 $T_{min}$  – новий час виконання програми випуск.

$$T \sum_{(кр.)} f(x_i)_{min}, i = \overline{1, n}, \quad (6)$$

де відповідно до [4]

$$f(x_i) = t'_i = t_i(1 - b_i x_i), i = \overline{1, n}, \quad (7)$$

де  $t_i$  – початковий час виконання  $i$ -ї операції програми випуску;  
 $t'_i$  – новий час виконання  $i$ -ї операції програми випуску.  
 Розрахунки коефіцієнта  $b_i$  буде описано у п. 4.1.

Для коректного розв'язання задачі слід визначити  $c_i$ . Виходячи зі специфіки даного завдання, додаткові вкладення, які можуть зменшити час виконання  $i$ -ї операції, повинні бути кратні вартості одиниці обладнання, яке може бути встановлене додатково на цій операції. Отже,  $x_i$  – це дискретна величина, що дорівнює  $k * c_i$ , де  $k$  – кількість одиниць обладнання, що встановлюються додатково на  $i$ -у операцію.

Так як лінійне програмування не дозволяє отримати точне значення  $x_i$  через обмеження (4), то одержані значення  $x_i$  слід округлювати до найближчого дискретного значення (у бік збільшення, виходячи з умови (3)).

Завдання лінійного програмування можна вирішити:

- за допомогою симплексного методу [5];
- графічно.

Алгоритм розв'язання задачі лінійного програмування:

- визначення цільової функції як суми інвестицій на кожну операцію технологічного процесу, що лежить на критичному шляху;
- визначення нового часу кожної операції, що залежить від інвестицій та отримання обмеження на підставі твердження, що новий сумарний час  $T_{\min}$  менший або дорівнює заданому  $T_0$ ;
- визначення обмежень на інвестиції, які передбачається вкласти у кожну операцію (4);
- вираження нового сумарного часу як суми значень часів усіх операцій;
- отримання наближених значень інвестицій;
- отримання значень  $x_i$ , що шукаються, шляхом округлення до найближчого більшого дискретного значення.

*3.2 Математична постановка задачі календарного планування при зведенні її до стандартної форми задачі дискретного програмування.*

1. Особливості розв'язання задачі дискретного програмування.

Завдання, що розглядається, за своєю суттю є завданням дискретного програмування, оскільки необхідно знайти оптимум у просторі змінних, що визначаються вартістю обладнання, а це – фіксовані дискретні значення.

Для того, щоб звести розглянуту задачу календарного планування до стандартної форми завдання дискретного програмування, необхідно задати цільову функцію, яка підлягає мінімізації, та відповідні оптимізації задачі обмеження. В даному випадку мінімізована функція матиме вигляд:

$$L = \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n b_i \cdot c_i \rightarrow \min, i = \overline{1, n}, \quad (8)$$

де  $x_i = b_i c_i$  – інвестиції в  $i$ -у операцію;

$b_i$  – кількість одиниць обладнання чи найманих працівників, які можна додати на  $i$ -у операцію:

$$b_i \in N; N = \{0; 1; 2\}, i = \overline{1, n}, \quad (9)$$

де  $n$  – кількість операцій, що знаходяться на критичному шляху;

$c_i$  – вартість одиниці обладнання або усереднена заробітна плата найманого працівника..

Вираз для загальної тривалості оптимізованого технологічного процесу  $T_{\min}$  виглядатиме так:

$$T_{\min} = \sum_{i=1}^n t_i' = \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{1+b_i}, i = \overline{1, n}, \quad (10)$$

де  $t_i'$  – нова тривалість  $i$ -ї операції (після встановлення додаткового обладнання);

$t_i$  – вихідна тривалість  $i$ -ї операції.

Таким чином, математична постановка задачі дискретного програмування має такий вигляд ((11) – (14)):

$$L = \sum_{i=1}^{n\Sigma} b_i \cdot c_i \rightarrow \min, i = \overline{1, n}. \quad (11)$$

При умовах:

$$b_i \in N; N = \{0, 1, 2\}, i = \overline{1, n}, \quad (12)$$

$$c_i \in M, i = \overline{1, n}, \quad (13)$$

де  $M$  – безліч всіх дискретних значень вартості устаткування;

$$T_{0_{min}}, i = \overline{1, n}, \quad (14)$$

де  $T_{min}$  визначається з виразу (10);

$T_0$  – задана нова тривалість програми випуску.

Завдання дискретного програмування можна вирішувати за допомогою:

- методу гілок та кордонів;
- способу повного перебору.

2. Алгоритм розв'язання задачі дискретного програмування.

Для оптимізації розв'язання задачі календарного планування технологічного процесу, що розглядається, можна використовувати метод повного перебору, так як кількість варіантів перебору цілком можливо для розрахунку за допомогою ЕОМ. Метод повного перебору та знаходження з його допомогою мінімальної суми інвестицій з метою зменшення тривалості технологічного процесу може бути реалізовано за допомогою наступного алгоритму (рис. 2).

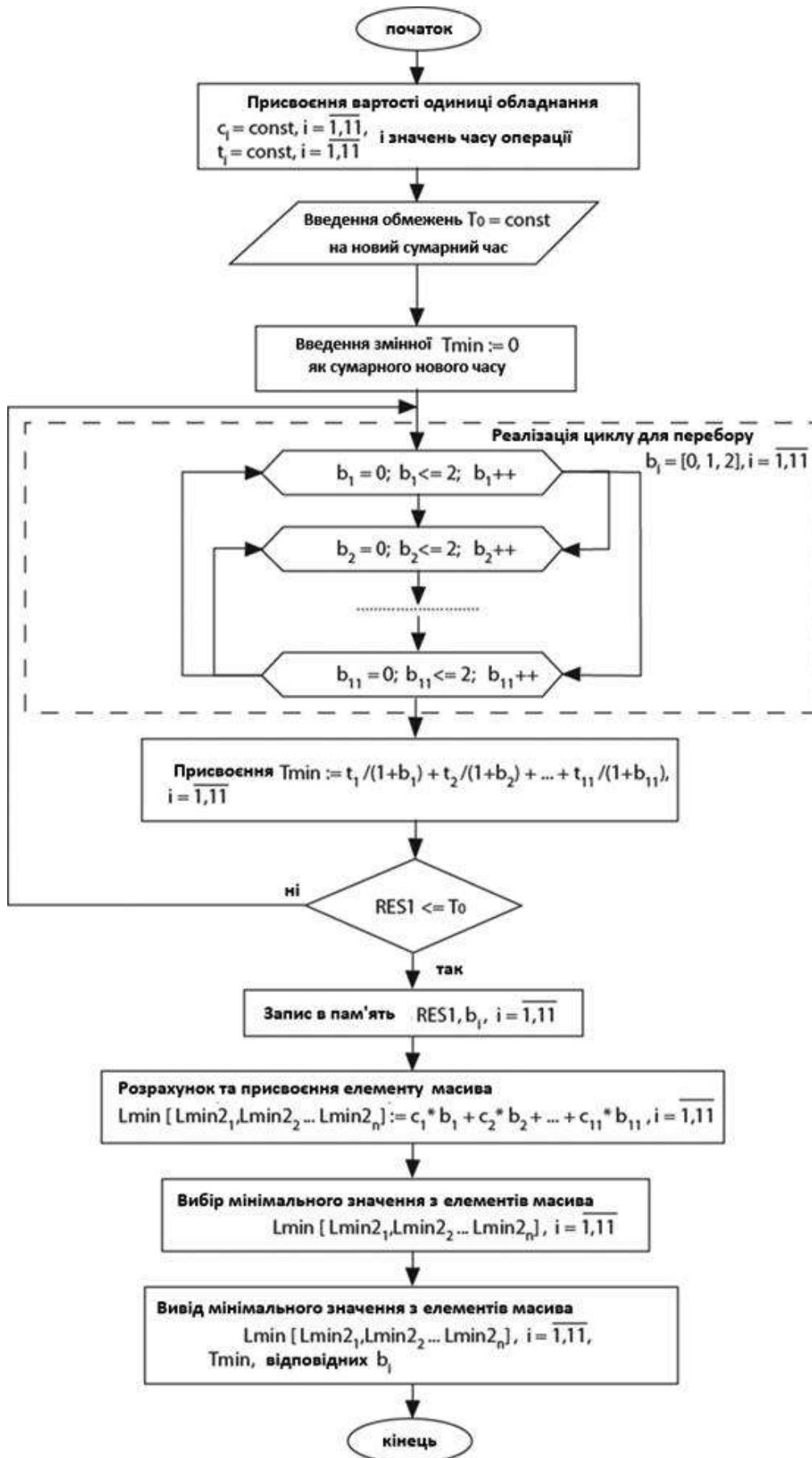


Рисунок 2 – Алгоритм повного перебору

#### 4 Дослідження результатів розв'язання задачі календарного планування

4.1 Реалізація завдання календарного планування поліграфічного виробництва (прямого завдання) та побудова результуючого мережевого графіка.

Створюємо новий технологічний процес виготовлення брошури на скріпці і задаємо параметри технологічного процесу (табл. 3).

Таблиця 3 – Параметри технологічного процесу

№ з/п	Матеріали та напівфабрикати	Значення	Одиниця виміру
1	алюміній для офсетних пластин	7,24	кг.
2	блок необрізаний критий	9505	шт.
3	блок підібраний	9647	шт.
4	папір листовий на обкладинку	2734	арк.
5	папір рольовий на текст	1075,27	кг.
6	вода фільтрована	12,52	літр
7	гумуючий розчин	0,41	літр
8	досточки пакувальні формат 2	0,7	шт.
9	запресовані в пачки елементи зошита	115,88	шт.
10	книги обрізані з 3-х сторін	9365	шт.
11	книги відконтрольовані	9360	шт.
12	книги штриховані	9360	шт.
13	кількість пачок пакувальної продукції	120	шт.
14	фарба ротаційна чорна	2,65	кг.
15	фарба блакитна	0,45	кг.
16	фарба замовлена 1	0,58	кг.
17	фарба замовлена 2	0,42	кг.
18	фарба чорна	0,24	кг.
19	лак офсетний захисний	1,58	кг.
20	лист для друку обкладинки	2716,5	шт.
21	лист для пакування	243	арк. упак.
22	лист надрукований обкладинки	2430	шт.
23	макулатура МС1	124,54	кг.
24	Машина паперорізальна одноножова БР-125. марзан БР-125	36,61	шт.
25	Машина паперорізальна одноножова БР-125. ніж БР-125	0,13	шт.
26	Машина друкована листова Рапіда 52x72. пластина офсетна Рапіда 52x72	7	шт.
27	Машина друкована листова Рапіда 52x72. чохол зволожуючий Рапіда 52x72	1,31	шт.
28	Машина друкована ротаційна Циркон Ультрасет 72-3. пластина офсетна Ультрасет 72	8	шт.
29	монтаж для Рапіда	5	шт.
30	намотана бобіна дроту поліграфічного	644,42	м.
31	фальцована обкладинка	9657	шт.
32	обкладинка формована	9658	шт.
33	друкована форма для Рапіда 52x72	6	шт.
34	друкарська форма для Циркон Ультрасет-72	7	шт.
35	приладна друкована форма для друку обкладинки на Рапіда 52x72	6	шт.

## Продовження таблиці 3

№ з/п	Матеріали та напівфабрикати	Значення	Одиниця виміру
36	приладна друкована форма для друку Циркон Ультрасет -72	6	шт.
37	дріт поліграфічний	0,36	кг.
38	Проявник	1,79	літр
39	розчин зволожуючий для листових машин	0,38	літр
40	розчин зволожуючий для рольових машин	9,84	літр
41	ремені пакувальні	1,86	шт.
42	рольовий елемент зошита фальцований	28971	шт.
43	скотч пакувальний	326	м.
44	зошити білі 1/32	600	шт.
45	зошит укомплектований	28971	шт.
46	тираж, відвантажений замовнику	120	пачка
47	тираж, відвантажений на склад	120	пачка
48	електроенергія	135,57	кВт.

Розраховуємо вартість матеріалів, використаних для виготовлення продукції, що розглядається (табл. 4).

Таблиця 4 – Розрахунки вартості матеріалів

№ з/п в табл. 3	Матеріали	Вартість за одиницю виміру	Загальна вартість, грн.
4	папір листовий на обкладинку	7,50 грн/кг або 1,05 грн./лист	2870,70
5	папір рольовий на текст	3,65 грн./кг	3924,70
7	гумуючий розчин	20,40 грн./л	8,36
14	фарба ротатійна чорна	45,60 грн./кг	120,84
15	фарба блакитна	117,17 грн./кг	52,73
16	фарба замовлена 1	117,17 грн./кг	67,96
17	фарба замовлена 2	117,17 грн./кг	49,43
18	фарба чорна	48,64 грн./кг	11,67
21	лист для пакування	2,21 грн./кг або 0,18 грн./лист	43,74
25	Машина паперорізальна одноножова БР-125. ніж БР-125	582,60 грн./ніж	75,74
26	Машина друкована листова Рапіда 52x72.пластина офсетна Рапіда 52x72	16,38 грн./пластина	114,66
28	Машина друкована ротатійна Циркон Ультрасет 72-3.пластина офсетна Ультрасет 72	20,76 грн./пластина	166,08
37	дріт поліграфічний	105,00 грн./кг	37,80
38	Проявник	33,55 грн./л	60,05
39	розчин зволожуючий для листових машин	25,64 грн./л	9,74
40	розчин зволожуючий для рольових машин	25,64 грн./л	252,30
43	скотч пакувальний	0,50 грн./м	163,00
48	електроенергія	0,30 грн./кВт	41,27
Загальна вартість матеріалів			8070,77

Процес виробництва брошури на скріпці включає низку узагальнених операцій, отриманих шляхом побудови технологічного процесу. Характеристики операцій наведені у (табл. 5).

Для побудови мережного графіка [2] першою операцією, що виконується з таблицею, є ранжування операцій. Після ранжування та нумерації операцій кожна наступна операція може спиратися лише попередні операції.

Щоб зробити ранжування операцій, необхідно поділити їх на певні ранги. Операції першого рангу це ті операції, до виконання яких не потрібно ніяких попередніх операцій. Якщо операція спирається одну чи кілька робіт першого рангу, вона належить до другого рангу. До операцій третього рангу слід віднести такі, які спираються на операції трохи більше другого рангу.

Таблиця 5 – Технологічний процес виготовлення брошури на скріпці

Номер операції	Назва операції	На які операції спирається	Ранг	Новий номер
b <sub>1</sub>	Книжковий блок: Виготовлення монтажів	-	1	a <sub>1</sub>
b <sub>2</sub>	Книжковий блок: Виготовлення друкованих форм	b <sub>1</sub>	2	a <sub>3</sub>
b <sub>3</sub>	Книжковий блок: Приладка друкованих форм	b <sub>2</sub>	3	a <sub>5</sub>
b <sub>4</sub>	Книжковий блок: Друк	b <sub>3</sub>	4	a <sub>7</sub>
b <sub>5</sub>	Книжковий блок: Запресовка	b <sub>4</sub>	5	a <sub>9</sub>
b <sub>6</sub>	Обкладинка: Виготовлення монтажів (4 фарби)	-	1	a <sub>2</sub>
b <sub>7</sub>	Обкладинка: Виготовлення друкарської форми (4 фарби)	b <sub>6</sub>	2	a <sub>4</sub>
b <sub>8</sub>	Обкладинка: Приладка друкарських форм (4 фарби)	b <sub>7</sub>	3	a <sub>6</sub>
b <sub>9</sub>	Обкладинка: Друк обкладинки	b <sub>8</sub>	4	a <sub>8</sub>
b <sub>10</sub>	Формування обкладинки	b <sub>9</sub>	5	a <sub>10</sub>
b <sub>11</sub>	Фальцювання обкладинки	b <sub>10</sub>	6	a <sub>11</sub>
b <sub>12</sub>	Добірка блоку	b <sub>11</sub> , b <sub>5</sub>	7	a <sub>12</sub>
b <sub>13</sub>	Криття скобою	b <sub>12</sub>	8	a <sub>13</sub>
b <sub>14</sub>	Обрізання блоку з трьох сторін	b <sub>13</sub>	9	a <sub>14</sub>
b <sub>15</sub>	Контроль готової продукції	b <sub>14</sub>	10	a <sub>15</sub>
b <sub>16</sub>	Упаковка у пачки	b <sub>15</sub>	11	a <sub>16</sub>
b <sub>17</sub>	Флатівка пакувального паперу	-	1	a <sub>0</sub>

Після ранжування операцій їм призначаються нові номери, починаючи з операцій першого рангу, потім другого, третього рангів тощо. У середині кожного рангу операції можуть нумеруватися у будь-якій послідовності. Після перетворення таблиця набуває наступного вигляду (табл. 6).

З (табл. 6) випливає, що кожна з наступних операцій залежить від операцій із меншими порядковими номерами. Години виконання робіт відомі за даними облікової системи.

Таблиця 6 – Технологічний процес виготовлення брошури на скріпці (після ранжування)

Номер операції	Назва операції	На які операції спирається	Час, годин
a <sub>0</sub>	Флатівка пакувального паперу	-	5,00
a <sub>1</sub>	Книжковий блок: Виготовлення монтажів	-	1,50
a <sub>2</sub>	Обкладинка: Виготовлення монтажів (4 фарби)	-	4,00
a <sub>3</sub>	Книжковий блок: Виготовлення друкованих форм	a <sub>1</sub>	0,75
a <sub>4</sub>	Обкладинка: Виготовлення друкарської форми (4 фарби)	a <sub>2</sub>	1,00
a <sub>5</sub>	Книжковий блок: Приладка друкованих форм	a <sub>3</sub>	0,60
a <sub>6</sub>	Обкладинка: Приладка друкарських форм (4 фарби)	a <sub>4</sub>	0,50
a <sub>7</sub>	Книжковий блок: Друк	a <sub>5</sub>	1,50
a <sub>8</sub>	Обкладинка: Друк обкладинки	a <sub>6</sub>	0,30
a <sub>9</sub>	Книжковий блок: Запресування	a <sub>7</sub>	15,00
a <sub>10</sub>	Формування обкладинки	a <sub>8</sub>	10,00
a <sub>11</sub>	Фальцювання обкладинки	a <sub>10</sub>	4,50
a <sub>12</sub>	Добірка блоку	a <sub>11</sub> , a <sub>9</sub>	4,50
a <sub>13</sub>	Криття скобою	a <sub>12</sub>	12,00
a <sub>14</sub>	Обрізання блоку з трьох сторін	a <sub>13</sub>	3,20
a <sub>15</sub>	Контроль готової продукції	a <sub>14</sub>	1,50
a <sub>16</sub>	Упаковка у пачки	a <sub>15</sub>	2,00

4.2 Розв'язання зворотній задачі календарного планування при зведенні її до стандартної форми задачі лінійного програмування.

Дані (табл. 6) можуть бути використані для оптимізації програми випуску виробу. Найбільш раціональним шляхом оптимізації програми випуску є скорочення часу виготовлення брошури. Загальний час програми випуску дорівнює:

$$T = t_2 + t_4 + t_6 + t_8 + t_{10} + t_{11} + t_{12} + t_{13} + t_{14} + t_{15} + t_{16} = 43,7. \quad (15)$$

Для того, щоб звести задачу оптимізації до стандартної форми задачі лінійного програмування, необхідно поставити такі умови. У кожену роботу  $a_i$  можна вкласти додаткові кошти  $x_i$  в розмірі, що не перевищує значення  $c_i$ . При цьому новий час виконання кожної операції дорівнюватиме [2]:

$$t'_i = t_i \cdot (1 - b_i \cdot x_i), \quad (16)$$

де  $t'_i$  – новий час виконання кожної із робіт на критичному шляху, годин;  
 $t_i$  – початковий час виконання кожної з робіт на критичному шляху, годин;  
 $b_i$  – коефіцієнт, який необхідно проаналізувати.

Наведемо вираз (16) до виду рівняння прямої  $y = k \cdot x + d$ , виразивши співвідношення нового часу до старого як функцію:

$$\frac{t'_i}{t_i} = 1 - b_i \cdot x_i. \quad (17)$$

Побудуємо графік цієї функції, по черзі приймаючи  $\frac{t'_i}{t_i}$  і  $x_i$  рівними нулю (рис. 3).

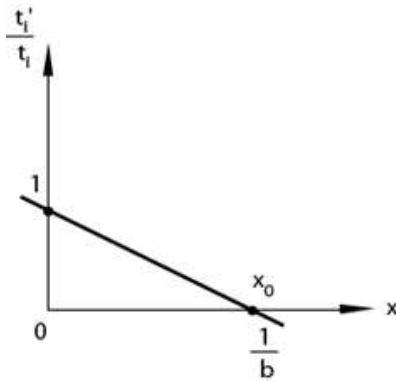


Рисунок 3 – Графік, що ілюструє залежність  $x$  від коефіцієнта  $b$

Оскільки значення  $\frac{t'_i}{t_i}$  позитивне, то точка  $x_0$ , позначена на (рис. 3), буде точкою мінімуму цієї функції, оскільки у ній  $\frac{t'_i}{t_i} = 0$ . З цього випливає, що  $b = \frac{1}{x_0}$ , де  $x_0$  – максимальне значення інвестиції в операцію, коли її виконання наближується до нуля. Оскільки максимальне значення інвестиції  $x_i$  обмежено значенням  $c_i$ , то  $b = \frac{1}{c}$ . Однак, виходячи з того, що вкладення інвестиції у розмірі  $c_i$  зменшує час виконання операції у 2 рази, то в даному випадку:

$$b_i = \frac{1}{2 \cdot c_i}. \quad (18)$$

Перше з обмежень, які необхідно враховувати під час вирішення завдання:

$$c_i - x_i \geq 0. \quad (19)$$

Щоб знайти друге обмеження, потрібно знайти новий час виконання програми робіт:

$$T_{222444666888101010min} = t_{11}(1 - b_{11} \cdot x_{11}) + t_{12}(1 - b_{12} \cdot x_{12}) + t_{13}(1 - b_{13} \cdot x_{13}) + t_{14}(1 - b_{14} \cdot x_{14}) + t_{15}(1 - b_{15} \cdot x_{15}) + t_{16}(1 - b_{16} \cdot x_{16}). \quad (20)$$

При цьому має виконуватися умова:

$$T \geq T_{min}. \quad (21)$$

Цільова функція (2) при цьому має такий вигляд:

$$L = \min(x_2 + x_4 + x_6 + x_8 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}). \quad (22)$$

Наведемо обмеження до числової форми. Параметр розраховується для всіх 11 операцій, що знаходяться на критичному шляху, за формулою (18). Обмеження на інвестиції  $c_i$  накладаються в залежності від вартості обладнання, яке може бути додатково встановлене на кожну операцію, та заробітної плати працівника, який може бути додатково найнятий для реалізації операцій, що здійснюються вручну.

Дані зведені (табл. 7).

Таблиця 7 – Параметри, що використовуються для обмежень під час вирішення задачі лінійного програмування

№ операції	Найменування операції	Тривалість операцій $t_i$ , годин	Обмеження на інвестиції $c_i$ , грн.	Параметр $b_i$ , 1/грн.
$a_2$	Обкладинка: Виготовлення монтажів (4 фарби)	4,00	10 000	0,00005
$a_4$	Обкладинка: Виготовлення друкарської форми (4 фарби)	1,00	33 500	0,000015
$a_6$	Обкладинка: Приладка друкарських форм (4 фарби)	0,50	1000	0,0005
$a_8$	Обкладинка: Друк обкладинки	0,50	45 000	0,000011
$a_{10}$	Формування обкладинки	10,00	15 000	0,000033
$a_{11}$	Фальцювання обкладинки	4,50	500	0,001
$a_{12}$	Добірка блоку	4,50	500	0,001
$a_{13}$	Криття скобою	12,00	1 500	0,000333
$a_{14}$	Обрізання блоку з трьох сторін	3,20	35 000	0,000014
$a_{15}$	Контроль готової продукції	1,50	500	0,001
$a_{16}$	Упаковка в пачки	2,00	700	0,000714

Обмеження (19) при цьому матимуть такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 x_2 &\leq 10000, \\
 x_4 &\leq 33500, \\
 x_6 &\leq 1000, \\
 x_8 &\leq 45000, \\
 x_{10} &\leq 15000, \\
 x_{11} &\leq 500, \\
 x_{12} &\leq 500, \\
 x_{13} &\leq 1500, \\
 x_{14} &\leq 35000, \\
 x_{15} &\leq 500, \\
 x_{16} &\leq 700.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Конкретизуємо обмеження (20):

$$\begin{aligned}
 T_{2468min} &= 10(1 - 0,000033 \cdot x_{10}) + 4,5(1 - 0,001 \cdot x_{11}) + 4,5(1 - 0,001 \cdot x_{12}) + 12(1 \\
 &\quad - 0,000333 \cdot x_{13}) + \\
 &\quad + 3,2(1 - 0,000014 \cdot x_{14}) + 1,5(1 - 0,001 \cdot x_{15}) + 2(1 - 0,000714 \cdot x_{16}). \tag{24}
 \end{aligned}$$

Розраховуючи ці значення, отримуємо:

$$\begin{aligned}
 T_{0,0002x_2 \ 0,000015x_4 \ 0,00025x_6 \ 0,000003x_8 \ 0,0006x_{10} \ min} &+ \\
 &+ 0,0045 \cdot x_{11} + 0,0045 \cdot x_{12} + 0,004 \cdot x_{13} + 0,000046 \cdot x_{14} + \\
 &+ 0,0015 \cdot x_{15} + 0,001429 \cdot x_{16}. \tag{25}
 \end{aligned}$$

Приймаючи значення  $T_0 = 34$ , знаходимо останнє обмеження з (21) и (25):

$$0,0002 \cdot x_2 + 0,000015 \cdot x_4 + 0,00025 \cdot x_6 + 0,000003 \cdot x_8 + \\ + 0,0006 \cdot x_{10} + 0,0045 \cdot x_{11} + 0,0045 \cdot x_{12} + 0,004 \cdot x_{13} + \quad (26) \\ + 0,000046 \cdot x_{14} + 0,0015 \cdot x_{15} + 0,001429 \cdot x_{16} \geq 9,7.$$

Таким чином, завдання оптимізації технологічного процесу було зведено до стандартної форми задачі лінійного програмування. Нижче наведено розв'язання цієї задачі (рис. 4).

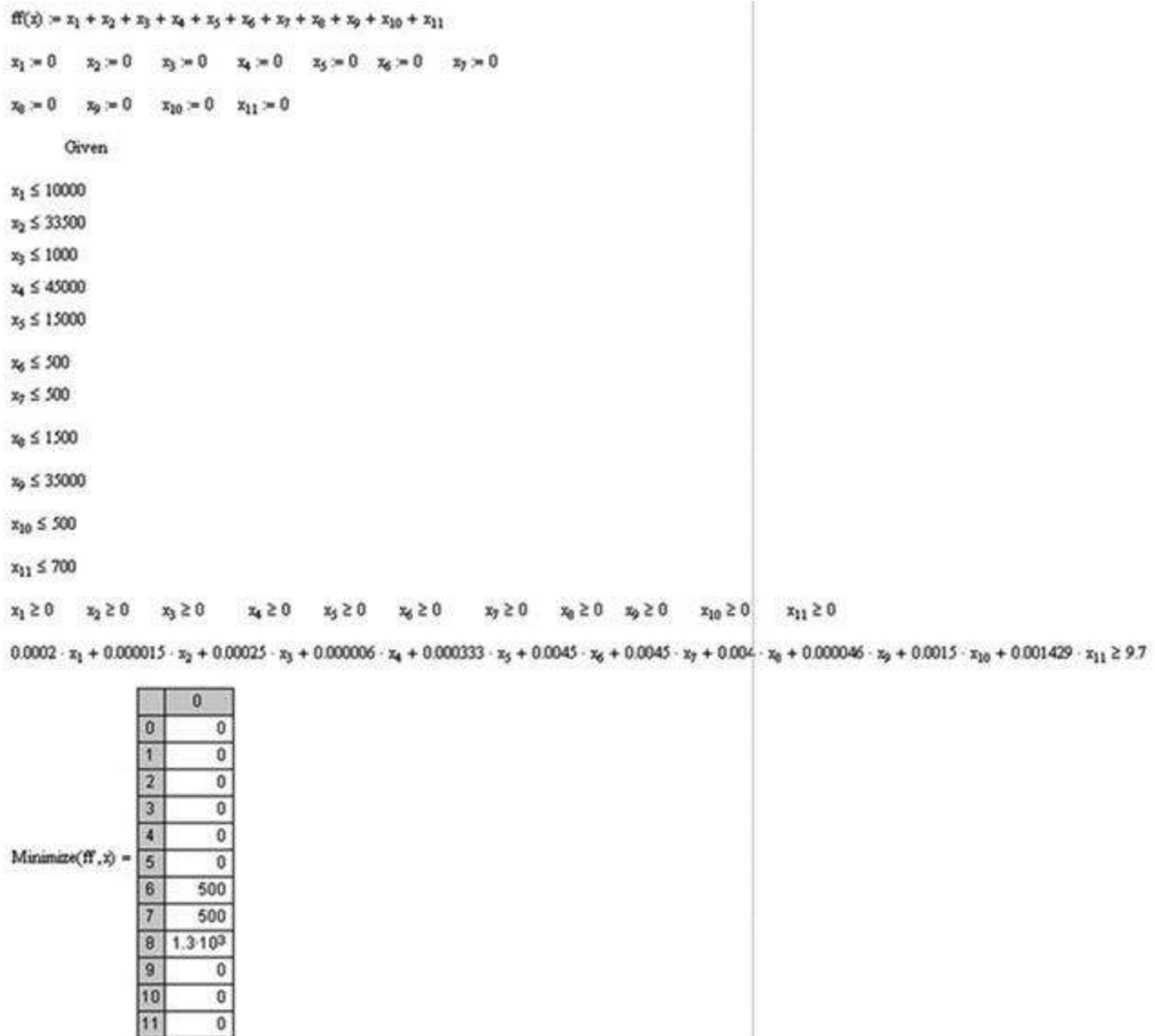


Рисунок 4 – Результат розрахунку

Отже, нам необхідно вкласти в операцію  $a_{11}$  500 грн., в операцію  $a_{12}$  500 грн. та в операцію  $a_{13}$  1300 грн. Оскільки значення інвестицій  $x_i$  – дискретна величина, кратна  $c_i$ , необхідно округлити значення інвестиції на операцію  $a_{13}$  до значення  $c_{13} = 1500$  грн. Це дозволяє зробити певний запас інвестицій на інші операції, які не оптимізуються. Таким чином, можна розрахувати новий сумарний час виконання програми робіт, скориставшись отриманими значеннями та підставивши їх у формулу (25).

$$T_{0,00020} \cdot 0,0000150 + 0,000250 + 0,0000030 + 0,00065_{min} + \\ + 0,0045 \cdot 500 + 0,0045 \cdot 1500 + 0,004 \cdot 0 + 0,000046 \cdot 0 + \\ + 0,0015 \cdot 0 + 0,001429 \cdot 0 = 33,2. \quad (27)$$

За сумарних інвестицій у 2500 грн. час технологічного процесу зменшився з 43,7 до 33,2 години, що задовольняє умові (21).

*4.3 Розв'язання зворотної задачі календарного планування при зведенні її до стандартної форми задачі дискретного програмування.*

Оскільки лінійне програмування дає лише приблизний результат прийняття рішення про вкладення інвестицій, необхідно застосувати такий метод, який дасть точне значення інвестицій при заданому обмеженні сумарну тривалість технологічного процесу.

Тому необхідно звести завдання календарного планування до стандартної форми завдання дискретного програмування, з якого можна встановити кількість одиниць техніки певної вартості (табл. 7), яка додатково встановлюється на певні операції з метою скорочення тривалості технологічного процесу.

Розрахуємо новий час (6), мінімізуючи цільову функцію (5). Значення констант  $c_i$  і  $t_i$ , що застосовуються в даних виразах, задані в (табл. 7). На підставі алгоритму (рис. 2) робимо розрахунки інвестицій та нової тривалості технологічного процесу за допомогою дискретного програмування, задаючи бажану загальну тривалість технологічного процесу  $T_{min}$ , отримуємо наступний результат.

Час:  $T_0 : 34$

Знайдено варіантів: 161327

Функція цілі:  $L_{min} : 2500$

Найменшій час:  $T_{min} : 33,2$

Значення  $b_i$  при  $T_{min}$ :

$b_2 = 0$	$b_{10} = 0$	$b_{14} = 0$
$b_4 = 0$	$b_{11} = 1$	$b_{15} = 0$
$b_6 = 0$	$b_{12} = 1$	$b_{16} = 0$
$b_8 = 0$	$b_{13} = 1$	

Отримуємо кількість варіантів значень функції цілі, що задовольняють умові  $T_{min}$ , а також значення, найменше серед них ( $L_{min}$ ), і відповідні значення нової тривалості часу ( $T_{min}$ ) і цілі значення  $b_i$  для даного варіанту.

Таким чином, за допомогою дискретного програмування ми отримали той самий результат, що й за лінійного програмування після округлення одного із значень інвестицій до найближчого  $c_i$  – сумарні кошти у розмірі 2500 грн. при загальній тривалості часу технологічного процесу 33,2 годин. Отже, цей метод (дискретне програмування) дає більш точне розв'язання задачі, ніж лінійне програмування.

4.4 Побудова оптимізованого мережевого графіка програми випуску поліграфічної продукції.

Використовуючи результати лінійного програмування та дискретного програмування, отримано нові значення для тривалостей операцій a11, a12 і a13 (табл. 8) та сума інвестицій, що вкладаються в них.

Таблиця 8 – Порівняння тривалості операцій до та після оптимізації технологічного процесу та вкладення інвестицій

№ операції	Вихідна тривалість операції $t_i$ , годин	Нова тривалість операції $t_i'$ , годин	Інвестиції в і-ю операцію $c_i \cdot b_i$ , грн
a2	4,00	4,00	0
a4	1,00	1,00	0
a6	0,50	0,50	0
a8	0,50	0,50	0
a10	10,00	10,00	0
a11	4,50	2,25	500,00
a12	4,50	2,25	500,00
a13	12,00	6,00	1500,00
a14	3,20	3,20	0
a15	1,50	1,50	0
a16	2,00	2,00	0
Сума	43,7	33,2	2500,00

З урахуванням нових тривалостей операцій було побудовано мережевий графік технологічного процесу (рис. 5).

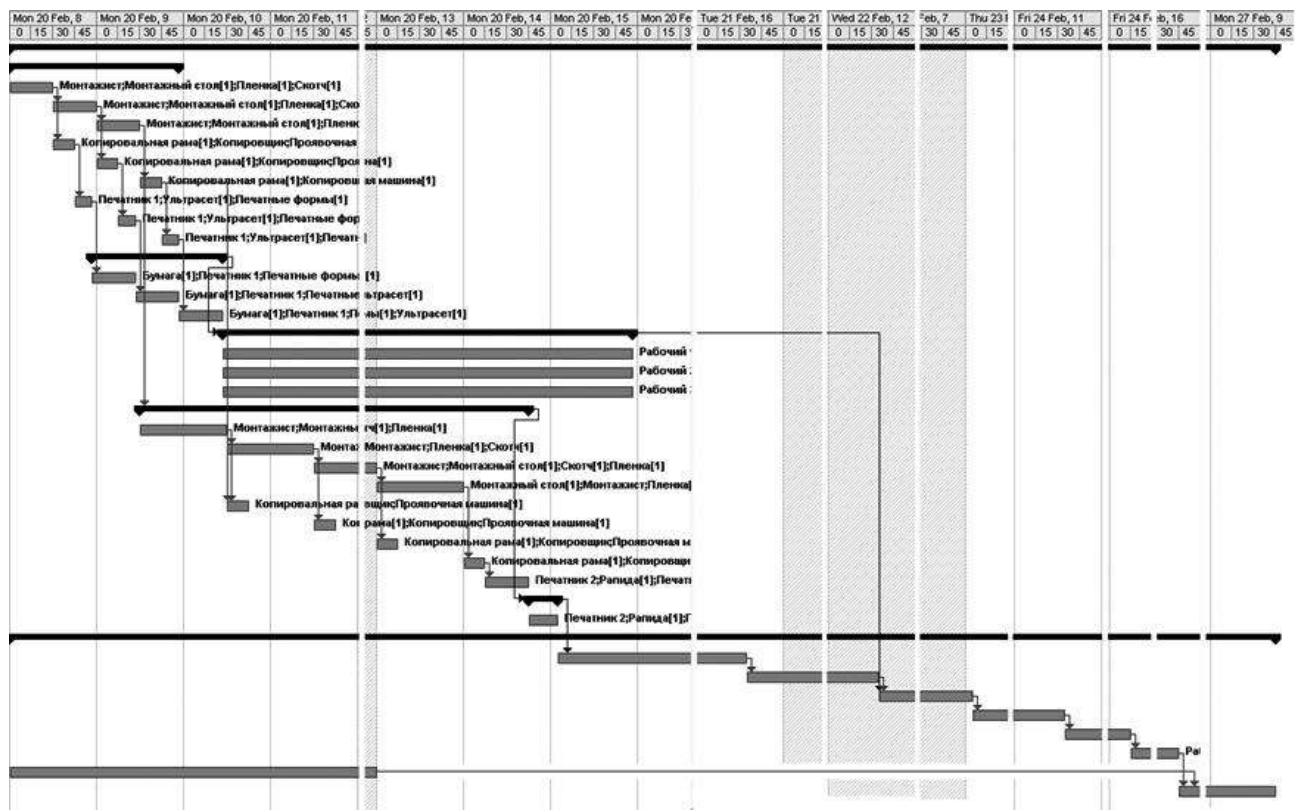


Рисунок 5 – Мережевий графік технологічного процесу

## Результати досліджень

Застосувавши вищеописані методи оптимізації до технологічного процесу, що розглядається, можна дослідити залежність часу виконання програми випуску поліграфічної продукції від вкладених інвестицій.

Прослідкувати залежність можна, варіюючи бажаною новою сумарною тривалістю технологічного процесу  $T_{min} \leq T_0$ . Дослідження з урахуванням лінійного програмування дозволяє змінити час до  $T_{min} = T/2$ , оскільки це описують задані обмеження. Дослідження з урахуванням дискретного програмування можна провести, зменшуючи час до  $T_{min} = T/3$ , оскільки задані значення всіх  $b_i$  може бути максимально рівними 2, отже, сумарна тривалість технологічного процесу може бути зменшена втричі.

Результати дослідження зведені (табл. 8 та 9), а також побудовані графіки залежності (рис. 6-8).

Таблиця 8 – Дослідження залежності часу  $T_{min}$  від вкладених інвестицій (лінійне програмування)

Обмеження на новий сумарний час $T_0$ , годин	Отриманий новий сумарний час $T_{min}$ , годин	Сумарні інвестиції, грн.
43,70	43,70	0
41,70	41,45	500
39,70	39,20	1000
33,70	33,20	2500
32,70	32,45	3000
31,70	31,45	3700
26,70	26,45	18700
24,70	24,20	29700
22,70	20,80	64700

Таблиця 9 – Дослідження залежності часу  $T_{min}$  від вкладених інвестицій (дискретне програмування)

Обмеження на новий сумарний час $T_0$ , годин	Отриманий новий сумарний час $T_{min}$ , годин	Сумарні інвестиції, грн.
43,70	43,70	0
41,70	41,45	500
40,70	40,70	1000
39,70	39,20	1000
38,70	38,45	1500
37,70	37,70	1500
35,70	35,45	2000
34,70	34,70	2500
33,70	33,20	2500
32,70	32,45	3000
31,70	31,70	3500
30,70	30,70	4200
29,70	29,70	5000
28,70	28,70	5700
27,70	27,70	6700

Продовження таблиці 9

Обмеження на новий сумарний час $T_0$ , годин	Отриманий новий сумарний час $T_{min}$ , годин	Сумарні інвестиції, грн.
26,70	26,70	15700
25,70	25,70	16700
24,70	24,70	20000
23,70	23,70	20700
22,70	22,70	21700
21,70	21,70	30700
20,70	20,70	31700
19,70	19,70	42400
18,70	18,45	48400
17,70	17,70	59400
16,70	16,68	91900

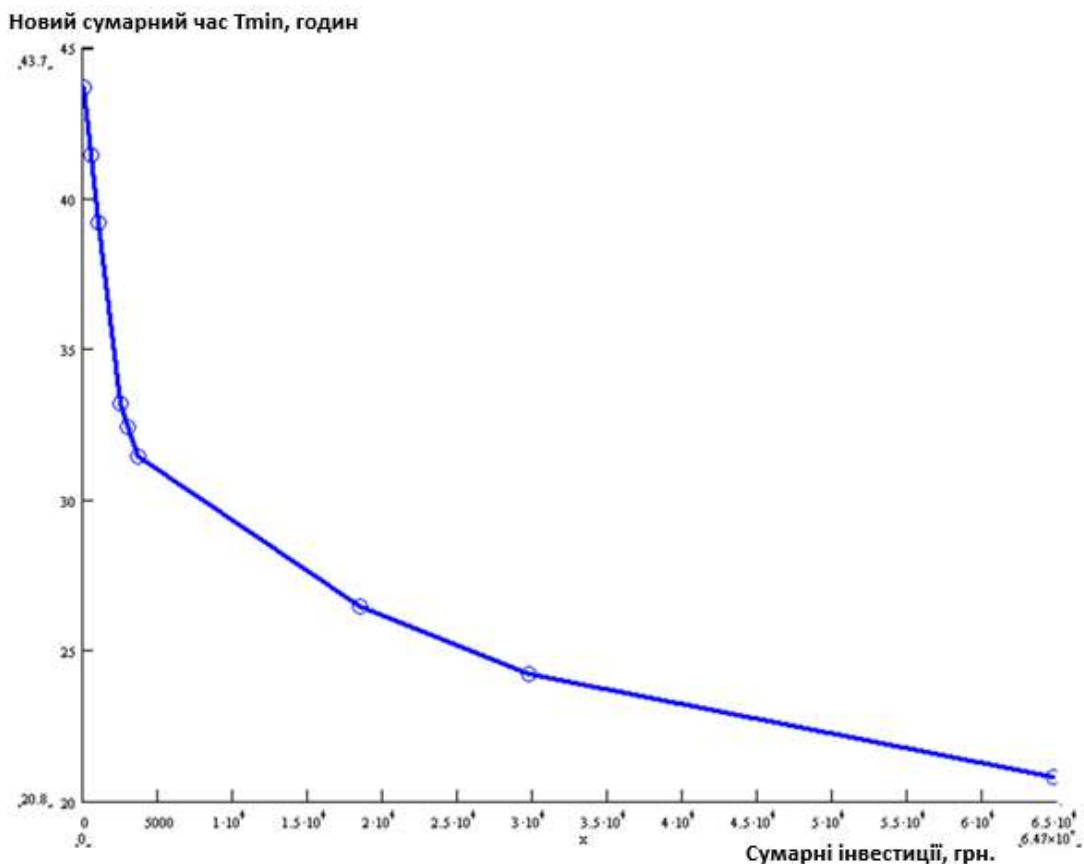


Рисунок 6 – Дослідження залежності часу  $T_{min}$  від вкладених інвестицій (лінійне програмування)

Отримані в процесі розрахунків дані, а також їх графічна інтерпретація підтверджують перевагу вирішення задачі дискретного програмування над лінійним стосовно оптимізації програми випуску поліграфічної продукції. На графіку (рис. 8) виділено область, що показує різницю в інвестиційних витратах. Результати, отримані з допомогою дискретного програмування, дозволяють досягати зменшення загальної тривалості програми робіт при менших інвестиційних вкладеннях, ніж за дослідженні з допомогою лінійного програмування, що дає лише наближений результат.

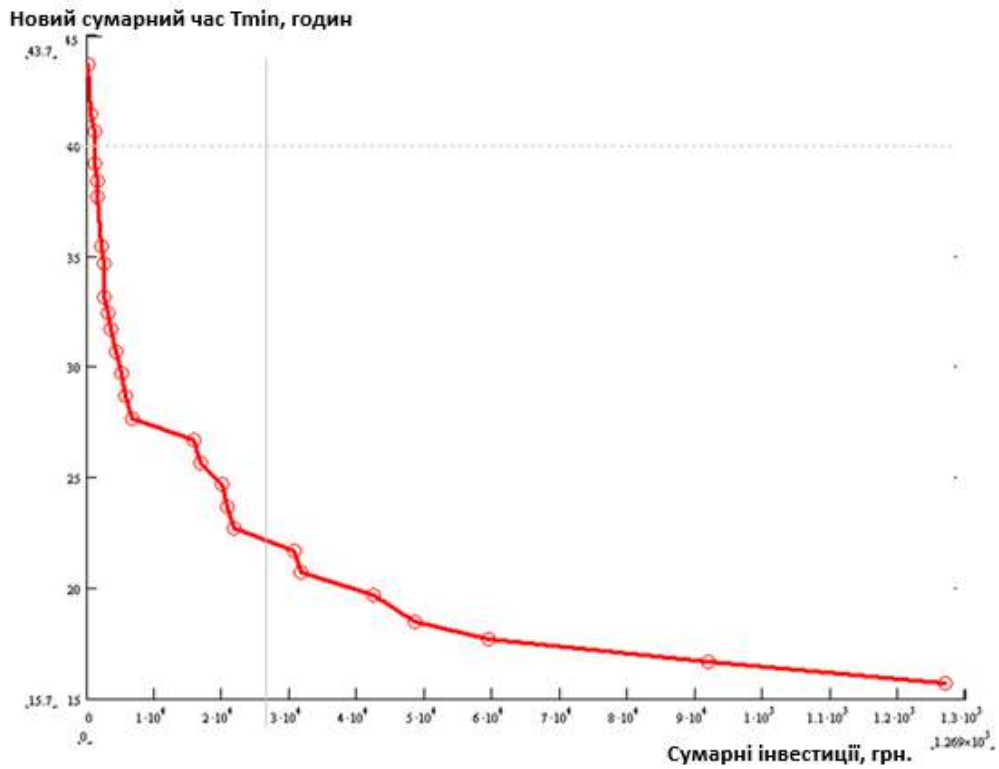


Рисунок 7 – Дослідження залежності часу  $T_{\min}$  від вкладених інвестицій (дискретне програмування)

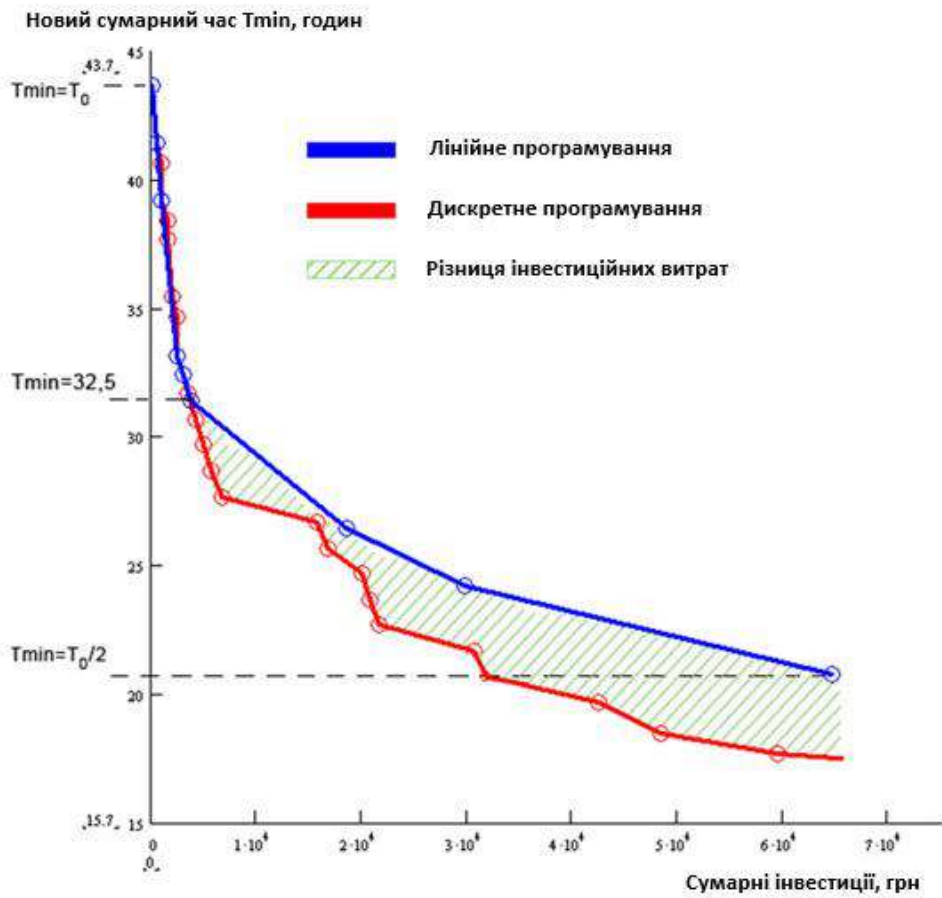


Рисунок 8 – Порівняння результатів дослідження для лінійного та дискретного програмування

## Висновки

Застосувавши з метою оптимізації плану випуску поліграфічної продукції різні методи (лінійне програмування та дискретне програмування) і вирішивши з допомогою зворотне завдання календарного планування, можна дійти висновку, що дискретне програмування дає точніший результат.

Це пов'язано з особливостями цих методів. Лінійне програмування через безперервність неспроможна чітко визначити залежність інвестицій від тимчасових витрат, оскільки кожен операцію технологічного процесу інвестиції обмежені проміжком від 0 до вартості однієї одиниці устаткування.

Отже, будь-яке рішення, яке виходить між цими двома значеннями, не може бути прийняте як повноцінна інвестиція, оскільки передбачуване обладнання може бути або придбано, або ні. Відповідно, з'являється потреба округлення отриманого значення, що призводить до наближеного, тобто, неточного результату. Дискретне програмування дозволяє задати дискретне число одиниць обладнання, що відповідає дійсності, і в той же час це число може бути обмежено можливостями інвесторів.

Список літератури.

1. Катренко, А.В. (2004). Дослідження операцій : підручник. Львів. «Магнолія Плюс».
2. Зеленський, К. (2021). Математичне програмування. Київ. Університет "Україна".
3. ДСТУ 3017-95. Видання. Основні види. Терміни та визначення. К.: Держстандарт України.
4. Ельперін, І.В., та інш. (2021). Автоматизація виробничих процесів: навчальний посібник. Київ: Ліра-К.
5. Трегуб, В.Г., та інш. (2019). Проектування систем автоматизації: навчальний посібник. Київ: Ліра-К.