

621.396(06)

Р15

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ ИМ. М. К. ЯНГЕЛЯ

РАДИОТЕХНИКА

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

ХХХХ

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 93



КС

ХНУРЕ Radvotekhnyka



Харьков
Издательство «Основа» при Харьковском
государственном университете
1990

В сборнике представлены результаты исследований в области анализа сигналов, помехоустойчивости, построения фильтров. Рассмотрены некоторые вопросы построения радиосистем. Описаны процессы, протекающие в волноводах, содержащих резонансные вибраторы и заполненных активной средой. Исследованы характеристики коротких нерегулярных световодов и оптических смесителей.

Для преподавателей, научных работников, специалистов.

Редакционная коллегия: д-р техн. наук проф. *А. И. Терещенко* (отв. ред.), канд. техн. наук проф. *В. Д. Кукуш* (зам. отв. ред.), канд. техн. наук доц. *Ж. Ф. Пащенко* (отв. секр.), д-р техн. наук проф. *Ю. И. Волощук*, д-р техн. наук проф. *Б. Л. Кашеев*, д-р физ.-мат. наук проф. *В. М. Кузьмичев*, д-р техн. наук проф. *Н. Д. Колпаков*, канд. техн. наук доц. *Е. М. Кулешов*, д-р физ.-мат. наук проф. *О. А. Третьяков*, д-р физ.-мат. наук проф. *Н. А. Хижняк*, д-р физ.-мат. наук проф. *А. Г. Шейн*, акад. АН УССР *В. П. Шестопалов*, д-р техн. наук проф. *Я. С. Шифрин*

Ответственный за выпуск д-р техн. наук проф. *Б. Л. Кашеев*

Адрес редакционной коллегии: 310726 Харьков, просп. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-93-66

ИЗДАТЕЛЬСТВО радио-технической литературы
Зав. редакцией *Л. А. Гаврилова*

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

РАДИОТЕХНИКА

Выпуск 93

Редактор *В. В. Арнаутова*
Художественный редактор *Т. П. Короленко*
Технический редактор *Г. П. Александрова*
Корректор *Л. П. Сыч*

ИБ № 13218

Сдано в набор 12.06.90. Подписано в печать 06.12.90.
Формат 60×90/16. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 8,5. Усл. фр.-отг. 8,75. Уч.-изд. л. 9,8. Тираж 1000 экз. Изд. № 1885. Зак. 761. Цена 1 р. 40 к.

Издательство «Основа» при Харьковском государственном университете. 310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

Харьковская городская типография № 16. 310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ СИГНАЛЫ

Развитие микропроцессорной техники и ее широкое использование в устройствах формирования и обработки сигналов позволяет применять в разрабатываемых системах связи сигналы с нелинейными законами формирования. Наиболее интересны ортогональные сигналы, с помощью которых можно уменьшить вероятность ошибки в системах связи, повысить их пропускную способность. Особенно важны для изучения ортогональные нелинейные производные системы сигналов (ОНПСС), обладающие хорошими корреляционными, ансамблевыми и структурными свойствами. В настоящее время исследованы только ОНПСС с числом элементов $L=2^r$, $r=2, 3, 4 \dots$ [1—4]. Как известно, ортогональные сигналы существуют практически для любых значений $L=0 \pmod{4}$ [2; 5]. Цель статьи — рассмотрение корреляционных свойств и ансамблевых характеристик ОНПСС с числом элементов $L=0 \pmod{4}$.

Производную систему сигналов $\{G\}$ можно получить в результате поэлементного умножения ортогональной системы сигналов $\{H\}$ на сигнал $\{W\}$ [1; 2]

$$(G) = \begin{pmatrix} h_{11}\omega_1 & h_{12}\omega_2 & \dots & h_{1L}\omega_L \\ h_{21}\omega_1 & h_{22}\omega_2 & \dots & h_{2L}\omega_L \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{L1}\omega_1 & h_{L2}\omega_2 & \dots & h_{LL}\omega_L \end{pmatrix} \quad (1)$$

где h_{ij} — элемент задающего ортогонального сигнала из ансамбля $\{H\}$, ω_i — элемент производящего сигнала.

Такой алгоритм построения сигналов позволяет получить большое число ансамблей ОНПСС, обладающих псевдослучайной структурой и хорошими корреляционными свойствами.

Определим условия существования и свойства ОНПСС.

Л е м м а 1. Производные ортогональные системы сигналов существуют для длительностей $L=0 \pmod{4}$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $\{q_j\}$ производный ортогональный сигнал получен по правилу (1) $q_{ij}=h_{ij}\omega_j$, где i — номер задающего сигнала; j — номер элементов в задающем и производном сигналах.

Тогда

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^L (g_{1j} + g_{2j})(g_{1j} + g_{3j}) &= \sum_{j=1}^L (h_{1j}\omega_j + h_{2j}\omega_j) \cdot (h_{1j}\omega_j + h_{3j}\omega_j) = \\ &= \sum_{j=1}^L \omega_j^2 (h_{1j} + h_{2j})(h_{1j} + h_{3j}) = \sum_{j=1}^L \omega_j^2 h_{1j}^2 + \sum_{j=1}^L \omega_j^2 h_{1j}h_{3j} + \\ &+ \sum_{j=1}^L \omega_j^2 h_{2j}h_{3j} + \sum_{j=1}^L \omega_j^2 h_{1j}h_{2j} = L. \end{aligned} \quad (2)$$

Так как ω_j^2 всегда равно 1, второе, третье и четвертое слагаемые равны 0 (строки матриц Адамара ортогональны), а $(h_{1j} + h_{2j}) \times (h_{1j} + h_{3j})$ равно либо 4, либо находим, что $L \equiv 0 \pmod{4}$.

Лемма 2. Если каждый элемент ортогональной задающей системы сигналов умножить на производящий сигнал ω_j , то полученная производная система сигналов ортогональна.

Доказательство:

$$\sum_{j=1}^L g_{1j} g_{2j} = \sum_{j=1}^L h_{1j} \omega_j h_{2j} \omega_j = \sum_{j=1}^L \omega_j^2 h_{1j} h_{2j} = 0. \quad (3)$$

Лемма 3. Максимальный уровень боковых лепестков ненормированной периодической функции корреляции производного ортогонального сигнала $R_{\max g}$ связан с ненормированными корреляционными функциями задающего R_h и производящего R_w сигналов соотношением

$$R_{\max g}(k) \leq R_w(k) - R_h(k) + L, \quad (4)$$

если $R_h > R_w$ и если $R_{\max g}(k) \leq R_h(k) - R_w(k) + L$, $R_w > R_h$. (5)

Доказательство. Запишем выражение для функции корреляции двух сигналов

$$R_g(k) = \sum_{j=1}^L g_j g_{j+k} = \sum_{j=1}^L h_j \omega_j h_{j+k} \omega_{j+k}. \quad (6)$$

Обозначим произведения $h_j h_{j+k} = A_j$, а $\omega_j \omega_{j+k} = B_j$.

Тогда

$$R_g(k) = \sum_{j=1}^L A_j B_j, \quad (7)$$

$\{A_j\}$, $\{B_j\}$ последовательности, содержащие A_1, B_1 число единиц и A_0, B_0 число минус единиц. Причем $A_1 - A_0 = R_h$, $B_1 - B_0 = R_w$.

Положим, что $R_h > R_w$, тогда в (7) число произведений $A_j B_j = 1$ при $A_j = B_j = 1$ максимумально равно B_1 , а при $A_j = -B_j = -1$ A_0 , максимальное число несовпадений равно $A_1 = B_1$. Следовательно,

$$R_{\max g}(k) = B_1 + A_0 - (A_1 - B_1), \quad (8)$$

A_1, B_1, A_0 и B_0 связаны с R_h, R_w и L соотношением

$$\begin{aligned} A_1 &= 0,5(L + R_h); & B_1 &= 0,5(L + R_w); & A_0 &= 0,5(L - R_h); \\ B_0 &= 0,5(L - R_w). \end{aligned} \quad (9)$$

Подставив (9) в (8), определим (4). По аналогии найдем $R_{\max g}(k)$ при $R_w > R_h$. Необходимо помнить, что при $L \equiv 0 \pmod{4}$

$$R_{\max}(k) = \pm 4m, \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad [25]$$

Известно, что $R_h(k)$ стремится к L [4]. Значит, для получения ОНПСС с минимальным уровнем боковых лепестков функции кор-

реляции, как следует из (4), (5), производящий сигнал должен обладать хорошими корреляционными свойствами.

Анализ известных систем двоичных дискретных сигналов показывает [1; 3; 4; 6], что большинство сигналов обладает «неудобной» длиной. Кратность четверке может быть получена только за счет дополнения или усечения сигнала, что, естественно, изменит его корреляционные свойства и приведет к увеличению уровня боковых лепестков ПФАК ПОСС. В этом случае лучшими корреляционными свойствами будут обладать ПОСС, построенные с использованием нелинейных характеристических сигналов [4].

Ниже приводятся результаты исследования свойств ОНПСС. В работе [4] показано, что средняя вероятность ошибки, вероятность ложной тревоги и пропуска сигнала в системе связи зависят от статистических характеристик корреляционных функций сигналов.

Указанными характеристиками ПФАК и ПФВК являются [1]: математическое ожидание боковых выбросов функций корреляции M ; средне-квадратичное отклонение математического ожидания выбросов функции корреляции $\sqrt{D_M}$; дисперсия уровня боковых выбросов D , средне-квадратичное отклонение дисперсий боковых выбросов $\sqrt{D_D}$; среднее значение максимального выброса U_{\max} и средне-квадратичное отклонение максимальных выбросов $\sqrt{D_{U_{\max}}}$.

Таблица 1

Параметры корреляционных функций	Число элементов в сигнале					Усредненные значения	
	12	16	60	108	256		
M	ПФАК	$0,6 \cdot 10^{-1}$	$0,72 \cdot 10^{-1}$	$0,4 \cdot 10^{-1}$	$0,43 \cdot 10^{-1}$	$0,19 \cdot 10^{-1}$	$0,312/\sqrt{L}$
	ПФВК	$0,38 \cdot 10^{-1}$	$0,106 \cdot 10^{-1}$	$0,33 \cdot 10^{-1}$	$0,45 \cdot 10^{-1}$	$0,292 \cdot 10^{-1}$	$0,367/\sqrt{L}$
$\sqrt{D_M}$	ПФАК	$0,26 \cdot 10^{-3}$	$0,36 \cdot 10^{-4}$	$0,11 \cdot 10^{-4}$	$0,15 \cdot 10^{-4}$	$0,441 \cdot 10^{-5}$	$0,94 \cdot 10^{-4}$
	ПФВК	$0,75 \cdot 10^{-4}$	$0,729 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-4}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$0,87 \cdot 10^{-5}$	$0,67 \cdot 10^{-4}$
D	ПФАК	$0,37 \cdot 10^{-1}$	$0,12 \cdot 10^{-1}$	$0,9 \cdot 10^{-2}$	$0,43 \cdot 10^{-2}$	$0,34 \cdot 10^{-2}$	$0,05/\sqrt{L}$
	ПФВК	$0,56 \cdot 10^{-1}$	$0,309 \cdot 10^{-1}$	$0,15 \cdot 10^{-1}$	$0,8 \cdot 10^{-2}$	$0,44 \cdot 10^{-2}$	$0,12/\sqrt{L}$
$\sqrt{D_D}$	ПФАК	$0,44 \cdot 10^{-1}$	$0,289 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-5}$	$0,46 \cdot 10^{-4}$	$0,36 \cdot 10^{-6}$	$0,18 \cdot 10^{-4}$
	ПФВК	$0,4 \cdot 10^{-1}$	$0,54 \cdot 10^{-4}$	$0,64 \cdot 10^{-6}$	$0,34 \cdot 10^{-5}$	$0,12 \cdot 10^{-5}$	$0,33 \cdot 10^{-4}$
U_{\max}	ПФАК	0,235	0,171	$0,9 \cdot 10^{-1}$	$0,55 \cdot 10^{-1}$	$0,472 \cdot 10^{-1}$	$0,684/\sqrt{L}$
	ПФВК	0,38	0,5	0,33	0,2	0,19	$(1 \pm 3)/\sqrt{L}$
$\sqrt{D_{U_{\max}}}$	ПФАК	$0,38 \cdot 10^{-1}$	$0,24 \cdot 10^{-1}$	$0,1 \cdot 10^{-2}$	$0,17 \cdot 10^{-2}$	$0,18 \cdot 10^{-3}$	$0,15 \cdot 10^{-2}$
	ПФВК	$0,21 \cdot 10^{-2}$	$0,24 \cdot 10^{-1}$	$0,18 \cdot 10^{-2}$	$0,21 \cdot 10^{-2}$	$0,113 \cdot 10^{-2}$	$0,15 \cdot 10^{-2}$

Таблица 2

Параметры корреляционных функций		Тип последовательностей			
		ПСС	Полные кодовые кольца	НПКП	Последовательности Голда
$M_{\sqrt{L}}$	ПФАК	0,312	0,433	0,75	0,75
	ПФВК	0,367	0,48	0,73	0,74
$\sqrt{D_{\mu}}$	ПФАК	$0,94 \cdot 10^{-4}$	$0,88 \cdot 10^{-5}$	$0,18 \cdot 10^{-3}$	$0,62 \cdot 10^{-4}$
	ПФВК	$0,67 \cdot 10^{-4}$	$0,89 \cdot 10^{-5}$	$0,14 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-4}$
$D_{\sqrt{L}}$	ПФАК	0,05	0,091	0,078	0,0775
	ПФВК	0,12	0,16	0,089	0,093
$\sqrt{D_D}$	ПФАК	$0,18 \cdot 10^{-4}$	$0,33 \cdot 10^{-5}$	$0,19 \cdot 10^{-3}$	$0,68 \cdot 10^{-4}$
	ПФВК	$0,33 \cdot 10^{-5}$	$0,46 \cdot 10^{-5}$	$0,34 \cdot 10^{-3}$	$0,6 \cdot 10^{-4}$
$U_{\max} \sqrt{L}$	ПФАК	0,684	1,5	2,16	1,52
	ПФВК	(1÷3)	(0,5÷0,75)	2,22	1,52
$\sqrt{D U_{\max}}$	ПФАК	$0,15 \cdot 10^{-2}$	$0,125 \cdot 10^{-1}$	$0,54 \cdot 10^{-1}$	$0,45 \cdot 10^{-1}$
	ПФВК	$0,15 \cdot 10^{-2}$		0,117	$0,23 \cdot 10^{-2}$

Эти характеристики вычислялись с применением методики, изложенной в работе [3]. Результаты исследований статистических характеристик рассматриваемых ОНПСС представлены в табл. 1. В ее последнем столбце приведены усредненные значения характеристик ПФАК и ПФВК ОНПСС.

Средние значения оценок статистических характеристик ПФАК и ПФВК ОНПСС, полных кодовых колец, нелинейных производных кодовых последовательностей (НПКП), последовательностей Голда [3] представлены в табл. 2.

Анализ статистических характеристик показывает, что нормированные значения выбросов ПФАК и ПФВК ОНПСС с числом элементов $L \equiv 0 \pmod{4}$ меньше, чем у ортогональных систем сигналов, построенных на основе полных кодовых колец, НПКП и последовательностей Голда, что позволяет, как следует из работы [4], уменьшить вероятность ошибки или увеличить пропускную способность системы связи.

Таблица 3

L	40	100	256	1032	2088	9000
ОНПСС	$3,8 \cdot 10^3$	$8 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^7$	$1,3 \cdot 10^8$	$5,4 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^9$

Характеристические последовательности	14	38	128	336	672	2400
---------------------------------------	----	----	-----	-----	-----	------

Для построения систем связи с кодовым разделением сигналов наряду с взаимокорреляционными свойствами важное значение имеют и ансамблевые характеристики используемых сигналов. Указанные характеристики ОНПСС зависят от числа способов построения матриц Адамара S_n , а также ансамблевых характеристик производящих сигналов S_w и определяется выражением $S = S_n S_w L$ (10). В табл. 3 даны ансамблевые характеристики ОНПСС и характеристических последовательностей, применяемых в качестве производящих.

Данные табл. 3 свидетельствуют о том, что число ОНПСС значительно превышает количество характеристических последовательностей.

Таким образом, рассмотренные ОНПСС обладают, по сравнению с известными, улучшенными корреляционными свойствами и ансамблевыми характеристиками и могут найти применение в системах связи с кодовым разделением сигналов.

Список литературы: 1. *Шумоподобные сигналы в системе передачи информации*/Под ред. Пестрякова В. Б. М., 1973. 243 с. 2. *Цифровые методы в космической связи*/Под ред. С. М. Голомба. М., 1969. 272 с. 3. *Безъгтюков В. В., Сивов В. А.* Ортогональные сигналы на основе полных кодовых колен и их корреляционные свойства//Радиотехника и электрон. 1982. Т. XXVII, № 9. С. 1773—1778. 4. *Варакин Л. Е.* Теория систем сигналов. М., 1978. 304 с. 5. *Дядюнов Н. Г., Сенин А. И.* Ортогональные и квазиортогональные сигналы. М., 1977. 224 с. 6. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с.

Поступила в редколлегию 02.12.88

УДК 621.317.757

В. А. ПОСОШЕНКО

ДИСКРЕТНЫЙ ФИЛЬТР ЭНЕРГИИ УЗКОПОЛОСНОГО ПРОЦЕССА

Ряд задач локации метеорных следов требуют додетекторного оценивания приведенной энергии E отраженных сигналов на интервале наблюдения $(t_1; t_2)$. Это можно сделать, если осуществить узкополосную фильтрацию входных колебаний $S(t)$, а затем просуммировать квадраты выборочных значений $A^2(n \cdot T_1)$ огибающей $A(t)$ узкополосного процесса $X(t) = A(t) \cdot \cos(2\pi \cdot f_c \cdot t + \theta(t))$, т. е.

$$E = \sum_{n=1}^{N_1} A^2(n \cdot T_1), \quad (1)$$

где T_1 — интервал дискретизации, определяемый полосой Δf узкополосного фильтра, f_c — центральная частота исходного широкополосного процесса $S(t)$; $\theta(t)$ — случайный сдвиг фазы, $N_1 = |(t_2 - t_1)/T_1|$ — количество выборок огибающей $A(t)$.

Такой подход, в отличие от суммирования квадратов выборочных значений $S^2(n \cdot T_2)$ процесса $S(t)$ позволяет значительно сократить объем необходимых вычислений и улучшить соотношение (сигнал-шум) при наличии полезного сигнала на интервале (t_1, t_2) .

Здесь T_2 — интервал дискретизации, определяемый полосой частот исходного процесса $S(t)$, причем $T_2 \ll T_1$.

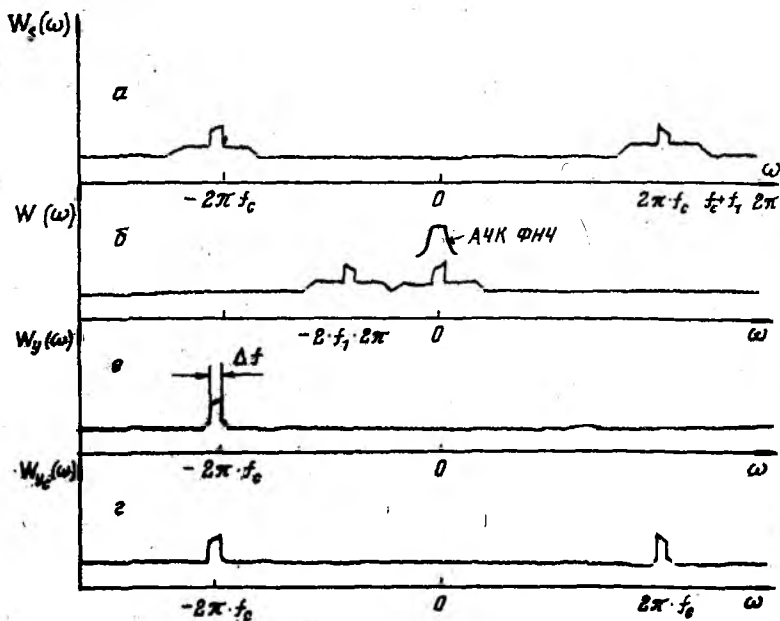
Поэтому можно говорить о задаче фильтрации энергии в узкой полосе частот Δf широкополосного процесса $S(t)$.

Покажем, что использование свойств функций комплексной переменной позволяет совместить дискретные операции узкополосной фильтрации и определения значений квадратов огибающей отфильтрованного сигнала. Проведем дискретизацию с частотой $F_\Delta = 2(f_c + f_1)$ исходного полосового процесса $S(t)$, где f_1 — некоторая добавка к частоте дискретизации, определяемой в соответствии с теоремой отчетов. Соответственно $T_\Delta = 1/F_\Delta$.

Рассмотрим операцию предобработки*, которая заключается в умножении каждой n -й дискреты $S(n \cdot T_\Delta)$ на дискретную комплексную экспоненту $\exp(j \cdot n \cdot 2\pi \cdot f_c \cdot T_\Delta)$,

$$\xi(n \cdot T_\Delta) = S(n \cdot T_\Delta) \cdot \exp(j \cdot n \cdot \omega_c \cdot T_\Delta). \quad (2)$$

На рисунке (позиции а, б) показаны условный спектр $W_s(\omega)$ исходного процесса $S(t)$ и спектр $W_\xi(\omega)$ комплексного сигнала



* Ахмед Н., Узбестер А., Армстронг Б. Об одном классе полосовых и режекторных фильтров Баттерворта//Тр. Ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектронике. 1987, Т. 75. № 44, С. 115—117.

$\xi(n \cdot T_d)$ соответственно. Как видно, основной смысл операции (2) заключается в перемещении спектральных составляющих $S(t)$, близких к $-f_c$, в область нулевых частот. При этом участок исходного спектра $W_s(\omega)$, примыкающий к f_c , перемещается в область частоты $-2 \cdot f_c$.

Подадим последовательность $\xi(n \cdot T_d)$ на фильтр нижних частот (ФНЧ) с частотой среза $f_{cp} = \Delta f / 2$. Тогда на выходе ФНЧ будет сформирована последовательность $g(n \cdot T_d)$, определяемая спектральными составляющими $W_s(\omega)$, взятыми в узкой полосе частот Δf в области частоты $-f_c$. Сигнал $g(n \cdot T_d)$ в общем случае — комплексный за счет несимметричности исходного спектра $W_s(\omega)$ относительно частоты $-f_c$:

$$g(n \cdot T_d) = g_c(n \cdot T_d) + j \cdot g_s(n \cdot T_d). \quad (3)$$

Применим к последовательности $g(n \cdot T_d)$ операцию постобработки*, которая заключается в умножении дискретов $g(n \cdot T_d)$, на комплексную экспоненту $\exp(-j \cdot n \cdot \omega_c \cdot T_d)$:

$$Y(n \cdot T_d) = g(n \cdot T_d) \cdot \exp(-j \cdot n \cdot \omega_c \cdot T_d). \quad (4)$$

Сигнал $Y(n \cdot T_d)$ — комплексный, $Y(n \cdot T_d) = Y_c(n \cdot T_d) + j \cdot Y_s(n \cdot T_d)$, где

$$\begin{aligned} Y_s(n \cdot T_d) &= g_s(n \cdot T_d) \cdot \cos(n \cdot \omega_c \cdot T_d) - g_c(n \cdot T_d) \cdot \sin(n \cdot \omega_c \cdot T_d); \\ Y_c(n \cdot T_d) &= g_c(n \cdot T_d) \cdot \cos(n \cdot \omega_c \cdot T_d) + g_s(n \cdot T_d) \cdot \sin(n \cdot \omega_c \cdot T_d). \end{aligned} \quad (5)$$

В результате операции постобработки отфильтрованный участок спектра $W_s(\omega)$ полосой Δf перемещается из области нулевых частот в область частоты $-f_c$ (рисунок, позиция в). Таким образом, достигается асимметричная узкополосная фильтрация произвольного полосового процесса $S(t)$. Причем реализуется условие $f_c \gg \Delta f$, которое сложно обеспечить средствами аналоговой схемотехники.

Для рассмотренных операций симметричная полосовая фильтрация реализуется простой операцией взятия действительной части от последовательности $Y(n \cdot T_d)$ *, т. е. сигналу $Y_c(n \cdot T_d)$ соответствует спектр, показанный на рисунке, г.

Последовательности $Y_c(n \cdot T_d)$, $Y_s(n \cdot T_d)$ можно рассматривать как выборочные значения сигналов, сопряженных по Гильберту. Следовательно, квадрат огибающей $A^2(n \cdot T_d)$ узкополосного процесса в полосе частот Δf с центральной частотой f_c можно определить так:

$$A^2(n \cdot T_d) = Y_c^2(n \cdot T_d) + Y_s^2(n \cdot T_d). \quad (6)$$

При аппаратурной реализации процедуры отыскания оценок $A^2(n \cdot T_d)$ нет необходимости производить операцию постобработки. Действительно, подставляя в (6) значения для $Y_c(n \cdot T_d)$ и $Y_s(n \cdot T_d)$, взятые из (5), получим

$$A^2(n \cdot T_d) = g_c^2(n \cdot T_d) + g_s^2(n \cdot T_d). \quad (7)$$

Таким образом, фильтрацию энергии произвольного полосового процесса $S(t)$ можно заканчивать на этапе обработки фильтром нижних частот последовательностей

$$\xi_c(n \cdot T_d) = S(n \cdot T_d) \cdot \cos(n \cdot \omega_c \cdot T_d);$$

$$\xi_s(n \cdot T_d) = S(n \cdot T_d) \cdot \sin(n \cdot \omega_c \cdot T_d)$$

и суммирования квадратов выборочных значений сигналов ФНЧ.

Период дискретизации T_1 выходных сигналов ФНЧ определяется полосой Δf . Поэтому $T_1 \gg T_2$. Последнее условие позволяет использовать в качестве ФНЧ либо многосекционный цифровой фильтр, либо аналоговый фильтр высокого порядка, нагруженный на АЦП низкого или среднего быстродействия

Поступила в редколлегию 7.03.89

УДК 621.396 : 621.391

Т. А. СКВОРЦОВ

МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ФЛЮКТУАЦИЙ ФАЗЫ СИГНАЛА, ПРОШЕДШЕГО ТУРБУЛЕНТНУЮ ТРОПОСФЕРУ

Известные работы [1; 2] по измерению случайных полей с использованием теории фильтрации марковских процессов выполнены без достаточного радиофизического обоснования марковской модели полей.

В статье предпринята попытка разработки по возможности корректной марковской модели, вытекающей из физики процессов распространения радиоволн в турбулентной тропосфере [3—5].

Пусть положение источника излучения определяется вектором $\vec{r}_0(t)$, а положение точек наблюдения, находящихся на Земле, — векторами \vec{r}_1, \vec{r}_2 . Тогда фаза радиоволны в точке наблюдения 1 (2) в приближении геометрической оптики

$$\Phi_{1,2} = k \int_0^{|\vec{r}_{1,2} - \vec{r}_0|} \sqrt{\varepsilon(\sigma, t)} d\sigma, \quad (1)$$

где интегрирование производится вдоль луча; $k = \omega/c$; ω — частота излучения с нулевой начальной фазой $\varepsilon(\vec{r}, t) = \langle \varepsilon(\vec{r}) \rangle + \delta \varepsilon(\vec{r}, t)$ — диэлектрическая проницаемость тропосферы, складывающаяся из регулярной $\langle \varepsilon(\vec{r}) \rangle$ и флюктуационной составляющих. Для случая малых флюктуаций примем $\langle \varepsilon(\vec{r}) \rangle \approx 1, \delta \varepsilon(\vec{r}, t) \ll 1$. Тогда можно записать

$$\Phi_{1,2} = \varphi_{1,2}(t) + \psi_{1,2}(t), \quad (2)$$

где $\varphi_{1,2}(t) = k|r_0 - r_{1,2}|$ — регулярная составляющая фазы;

$\psi_{1,2}(t) = \frac{k}{2} \int_{\sigma_{1,2}}^{r_{1,2} - r_0} \varepsilon(\sigma, t) d\sigma$ — флюктуационная составляющая

фазы; $\sigma_{1,2}$ — расстояние от источника до точки входа луча 1(2) в тропосферу.

Создание модели флюктуаций фаз $\Psi_{1,2}(t)$ в виде многомерного нормального марковского процесса предполагает их описание стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ) вида [6]

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = - \sum_{k=1}^N \alpha_{ik} \lambda_k + n_i(t); \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Здесь α_{ik} — постоянные коэффициенты; $n_i(t)$ — нормальные шумы с корреляционными функциями (КФ)

$$\langle n_i(t) n_j(t) \rangle = \beta_{ij} \delta(t_1 - t_2) \quad (4)$$

и нулевыми средними.

Процесс $\vec{\lambda} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ характеризуется коэффициентами сноса

$$\vec{a} = \{a_1, \dots, a_N\}, \quad a_i = - \sum_{k=1}^N \alpha_{ik} \lambda_k \quad (5)$$

и матрицей коэффициентов диффузии

$$\vec{B} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \vec{\beta} \end{vmatrix}, \quad \vec{\beta} = \|\beta_{ij}\|. \quad (6)$$

Вводя матрицу $\vec{A} = \|da_i/d\lambda_j\| = \|\alpha_{ij}\|$ и пользуясь уравнением $\vec{A}\vec{K} + \vec{K}\vec{A}^T - \vec{B} = 0$ (7), находим элементы матрицы дисперсий $\vec{K} = \|k_{ij}\|$ для стационарного состояния, где $k_{ij} = \langle \lambda_i(t) \lambda_j(t) \rangle$.

Решая уравнение $dF/dt = \vec{A}\vec{F}(t_1, t_2)$ (8) при условии $\vec{F}(t_1, t_1) = \vec{I}$, определяем матрицу перехода и матрицу корреляционных функций процесса $\vec{\lambda}$

$$\vec{R}^{\lambda} = \begin{cases} \vec{F}(t_1, t_2) \vec{K}(t_2, t_2), & t_1 \geq t_2; \\ \vec{K}(t_1, t_1) \vec{F}^T(t_2, t_1), & t_1 \leq t_2, \end{cases} \quad (9)$$

элемент которой $R_{ij}^{\lambda}(t_1, t_2) = \langle \lambda_i(t_1) \lambda_j(t_2) \rangle$ (10) в стационарном состоянии зависит только от $\tau = t_1 - t_2$.

Таким образом, разработку марковской модели можно начать с получения элементов матрицы корреляционной функции (КФ) фаз $\Psi_{1,2}(t)$

$$R^{\Psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = \langle \Psi_i(t_1) \Psi_j(t_2) \rangle, \quad (11)$$

а затем перейти к описанию флуктуаций с помощью СДУ (3), используя выражения (3) — (10).

Поскольку коэффициенты сноса и диффузии являются условными средними, характеризующими приращения процесса $\bar{\lambda}$ на бесконечно малых интервалах времени, то изучим изменения фаз на коротком интервале времени τ , считая скорость источника излучения \vec{V} и ветра \vec{U} постоянными во времени и известными величинами.

Введем орт \vec{z}^0 , направленный из центральной точки $\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}$

в среднюю точку траектории $\frac{\vec{r}_0(t_1) + \vec{r}_0(t_2)}{2}$ и цилиндрическую систему координат ρ, z . Тогда, поступая аналогично работе [3], с учетом $\langle \Psi_i \rangle = 0$, для изотропных неоднородностей в приближении геометрической оптики получаем

$$R^{\Psi}(\vec{l}, t_1, t_2) = \langle \Psi_1(t_1) \Psi_2(t_2) \rangle = \pi^2 k^2 \int_{z_{\text{вх}}}^{\vec{z}^0} d\eta \int_0^{\infty} x \Phi_{\varepsilon}(x) J_0[x|\times| \times | \frac{\eta}{z_0} \vec{b} + (1 - \frac{\eta}{z_0}) \vec{b}_0 |] dx, \quad (12)$$

где $\vec{l} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{b} = \vec{l} - \vec{U}_{\perp} \tau$; $\vec{b}_0 = -(\vec{U}_{\perp} - \vec{V}_{\perp}) \tau$; $\tau = t_1 - t_2$; $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{V}_{\perp}, \vec{U}_{\perp}$ — проекции векторов $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{V}, \vec{U}$ соответственно на плоскость, перпендикулярную орту \vec{z}^0 ; $z_{\text{вх}}$ — расстояние от источника излучения до турбулентного слоя; z_0 — расстояние от источника до центральной точки базы l ; $\Phi_{\varepsilon}(x)$ — угловой спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости.

Флуктуации ε характеризуются структурным коэффициентом C_{ε}^2 (см $^{-2/3}$), а также внутренним L_* и внешним L_0 масштабами. Ниже рассмотрен случай антенных систем с большой базой $|l| \gg L_*$, так, что целесообразно использовать кармановский спектр [3]

$$\Phi_{\varepsilon}(x) = \frac{0,033 C_{\varepsilon}^2 L_0^{11/3}}{[(L_0 x_0)^2 + 1]^{11/6}}. \quad (13)$$

Поскольку угловой спектр определяет в конечном счете частотный спектр флуктуаций, а также учитывая, что случайные процессы с рациональным частотным спектром могут быть точно представлены в виде (3), оказывается целесообразным приближение $\frac{11}{6} \approx 2$ в знаменателе выражения (13).

Тогда, пользуясь равенством [7]

$$\int_0^{\infty} \frac{J_{\nu}(bx) x^{\nu+1} dx}{(x^2 + a^2)^{\mu+1}} = \frac{a^{\nu-\mu} b^{\mu}}{2^{\mu} \Gamma(\mu+1)} K_{\nu-\mu}(ab), \quad (14)$$

из (12) получаем

$$R_{\Psi}(\vec{l}, t_1, t_2) = \frac{0,033\pi^2 k^2 C_s^2 L_0^{5/3}}{4} \int_{z_{\text{вх}}}^{z_0} Y(\eta) K_1[Y(\eta)] d\eta;$$

$$Y(\eta) = \left| \frac{\eta}{z_0} \frac{\vec{b}}{L_0} + \left(1 - \frac{\eta}{z_0}\right) \frac{\vec{b}_0}{L_0} \right|. \quad (15)$$

Обозначим толщину слоя $H = z_0 - z_{\text{вх}}$ и рассмотрим случай, когда источник находится далеко за пределами турбулентного слоя.

При этом условии $H \ll z_0$ и $1 - \frac{\eta}{z_0} \ll 1$. Учтем также, что рассматривается изменение фаз на малом интервале времени τ и ограничимся случаем, когда база не превышает внешних размеров неоднородностей $|\vec{l}| < L_0$. Поскольку, кроме того, всегда $\frac{\eta}{z} \ll 1$, то можно заменить цилиндрическую функцию $K_1(Y)$ ее аппроксимацией для малых Y $Y \cdot K_1(Y) \approx 1 - \frac{1}{4} Y^2$ и, вычислив (15) с учетом условия $\frac{H}{z_0} \ll 1$, будем иметь

$$R^{\Psi}(l_1, \tau) \approx \langle \Psi^2 \rangle \{1 - [l_1^2 + \tau_U^2 + \tau_V^2 + 2\tau_U \tau_V \Delta_{UV} + 2l_1 \tau_U \Delta_U + 2l_1 \tau_V \Delta_V]\}, \quad (16)$$

где $\langle \Psi^2 \rangle = 0,033\pi^2 k^2 C_s^2 L_0^{5/3}$. $\frac{H}{4}$ — дисперсия фазы $\Psi(t)$;

$$l_1 = \frac{|\vec{l}|}{2L_0}; \quad \tau_U = c_U \tau; \quad \tau_V = c_V \tau;$$

$$c_U = \frac{U_{\perp}}{2L_0}; \quad c_V = \frac{V_{\perp} H}{2\sqrt{3} L_0 z_0}; \quad \Delta_U = -\cos(\widehat{lU}_{\perp}) = -\frac{\vec{l} \cdot \vec{U}_{\perp}}{|\vec{l}| \cdot |\vec{U}_{\perp}|};$$

$$\Delta_V = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\widehat{lV}_{\perp}); \quad \Delta_{UV} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\widehat{U_{\perp}V_{\perp}}). \quad (17)$$

При $\tau_U = \tau_V = 0$ из (17) записываем пространственную КФ $R^{\Psi}(l_1, 0) = \langle \Psi^2 \rangle (1 - l_1^2)$, которая с точностью до приближения

$^{5/3} \approx 2$ соответствует колмогоровской модели [5].

Перейдем для большей ясности к рассмотрению частных случаев. В первом случае (при большой поперечной скорости источника (V_{\perp})) можно пренебречь ветровым сносом неоднородностей за время фильтрации, полагая $c_U \ll c_V$. Во втором (при неподвиж-

ном или малоподвижном источнике излучения) можно положить $c_U \ll c_V$. Формально в обоих случаях выражение (16) приводится к виду

$$R^\Psi(l_1, \tau_1) \approx \langle \Psi^2 \rangle (1 - [l_1^2 + \tau_1^2 + 2l_1\tau_1\Delta]), \quad (18)$$

где $\tau_1 = c\tau$, $c = \begin{cases} c_U \\ c_V \end{cases}$.

При $l_1 = 0$ из (18) получим диагональные элементы матрицы \bar{R}^Ψ

$$R^\Psi(0, \tau) = \langle \Psi^2 \rangle (1 - \tau^2). \quad (19)$$

Выражения (18), (19) становятся все более неточными при приближении к границам области, определяемой выражением $l_1^2 + \tau_1^2 + 2l_1\tau_1\Delta = 1$, так как интеграл (16) вычислен приближенно.

Для описания пространственно-временной корреляционной функции (ПВКФ) возле границы области и за ее пределами перейдем к КФ вида

$$R^\Psi(l_1\tau_1) = \langle \Psi^2 \rangle f_1(l'_1) f_2(l_1, \tau_1); \quad (20)$$

$$f_1(l'_1) = \frac{1}{p - 2/p} [p \exp(-\frac{2}{p} l'_1) - \frac{2}{p} \exp(-p l'_1)]; \quad (21)$$

$$f_2(l_1, \tau_1) = \frac{1}{m - 2/m} \left[m \exp(-\frac{2}{m} |\tau'_1|) - \frac{2}{m} \exp(-m |\tau'_1|) \right]; \quad (22)$$

$$\tau'_1 = \tau_1 + T; \quad l'_1 = l_1 \sqrt{1 - \Delta^2}; \quad T = l_1 \Delta. \quad (23)$$

Такая КФ обладает следующими свойствами:

- 1) приближается к (18) при малых l_1, τ_1 ;
 - 2) хорошо аппроксимирует используемые в литературе КФ для немалых l_1, τ_1 при соответствующем подборе p и m ;
 - 3) может быть задана марковским процессом второго порядка.
- Первое свойство легко выявляется, если разложить экспоненты в (20) в ряд Тейлора с учетом членов до второго порядка малости включительно.

Второе свойство можно проиллюстрировать графически.

Например, при $p = 1,5$ функция (21) в масштабе $x = \frac{l^{1/2}}{2}$ практически совпадает с «кармановской» КФ в масштабе τ/τ_0 [5]. При $p \gg 1$ ($m \gg 1$) КФ приближается к экспоненциальной.

Рассмотрим третье свойство. Введем процесс $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \xi_1, \xi_2\}$, описываемый матрицами

$$\bar{A} = \begin{vmatrix} \bar{\alpha} & -\bar{I} \\ 0 & \bar{\gamma} \end{vmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{\beta} \end{vmatrix}; \quad \bar{\beta} = \begin{vmatrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \beta_2 & \beta_1 \end{vmatrix}; \quad (24)$$

$$\bar{\alpha} = \text{diag}\{\alpha, \alpha\}; \quad \bar{\gamma} = \text{diag}\{\gamma, \gamma\}; \quad \bar{I} = \text{diag}\{1, 1\},$$

т. е. СДУ вида

$$\frac{d\lambda_1}{dt} + \alpha\lambda_1(t) = \xi_1(t); \quad \frac{d\xi_1}{dt} + \gamma\xi_1(t) = n_{\xi_1}(t); \quad (25)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} + \alpha\lambda_2(t) = \xi_2(t); \quad \frac{d\xi_2}{dt} + \gamma\xi_2(t) = n_{\xi_2}(t).$$

Из (6) — (10) найдем

$$R_{11}^\lambda = R_{22}^\lambda = \frac{\beta_1}{2\alpha\gamma(\alpha^2 - \gamma^2)} \{ \alpha \exp(-\gamma|\tau|) - \gamma \exp(-\alpha|\tau|) \}, \quad (26)$$

$$R_{12}^\lambda = cR_{11}^\lambda. \quad (27)$$

Положим

$$\gamma = \frac{2}{m}c, \quad \alpha = mc, \quad \beta_1 = 4\langle \Psi^2 \rangle c^3 \left(m + \frac{2}{m} \right), \quad \beta_2 = \beta_1 f_1(l_1) \quad (28)$$

и запишем (20) для случая $\Delta=0$ с подстановкой $\tau_1 = c\tau$:

Сравнив (20) с (26), (27), увидим, что

$$R_{11}^\lambda(\tau) = R^\Psi(0, \tau); \quad R_{12}^\lambda(\tau) = R^\Psi(l_1, \tau),$$

т. е. матрица КФ компонент $\lambda_1(t)$, $\lambda_2(t)$ совпадает с матрицей КФ процесса $\bar{\Psi}(t) = \{\Psi_1(t), \Psi_2(t)\}$. При этом ($\Delta=0$) функция $f_2(l_1, \tau_1)$ не зависит от l_1 и ПВКФ (20) факторизуется, что означает разделение на пространственный и временной сомножители.

Перейдем к случаю $\Delta \neq 0$. Для этого рассмотрим процесс

$$\lambda_2'(t) = \lambda_2 \left(t + \frac{T}{c} \right). \quad (29)$$

Поскольку процесс $\lambda(t)$ стационарный, то диагональные элементы матрицы КФ R_{ij}^λ при сдвиге процесса $\lambda_2(t)$ во времени не изменяются, а взаимная КФ процессов

$$R_{12}'(\tau) = R_{12}^\lambda \left(\tau + \frac{T}{c} \right). \quad (30)$$

Если при $\Delta \neq 0$ заменить l_1 на l_1' в пространственном сомножителе $f_1(\cdot)$, то с учетом (28) (30) совпадает с (20).

Таким образом, процесс

$$\bar{\lambda}(t) = \left\{ \lambda_1(t), \lambda_2 \left(t + \frac{T}{c} \right) \right\}, \quad (31)$$

описываемый выражениями (24), (25), (28) с учетом (17), (23), статистически описывает флюктуации фазы так, что

$$\Psi_1(t) = \lambda_1(t), \quad \Psi_2(t) = \lambda_2 \left(t + \frac{T}{c} \right).$$

Однако ПВКФ (20) в общем случае не факторизуется, а процесс (31) при $\Delta \neq 0$ не является марковским, так как будущее значение компоненты λ_2 зависит от прошлого значения компоненты λ_1 (или наоборот), что противоречит определению [6].

Список литературы: 1. Шмелев А. Б. Нелинейная пространственно-временная оценка фазовых флуктуаций, вызванных распространением волны в случайно-неоднородной среде//Радиотехника и электрон. 1980. Т. 25, № 4, С. 717—722. 2. Маслов А. Ф., Нестеров К. П. Квазиоптимальный алгоритм измерения амплитуд и фаз сигналов на выходах элементов приемной антенной решетки, работающей в неоднородной среде//Радиотехника и электрон. 1983. Т. 28. Вып. 3. С. 491—500. 3. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. М., 1983. 224 с. 4. Арманд Н. А., Кибардина И. Н., Ломакин А. Н. Влияние высотного профиля на спектр флуктуаций разности фаз при излучении радиоволн движущимся источником//Радиотехника и электрон. 1980. Т. 25. Вып. 8. С. 1767—1770. 5. Татарский В. Н. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., 1967. 548 с. 6. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М., 1977. 206 с. 7. Градштейн И. М., Рыжик И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. 1962. 180 с.

Поступила в редколлегию 24.01.89

УДК 621.391

П. А. БРАНДИС, канд. техн. наук, В. Н. ПЕХОТА, А. Л. КУЛИКОВ

ПОСТРОЕНИЕ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В РЕАЛЬНОМ МАСШТАБЕ ВРЕМЕНИ

Все более широкое использование цифровых фильтров для обработки сигналов в реальном масштабе времени предъявляет высокие и постоянно возрастающие требования к быстродействию этих устройств. Параллелизм и конвейеризация — два основных структурных метода, применяемых для повышения быстродействия.

Высокое быстродействие при параллельной обработке достигается за счет одновременного выполнения независимых операций задачи; при конвейерной обработке — в результате совмещения процессов реализации нескольких задач или их частей во времени [1; 2].

Однако цифровые фильтры, разработанные с учетом этих основных структурных методов, далеко не всегда удовлетворяют жестким требованиям к устройствам цифровой обработки сигналов в реальном масштабе времени.

Для дальнейшего повышения быстродействия в цифровых фильтрах необходимо наряду с этими методами использовать кодово-матричный метод, сущность которого заключается в следующем [3]. Исходные данные, промежуточные и окончательные результаты представляются в виде двумерных конструкций — кодовых матриц, а операции над числами интерпретируются соответствующими операциями над кодовыми матрицами. Повышение бы-

стродействия устройств цифровой обработки достигается при этом за счет уменьшения времени выполнения операций. Для доказательства преимуществ кодово-матричного метода рассмотрим одну из наиболее сложных операций — операцию умножения. Как известно, в наиболее быстродействующих — матричных умножителях операция умножения выполняется в два этапа: сначала формируется матрица частичных произведений, затем матрица последовательно преобразуется за несколько шагов в однорядный код результата. Как правило, преобразование матриц частичных произведений выполняется с помощью трехвходовых одноразрядных сумматоров.

Рассмотрим процесс преобразования матрицы частичных произведений при разрядности сомножителей, равной восьми (рис. 1), где точками обозначены двоичные цифры, сверху проставлены номера разрядов, а рамками обведены числа, подаваемые на вход одного трехвходового одноразрядного сумматора. Матрица частичных произведений за 4 такта преобразуется в двухрядный код. Для преобразования матрицы частичных произведений до однорядного кода в нашем примере необходимо 15 тактов преобразования.

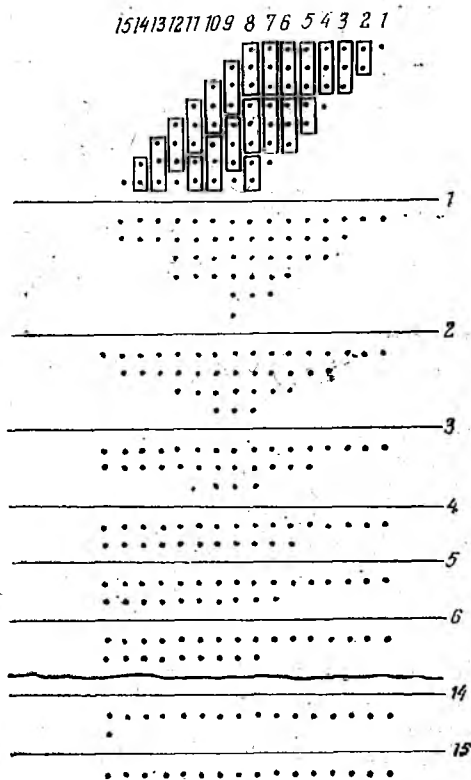


Рис. 1

Таким образом, при переходе к двухрядному коду представления результата возможно сократить время выполнения операций в 3,75 раза. Отметим, что в принципе результат операции можно получить за время, равное времени срабатывания логического элемента T_0 , если представить результат непосредственно в виде матрицы частичных произведений, но дальнейшие вычисления с использованием матриц частичных произведений связаны в первую очередь с резким ростом объема оборудования, поэтому оптимальным является использование двухрядных кодов. При реализации цифровых фильтров, где, как правило, необходимо производить большое количество промежуточных умножений и сложений, использование кодово-матричного метода позволяет значитель-

БИБЛИОТЕКА
ХИРЭ
Инд. № 717952

Но повысить быстродействие устройств и тем самым расширить область применения цифровых фильтров.

По аналогии с операцией умножения операцию группового суммирования можно выполнять в следующей последовательности. Сначала формируется кодовая матрица путем поразрядного подпи-

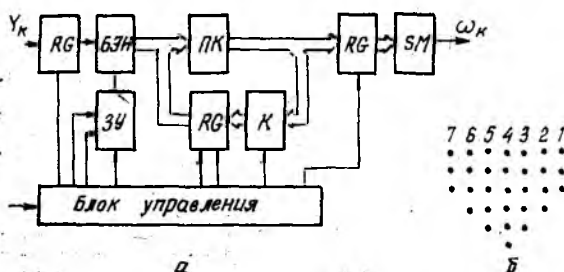


Рис. 2

сывания слагаемых друг под другом, затем полученная матрица последовательно преобразуется до двух- или однорядного кода результата.

В качестве первого примера применения кодово-матричного метода обработки рассмотрим цифровой нерекурсивный фильтр [4], структура которого изображена на рис. 2, а. Этот фильтр реализует последовательный алгоритм фильтрации

$$W_k = \sum_{n=0}^{N-1} A_n \times Y_{k-n},$$

где Y — дискрета входного сигнала; W_k — дискрета выходного сигнала; A_n — коэффициент фильтра; N — порядок фильтра.

Символом К на рис 2, а обозначен коммутатор. Блок элементов БЭИ обеспечивает формирование матрицы частичных произведений вида рис. 1, а, которая совместно с двухрядным кодом с блока регистров сдвига поступает на входную шину преобразователя кода ПК, образуя многорядный код — кодовую матрицу. Ее вид при разрядности данных $M=4$ приведен на рис. 2, б. В блоке преобразования кода осуществляется преобразование многорядного кода в двухрядный с помощью трехходовых одно-разрядных сумматоров рассмотренным ранее способом.

Возможности цифровых устройств по обработке сигналов в реальном масштабе времени определяются минимально возможным временным интервалом между входными дискретными сигналами, при котором устройство еще будет успевать их обрабатывать. Примем за оценку быстродействия структуры величину этого интервала, считая за единицу время срабатывания логического элемента — $T_э$.

В таблице приведены оценки быстродействия цифрового фильтра при представлении результатов двухрядным (ТОжмм) и одно-

рядным (ТО) кодами. Как видно из сравнения этих данных, применение в структуре цифрового фильтра кодово-матричного метода позволяет повысить быстродействие в 2, 4 — 7, 2 раза.

Более высоким быстродействием обладает цифровой нерекурсивный фильтр [4], изображенный на рис. 3, а. Параллелизм в этой структуре достигается за счет одновременного выполнения операций умножения $Y_k \times A_n$; кодово-матричный метод реализуется за счет представления результатов фильтрации на выходе преобразователя кода двухрядным кодом (сумматор используется при необходимости выдачи результатов вовне в виде однорядных кодов). Результаты перемножения дискретов сигнала, поступающих на первые и вторые входы блоков элементов И, и импульсной характеристики в виде многорядного кода (матриц частичных произведений) поступают на преобразователь кода. Символом УП на рис. 3, а обозначен узел преобразования кода дискреты.

На рис. 3, б показан вид многорядного кода на входе преобразователя кода при количестве дискрет в импульсной характеристике $N=5$ и разрядности данных $M=4$.

Параметр	Разрядность данных			
	4	8	16	32
ТО кмм	50	70	80	100
ТО	120	215	390	725
Т1 кмм	12	16	20	22
Т1	37	62	100	172

В таблице приведены оценки быстродействия цифрового фильтра при представлении результатов двухрядным (Т1 кмм) и однорядным (Т1) кодами, из сравнения которых следует, что применение в структуре цифрового фильтра кодово-матричного метода позволяет повысить быстродействие в 3—7, 8 раза. Выигрыш того

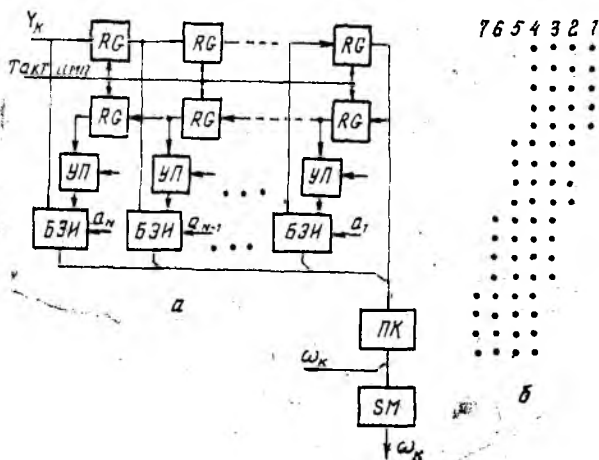


Рис. 3

же порядка можно ожидать при использовании кодово-матричного метода в рекурсивных цифровых фильтрах.

Таким образом, построение цифровых фильтров для обработки в реальном масштабе времени сигналов с высокой частотой дискретизации возможно при комплексном применении наряду с известными методами ускорения вычислительного процесса и кодово-матричного метода. Практическая реализация структуры цифрового фильтра, использующего кодово-матричный метод, наиболее эффективна при использовании СБИС.

Список литературы: 1. Хокни Р., Джессхоуп К. Параллельные ЭВМ. Архитектура, программирование и алгоритмы: Пер. с англ. М., 1986. 392 с. 2. Кожги П. М. Архитектура конвейерных ЭВМ: Пер. с англ. М., 1985. 360 с. 3. Поляков Г. А., Умрихин Ю. Д. Автоматизация проектирования сложных цифровых систем коммутации и управления. М., 1988. 304 с. 4. А. с. 1390782 СССР, МКИ⁴ Н03 Н17/02. Цифровой фильтр/Г. А. Поляков, П. А. Брандис, А. Л. Куликов, В. Н. Пехота//Открытия. Изобретения. 1988. № 15. С. 82.

Поступила в редколлегию 30.01.89

УДК 621.391.82

И. И. СНЫТКИН, канд. техн. наук

АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОДОВЫХ СЛОВАРЕЙ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕКУРРЕНТНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, СУЩЕСТВУЮЩИХ В РАСШИРЕННЫХ ПОЛЯХ ГАЛУА $GF(p^n)$

В работах [1—4], связанных с теорией и практикой ШПС, рассматриваются вопросы формирования и выбора оптимальных по корреляционным свойствам кодовых рекуррентных последовательностей (КРП), не генерируемых регистрами сдвига с линейными обратными связями и называемых нелинейными рекуррентными последовательностями (НЛРП). В работе [1] представлен весьма ограниченный класс НЛРП в виде полных кодовых колец, существующих в полях $GF(2^n)$ и обладающих тем самым рядом недостатков, не позволяющих их широко использовать, особенно в специальных системах [4]. Среди НЛРП особое место, занимает класс НЛРП в виде характеристических кодов, существующих в расширенных полях $GF(p^n)$, где простое число $p > 2$, для четных длительностей $L = p^n - 1 = 4 \cdot t, 4 \cdot t + 2; t = 1, 2, 3 \dots$ [2]. Данные НЛРП помимо оптимальных корреляционных свойств обладают свойствами симметрии числа 1 и -1 , большой мощностью кодирования и потенциально не раскрываемой (не восстанавливаемой) внутренней структурой, что имеет неограниченное значение для специальных систем с ШПС [4]. В работе [3] освещаются вопросы формирования НЛРП в виде характеристических кодов, однако существующих лишь в простых полях $GF(p)$ и для $L \leq 136$. В работе [2] исследуется метод «ручного» формирования НЛРП в рас-

ширенных полях $GF(p^n)$ ограниченного числа и с максимально формируемой длительностью $L=124$ в $GF(5^3)$. Однако данный метод неэффективен и практически не алгоритмизируем, так как основан на построении и использовании сопровождающих матриц громоздких таблиц сложения элементов полей $GF(p^n)$, их индексов, что требует огромных временных затрат при ручной работе [2] и делает невозможным формирование таких НЛРП с $L > 100$.

Формирование больших по объему систем НЛРП больших ($L > 1000$) и сверхбольших ($L > 10000$) длительностей является весьма актуальной задачей в теории и практике систем с ШС [1; 2; 4].

Правило построения НЛРП в расширенных полях $GF(p^n)$. В соответствии с работой [2] правило построения данных НЛРП имеет вид

$$GF(p^n) = \{a_i; \theta^i \pmod{df(x), p}\}; \quad L = p^n - 1 = 4 \cdot t, \quad 4 \cdot t + 2;$$

$$t = 0, 1, 2, \dots;$$

$$\begin{cases} V = \{V_i; i = 0, 1, \dots, p^n - 2\}; \\ V_i = \psi(\theta^i + 1), \quad \theta^i + 1 \not\equiv 0 \pmod{df(x), p}; \\ V_i = \pm 1, \quad \theta^i + 1 \equiv 0 \pmod{df(x), p}, \end{cases} \quad (1)$$

где θ — первообразный элемент поля $GF(p^n)$, $f(x)$ — первообразный неприводимый над $GF(p)$ полином степени n , a_i — i -й элемент поля, $\psi(\cdot)$ — двузначный характер мультипликативной группы [2]:

$$\psi(a) = \exp(j\pi u) = \begin{cases} 1, & u \equiv 0 \pmod{2}; \\ -1, & u \equiv 1 \pmod{2}, \end{cases} \quad (2)$$

где u — индекс элемента a при выполнении условия

$$a \equiv \theta^u \pmod{df(x), p}. \quad (3)$$

Как видно из правила (1) и соотношений (2), (3), основные трудности при формировании таких НЛРП заключаются в вычислении элементов a_i , индексов, характеров и в определении соответствий между ними согласно (1).

Ниже на основе установленных автором и приводимых систематических комбинационно-логических соотношений в теории расширенных полей $GF(p^n)$ исследуются эффективные программные методы и алгоритмы, положенные в основу программного обеспечения ЦВМ, микроЭВМ и микропроцессоров при формировании в реальном масштабе времени систем НЛРП, существующих в расширенных полях Галуа $GF(p^n)$ при простом числе $p > 2$.

Новые соотношения в теории расширенных полей $GF(p^n)$. Соотношения приводятся без доказательства вследствие их громоздкости, в их объективности можно удостовериться с использованием примера построения НЛРП в поле $GF(3^2)$, помещенного в табл. 1.

Таблица 1

i	x^{i-1}	$F_{k,i}(x) \equiv x^{i-1} \pmod{df(x), p}$	V_i	i	x^{i-1}	$F_{k,i}(x) \equiv x^{i-1} \pmod{df(x), p}$	V_i
1	x^0	1	15	x^4	2	1	
2	x^1	x	16	x^5	$2 \cdot x$	-1	
3	x^2	$x + 1$	-17	x^6	$2 \cdot x + 2$	-1	
4	x^3	$2 \cdot x + 1$	18	x^7	$x + 2$	-1	

Лемма 1. *Расширенное поле $GF(p^n)$ представляет собой множество, состоящее из всевозможных элементов-многочленов (полиномов) степени k*

$$F_k(x) = \alpha_k \cdot x^k + \alpha_{k-1} \cdot x^{k-1} + \dots + \alpha_1 \cdot x + \alpha_0, \quad (4)$$

определяемых всевозможными обращениями как порядок следования, так и самих значений коэффициентов α_i , принимающих всевозможные значения элементов простого поля $GF(p) = \{0, 1, \dots, p-1\}$, при этом $k=0, 1, \dots, n-1$, а $\alpha_k \neq 0$ при $k \neq 0$.

Следствие. *Для определения множества элементов расширенного поля $GF(p^n)$ достаточно в многочлене $F_k(x)$ (4) фиксировать значение $k=0, 1, 2, \dots, n-1$, а коэффициентам α_i придавать всевозможные размещения по $(k+1)$ элементов из множества $GF(p)$. При этом многочлены $F_k(x)$ будут представлять собой вычеты поля $GF(p^n)$, число таких многочленов равно порядку p^n . Следовательно, для определения множества элементов поля $GF(p^n)$ не требуется знания первообразного неприводимого над $GF(p)$ полинома степени n .*

Лемма 2. *Произвольному элементу-полиному $F_{k,i}(x)$ вида (4), где i — его номер, поля $GF(p^n)$ однозначно соответствует степень x^{i-n} , удовлетворяющая сравнению $x^{i-1} \equiv F_{k,i}(x) \times \times \pmod{df(x), p}$, если $f(x)$ — первообразный неприводимый над $GF(p)$ полином степени n , а $i=1, \dots, p^n-1$ и является номером элемента-полинома $F_{k,i}(x)$.*

Лемма 3. *С точностью до изоморфизма индексом $\text{Ind}(F_{k,i}(x))$ элемента-полинома $F_{k,i}(x)$ расширенного поля $GF(p^n)$ является число $(i-1)$, если i является номером элемента $F_{k,i}(x)$ и принимает значения $1, 2, \dots, p^n-1$ так, что справедливо сравнение*

$$x^{i-1} \equiv F_{k,i}(x) \pmod{df(x), p}. \quad (5)$$

Леммы 1—3 имеют важное значение для алгоритмизации процедуры формирования НЛРП в $GF(p^n)$, основывающихся на формулируемых ниже теоремах.

Теорема 1. *Если i является номером позиции элемента-полинома $F_{k,i}(x)$ расширенного поля $GF(p^n)$ и принимает рекуррентно значения $i=1, 2, \dots, p^n-1$, а $f(x)$ — первообразный неприводимый над $GF(p)$ полином степени n , то с точностью до изоморфизма*

элементы-полиномы $F_{k,i}(x)$, их индексы $\text{Ind } F_{k,i}(x)$ и номера позиций связаны рекуррентным соотношением

$$F_{k,i=\text{Ind } F_{k,i}(x)+1}(x) \equiv (F_{k,i-1=\text{Ind } F_{k,i-1}(x)+1}(x)) x \pmod{df(x), p}. \quad (6)$$

Теорема 2. Если элемент-полином $F_{k,i}(x)$ расширенного поля $GF(p^n)$ представить в виде

$$F_{k,i}(x) = \alpha_{k,i-1} \cdot x^k + \alpha_{k-1,i-1} \cdot x^{k-1} + \dots + \alpha_{1,i-1} \cdot x^1 + \alpha_{0,i-1}, \quad (7)$$

где $k=0, 1, 2, \dots, n-1$, $\alpha_k \neq 0$ при $k \neq 0$, $\alpha = \pm \{0, 1, \dots, p-1\}$, а первообразный неприводимый над $GF(p)$ полином степени n записать как

$$f(x) = x^n + \beta_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + \beta_1 \cdot x^1 + \beta_0,$$

где $\beta = \pm \{0, 1, \dots, p-1\}$, тогда

а) если в (7) $\alpha_{k,i-1} = 0$, или $\alpha_{k,i-1} = \alpha_{k-1,i-1} = 0$, или $\alpha_{k,i-1} = \alpha_{k-1,i-1} = \alpha_{k-2,i-1} = 0$, или ..., или $\alpha_{k,i-1} = \dots = \alpha_{1,i-1} = 0$, то последующий элемент $F_i(x)$ поля $GF(p^n)$ есть соответственно

$$F_i(x) = F_{k,i}(x) = \alpha_{k-1,i-1} \cdot x^k + \alpha_{k-2,i-1} x^{k-1} + \dots + \alpha_{0,i-1} \cdot x^1,$$

или

$$F_i(x) = F_{k-1,i}(x) = \alpha_{k-2,i-1} \cdot x^{k-1} + \alpha_{k-3,i-1} \cdot x^{k-2} + \dots + \alpha_{0,i-1} \cdot x^1, \dots$$

или, ..., или $F_i(x) = F_{1,i}(x) = \alpha_{0,i-1} x^1$;

б) если в (7) $\alpha_{k,i-1} = 0$, то последующий элемент $F_i(x)$ равен

$$F_i(x) = F_{k,i}(x) \equiv (F_{k,i-1}(x) - \alpha_{k,i-1} \cdot f(x)) \pmod{p}. \quad (8)$$

Теорема 3. В расширенном поле $GF(p^n)$ всегда могут быть найдены два элемента-полинома вида (4), удовлетворяющие условию

$$F_{k,i=\text{Ind } F_{k,i}+1}(x) \equiv (F_{k,j=\text{Ind } F_{k,j}+1}(x) + 1) \pmod{p},$$

если $i \neq j$, i, j принимают значения $0, 1, \dots, p^n-1$ и являются номерами позиций соответствующих элементов-полиномов $F_{k,i}(x)$, $F_{k,j}(x)$ расширенного поля $GF(p^n)$.

С помощью методов, определяемых теоремами 1—3, можно легко, даже вручную, с точностью, до изоморфизма вычислять последовательности элементов расширенного поля и соответствующие им индексы. Действительно, при использовании теорем 1—3 этот процесс сводится к проведению арифметических операций с коэффициентами первообразного неприводимого полинома $f(x)$. Первыми n элементами этой последовательности будут элементы $0, 1, x, x^2, \dots, x^{n-1}$, а остальные элементы вычисляются с использованием коэффициентов предыдущего элемента, начиная с x^{n-1} , и полинома $f(x)$. Данные методы легко алгоритмируются и эффективно осуществляются при синтезе НЛРП в расширенных полях $GF(p^n)$. Так, при применении теорем 1—3 формирование

данных НЛРП сводится к последовательности операций, определяемой следующим утверждением.

Утверждение 1. Пусть $I [1 : L]$ — массив индексов элементов-полиномов $F_{k,i}(x)$ поля $GF(p^n)$, а $a_0, a_1, \dots, a_{n-1} [1 : L]$ — массивы коэффициентов при соответствующих степенях x^0, x^1, \dots, x^{n-1} элементов-полиномов $F_{k,i}(x)$. Тогда НЛРП в расширенном поле $GF(p^n)$ по правилу (1) можно сформировать следующим образом:

а) из массива $I [1 : L]$ формировать массивы номеров-индексов элементов поля, имеющих равные коэффициенты a_{n-1} , таких массивов будет $p : a_{n-1,0}; a_{n-1,1}; a_{n-1,2}; \dots, a_{n-1,p-1} [1 : L/p]$;

б) для каждого массива $a_{n-1,i} [1 : L/p]$ формировать массивы номеров-индексов элементов поля, имеющих равные коэффициенты a_{n-2} , таких массивов будет $p : a_{n-2,1,0}; a_{n-2,1,1}; \dots; [1 : L/p^2]$ и т. д.;

в) для каждого массива $a_{2,n-(n-3), \dots, i}$ формировать массивы номеров-индексов элементов поля, имеющих равные коэффициенты a_1 , таких массивов будет $p : a_{1,n-(n-2), \dots, 0}; a_{1,n-(n-2), \dots, 1}, \dots; a_{1,n-(n-2), \dots, p-1} [1 : L/p^{n-1}]$;

г) для каждого номера-индекса элемента поля из массива $a_1, \dots, i [1 : L/p^{n-1}]$ ставить в соответствие номер-индекс другого элемента поля из того же массива так, чтобы коэффициент a_0 последнего превышал на единицу коэффициент a_0 первого элемента; тем самым формируется массив $I^* [1 : L]$;

д) анализируя массив $I^* [1 : L]$ на четность согласно (2), формируется НЛРП.

В табл. 1 с фактическими данными на простом примере поля $GF(3^2)$, для которого первообразный неприводимый над $GF(3)$ полином $f(x) = x^2 - x - 1$, можно проследить справедливость выше приведенных лемм, теорем, утверждения и построение НЛРП с $L = 3^2 - 1 = 8$.

Формирование кодовых словарей НЛРП фиксированной L связан, как известно [2], с авто- и изоморфными преобразованиями соответствующих разностных множеств $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, где a_i — номер позиций НЛРП с символами 1, вида

$$A_t \equiv t \cdot A \pmod{L} \equiv \{t \cdot a_1, t \cdot a_2, \dots, t \cdot a_k\} \pmod{L},$$

где $t \in T$, содержащее $\varphi(L)$ чисел взаимно простых с L , $\varphi(L)$ — функция Эйлера. В работе [2] метод формирования множества T — сложный и громоздкий. В соответствии с ниже приводимым утверждением этот процесс значительно упрощается.

Утверждение 2. Испытывая число L на делимость на множество чисел $\{2, 3, \dots, L/2\}$, определяется множество простых сомножителей $\{l_i\} : L = l_1^{a_1} \cdot l_2^{a_2} \dots l_i^{a_i}$. Затем из множества чисел $\{1, 2, 2, \dots, L-1\}$ выбрасываются числа, делящиеся на l_1, l_2, \dots, l_i методом «решета Эратосфена» [5]. Тем самым формируется множество чисел T . Затем испытывая сумму каждых двух любых чисел множества T на выполнение условия $t_i + t_k \equiv 0 \pmod{L}$, $i \neq k$, отыскиваются наименьшие числа, подчиняющиеся данному усло-

вию. Тем самым формируется множество неинверсно-изоморфных коэффициентов $T_{и}$. Используя $t \in T_{и}$, можно получать неинверсно-изоморфные множества A_i , несущие в себе изменения тонкой внутренней структуры соответствующих им НЛРП. Вычисление автоморфных и инверсно-изоморфных разностных множеств A_i не

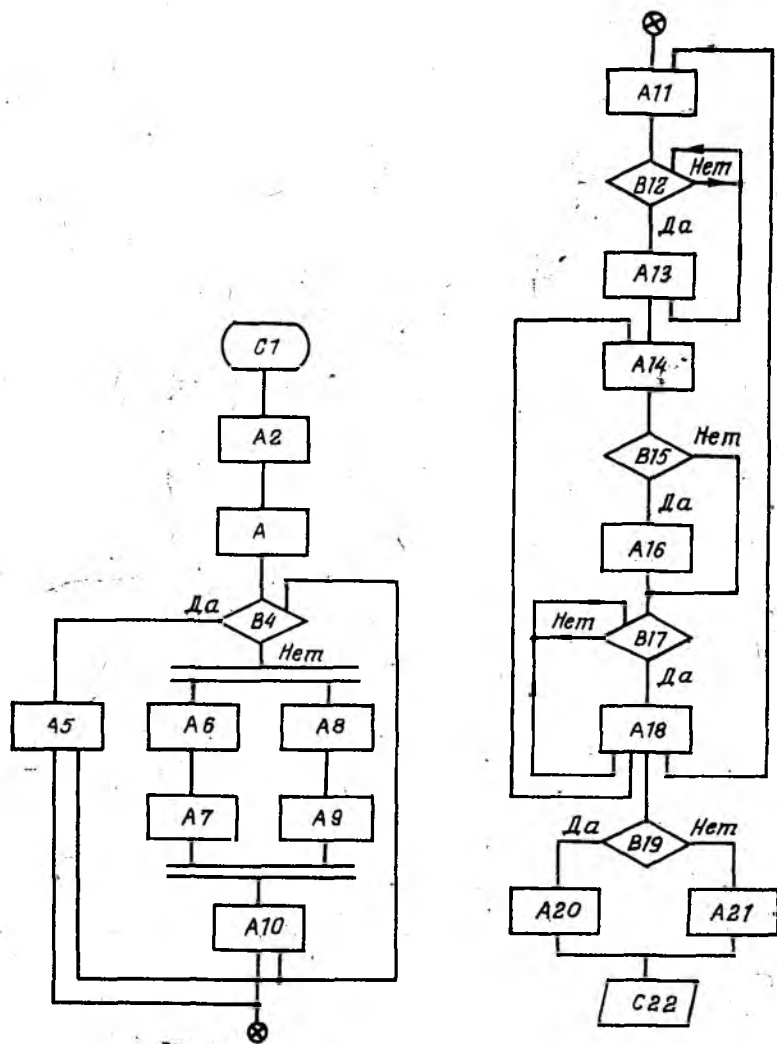


Рис. 1

имеет смысла, потому что, как показано в работе [2], автоморфным A_i соответствуют циклические сдвиги символов НЛРП, а инверсно-изоморфным A_i — зеркальные отображения с циклическим сдвигом символов НЛРП,

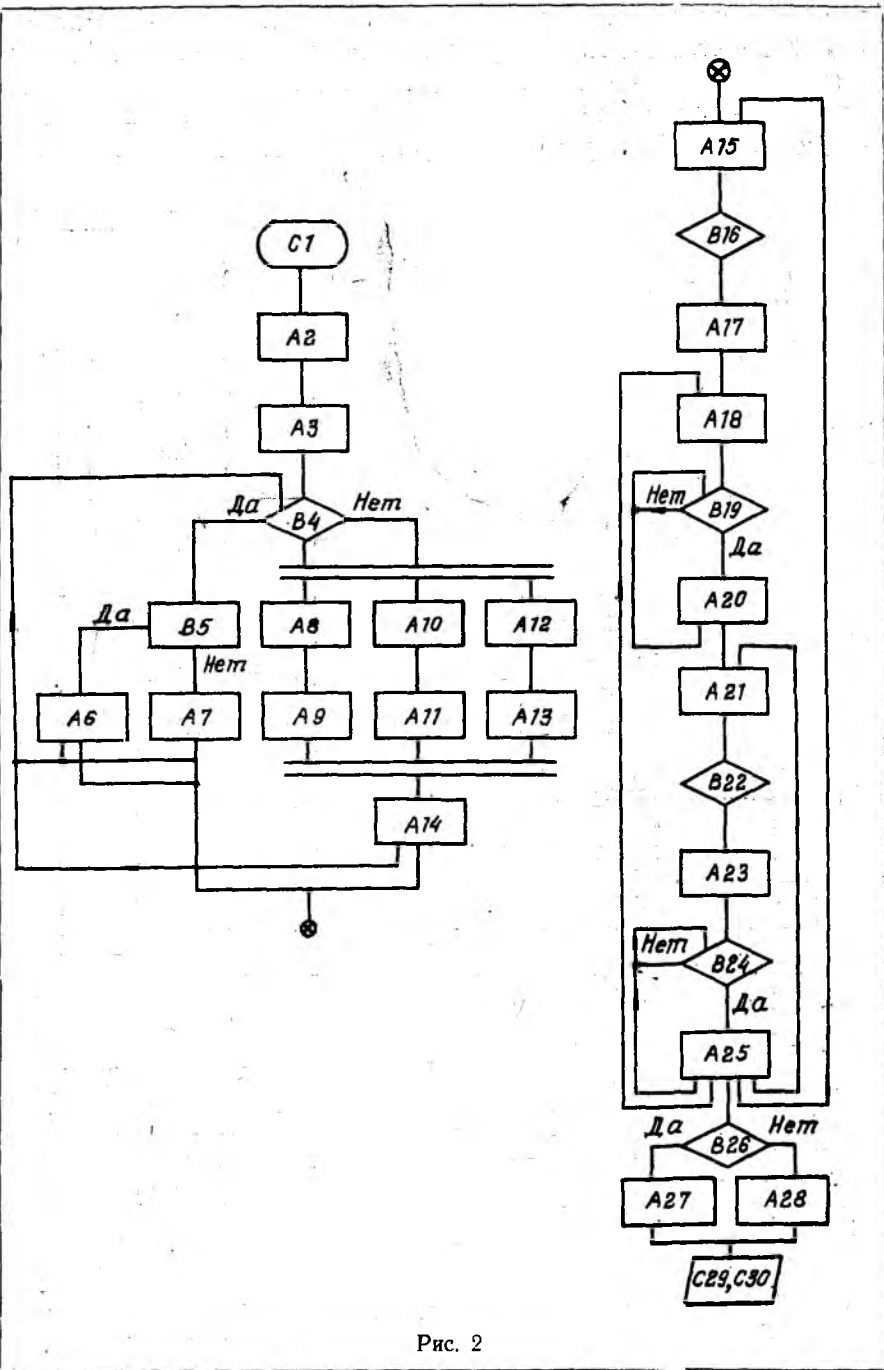


Рис. 2

Алгоритм РП1 формирования НЛРП в $GF(p^2)$, $f(x)=x^2+A \cdot x+B$

C1	Начало программы процедуры.
A2	Описание заглавия процедуры, ее формальных параметров РП1 (L, p, A, B, V), описание параметров тела процедуры с размерностью массивов $V, A, B, [1:L]$.
A3	Формирование коэффициентов первого элемента поля $GF(p^2)$: $A1[1]=0, B1[1]=1$; $A1, B1$ — массивы коэффициентов элементов поля при степенях соответственно x^1, x^0 размерностью $[1:L]$. Проверка условия равенства нулю коэффициентов $A1$.
B4	Формирование коэффициентов следующего элемента поля путем циклической сдвижки коэффициентов предыдущего.
A5	Оператор формирования коэффициента $A1$ последующего элемента поля $GF(p^2)$ согласно утверждению 1.
A6—A7	Операторы формирования коэффициента $B1$ последующего элемента поля $GF(p^2)$ согласно утверждению 1.
A8—49	Оператор приведения коэффициентов $A1$ и $B1$ по модулю p .
A10	Приравнивание параметра номера элемента поля к нулю.
A11	Проверка условия равенства массива коэффициентов $A1$ каждому из возможных значений.
B12	Проверка условия равенства массива коэффициентов $A1$ каждому из возможных значений.
A13	Оператор формирования массива номеров элементов, имеющих равные (одному из возможных) значения $A1$.
A14	Оператор увеличения на 1 коэффициента $B1$ очередного элемента поля, имеющего равные значения $A1$.
B15	Проверка условия равенства увеличенных коэффициентов модулю p .
A16	Приравнивание коэффициента модулю p .
B17	Проверка условия равенства $B1$ элемента поля и очередного увеличенного коэффициента.
A18	Формирование элемента массива $AA [1:p]$ индексов элементов поля, равного уменьшенному на 1 номеру элемента, имеющего коэффициент, равный очередному, увеличенному коэффициенту оператора $A14$.
B19	Проверка условия на четность массива индексов элементов поля $GF(p^2)$.
A20	Присвоение кодовой последовательности V_i символа 1.
A21	Присвоение кодовой последовательности V_i символа —1.
C 22	Оператор вывода на печать и останова.

В соответствии с рассмотренными положениями ниже приводятся эффективные программные алгоритмы, обеспечивающие формирование кодовых словарей НЛРП в расширенных полях Гаула $GF(p^n)$ в соответствии с утверждениями 1 и 2, рассчитанные на языки высокого уровня.

Алгоритмы формирования НЛРП в $GF(p^n)$. На рис. 1, 2 приведены функциональные схемы алгоритмов-процедур соответственно «РП1», «РП2», а в табл. 2, 3 помещены комментарии к ним. Алгоритмы «РП1», «РП2» позволяют при любых задаваемых значениях модуля p и первообразных неприводимых над $GF(p)$ полиномах соответственно 2- и 3-й степеней формировать НЛРП в полях $GF(p^n)$ с порядками полей p^2, p^3 . Данные алгоритмы являются формализованно-унифицированными, что позволяет разрабатывать аналогичные алгоритмы в полях $GF(p^n)$ с $n > 3$.

Алгоритм РП2 формирования НЛРП в
 $GF(p^3)$, $f(x) = x^3 + A \cdot x^2 + B \cdot x + D$

C1	Начало программы процедуры.
A2	Описание заглавия тела процедуры, ее фактических параметров РП2 (L, p, A, B, D, V), параметров тела.
A3	Формирование коэффициентов первого элемента поля $GF(p^3)$: $A1[1]=0, B1[1]=0, D1[1]=1$; $A1, B1, D1$ — массивы коэффициентов элементов поля при степенях соответственно x^2, x^1, x^0 размерностью $[1:L]$.
B4	Проверка условия равенства нулю коэффициента $A1$ очередного элемента поля $GF(p^3)$.
B5	Проверка условия равенства нулю коэффициента $B1$ очередного элемента поля $GF(p^3)$.
A6	Формирование коэффициентов последующего элемента поля путем двух циклических сдвигов влево коэффициентов очередного элемента поля.
A7	Формирование коэффициентов последующего элемента поля путем одного сдвига влево коэффициентов очередного элемента поля.
A8—A10, A12	Умножение на коэффициент $A1$ очередного элемента поля коэффициентов соответственно A, B, D первоочередного полинома.
A9, A11	Вычитание результатов умножения соответственно из коэффициентов $B1, D1$ очередного элемента поля.
A13	Присвоение отрицательного знака последнему сомножителю.
A14	Приведение результатов по модулю p и формирование тем самым коэффициентов последующего элемента поля $GF(p^3)$.
A15	Присвоение нуля параметру номера элемента поля.
B16	Проверка условия равенства коэффициента $B1$ очередного элемента поля очередному возможному значению.
A17	Формирование элемента массива AA номеров элементов поля, имеющих равные очередному возможному значению коэффициенты $A1$.
A18	Присвоение нуля параметру номера элемента поля.
B19	Проверка условия равенства коэффициента $B1$ очередного элемента поля из очередного массива AA очередному возможному значению.
A20	Формирование элемента массива BB номеров элементов поля из очередного массива AA , имеющих равные очередному возможному значению коэффициенты $B1$.
A21	Увеличение на 1 коэффициента $D1$ очередного из массива BB элемента поля.
B22	Проверка условия равенства модулю p , увеличенного на 1 коэффициента.
A23	Приравнивание нулю коэффициента, равного при увеличении на 1 модулю p .
B24	Проверка условия равенства увеличенного на 1 коэффициента коэффициентам $D1$ элементов поля с номерами из массива BB .
A25	Формирование элемента массива индексов элементов поля уменьшением на 1 номера элемента поля из массива BB , при условии $B24$.
B26	Проверка условия на четность массива индексов элементов поля $GF(p^3)$.
A27—A28	Присвоение кодовой последовательности V_i символов 1 и -1 .
C29—C30	Вывод на печать и оператор останова.

Опыт показывает, что формирование кодовых словарей НЛРП в расширенных полях $GF(p^n)$ для $1000 < L < 10000$ с использованием данных алгоритмов на языке ПЛ-1 и ЭВМ серии «ЕС» занимает единицы минут. Это позволяет широко использовать данные алгоритмы в теории и практике формирования и исследования свойств НЛРП в расширенных полях $GF(p^n)$.

Список литературы: 1. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985. 384 с. 2. Свердлик М. Б. Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с. 3. Пелехатый М. И., Голубев Е. А. Автокорреляционные свойства некоторых типов двоичных последовательностей // Проблемы передачи информации. 1972. Т. 8, № 1. С. 92—99. 4. Диксон Р. К. Широкополосные системы / Пер. с англ. Под ред. В. И. Журавлева. М., 1979. 302 с. 5. Виноградов И. М. Теория чисел. М., 1972. 105 с.

Поступила в редколлегию 11.05.88

УДК 621.391

И. Д. ГОРБЕНКО, д-р техн. наук,
А. А. ЗАМУЛА, канд. техн. наук

БЫСТРЫЙ АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИГНАЛОВ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ТИПА В РАСШИРЕННЫХ ПОЛЯХ ГАЛУА

Поиск псевдослучайных последовательностей, используемых для расширения спектра в широкополосных системах, в значительной мере связан с мощными структурами современной алгебры. Многие последовательности основаны на структурах полей Галуа. В работе [1] изложены теоретические основы построения нелинейных сигналов характеристического типа (НСХТ) в простых полях Галуа — $GF(P)$. В то же время известно, что такие сигналы могут быть построены и в расширенных полях Галуа, т. е. для значений длительностей L , определяемых из условий: $L=4x=P^n-1$ и $L=4x+2=P^n-1$, где $x=1, 2, 3 \dots$; n — степень расширения поля $GF(P)$.

В настоящее время существуют только табличные методы построения НСХТ в расширенных полях, что ограничивает возможности синтеза (формирования) и анализа данных сигналов для больших значений n .

Элементы расширенного поля Галуа представляют собой полиномы степени не выше n , а коэффициенты при неопределенных переменных принимают значения над полем $GF(P)$. Все операции в расширенных полях выполняются по двойному модулю $\text{mod } d(f(x), P)$. Если P — простое число, а $f(x)$ — первообразный неприводимый над полем $GF(P)$ полином, то с использованием $\phi(P^n-1)/n$ первообразных элементов поля может быть построена вся система сигналов.

Ниже приводится теорема, определяющая алгоритм построения НСХТ в расширенных полях Галуа.

Теорема. Пусть $GF(P^n)$ — расширение n -й степени поля $GF(P)$, α элементы-полиномы, степени которых не превышают n , вычисляются над полем $GF(P)$; $f(x)$ и H_l — соответственно первообразный неприводимый над полем $GF(P)$ полином и l -й первообразный элемент поля $GF(P)$, функция характеров гомоморфного отображения элементов поля $GF(P^n)$ на поле $GF(2)$ зафиксирована

функцией $\psi(a_i = \exp(j\pi U_i))$, причем a_i определяется из решения сравнения $a_i \equiv H_i^{U_i} \times (\text{mod } df(x), P)$, а $U_i = \overline{0, P^n - 2}$ есть множество чисел-индексов, упорядоченных по возрастанию, тогда формирование нелинейных сигналов в поле $GF(P^n)$ описывается следующими шагами.

1. Формируется массив номеров (индексов) $U' = U_i + 1, i = \overline{0, P^n - 2}$, упорядоченных по возрастанию и массив элементов-полиномов a_i по правилу

$$MP(i) = H_i^{U_i} (\text{mod } f(x), P).$$

2. Строится массив $MC(i)$ элементов-полиномов, элементы которого сдвинуты по значению на единицу относительно значений элементов массива $MP(i)$:

$$MC(i) = MP(i + 1), \text{ если } H_i^{U_i + 1} \not\equiv 0 (\text{mod } f(x), P);$$

$$MC(i) = 1, \text{ если } H_i^{U_i + 1} \equiv 0 (\text{mod } f(x), P).$$

3. Массив индексов U' записывается в массив $MK(i)$ по адресам A_i , которые определяются десятичным представлением элементов-полиномов, массива $MP(i)$.

4. Формируется массив $MH(i), i = \overline{0, P^n - 2}$ — массив индексов путем считывания из массива $MK(i)$ индексов, выбираемых по адресам, которые представляет собой десятичное представление B_i полиномов. Записываются выбранные значения индексов по соответствующим адресам десятичного представления полиномов.

5. Вычисляется для всех значений массива индексов $MH(i)$ двухзначный характер мультипликативной группы поля (символы НСХТ) в соответствии с правилом

$$\psi(a_i) = \psi(H_i^{U_i + 1}) = -\psi(MH(i)) = \begin{cases} 1, & \text{если } MH(i) \equiv 0 (\text{mod } 2); \\ -1, & \text{если } MH(i) \not\equiv 0 (\text{mod } 2). \end{cases} \quad (1)$$

Доказательство теоремы. Покажем, что алгоритм синтеза НДСХТ в расширенном поле Галуа является эквивалентным алгоритму, изложенному в работе [2]. Приведем этот алгоритм.

1. Осуществляется построение расширенного поля путем возведения в степени $i = \overline{0, 1, 2, \dots, P^n - 2}$ $\varphi(P^n - 1)/n$ первообразных элементов поля. Вычисление элементов поля $GF(P^n)$ производится по двойному модулю — модулю первообразного неприводимого над полем $GF(P)$ полиному $f(x)$ и модулю простого числа P . Таким образом, расширенное поле представляет собой совокупность полиномов степени не выше n с коэффициентами, принимающими значения над полем $GF(P)$.

2. Строится поле $GF(P^n)$, элементы-полиномы которого сдвинуты на 1 в сторону увеличения их значения относительно элементов исходного поля, т. е.

$$a'_1 = H^0 + 1 (\text{mod } f(x), P); a'_2 = H^1 + 1 (\text{mod } f(x), P);$$

$$a'_i = H^{i-1} + 1 (\text{mod } f(x), P); a'_{P^n-1} = H^{P^n-2} + 1 (\text{mod } f(x), P),$$

3 Вычисляется характер элементов поля $a'_1, a'_2, \dots, a'_i, \dots, a'_{P_n-1}$ с использованием соотношения $\psi(H^t + 1) = \psi(a'_i) = \exp(j\pi U_i)$, где U_i — индекс некоторого элемента a_j , для которого выполняется уравнение

$$H^t + 1 \pmod{f(x), P} \equiv H^{U_i} \pmod{f(x), P}. \quad (2)$$

Сравнение (2) решается путем перебора, т. е. для каждого элемента поля $a'_i = H^t + 1$ среди всех элементов поля отыскивается элемент a_j , равный (совпадающий) с a'_i . Значение индекса, при котором выполняется сравнение (2), и будет решением сравнения.

Сопоставление алгоритма, сформулированного в теореме, с приведенным в работе [2] и описанным выше, показывает, что в обоих случаях строится расширенное поле Галуа в естественном виде. Поэтому эти этапы эквивалентны. На втором этапе в обоих случаях строится поле, элементами которого являются элементы-полиномы, сдвинутые на 1. Поэтому и вторые этапы алгоритмов совпадают.

Покажем, что на этапах 3, 4 и 5 нового алгоритма производится решение $P^n - 1$ сравнений вида (2), т. е., что в указанном в теореме шаге 3 запись индексов по адресам, определенных десятичным представлением элементов-полиномов, и чтение с указанного массива значений индексов по адресам, задаваемым десятичным представлением элементов a'_i , приводит к получению массива индексов, сдвинутых относительно истинных на 1, и является по существу этапом известного алгоритма перебора. При этом если i — номер элемента-полинома $F_k(x)$ поля $GF(P^n)$, а $f(x)$ — первообразный неприводимый над полем $GF(P)$ полином, то с точностью до изоморфизма элементы полинома $F_k(x)$, их индексы $\text{Ind } F_{k,i}(x)$ и номера позиций i связаны рекуррентным соотношением [3]

$$F_{k,i} = \text{Ind}(F_{k,i}(x) + 1)(x) = F_{k,i-1} = \text{Ind}(F_{k,i}(x))(x) \times (\text{modd } f(x), P). \quad (3)$$

Действительно, если левую часть выражения (3) представить в виде $H^{i-1} = F_{k,i}(H) \pmod{d(f(H), P)}$, а правую часть как

$$F_{k,i-1}(H) = H^{i-2} \cdot H \pmod{f(H), P} = H^{i-1} \pmod{f(x), P}.$$

Далее убедимся, что индекс $i-1$ является индексом-элементом поля $F_{k,i}(x)$. Действительно, если $x = H$ — первообразный элемент, то из свойства цикличности мультипликативной группы следует, что все степени H^{i-1} , $i = 0, P^n - 2$ принимают значения всех ненулевых элементов поля. Поэтому $x^{i-1} = H^{i-1}$ также принимают значения всех ненулевых элементов поля.

В результате записи номеров (индексов) по адресам, определяемым коэффициентами при элементах-полиномах (шаг 3), номера (индексы) оказываются записанными каждый соответственно

определенному элементу поля. Номера (индексы) элементов $H^i + 1$ оказываются сдвинутыми по закону коэффициентов при элементах поля $H^i + 1 = a_i + 1$. Для определения индексов этих элементов необходимо считать номера (индексы), записанные по адресам, задаваемым коэффициентами при полиномах $H^i + 1 \pmod{d(f(x), P)}$. Выполнение всех $P^n - 1$ операций считывания номеров (индексов), записанных предварительно по адресам $H^i \pmod{d(f(x), P)}$, приводит к решению всей совокупности сравнений вида (2). Однако номера отличаются от индексов сдвигом на 1, поэтому для получения истинных индексов после считывания номеров их значения необходимо уменьшить на 1. Для случая двухзначного характера мультипликативной группы поля Галуа эту операцию можно не выполнять, так как сдвиг на 1 эквивалентен инверсии характеров. Действительно

$$\psi(a_i) = e^{i\pi(U_i+1)} = e^{i\pi} e^{i\pi U_i} (\cos \pi + j \sin \pi) e^{i\pi U_i} = -e^{i\pi U_i}.$$

Поэтому на 5-м этапе характер поля можно вычислять для сдвинутых на 1 индексов, учитывая этот сдвиг знаком «минус» в (1). Теорема доказана.

Покажем на примере возможность построения НСХТ с использованием алгоритма, задаваемого теоремой.

Пример. Построить НСХТ длиной $L=8$. В этом случае $P=3$, $n=2$. В качестве первообразного неприводимого над $GF(3)$ полинома выберем полином вида $f(x) = x^2 - x - 1$.

Массив элементов поля запишем, реализуя (шаг 1) теоремы

$$MP(i) = \{1, H, H + 1, 2H + 1, 2, 2H, 2H + 2, H + 2\},$$

Модифицированное поле в соответствии с шагом 2 теоремы примет вид

$$MC(i) = \{2, H + 1, H + 2, 2H + 2, 1, 2H + 1, 2H, H\}.$$

Сформируем десятичное представление элементов-полиномом исходного поля в соответствии с шагом 3 теоремы

$$A_i = \{1, 3, 4, 7, 2, 6, 8, 5\}.$$

Запишем массив МК(i) путем записи номеров элементов поля по адресам, задаваемым массивом A_i , $MK(i) = \{1, 5, 2, 3, 8, 6, 4, 7\}$. Десятичное представление массива $MC(i)$ имеет вид $B_i = \{2, 4, 5, 8, 1, 7, 6, 3\}$. В соответствии с шагом 4 формируем массив индексов $MN(i) = \{5, 3, 8, 7, 1, 4, 6, 2\}$. Вычислим для всех значений $MN(i)$ двухзначный характер мультипликативной группы поля в соответствии с шагом 5 теоремы $\psi(a_i) = \{1, 1, -1, 1, 1, -1, -1, -1\}$.

Последовательность выполнения операций по формированию НДСХТ для данного примера приведена в таблице.

U_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$MP(i)$	1	H	H+1	2H+1	2	2H	2H+2	H+2
$MC(i)$	2	H+1	H+2	2H+2	1	2H+1	2H	H
A_i	1	3	4	7	2	6	8	5
$MK(i)$	1	5	2	3	8	6	4	7
B_i	2	4	5	8	3	7	1	6
$MN(i)$	5	3	8	7	2	4	1	6
$\psi(a_i)$	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1

Вычислительная сложность известного алгоритма [2] формирования НСХТ может быть оценена с использованием соотношения

$$T_{\Phi} = (P^n - 1)(t_y + t_{\text{сл}} + t_{\text{дел}}(P^n - 1)/2 + t_{\text{ср}} \times \\ \times (P^n - 1)/2 + 6t_{\text{зап}}), \quad (4)$$

где t_y , $t_{\text{сл}}$, $t_{\text{дел}}$, $t_{\text{ср}}$, $t_{\text{зап}}$ — время выполнения операций умножения, сложения, деления, сравнения, записи соответственно.

Вычислительная сложность разработанного алгоритма оценивается с помощью соотношения

$$T'_{\Phi} = (P^n - 1)(t_y + t_{\text{сл}} + t_{\text{дел}} + 6t_{\text{зап}} + t_{\text{ср}}). \quad (5)$$

Анализ соотношений (4), (5) показывает, что для известного алгоритма время формирования сигналов находится в квадратичной зависимости от $t_{\text{ср}}$ и $t_{\text{дел}}$, для полученного алгоритма эта зависимость линейная.

Список литературы: 1. Горбенко И. Д., Замула А. А., Бессарабенко К. В. Ускоренные алгоритмы формирования систем характеристических дискретных сигналов//Радиотехника. 1988. Вып. 84. С. 69—72. 2. Свердлик М. В. Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200. с. 3. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. В 2-х т.: Пер. с англ. М., 1988. 822 с.

Поступила в редколлегию 27.12.88

УДК 621.317.757

Ю. В. ГАРБУЗОВ, канд. техн. наук, И. Ю. ГЛИНСКИЙ, А. А. ПУГАЧ

ПОЛУЧЕНИЕ ВЫБОРОК КОМПЛЕКСНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ ПОЛОСОВОГО РАДИОСИГНАЛА

При цифровой обработке полосовых радиосигналов различного назначения эффективно использование их комплексных огибающих. Тогда для извлечения нужной информации необходимо получать цифровые выборки последних. В работе [1] описаны процедуры получения выборок квадратурных составляющих комплексной огибающей сигнала с использованием аналогового умножения полосового сигнала $a(t) = A(t)\cos(\omega_0 t + \theta(t))$ соответственно на $\cos \omega_0 t$ и $\sin \omega_0 t$ с последующей фильтрацией фильтрами нижних частот с частотами среза $\Delta\omega \ll \Omega_c \ll \omega_0 - \Delta\omega$. Здесь $2\Delta\omega$ — эффективная ширина спектра сигнала. Показана также возможность получения дискретных выборок непосредственно из радиосигнала $a(t) = A(t)\cos(\omega_0 t + \theta(t))$ при условии, что период дискретизации $T_d = 2\pi l/\omega_0$, где $l \in Z$; при этом $T_d < \pi/\Delta\omega$. Тогда выборки вещественной составляющей сигнала формируются как

$$A_c(nT_d) = a(nT_d),$$

а мнимой — со сдвигом на $\pi/2\omega_0$:

$$A_s(nT_d + \pi/2\omega_0) = a(nT_d + \pi/2\omega_0).$$

При этом отмечены тяжелые условия, в которые ставится аналого-цифровой преобразователь (АЦП). Последний должен быть рассчитан на работу с интервалом дискретизации $\pi/2\omega_0$, в то время как $T_d \gg \pi/2\omega_0$ при выполнении условия $\omega_0 \gg \Delta\omega$. Этот алгоритм может быть также реализован с помощью двух АЦП, однако их юстировка может оказаться весьма затруднительной. Требования к быстродействию АЦП могут быть существенно понижены, что очевидно из следующих рассуждений.

Пусть имеем полосовой сигнал $a(t) = \text{Re}(A(t)e^{j\omega_0 t})$ с эффективной шириной спектра $2\Delta\omega$.

Тогда, если интервал дискретизации $T_d = 2\pi l/\omega_0 < \pi/\Delta\omega$ при $l \in Z$, выборки вещественной составляющей комплексной огибающей сигнала

$$A_c(nT_d) = a(nT_d) = \text{Re}(A(nT_d)e^{j2\pi ln}),$$

так как $e^{j2\pi ln} = 1$, ибо $l, n \in Z$.

Если при этом вторая последовательность выборок будет братья с временным сдвигом $\Delta T = 2\pi(m-1/4)/\omega_0$, $m \in Z$, то $e^{j\omega_0 \Delta T} \in -j$, следовательно

$$a(nT_d + \Delta T) = A_s(nT_d + \Delta T).$$

Как видим, последовательность $a(nT_d + \Delta T)$ будет представлять собой набор выборочных значений мнимой составляющей комплексной огибающей сигнала — $A_s(nT_d + \Delta T)$. Интервал между выборками $A_c(t)$ и $A_s(t)$ может быть увеличен до значения $\Delta T \approx T_d/2$. Выигрыш в быстродействии АЦП δ приблизительно составит

$$\delta \approx T_d \cdot 2\omega_0 / 2\pi = 2l.$$

Однако при этом выборочные значения

$$\dot{A}(nT_d) = A_c(nT_d) + jA_s(nT_d)$$

не могут быть получены непосредственно из имеющихся выборок

$$A_c(nT_d) \text{ и } A_s(nT_d + \Delta T), \text{ так как } A_s(nT_d) \neq A_s(nT_d + \Delta T).$$

Разумеется, если $T_d < \pi/\Delta\omega$, то $A_s(nT_d) \approx A_s(nT_d + \Delta T)$.

Во многих практических задачах дискретизации T_d берется со значительным запасом, поэтому можно считать, что это приближение выполняется вполне удовлетворительно. Допускаемая при этом ошибка $\Delta A_s = A_s(nT_d + \Delta T) - A_s(nT_d)$ становится вообще несущественной, если $|\Delta A_s| \ll \sigma_{ш}$, где $\delta_{ш}^2$ — дисперсия шума, присутствующего на входе АЦП, включая шум квантования.

Эта ошибка может быть уменьшена, если в первом приближении полагать

$$A_s(nT_d) \approx (1 - \tau) A'_s(n) + \tau A'_s(n-1),$$

где

$$\tau = \Delta T / T_d; \quad A'_s(k) = A_s(kT_d + \Delta T).$$

Однако в этом случае, как и в первом, импульсы опроса, определяющие моменты взятия выборок, должны следовать парами. Период следования пар должен быть равен T_d , а разнос импульсов в паре — ΔT . Это усложняет генератор импульсов опроса. Гораздо проще генерировать импульсы опроса в виде периодической последовательности, т. е. когда $\Delta T = T_d/2 = T$.

Действительно, беря $T = (2k+1)T_0/4$, можно получить ряд выборок квадратурных составляющих комплексной огибающей, если $T_0 = 2\pi/\omega_0$, $k \in Z$. Тогда получим

$$a(mT) = \operatorname{Re} (A(mT) e^{jm(2k+1)\pi/2}).$$

Как видим, комплексная экспонента $e^{jm(2k+1)\pi/2}$ будем принимать последовательно значения $1, j, -1, -j, \dots$; далее эти значения будут циклически повторяться. Таким образом, с изменением m будем иметь

$$\begin{aligned} a(mT) &= A_c(mT); \quad a((m+1)T) = A_s((m+1)T); \\ a((m+2)T) &= -A_c((m+2)T); \quad a((m+3)T) = -A_s((m+3)T); \\ a((m+4)T) &= A_c((m+4)T) \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Следовательно, выборочные значения квадратурных составляющих могут быть получены из вещественного входного полосового сигнала $a(t)$ в результате операций $\varphi(a(t))$ и $\psi(a(t))$:

$$A_c(mT) = \varphi(a(t)); \quad A_s(mT) = \psi(a(t)).$$

Смысл этих операций заключается в умножении $a(t)$ на дискретные функции $C(t)$ и $S(t)$:

$$A_c(t) = C(t) \cdot a(t); \quad A_s(t) = S(t) \cdot a(t).$$

Здесь

$$C(t) = \begin{cases} 1, & t = 4mT; \\ -1, & t = (4m+2)T; \\ 0, & t \neq 4mT, (4m+2)T; \end{cases}$$

$$S(t) = \begin{cases} 1, & t = (4m+1)T; \\ -1, & t = (4m+3)T; \\ 0, & t \neq (4m+1)T, (4m+3)T; \end{cases} \quad m \in Z.$$

Недостатком последнего способа взятия выборок квадратурных составляющих является необходимость инверсии знака через одно значение каждой из них. Кроме того, получаемые выборки A_c и A_s будут взяты со сдвигом во времени на период T .

Выборки A_s , синхронные с A_c , а также A_c , синхронные с A_s , могут быть восстановлены путем обработки обеих последовательностей в восходящих дискретных схемах с оптимальными фильтрами [2; 3]. Математически процесс формирования последователь-

ностей $D_c(m)$ и $D_s(m)$ на выходах оптимальных фильтров можно представить следующим образом:

$$D_c(m) = U_c(m) \otimes G(m); \quad D_s(m) = U_s(m) \otimes G(m).$$

Здесь символ \otimes означает операцию свертки; $G(m)$ — импульсная характеристика оптимального фильтра;

$$U_c(m) = u(A_c(m)); \quad U_s(m) = v(A_s(m)).$$

Как было показано ранее, последовательности $A_c(m)$ и $A_s(m)$ существуют только при $m=2k$ и $m=2k+1$ соответственно. Смысл операций $u(A_c(m))$ и $v(A_s(m))$ состоит в том, что между двумя соседними значениями выборок вставляются выборки с нулевыми значениями:

$$u(A_c(m)) = \begin{cases} A_c(m), & m = 2k; \\ 0, & m = 2k + 1; \end{cases}$$

$$v(A_s(m)) = \begin{cases} 0, & m = 2k; \\ A_s(m), & m = 2k + 1; \end{cases} \quad k \in Z.$$

Тогда на выходе оптимального фильтра получим $\hat{D}(m) = D(m) e^{j\theta m}$,

где

$$D(m) = \sqrt{D_c^2(m) + D_s^2(m)}; \quad \theta(m) = \arctg(D_s(m)/D_c(m)).$$

Таким образом, последовательность выборок квадратурных составляющих комплексной огибающей гильбертова сигнала может быть получена из вещественного сигнала тремя способами:

со сдвигом во времени на четверть периода несущей; со сдвигом на $\Delta T = 2\pi(m-1/4)/\omega_0$; через равные интервалы времени $T = (2k+1)T_0/4$.

Последний способ представляется наиболее рациональным, поскольку обеспечивает ритмичную работу аналогово-цифрового преобразователя при наименее жестких требованиях к его быстродействию. Путем интерполяции в оптимальном цифровом фильтре можно получить синхронные выборки косинусной и синусной составляющих выходного сигнала.

Список литературы: 1. *Мирошников А. П., Чайковский В. И.* Формирование и дискретизация комплексных огибающих полосовых сигналов//Радиотехника. 1981. Вып. 57. С. 12—17. 2. *Крошьер Р. Е., Рабинер Л. Р.* Интерполяция и децимация цифровых сигналов: Методический обзор//Тр. Ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектронике. 1981. Т. 69, № 3. С. 14—49. 3. *Цифровая обработка сигналов:* Справ./Л. М. Гольденберг, Б. Д. Матюшкин, М. Н. Поляк и др. М., 1985. 312 с.

Поступила в редколлегию 07.03.89

В. И. АНТЮФЕЕВ, канд. техн. наук, В. Н. БЫКОВ, канд. техн. наук,
В. Г. КУБАТА, В. А. КУЛАКОВ,
Ю. В. ОВСЯННИКОВ, А. С. СУЛТАНОВ, канд. техн. наук

ПОДАВЛЕНИЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПОМЕХ В ШИРОКОПОЛОСНЫХ ПРИЕМНИКАХ ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ

Известны методы подавления сосредоточенных по спектру помех (СП) в широкополосных приемниках (ПРМ) псевдослучайных и шумовых сигналов: компенсация СП, выравнивание энергетического спектра помехи, применение ограничителей и режекция (вырезание) части спектра широкополосного сигнала вместе с помехой [1; 2].

Наибольший выигрыш в помехоустойчивости дает метод компенсации, методы выравнивания спектра и режекции приближаются к нему при узкой полосе СП. Помехоустойчивость взаимно-корреляционного ПРМ с выравнивателем спектра помехи в значительной степени зависит от амплитудно-частотной характеристики выравнивателя в основном и опорном каналах, которая определяется случайной (неизвестной в месте приема) спектральной плотностью мощности помехи. Выигрыш в помехоустойчивости метода режекции СП линейно убывает с расширением ее полосы, так как при этом пропорционально уменьшается мощность полезного широкополосного сигнала [2]. Техническая реализация метода режекции в СВЧ-диапазоне, в частности, в сантиметровом и миллиметровом диапазонах радиоволн, возможна на основе объемных, резонансных структур, которые не могут перестраиваться по полосе в широких пределах [3] и отслеживать изменение положения помехи в пределах спектра широкополосного сигнала. Метод компенсации во взаимно-корреляционном ПРМ технически не реализуем, так как трудно создать компенсирующее напряжение, точно совпадающее по форме с помехой [2].

Вопрос компенсации СП на входе широкополосного энергетического или автокорреляционного ПРМ шумовых сигналов изучен недостаточно. В связи с этим целесообразно оценить выигрыш в помехоустойчивости, который дает применение метода компенсации СП на входе широкополосного (энергетического или автокорреляционного) ПРМ шумовых сигналов.

Рассмотрим процесс подавления мощной СП в пассивной цепи компенсации (рис. 1), расположенной между выходом антенны

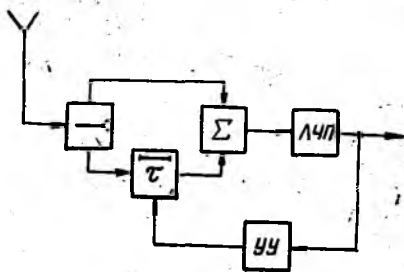


Рис. 1

и входом линейной части ПРМ (ЛЧП). Предположим, что на вход антенны ПРМ поступает широкополосный шумовой сигнал (нормальный случайный процесс), имеющий один главный максимум функции автокорреляции и постоянную спектральную плотность мощности в полосе Δf_c , и аддитивная СП (в общем случае узкополосный нормальный случайный процесс) с постоянной спектральной плотностью $S_n(f)$ в полосе Δf_n ; помеха не коррелирована с сигналом.

На входе цепи компенсации смесь сигнала и помехи делится по мощности пополам, затем две составляющие складываются, причем одна из них предварительно задерживается на время τ . Компенсация помехи на центральной частоте спектра сигнала f_0 обеспечивается в том случае, если длительность задержки равна целому нечетному числу полупериодов СП и больше интервала корреляции широкополосного шумового сигнала, т. е.

$$\tau = (1/f_0)(n + 1/2); \quad (1)$$

$$\tau = m/\Delta f_c, \quad (2)$$

где n — целое положительное число; m — параметр задержки, $m=1, 2, 3, \dots$.

Выполнение второго условия приводит к тому, что мощность полезного шумового сигнала на выходе сумматора цепи компенсации уменьшается незначительно вследствие статистической независимости суммируемых составляющих его спектра [4].

Выигрыш в помехоустойчивости (В) предлагаемого метода компенсации в соответствии с положениями работы [2] представим отношением мощностей помехи и сигнала (P_n, P_c) на выходе и входе цепи компенсации:

$$B = (P_n/P_c)_{\text{вых}}/(P_n/P_c)_{\text{вх}} = (P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}})_n (P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}})_c = k_n/k_c, \quad (3)$$

где k_n — коэффициент подавления СП, $k_n = (P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}})_n$; k_c — коэффициент передачи сигнала, $k_c = (P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}})_c$.

Получим соотношение для коэффициента подавления помехи k_n . Мощность помехи на входе цепи компенсации равна произведению спектральной плотности мощности на ширину спектра частот помехи:

$$P_{\text{вх}} = S_n(f) \Delta f_n. \quad (4)$$

Выражение для мощности помехи на выходе цепи компенсации с учетом [5] имеет вид

$$P_{\text{вых}} = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(f) k^2(f) df. \quad (5)$$

Для определения квадрата модуля передаточной функции цепи компенсации $k^2(f)$ предположим, что СП на входе цепи делится по мощности в соотношении a и $(1-a)$, где $a \in (0, 1)$. Импульсная характеристика цепи компенсации следующая:

$$h(t) = a\delta(t) + (1-a)\delta(t-\tau), \quad (6)$$

где $\delta(\cdot)$ — дельта-функция.

Частную передаточную функцию после Фурье-преобразования представим как

$$k(j\omega) = a + (1-a)e^{j\omega\tau} = [\cos(\omega\tau/2) + j\sin(\omega\tau/2)(1-2a)]e^{j\omega\tau/2}. \quad (7)$$

Квадрат модуля передаточной функции запишется следующим образом:

$$k^2(f) = 1 - 4a(1-a)\sin^2\pi f\tau. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5) и производя интегрирование в полосе спектра помехи, получаем выражение для мощности помехи на выходе цепи компенсации:

$$P_{\text{вых}} = \int_{f_n - \Delta f_n/2}^{f_n + \Delta f_n/2} S_n(f) [1 - 4a(1-a)\sin^2\pi f\tau] df = \\ = [S_n(f) \Delta f_n] \left\{ 1 - 2a(1-a) \left[1 - \frac{\sin \pi \Delta f_n \tau}{\pi \Delta f_n \tau} \cos 2\pi f_n \tau \right] \right\}, \quad (9)$$

где f_n — центральная частота спектра помехи. В соответствии с (3) найдем соотношение для коэффициента подавления СП цепью компенсации:

$$k_n = 1 - 2a(1-a) \left[1 - \frac{\sin \pi \Delta f_n \tau}{\pi \Delta f_n \tau} \cos 2\pi f_n \tau \right]. \quad (10)$$

Из (10) видно, что коэффициент подавления — периодическая функция, имеющая минимум в случае симметричного деления СП на входе цепи компенсации, т. е. при $a=1/2$. Если $a=0$ или 1, подавления СП не происходит, $k_n=1$. Положив в (10) $a=1/2$ и используя соотношения (1), (2), для k_n окончательно будем иметь

$$k_n = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\sin(m\pi\Delta f_n/\Delta f_c)}{m\pi\Delta f_n/\Delta f_c} \cos[(2\pi f_n/f_0)(n+1/2)] \right\}. \quad (11)$$

Аналогично получено выражение для коэффициента передачи сигнала k_c , которое с учетом (11) и при условии $\Delta f_n/\Delta f_c=1$ выражается в значение $k_c=1/2$. Окончательно соотношение для выигрыша в помехоустойчивости (в дБ) запишем в виде

$$B = 10 \lg \left\{ 1 + \frac{\sin(m\pi\Delta f_n/\Delta f_c)}{m\pi\Delta f_n/\Delta f_c} \cos[(2\pi f_n/f_0)(n+1/2)] \right\}. \quad (12)$$

Результаты расчетов величины B в зависимости от ширины спектра помехи при разных m представлены на рис. 2, а. На рис. 2, б приведены графики изменения B при отстройке центральной частоты спектра помехи с полосой, составляющей один процент от полосы спектра сигнала, от центральной частоты f_0 . Значение величины n находится из условия равенства выражений (1), (2).

Анализ выражения (12) показывает, что с его помощью можно оценить выигрыш в помехоустойчивости, который дает метод ком-

пенсации СП при любом соотношении величины Δf_n , Δf_c , f_n и f_0 . Пассивная цепь компенсации (рис. 1) позволяет ослабить мощную узкополосную помеху с $\Delta f_n/\Delta f_c \leq 10^{-2}$ не менее, чем на 30 дБ ($m=1-4$). С увеличением ширины спектра помехи выигрыш уменьшается, и в пределе ($\Delta f_n/\Delta f_c=1$) выигрыша в помехоустойчивости нет ($B=1$), т. е. сигнал и помеха ослабляются по мощности одинаково (в два раза). При этом нарушить работоспособность

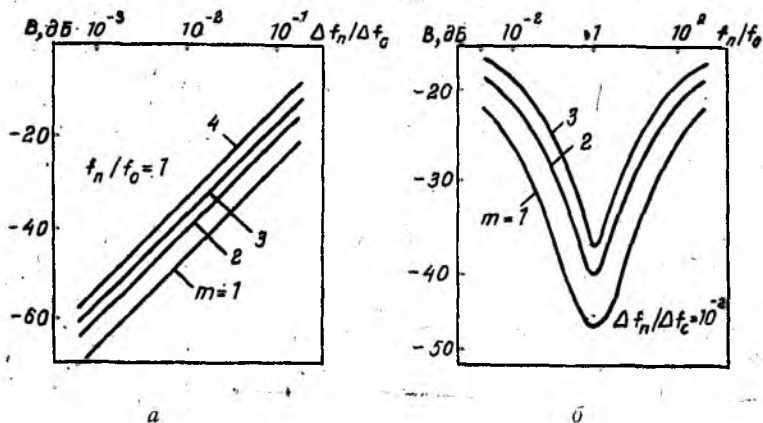


Рис. 2

широкополосного ПРМ (например, с $\Delta f_c \geq 100$ МГц) может только мощная помеха ($P_n/P_c \gg 1$), действующая во всей полосе спектра шумового сигнала. Однако создание таких помех проблематично.

Величина B максимальна при $m=1$, но в случае автокорреляционного приема шумовых сигналов такое значение параметра задержки не обеспечивает полную независимость отдельных составляющих сигнала [4]. Оптимальным параметром задержки, при котором компоненты шумового сигнала становятся некоррелированными и в сумматоре складываются, а электрическая длина элемента задержки сравнительно мала, является $m=2$.

Полученное соотношение (10) позволяет оценить степень ухудшения компенсации СП и снижение выигрыша в помехоустойчивости вследствие несимметричного деления помехи и сигнала на входе цепи компенсации.

Для подавления СП в пределах всего спектра широкополосного сигнала пассивная цепь компенсации должна быть дополнена, как показано на рис. 1, устройством управления (УУ), которое отслеживает изменение местоположения СП и регулирует электрическую длину элемента задержки, сохраняя неизменным условие противофазности задержанной и незадержанной компонент помехи. При этом коэффициент подавления СП равен величине k_n на центральной частоте спектра сигнала.

Предлагаемый метод компенсации СП для широкополосных ПРМ шумовых сигналов сравнительно легко технически реализуем на основе пассивных элементов, не требует узкополосных резо-

нансных структур. Перестройка элемента задержки, а следовательно, и всей цепи компенсации по частоте в широких пределах не встречает трудностей принципиального характера.

Список литературы: 1. Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации/А. Г. Зюко, А. И. Фалько, И. П. Панфилов и др. М., 1985. С. 272. 2. Иощенко А. Н. Помехоустойчивость широкополосных систем связи при различных методах подавления сосредоточенных по спектру помех//Тр. учеб. Ин-та связи. 1971. Вып. 55. С. 19—30. 3. Маттей Г. Л., Янг Л., Джонс Е. М. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связей. М., 1971. 368 с. 4. Семенов А. М., Сикарев А. А. Широкополосная радиосвязь. М., 1970. 280 с. 5. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М., 1977. 608 с.

Поступила в редколлегию 07.05.88

УДК 621.391.8

С. В. КАПШТЫК, В. И. КОРЫСТИН

ОЦЕНКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПЕРЕДАЧИ ДВОИЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИИ ГРУППОВОГО СИГНАЛА

Один из методов повышения эффективности многоканальных систем передачи двоичной информации, работающих в условиях дефицита частотных ресурсов, — применение в качестве группового сигнала параллельных составных сигналов (ПСС) [1]. Главный недостаток ПСС — значительный пик-фактор, достигающий 30 дБ. Одним из способов снижения пик-фактора является двухстороннее ограничение сигнала на передающей стороне с помощью нелинейного элемента с передаточной характеристикой вида

$$U_{\text{вых}}(t) = \begin{cases} -U_{\text{пор}}, & U_{\text{вх}}(t) < U_{\text{пор}}; \\ U_{\text{вх}}(t), & U_{\text{пор}} \leq U_{\text{вх}}(t) \leq U_{\text{пор}}; \\ U_{\text{пор}}, & U_{\text{вх}}(t) > U_{\text{пор}}; \end{cases} \quad (1)$$

где $U_{\text{пор}}$ — порог ограничения ПСС, $U_{\text{вх}}(t)$ — напряжение входного сигнала.

При этом в рассматриваемой системе передачи информации возникают шумы ограничения, влияющие на ее помехоустойчивость.

Исследуется потенциальная помехоустойчивость ПСС при двухстороннем ограничении сигнала. Параллельный составной сигнал может быть представлен в виде обобщенного ряда Фурье [2]

$$S_i(t) = \sum_{l=1}^n C_{il} \eta_l(t), \quad i = \overline{1, 2^n}, \quad (2)$$

где C_{il} — коэффициенты разложения, определяемые передаваемой информацией $C_{il} = \pm 1$; $\eta_l(t)$ — l -я базисная функция (канальный сигнал). Сигнал на выходе нелинейного элемента имеет вид

$$S_i^*(t) = S_i(t) + \psi(t), \quad (3)$$

где $\psi(t) = S_i(t) - S_i^*(t)$ — разностный сигнал ограничения.

Пусть на вход приемника поступает аддитивная смесь ограниченного ПСС и шума

$$y(t) = S_i^*(t) + n(t), \quad (4)$$

где $n(t)$ — нормальный белый шум со спектральной плотностью N_0 . При реализации когерентного приема отклик на выходе канального согласованного фильтра (СФ) является результатом вычисления свертки на длительности сигнала T колебания $y(t)$ и импульсной переходной характеристики $\eta_{ок}(t)$ при нулевой задержке [3] и может быть записан следующим образом:

$$\begin{aligned} Z_k &= \int_0^T y(t) \eta_{ок}(t) dt = \int_0^T [S_i(t) + n(t) + \psi(t)] \eta_{ок}(t) dt = \\ &= q_{sk} + q_{nk} + q_{орк}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$q_{sk} = C_{ki} \int_0^T \eta_k(t) \eta_{ок}(t) dt = C_{ki} E_0; \quad (6)$$

$$q_{nk} = \int_0^T n(t) \eta_{ок}(t) dt; \quad (7)$$

$$q_{орк} = \int_0^T \psi(t) \eta_{ок}(t) dt. \quad (8)$$

Помехоустойчивость системы передачи информации определяется с помощью функции распределения $\omega_{z_k}(x)$. Поскольку величина Z_k является комбинацией трех составляющих q_{sk} , q_{nk} , $q_{орк}$, то проведем анализ каждой из них.

Сигнальная составляющая q_{sk} — детерминированная величина и определяется энергией одной базисной функцией E_0 ПСС.

При реализации когерентного приема шумовая составляющая q_{nk} распределена по нормальному закону [3] с параметрами:

$$m_1\{q_n\} = 0; \quad M_2\{q_n\} = \sigma_{q_n}^2 = \frac{N_0}{2} E_0. \quad (9)$$

Составляющая ограничения $q_{орк}$ является результатом вычисления свертки разностного сигнала $\psi(t)$ с импульсной переходной характеристикой k -го СФ $\eta_{ок}(t)$. Разностный сигнал представляет собой последовательность прямоугольных импульсов длительностью T_0 , моменты появления которых совпадают с моментами превышения абсолютным значением амплитуды ПСС порога $U_{пор}$. Интенсивность этого импульсного процесса зависит от вероятности ограничения одного отсчета ПСС и при использовании асимптотики Муавра—Лапласа [4] определяется следующим образом:

$$\lambda_\psi = \frac{2[1 - F(\gamma_{орп})]}{T_0}, \quad (10)$$

где $\gamma_{\text{огр}} = \frac{U_{\text{пор}}}{U_{\text{сво}}}$ — относительный порог ограничения, нормируемый к среднеквадратическому отклонению сигнала [4]; T_0 — длительность такта.

Распределение амплитуд ненулевых отсчетов разностного сигнала определяется на основе распределения амплитуд ПСС и асимптотически стремится к распределению вида

$$W_x(y) = \begin{cases} \frac{1}{2[1 - F(\gamma_{\text{огр}})] \sqrt{2\pi\sigma_{\text{ПСС}}}} \exp\left[-\frac{(y - U_{\text{пор}})^2}{2\sigma_{\text{ПСС}}^2}\right], & y < 0; \\ \frac{1}{2[1 - F(\gamma_{\text{огр}})] \sqrt{2\pi\sigma_{\text{ПСС}}}} \exp\left[-\frac{(y + U_{\text{пор}})^2}{2\sigma_{\text{ПСС}}^2}\right], & y \geq 0. \end{cases} \quad (11)$$

Распределение (11) имеет нулевое математическое ожидание. Зависимость нормированной к размерности ПСС дисперсии δ_x^2 от величины относительного порога ограничения представлена на рис. 1. Импульсная переходная характеристика $\eta_{\text{ок}}(t)$ k -го СФ, как и k -я базисная функция, принимает только два возможных равновероятных значения (± 1). Следовательно, распределение свертки

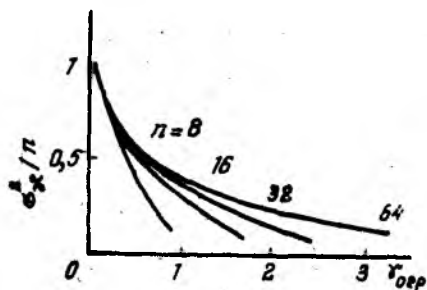


Рис. 1

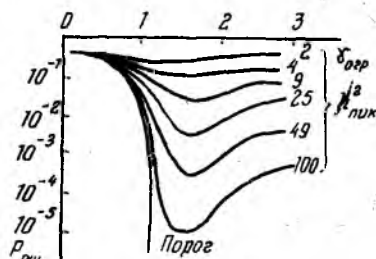


Рис. 2

ненулевого отсчета разностного сигнала $\psi(t)$ с элементом импульсной переходной характеристики $\eta_{\text{ок}}(t)$ совпадает с точностью до постоянного коэффициента с распределением (11). Свертка на длительности сигнала T разностного сигнала $\psi(t)$ с импульсной переходной характеристикой $\eta_{\text{ок}}(t)$ представляет собой сумму случайного числа одинаково распределенных случайных величин. Величины такого типа относятся к сложным процессам Пуассона [4]. Используя метод, приведенный в работе [4], получаем распределение составляющей ограничения $q_{\text{огр}}$ в виде

$$\varphi_{q_{\text{огр}}}(y) = \frac{1}{1 - \sum_{m_1=n+1}^{\infty} \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1}}{m_1!} \exp(-\lambda_{\psi} T)} \sum_{m_1=0}^n \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1} \exp(-\lambda_{\psi} T)}{m_1! \sqrt{2\pi\sigma_x} \sqrt{m_1}} \times \exp\left[-\frac{(y - m_1 m\{q_{\text{огр}}\})^2}{2m_1\sigma_x^2}\right]. \quad (12)$$

Первые два момента распределения (12) определяются следующими выражениями:

$$m_1 \{q_{орп}\} = -C_{ki} T_0 \lambda_{\psi} T P_{co} = -C_{ki} 2n [1 - F(\gamma_{орп})] T_0 P_{co};$$

$$M_2 \{q_{орп}\} = \lambda_{\psi} T \sigma_x^2 = \lambda_{\psi} T P_{co}^2 n T_0^2 \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{ПСС}^2} = 2n^2 [1 - F(\gamma_{орп})] P_{co}^2 T_0^2 \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{ПСС}^2}, \quad (13)$$

где C_{ki} — коэффициент k -й базисной функции в i -й реализации ПСС; P_{co} — мощность одной базисной функции. Таким образом, распределение величины Z_k на выходе СФ при передаче k -й базисной функции с фиксированным знаком C_{ki} получаем как распределение суммы детерминированной и двух случайных величин используя метод характеристических функций [4]:

$$\begin{aligned} w_{Z_k}(y) = & \frac{1}{1 - \sum_{m_1=n+1}^{\infty} \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1}}{m_1!} \exp(-\lambda_{\psi} T)} \sum_{m_1=0}^n \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1} \exp(-\lambda_{\psi} T)}{m_1! \sqrt{m_1 \sigma_x^2 + \sigma_n^2}} \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{[y - (E_0 - C_{ki} m_1 m \{q_{орп}\})]^2}{2(m_1 \sigma_x^2 + \sigma_n^2)} \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Потенциальное значение вероятности ошибки при передаче ограниченного ПСС в условиях воздействия нормального белого шума определяется выражением

$$\begin{aligned} P_{ош} = & 1 - \frac{1}{1 - \sum_{m_1=n+1}^{\infty} \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1}}{m_1!} \exp(-\lambda_{\psi} T)} \sum_{m_1=0}^n \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1}}{m_1!} \times \\ & \times \exp(-\lambda_{\psi} T) F \left[\sqrt{\frac{(E_0 - m_1 m \{q_{орп}\})^2}{m_1 \sigma_x^2 + \sigma_n^2}} \right] = \\ = & 1 - \frac{1}{1 - \sum_{m_1=n+1}^{\infty} \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1}}{m_1!} \exp(-\lambda_{\psi} T)} \sum_{m_1=0}^n \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1}}{m_1!} \times \\ & \times \exp(-\lambda_{\psi} T) F \left[\sqrt{\frac{P_{co} (n - m_1)^2}{n \left(m_1 P_{co} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{ПСС}^2} + P_{шПСС} \right)}} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

где $\delta_{ПСС}^2$ — дисперсия ПСС без ограничения; $P_{шПСС}$ — мощность белого шума в полосе ПСС $P_{шПСС} = N_0 \Delta F$. Усредненная оценка выражения (15) для вероятности ошибки определяется так:

$$P_{ош} = 1 - F \left(\sqrt{\frac{P_{co} n [1 - 2(1 - F(\gamma_{орп}))]^2}{2n [1 - F(\gamma_{орп})] P_{co} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{ПСС}^2} + P_{шПСС}}} \right) =$$

$$= 1 - F\left(\sqrt{\frac{h_{\text{пик}}^2 [1 - 2(1 - F(x_{\text{огр}}))]^2}{2h_{\text{пик}}^2 [1 - F(\gamma_{\text{огр}})] \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\text{ПСС}}^2} \gamma_{\text{огр}}^2}}\right), \quad (16)$$

где $h_{\text{пик}}^2$ — отношение сигнал-шум для ПСС по пиковой мощности излучаемого сигнала $h_{\text{пик}}^2 = \frac{P_{\text{макс}}}{P_{\text{шПСС}}}$. Из приведенных соотношений (15) и (16) следует важный вывод. Для каналов, обладающих большим энергетическим потенциалом, когда мощностью шума можно пренебречь, потенциальное значение вероятности ошибки конечно и определяется величиной порога ограничения ПСС

$$P_{\text{ош}} = 1 - \frac{1}{1 - \sum_{m_1=n+1}^{\infty} \frac{\lambda_{\psi} T^{m_1}}{m_1!} \exp(-\lambda_{\psi} T)} \sum_{m_1=1}^n \frac{(\lambda_{\psi} T)^{m_1}}{m_1!} \times \exp(-\lambda_{\psi} T) F\left(\sqrt{\frac{(n - m_1)^2}{m_1 n \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\text{ПСС}}^2}}}\right). \quad (17)$$

Усредненная оценка вероятности ошибки (17) определяется следующим образом:

$$P_{\text{ош}} = 1 - F\left(\sqrt{\frac{[1 - 2(1 - F(x_{\text{огр}}))]^2}{2[1 - F(\gamma_{\text{огр}})] \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{\text{ПСС}}^2}}}\right). \quad (18)$$

На рис. 2 представлены графики зависимости вероятности ошибки от величины относительного порога ограничения $\gamma_{\text{огр}}$ для различных значений сигнал-шум по пиковой мощности $h_{\text{пик}}^2$. Пунктиром обозначена зависимость потенциального значения вероятности

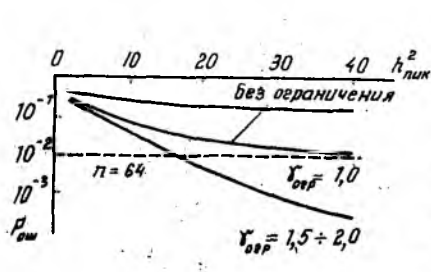


Рис. 3

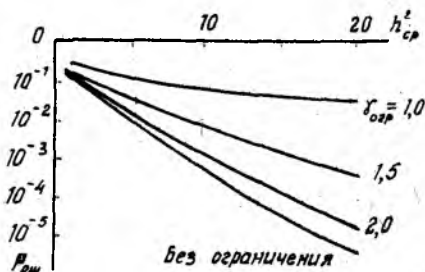


Рис. 4

ности ошибки, обусловленное ограничением ПСС. На рис. 3 представлены графики зависимости вероятности ошибки от величины отношения сигнал-шум по пиковой мощности $h_{\text{пик}}^2$ для различ-

ных значений относительного порога ограничения $\gamma_{огр}$ и без ограничения.

Оценку выигрыша, получаемого при двухстороннем ограничении ПСС необходимо производить при условии фиксированной величины отношения сигнал-шум по пиковой мощности. При этом выигрыш можно оценить, с одной стороны, вероятностью ошибки, с другой стороны — отношением расхода энергии на один бит информации [2; 3]. Используя второй метод, получаем

$$B = \frac{n [1 - 2(1 - F(\gamma_{огр}))]^2}{2 [1 - F(\gamma_{огр})] \frac{\sigma_k^2}{\sigma_{ПСС}^2} h_{пик}^2 + \gamma_{огр}^2} \quad (19)$$

На рис. 4 представлены графики зависимости выигрыша при ограничении ПСС от величины относительного порога ограничения $\gamma_{огр}$ для размерностей 16, 64, 256 и отношения сигнал-шум по пиковой мощности 9; 49. Из представленных графиков видно, что в условиях воздействия мощных помех типа нормальный белый шум эффективным является более глубокое ограничение сигнала до уровня $\gamma_{огр} = 1,5$. Однако с увеличением энергетического потенциала наибольший выигрыш достигается при слабом ограничении на уровне $\gamma_{огр} = 2,0$.

На основании приведенных выражений и графиков можно сделать следующие выводы.

Введение двухстороннего ограничения ПСС позволяет значительно, до 15—20 дБ, снизить пик-фактор излучаемого сигнала. Причем значение пик-фактора ограниченного ПСС не зависит от размерности сигнала и определяется только величиной относительного порога ограничения.

Двухстороннее ограничение ПСС на передающей стороне приводит к появлению в системе связи шумов ограничения, которые определяют потенциальную помехоустойчивость системы.

Для больших размерностей ПСС мощность шумов ограничения практически не зависит от его длины и определяется величиной относительного порога ограничения.

Введение двухстороннего ограничения ПСС позволяет повысить качество передачи информации в условиях ограничения пиковой мощности излучаемого сигнала.

Оптимальное значение относительного порога ограничения слабо зависит от размерности сигнала и определяется отношением сигнал-шум по пиковой мощности на входе приемного устройства и составляет $\gamma_{огр} = 1,5—2,0$.

Список литературы: 1. Дядюнов Н. Г., Сенин А. И. Ортогональные и квазиортогональные сигналы/Под ред. Е. М. Тарасенко. М., 1977. 224 с. 2. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М., 1979. 728 с. 3. Тузов Г. И. Статистическая теория приема сложных сигналов. М., 1977. 400 с. 4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника, М., 1982. 624 с.

Поступила в редколлегию 09.03.89

В. Н. ТУПКАЛО, канд. техн. наук,
Н. Г. ТУПКАЛО

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО КОНТРОЛЯ ДИСКРЕТНЫХ КАНАЛОВ НА ОСНОВЕ СИГНАТУРНОГО АНАЛИЗА

Внедрение цифровых методов и устройств обработки сигналов в радиотехнических системах (РТС) требует поиска новых подходов к решению задачи оценки их качества функционирования в реальном масштабе времени (задачи функционального контроля). Одним из таких подходов является использование сигнатурного анализа, широко применяемого при создании средств тестового контроля цифровых систем [1], что требует уточнения существующих и введения новых понятий сигнатурного анализа.

Основным понятием сигнатурного анализа является понятие «сигнатура». Согласно работе [2, с. 148], сигнатура — это число, состоящее из четырех знаков (цифр или букв) шестнадцатиричного кода. В соответствии с работой [3, с. 160] сигнатура — это сформированное содержимое регистра после обработки входной последовательности и представленное в шестнадцатиричной форме. По определению, приведенному в работе [1, с. 249], сигнатура — это двоичное число, получаемое в результате преобразования длинных последовательностей двоичных сигналов. Нетрудно заметить, что указанные определения сводятся лишь к особенностям формы числового представления. В связи с этим заслуживает внимания трактовка процедуры образования сигнатуры полинома сжимаемых данных $A(x)$ как операции деления полинома над полем $GF(2)$ [4]. Тогда при выбранном полиноме $P(x)$ частное $Q(x)$ и остаток $R(x)$ связаны классическим соотношением вида

$$A(x) = Q(x)P(x) + R(x), \quad (1)$$

где $\deg R(x) < \deg P(x)$ и $R(x)$ называется сигнатурой. Данное определение в принципе позволяет рассматривать сигнатуры как элементы конечного поля и теорию сигнатурного функционального контроля развивать на основе фундаментальных положений теории полей Галуа. Однако относительно (1) существует оговорка [4], что при практической реализации сигнатурного анализа процедура деления полинома $A(x)$ на $P(x)$ заменяется процедурой псевдоделения с помощью регистра сдвига с обратными связями, и полное математическое описание содержимого S регистра имеет вид

$$S_i(0) = 0, \quad i = \overline{1, m};$$

$$S_1(k) = a(k) \oplus \sum_{i=1}^m \delta_i S_i(k-1); \quad (2)$$

$$S_j(k) = S_{j-1}(k-1),$$

где $m = \deg P(x)$; $a(k) \in \{0, 1\}$ — k -й символ сжимаемой последовательности A ; $\delta_i \in \{0, 1\}$ — коэффициент порождающего полинома $P(x)$; $S_i(k-1) \in \{0, 1\}$ — содержимое i -го элемента памяти регистра сдвига в $(k-1)$ -й такт; $j=2, m$; $k=1, l$; l — количество символов сжимаемой последовательности.

Тогда в смысле (2) $S(l)$ является псевдосигатурой, описываемой полиномом $S_l(x)$. Поскольку $R(x) \neq S_l(x)$ и между $R(x)$ и $S_l(x)$ существует однозначная связь

$$R(x) = M_{P(x)} \times S_l(x) = \begin{pmatrix} \delta_m & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \delta_{m-1} & \delta_m & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \delta_{m-2} & \delta_{m-1} & \delta_m & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 & \dots & \delta_m & 0 \\ \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \dots & \delta_{m-1} & \delta_m \end{pmatrix} \times S_l(x), \quad (3)$$

то очевидна неопределенность понятия «сигатура» относительно практически используемой модели (2) в случае, когда степень полинома сжимаемой последовательности меньше степени образующего полинома $P(x)$. Действительно, при $\deg A(x) < \deg P(x)$ понятие сигатуры относительно (1) предполагает равенство $A(x) = R(x)$, а относительно (2) данное равенство не всегда выполнимо и, исходя из (3), определяется видом полинома $P(x)$. Например, при $P(x) = x^4 + x^3 + 1$ для последовательности данных 0111, описываемых полиномом $A(x) = x^2 + x + 1$, $S_4(x) = R(x) = A(x)$, а при $P(x) = x^4 + x + 1$, $S_4(x) = x^2 + 1$ и, следовательно, $S_4(x) \neq R(x)$. Таким образом, без точно сформулированного понятия сигатуры, в смысле практически используемой модели (2), невозможно дальнейшее расширение множества фундаментальных понятий общей теории сигатурного контроля и диагностики.

Поскольку остаток $R(x)$ в понятиях теории сравнения чисел является вычетом (остатком) по модулю, т. е. $R(x) = A(x) \bmod P(x)$, то с учетом (3) введем следующее определение.

О п р е д е л е н и е. *Сигатура потока данных $A(x)$ есть линейное преобразование результата его полиномиальной свертки по модулю неприводимого примитивного полинома $P(x)$, формализованное представление которого имеет вид*

$$\text{sig } A(x) = M_{P(x)}^{-1} [A(x) \bmod P(x)], \quad (4)$$

где $M_{P(x)}^{-1}$ — матрица, обратная матрице $M_{P(x)}$. В связи с (4) следует отметить, что требование неприводимости полинома $P(x)$ необходимое, но недостаточное условие, чтобы кольцо сигатур было полем. Так, например, полином $P(x) = x^6 + x^3 + 1$ является неприводимым, однако, количество порождаемых им ненулевых классов сигатур равно только 9 из максимального количества $L = 2^6 - 1 = 31$. Из теории полиномов известно, что достаточным

условием обеспечения $2^m - 1$ ($m = \deg P(x)$) ненулевых остаточных классов является условие, при котором корнем полинома $P(x)$ будет примитивный элемент поля $GF(2^m)$, т. е. условие примитивности $P(x)$.

Докажем, что введенная трактовка понятия сигнатуры (4) позволяет рассматривать $\text{sig } A(x)$ как элемент конечного поля.

Теорема 1. Если образующий полином $P(x)$ является неприводимым примитивным, то алгебра сигнатур является полем.

Доказательство. Поскольку множество классов сигнатур, образованное неприводимым примитивным полиномом, является максимально возможным при заданной степени полинома, то множество есть кольцо. В свою очередь, кольцо образует поле, если каждому ненулевому элементу поля соответствует мультипликативный обратный. Пусть $F(x)$ — некоторый ненулевой элемент кольца. Следовательно, $\deg F(x) < \deg P(x)$. Так как $P(x)$ неприводимый, то наименьший общий делитель для $F(x)$ и $P(x)$ равен 1. Тогда существуют полиномы $Q(x)$ и $B(x)$ такие, что $f_m = Q(x)P(x) + B(x)F(x)$, где $f_m = [00 \dots 01]_m$, $m = \deg P(x)$. Следовательно, исходя из (1), получаем

$$\begin{aligned} \text{sig } f_m &= f_m = \text{sig } [Q(x)P(x) + B(x)F(x)] = \text{sig } [B(x)F(x)] = \\ &= M_{P(x)}^{-1} [B(x)F(x)] = M_{P(x)}^{-1} \times M_{P(x)} [\text{sig } B(x)F(x)] = \\ &= I_{P(x)} [\text{sig } B(x)F(x)]. \end{aligned}$$

Таким образом, в кольце сигнатур, образованных полиномом $P(x)$, $\text{sig } B(x)$ является мультипликативной обратной к $F(x)$.

Решим две задачи сигнатурного контроля.

Задача 1. Синтезировать алгоритм сигнатурного контроля операции сдвига n -разрядного кода числа a влево (в сторону) старших разрядов без потери информации (значений старших разрядов).

Поскольку сдвиг кода числа a влево на один разряд равноценен увеличению его значения вдвое, то для каждого i -го такта сдвига справедливо

$$\bar{a}_i = \bar{a}_{i-1} + \bar{a}_{i-1}. \quad (5)$$

Теорема 2. Если контрольные характеристики двоичных чисел a и b являются сигнатурами, то

$$\text{sig}(a + b) = \text{sig } a \oplus \text{sig } b \oplus \text{sig } H(a + b), \quad (6)$$

где $H(a + b)$ имеет смысл взаимной полиномиальной характеристики чисел a и b при вступлении их в операцию арифметического сложения: единица в коде характеристики ставится в том разряде, в который произошел переход единицы переноса при сложении чисел a и b [5].

Доказательство. Согласно (6) первым утверждением теоремы является линейность данной сигнатурной функции. Действительно, правая часть равенства (6) хоть и содержит три эле-

мента, но является функцией двух переменных, так как характеристика $H(a+b)$ однозначно определяется числами a и b . Тогда из алгебры Жегалкина следует, что бинарная функция от двух переменных линейна, если она является суммой по модулю два. Для его доказательства воспользуемся первым утверждением и рассмотрим два реальных случая взаимного соответствия кодов чисел: a и b поразрядно не совпадают; a и b поразрядно полностью совпадают. Тогда для первого случая имеем $a+b = a \oplus b$, а для второго — $a+b = a \oplus a \oplus H(a+a) = H(a+a)$, что и требовалось доказать.

С учетом (6) для (5) получим

$$\text{sig } a_i = \text{sig } H(a_{i-1} + a_{i-1}). \quad (7)$$

Однако алгоритм (правило) сигнатурного контроля (7) для операции (5) не является единственным. Введем понятие двухкрат-

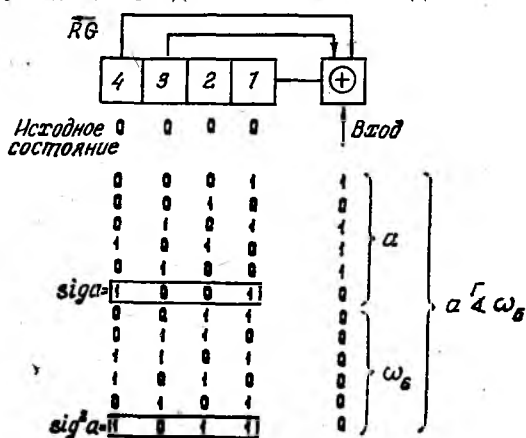


Рис. 1

ной (α -кратной) сигнатуры n -разрядного числа a . Иллюстрация формирования двухкратной сигнатуры $\text{sig}^2 a$ приведена на рис. 1, откуда следует, что двухкратная сигнатура числа a — это сигнатура преобразованного числа вида $a \ll \omega_n$, где \ll — знаки операции конкатенации и отношения предшествования; $\omega_n = [00 \dots 0]_n$ — нулевое число n -й разрядности. Тогда $a \ll \omega_n$ — кратная сигнатура числа; $a \ll \omega_n$ — это $\text{sig}(a \ll \omega_n)$, где $g = (a \ll \omega_n)$; $a = 1, 2, \dots$

Теорема 3. Для пары чисел a и b таких, что $b = 2a$

$$\text{sig } b = \text{sig } H(a + a) = \hat{H}(\text{sig } a + \text{sig } a) \oplus f_m \sum_{j=1}^m \delta_j S_j, \quad (8)$$

где $\hat{H}(\text{sig } a + \text{sig } a)$ — значение (m -разрядный код) m младших разрядов характеристики $H(\text{sig } a + \text{sig } a)$; $f_m = [00 \dots 01]_m = \text{const}$; S_j — значение j -го (S_m — старший, S_1 — младший) разряда сигнатуры числа a .

Доказательство. Справедливость левой части равенства (8) вытекает из представления сигнатуры арифметической суммы (6). Относительно операции сдвига n -разрядного кода числа a в сторону старших разрядов на один разряд $b = a \ll 1$. Тогда

$$\text{sig } b = \text{sig}^\alpha a, \alpha = 1 + 1/n.$$

Поскольку при $P(x) = \delta_m x^m + \delta_{m-1} x^{m-1} + \dots + \delta_1 x + 1$ результат рекурсии на каждом такте сдвига определяется величиной

$$f_m \sum_{j=1}^m \otimes_{\delta_j} S_j,$$

то в пределах m -разрядной сетки представления двоичных чисел

$$\text{sig}^{(1+1/n)} a = \hat{H}(\text{sig } a + \text{sig } a) \oplus f_m \sum_{j=1}^m \otimes_{\delta_j} S_j,$$

что и требовалось доказать.

С учетом утверждения (8) для (5) имеем

$$\text{sig } \bar{a}_i = \hat{H}(\text{sig } \bar{a}_{i-1} + \text{sig } \bar{a}_{i-1}) \oplus f_m \sum_{j=1}^m \otimes_{\delta_j} S_{j(i-1)}. \quad (9)$$

Задача 2. Контролируется ход решения задачи поиска экстремума, последовательность текущих результатов которой сводится к последовательности чисел Фибоначчи [7].

Формализованное условие контроля хода данной вычислительной задачи представим в виде

$$\forall x \in X \forall y \in Y \exists x_0 \in Y_0 \{ (y_0 \in Y_0) - (y = \Psi(x)) \} = \Delta, \quad (10)$$

где X, Y — множество входных данных и множество возможных результатов решения задачи; $Y_0 \subset Y$ — множество эталонных решений; Ψ — оператор отображения X в Y (алгоритм задачи); Δ — множество констант, отражающих детерминированные свойства решения задачи.

Исходя из (10), задачу синтеза алгоритма контроля последовательности текущих результатов сформулируем следующим образом. Во-первых, необходимо отыскать такое подмножество $Y_\Delta \subset Y$ и правило его использования G с тем, чтобы $|Y_\Delta| < |Y|$. Во-вторых, требуется определить оператор отображения подмножества Y_Δ в соответствующее множество контрольных характеристик таких, что $|Y_\Delta^k| < |Y_\Delta|$, и найти при этом адекватное правило контроля относительно Y_Δ^k .

Все числа в ряде Фибоначчи связаны зависимостью [7] $u_i = u_{i+2} - u_{i+1}$ (11), и так как $u_{i+1} < u_{i+2}$, то для дополнительного кода мантиссы числа $(-u_{i+1})$ с учетом (6) имеем

$$(-u_{i+1})_{\text{доп}} = u_{i+1} \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(u_{i+1} \oplus d) + f], \quad (12)$$

где $d = [11 \dots 11]_n = \text{const}$; $f = [00 \dots 01]_n = \text{const}$; n — разрядность представления чисел Фибоначчи; $\hat{H}[(u_{i+1} \oplus d) + f]$ — значение n младших разрядов взаимной полиномиальной характеристики $H[(u_{i+1} \otimes d) + f]$. Тогда представление разности (11) с учетом (6), (12) будет иметь вид

$$u_i = u_{i+2} \oplus u_{i+1} \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(u_{i+1} \oplus d) + f] \oplus \oplus \hat{H}[u_{i+2} + (u_{i+1} \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(u_{i+1} \oplus d) + f])]. \quad (13)$$

В результате простого преобразования (13) получим

$$\hat{H}(d + f) = d \oplus f = \hat{H}(u_i + u_{i+1}) \oplus \hat{H}[(u_{i+1} \oplus d) + f] \oplus \oplus \hat{H}[u_{i+2} + (u_{i+1} \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(u_{i+1} \oplus d) + f])]. \quad (14)$$

Так как $d \oplus f = \text{const}$, то (14) является функцией-константой и этот факт указывает на постоянство отношения порядка между каждой парой (u_{i+1}, u_{i+2}) , т. е. что не всякие два числа, произвольно выбранные относительно числа u_i , связаны зависимостью (11). Это позволяет (14) трактовать как искомое правило G .

Введем понятие сигнатуры n -разрядного числа a . Иллюстрация формирования $\text{sig } a$ приведена на рис. 2.

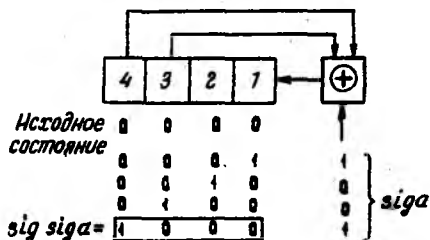


Рис. 2

Теорема 4. Если числа a_i и их сигнатуры $\text{sig } a_i$ — элемент одного поля $GF(2^m)$ ($m = \deg P(x)$), то результат суммы $a_i \oplus \text{sig } a_i$ есть нулевой элемент данного поля.

Доказательство. Из условия принадлежности a_i и $\text{sig } a_i$ одному полю следует, что $\deg a_i(x) < \deg P(x)$ и $\deg \text{sig } a_i(x) < \deg P(x)$. Тогда

$$\text{sig } a_i(x) = M_{P(x)}^{-1} [a_i(x) \bmod P(x)] = M_{P(x)}^{-1} a_i(x)$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned} \text{sig } \text{sig } a_i(x) &= M_{P(x)}^{-1} [M_{P(x)}^{-1} a_i(x)] \bmod P(x) = \\ &= M_{P(x)}^{-1} \text{sig } a_i(x) = a_i(x), \end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Теорема 5. Если для пар чисел (a, b) множества поля $GF(2^n)$ существует примитивно-рекурсивная функция, оператором примитивной рекурсии которой является оператор образования взаимной полиномиальной характеристики, то в поле $GF(2^m)$ ($m < n$) обязательно найдется подмножество пар $(\text{sig } a, \text{sig } b)$ и $(\text{sig } \text{sig } a, \text{sig } \text{sig } b)$ таких, что данная функция также будет примитивно-рекурсивной.

Доказательство. В поле $GF(2^n)$ всегда есть пары чисел (a, b) , а в поле $GF(2^m)$ найдутся пары чисел (a', b') , для которых $\deg a, \deg b, \deg a', \deg b' < \deg P(x)$ и $a' = \text{sig } a = \text{sig sig } a$ и $b' = \text{sig } b = \text{sig sig } b$. Кроме того, в зависимости от состава членов степеней, меньших m в полиноме $P(x)$, как среди пар (a, b) поля $GF(2^n)$, так и пар (a', b') поля $GF(2^m)$, найдутся такие пары, что $\deg a, \deg b, \deg a', \deg b' < \deg P(x)$, а $a \neq \text{sig } a, b \neq \text{sig } b, a' \neq \text{sig } a', b' \neq \text{sig } b'$. Тогда, исходя из теоремы 4, для таких пар $a \oplus \text{sig sig } a = b \oplus \text{sig sig } b = a' \oplus \text{sig } a' = b' \oplus \text{sig } b' = [00 \dots 00]_n$, что, в свою очередь, указывает на наличие хотя бы двух разных подмножеств пар (a, b) поля $GF(2^n)$ и двух разных подмножеств пар (a', b') поля $GF(2^m)$, которые соответственно изоморфны относительно операций sig и sig sig , что и требовалось доказать.

Таким образом, на основании теорем 4 и 5 операторами отображения подмножества Y_Δ в соответствующее множество контрольных характеристик Y_Δ^k будут являться операторы sig и sig sig . Тогда адекватными правилами контроля относительно Y_Δ^k будут правила

$$d_m \oplus f_m = \hat{H}(\text{sig } u_i + \text{sig } u_{i+1}) \oplus \hat{H}[(\text{sig } u_{i+1} \oplus d_m^k) + f_m] \oplus \\ \oplus \hat{H}[(\text{sig } u_{i+2} \oplus \hat{H}(\text{sig } u_i + \text{sig } u_{i+1}) \oplus \text{sig } H(u_i + u_{i+1})) + \\ + (\text{sig } u_{i+1} \oplus d_m \oplus f_m \oplus \hat{H}[(\text{sig } u_{i+1} \oplus d_m^k) + f_m])]; \quad (15)$$

$$d_m \oplus f_m = \hat{H}(\text{sig sig } u_i + \text{sig sig } u_{i+1}) \oplus \hat{H}[(\text{sig sig } u_{i+1} \oplus d_m^k) + f_m] \oplus \\ \oplus \hat{H}[(\text{sig sig } u_{i+2} \oplus \hat{H}(\text{sig sig } u_i + \text{sig sig } u_{i+1}) \oplus \text{sig sig } H(u_i + u_{i+1})) + \\ + (\text{sig sig } u_{i+1} \oplus d_m \oplus f_m \oplus \hat{H}[(\text{sig sig } u_{i+1} \oplus d_m^k) + f_m])], \quad (16)$$

где $d_m = [11 \dots 11]_m$; $f_m = [00 \dots 01]_m$; m — разрядность сигнатур чисел. Тогда в смысле (15) и (16) $Y_\Delta^k = d_m \oplus f_m = \text{const}$.

По завершении процесса контроля предсказанием сигнатур ряд Фибоначчи признается правильным, если выполняется формализованное условие

$$\forall r \in R \exists s, (r - s) \in R \forall y \in YF \{[(y_0 = Y_\Delta^k) \oplus (y = f(s, r - s))]\} = 0, \quad (17)$$

где R — множество чисел в ряде Фибоначчи (подгруппа поля $GF(2^n)$); s, r — смежные числа ряда ($s < r$); Y — множество сумм по модулю для всех возможных полиномиальных характеристик (элементы поля $GF(2^m)$); $Y_\Delta^k = d_m \oplus f_m$ — эталон суммы ($Y_\Delta^k \in Y$); $f(s, r - s)$ — функция узла контроля (правая часть равенства (15) или (16)).

В связи с полученными результатами необходимо отметить, что правила (7), (9) сигнатурного контроля предсказанием не являются единственно возможными относительно введенного поня-

тия α -кратной сигнатуры двоичного числа. Проведенные исследования показали [5; 6], что правила сигнатурного контроля предсказанием возможны для формирователей любого ряда чисел, отношением порядка которого является примитивно-рекурсивная зависимость (например, все виды регистровых операций). В свою очередь, правила (15), (16) универсальны для любого ряда чисел, связанных рекурсивной зависимостью вида (11). Как следует из (17), выбор конкретного ряда предсказуемо контролируемой последовательности чисел полностью определяется исходными данными: $s, r-s$ ($s \ll r$).

Список литературы: 1. Лихтциндер Б. Я., Кузнецов В. Н. Микропроцессоры и вычислительные устройства в радиотехнике. К., 1988. 272 с. 2. Мирский Г. Я. Микропроцессоры в измерительных приборах. М., 1984. 160 с. 3. Гуляев В. А., Чаплыга В. М., Кедровский И. В. Методы и средства обработки диагностической информации в реальном времени. К., 1986. 224 с. 4. Ярмолик В. Н. Контроль и диагностика цифровых узлов ЭВМ. Минск, 1988. 240 с. 5. Тупкало В. Н. Контроль логических операций на основе использования сигнатур//АСУ и приборы автоматики. 1988. Вып. 86. С. 70—77. 6. Чинков В. Н., Тупкало В. Н., Тупкало Н. Г. Повышение эффективности живучих ИВС на основе реализации сигнатурного контроля вычислительных операций//Живучесть и реконфигурация информационно-вычислительных и управляющих систем: Тез. докл. Второй Всесоюз. конф. Алушта, 1988. С. 102—103. 7. Воробьев Н. Н. Числа Фибоначчи. М., 1984. 144 с.

Поступила в редколлегию 28.02.89

УДК 621.396.662

А. В. ТКАЧЕНКО, канд. техн. наук, **С. А. КРАСИКОВ**

СТАТИСТИЧЕСКАЯ СЛЕДЯЩАЯ СИСТЕМА РАСПОЗНАВАНИЯ ДВОИЧНЫХ СИГНАЛОВ

Анализ структур приемников различения двух видов сигналов в системах передачи информации (СПИ) показывает, что все широко применяемые методы основаны на использовании устройств сравнения, генераторов сигналов, интеграторов, пороговых, исполнительных, решающих и других устройств [1; 2]. Их применение не всегда отвечает требованиям достоверности приема, универсальности, адаптивности к изменениям параметров распознаваемых сигналов [1].

Использование современных вычислительных систем, способных реализовывать достаточно эффективные алгоритмы распознавания двоичных сигналов, на базе аналого-цифровых преобразователей (АЦП) и микропроцессоров, как правило, нецелесообразно из-за относительно высокой сложности программного обеспечения, отладки, диагностики и, как следствие, низкой надежности и высокой стоимости. Применяемые в них высокоразрешающие АЦП последовательного действия мало пригодны для обработки сигналов, поступающих с большой скоростью [3], которая входит в про-

тиворечие со сложными алгоритмами обработки, требующими значительных временных затрат.

Рассмотрим решение проблемы посредством создания статистической системы распознавания двоичных сигналов, которая реализует решение задачи описания классов [4], причем в данном случае оценка производится согласно критерию минимума полной вероятности ошибки $P_{\text{ош}}$ (критерию идеального наблюдателя) [1; 4]

$$P_{\text{ош}} = P(0)P(1/0) + P(1)P(0/1) \Rightarrow \min, \quad (1)$$

где $P(0)$ — априорная вероятность посылки 0; $P(1)$ априорная вероятность посылки 1; $P(1/0)$ — вероятность ложной тревоги, $P(0/1)$ вероятность пропуска единицы.

Два сигнала 0 и 1 имеют области распределения $S_0(t)$ и $S_1(t)$, где $0 \leq t \leq T$ (T — период сигнала), которые описываются функциями $F_0(t, u)$ и $F_1(t, u)$, u — параметр сигнала

$$S_0(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_0(t, u) du; \quad S_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_1(t, u) du.$$

Найдем непересекающиеся области $S'_0(t)$ и $S'_1(t)$; описываемые функцией

$$F(t, u) = F_1(t, u) - F_0(t, u), \quad (2)$$

соответственно

$$S'_0(t) = \int_{-\infty}^{u_n} F(t, u) du; \quad S'_1(t) = \int_{u_n}^{+\infty} F(t, u) du; \quad F_0(t, u_n) = F_1(t, u_n).$$

Из (2) видно, что $F(t, u)$ принимает отрицательные значения при $u < u_n$ (u_n — величина порога), зададим

$$F_{\text{отн}}(t, u) = F(t, u) + C,$$

где $C \geq -F(t, u)$ для любых t и u , $F_{\text{отн}}(t, u)$ описывает $S'_0(t)$ и $S'_1(t)$ в положительной области и при приеме двоичных сигналов может использоваться как весовой коэффициент для данных t и u .

С целью технической реализации $F_{\text{отн}}(t, u)$ разделим $[0, T]$ и $[u_l, u_{r+1}]$ на k и r равных участков

$$S_0(t_i) \approx \int_{u_1}^{u_{r+1}} F_0(t_i, u) du; \quad S_1(t_i) \approx \int_{u_1}^{u_{r+1}} F_1(t_i, u) du.$$

Тогда $F_{\text{отн}}(t, u)$ задается так:

$$x_{ij} = \int_{u_j}^{u_{j+1}} (F_1(t_i, u) - F_0(t_i, u)) du + C_x = \\ = S_1(t_i, u_j) - S_0(t_i, u_j) + C_x, \quad (3)$$

где

$$C_x \geq -S(t_i, u_j); \quad S(t_i, u_j) = S_1(t_i, u_j) - S_0(t_i, u_j).$$

Получим дискретный по времени и квантованный по уровню весовой коэффициент (3), на основе которого составляется матрица, задающая $F_{отн}(t, u)$:

$$A_n = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{1r} & x_{2r} & \dots & x_{kr} \end{vmatrix}. \quad (4)$$

Накопление статистических данных в виде (4) производится согласно формуле

$$A_n = \sum_{e=1}^m a_e, \quad a_e = \begin{vmatrix} \Delta x_{11} & \Delta x_{21} & \dots & \Delta x_{k1} \\ \Delta x_{12} & \Delta x_{22} & \dots & \Delta x_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta x_{1r} & \Delta x_{2r} & \dots & \Delta x_{kr} \end{vmatrix}, \quad (5)$$

$$\Delta x_{ij} = \begin{cases} +1, & b_e = 1; \\ -1, & b_e = 0, \end{cases}$$

где m — количество b_e , необходимых для формирования A_n ; a_e — представление элементарного сигнала b_e (0 или 1) известной кодовой комбинации (например, синхронизирующей) по соответствующим координатам i и j (4), (5).

Полученная матрица (4) весовых коэффициентов x_{ij} (3) реализуется в специализированном оперативном запоминающем устройстве (ОЗУ) (рис. 1) на блоках реверсивных счетчиков $СТ_{ij}$ (рис. 2). Набор адреса каждого ij -го блока счетчика производится

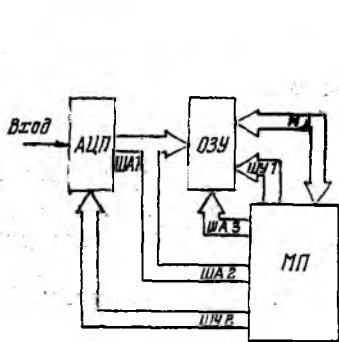


Рис. 1

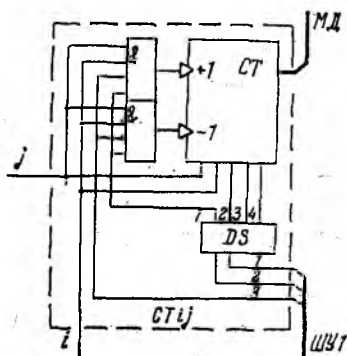


Рис. 2

по координатам с помощью двух дешифраторов специализированного ОЗУ, адрес по уровню набирается через шины адреса (ША) 1, 2, а по времени ШАЗ.

Работа специализированного ОЗУ совместно с АЦП (рис. 1) и микропроцессором (МП) основана на создании в реверсивных счетчиках состояний, соответствующих разности появлений двух видов сигналов 0 и 1 для данных i и j (3) — (5), с использованием известной кодовой комбинации, поступающей в начале кодограм-

мы. При последующем приеме информационной части кодовой комбинации производится считывание сформированных x_{ij} (3) в микропроцессор (рис. 1) для дальнейшей обработки, например,

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_{ij}. \quad (6)$$

Выполнение (6) не требует значительных временных затрат и заключается в последовательном суммировании всех x_{ij} , выбранных за время T , с последующим делением на k , что аналогично сдвигу суммы на $\log_2 k$ ($k=2^z$, $z=1, 2, \dots$) в сторону младших разрядов. Принятие решения производится согласно правилу

$$\bar{x} < C_x \rightarrow 0, \quad \bar{x} > C_x \rightarrow 1. \quad (7)$$

В состоянии C_x (3) счетчики блоков счетчиков $CTij$ устанавливаются перед приемом известной кодовой комбинации.

Матрица (4) по существу является элементом обучающей системы [5], обучение которой происходит путем многократного (m — кратного (5)) предъявления системе распознавания различных объектов (сигналов) с указанием классов (значений 0 или 1), к которым эти объекты принадлежат.

Применение специализированного ОЗУ (рис. 1, 2) позволяет сократить время обработки сигнала, что особенно важно для высокоскоростных СПИ и большого k . Решение только программными методами подобной задачи требует больше времени (для обработки параметров сигналов), разработки более сложного программного обеспечения, быстродействующего микропроцессорного комплекта со сверхоперативным запоминающим устройством. Достоинство специализированного ОЗУ — его универсальность, т. е. возможность применения для двоичных сигналов любой формы, амплитуды и периода, с использованием управления АЦП через шину управления (ШУ) 2 (рис. 1).

Структурная схема системы (рис. 1) содержит АЦП, специализированное ОЗУ, микропроцессор, ША 1, 2, 3, ШУ 1, 2, магистраль данных (МД). В системе используется АЦП параллельного действия (типа ИС К1107 ПВ1, К1107 ПВ3), микропроцессор реализуется на базе быстродействующих микропроцессорных комплектов (серии К1800, К1804).

Специализированное ОЗУ состоит из двух дешифраторов адреса, соединенных с ША 1, 2 и ША 3 (ША 1 и ША 2 объединены по ИЛИ), а i, j -е выходы дешифраторов соединены с блоком счетчика $CTij$ (рис. 2). Структурная схема блока счетчика содержит реверсивный счетчик, элементы И и ЗАПРЕТ, дешифратор счетчика (DS), МД и ШУ1, которая состоит из трех линий — первые две реализуют четыре режима работы специализированного ОЗУ, третья подает известную кодовую комбинацию в режиме набора статистических данных (формирования x_{ij}).

Статистическая система распознавания двоичных сигналов работает в четырех режимах:

режим установки в исходное состояние, т. е. приведение всех счетчиков специализированного ОЗУ в состояние C_x (3), осуществляется путем подачи со второго выхода дешифратора блока счетчика (рис. 2) единичного импульса, формируемого первыми двумя шинами ШУ1, этот режим, как и все последующие, осуществляется микропроцессором;

режим загрузки, т. е. последовательная запись в каждый счетчик рис. 2 известного x_{ij} через МД, при этом на третьем выходе дешифратора блока счетчика единичный потенциал, а адреса набираются микропроцессором через ШАЗ и ША2;

режим набора статистических данных, т. е. непосредственное формирование A_n согласно (5), при этом по третьей линии ШУ1 подается известная кодовая комбинация (последовательность b_e), адрес по времени набирается микропроцессором через ШАЗ, по уровню через ША1 от АЦП, на вход которого поступает известная кодовая комбинация из канала связи (входных устройств) на вход системы, в этом режиме на первом выходе дешифратора блока счетчика единичный потенциал, который открывает элементы И и ЗАПРЕТ;

режим считывания подразделяется на два подрежима считывания при приеме информационной кодовой комбинации, набор адреса по времени производится микропроцессором, а по уровню — АЦП, на вход которого поступает информационная кодовая комбинация из канала связи. В этом режиме на четвертом выходе дешифратора блока счетчика единичный потенциал, при наборе адреса код состояния реверсионного счетчика выдается через МД (6), (7), подрежим последовательного считывания для дальнейшего хранения и использования x_{ij} осуществляется аналогично предыдущему подрежиму, только адрес по уровню набирается микропроцессором через ША2.

Описанный алгоритм работы системы имеет недостаток — условия приема информационной кодовой комбинации основаны на статистических данных принятой до этого известной кодограммы, т. е. ставится условие, что параметры входных сигналов за время приема всей кодовой комбинации изменяются незначительно [1]. В противном случае возникает необходимость периодического обучения (настройки) системы новым условием приема. Разделение режимов набора статистических данных и считывание при приеме информационной кодовой комбинации устраняется при использовании кодов, исправляющих ошибки, корректирующая возможность которых близка к 100 %, т. е. соответствует характеристикам канала связи СПИ.

В этом случае смена содержимого специализированного ОЗУ производится по формуле

$$A_{n+1} = A_n + \bar{a}_{n-s-m} + a_{n-s}, \quad (8)$$

s — минимальное количество разрядов кода, необходимых для исправления (например, при трехкратном повторе каждой элементарной посылки $s=3$), m — зависит от скорости изменения пара-

метров принимаемых сигналов, технической скорости передачи и требований по достоверности распознавания.

Формула (8) определяет порядок обновления содержимого специализированного ОЗУ, который состоит в последовательном проведении для каждого t_i режима набора статистических данных, при котором производится вычитание a_{n-s-m} и сложение a_{n-s} (5) и режима считывания при приеме информационной кодовой комбинации корректирующего кода [1].

Для обеспечения работы статистической следящей (СС) системы в ОЗУ (ЗУ) микропроцессора необходимо хранить параметры $s+m$ двоичных сигналов $((s+m) k$ -слов) и m -разрядную (исправленную) кодовую комбинацию.

Рассмотрим эффективность СС-системы в сравнении с устройством для дискретного приема сигналов «в целом» [2] по показателю математического ожидания полной вероятности ошибки $\bar{P}_{\text{ош}}$ (1) высокочастотного стробирования каждой элементарной посылки униполярного сигнала с пассивной паузой.

Число стробирующих импульсов за время T равно 5, а коэффициент $k_a = u/t$ есть $\text{tg } \alpha$ (α — угол наклона вершины сигнала, при этом в канале связи действует помеха, описываемая функцией нормального распределения

$$F_0(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}, \quad F_1(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(u-E)^2}{2\sigma^2}},$$

$$\sigma = 1,$$

причем за исходное положение уровня приема примем оптимальный порог согласно критерию идеального наблюдателя для среднего (третьего) стробирующего импульса в устройстве для дискретного приема сигналов «в целом», в СС-системе этому импульсу соответствует третье измерение АЦП за время T .

На рис. 3 приведены графики зависимости $\bar{P}_{\text{ош}}, (k_a), a_{0,05c}$ — математическое ожидание вероятности ошибки при стробировании, а $a_{0,05cc}$ — с использованием СС-системы для $P_{\text{ош}}=0,05$ среднего стробимпульса, соответственно $a_{0,005c}$ и $a_{0,005cc}$ для $P_{\text{ош}}=0,005$.

Из приведенных зависимостей видно, что СС-система на 4—100 % понижает $\bar{P}_{\text{ош}}$ по сравнению со стробированием, $k_a \approx 0,3—0,7$ при условии оптимального порога приема среднего стробирующего импульса.

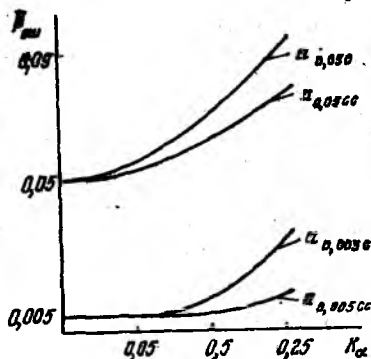


Рис. 3

СС-система позволяет производить оценку цифрового сигнала [2] (состояние канала связи СПИ), x (6) анализируется по отношению к C_x (7) методом вычитания, в этом случае величина $C_x - x$ определяет область псевдошибок (неуверенного приема).

Статистическая следящая система распознавания двоичных сигналов, обладая описанными преимуществами, может применяться в любых системах, где решается задача распознавания.

Список литературы: 1. Пенин П. И. Системы передачи цифровой информации. М., 1976. 368 с. 2. Беллами Дж. Цифровая телефония/Пер. с англ. М., 1986. 544 с. 3. Серебрякова Л. В. Адаптивные аналого-цифровые преобразователи в измерительной технике//Контрольно-измер. техника. 1987. № 38. С. 3—7. 4. Горелик А. Л., Скрипкин В. А. Методы распознавания. М., 1977. 222 с.

Поступила в редколлегию 08.02.89

УДК 621.391

В. С. ПОПЕНКО, канд. техн. наук

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ СИСТЕМ СИГНАЛОВ

Вопросам синтеза сигналов посвящено много исследований. К их числу следует отнести работы Вакмана [1], Варакина [2], Размахнина [3], Кука, Бернфельда и др.

В результате исследований, проведенных в области теории сигналов, как в нашей стране, так и за рубежом, достаточно хорошо разработана практика синтеза одиночных сигналов [1] и некоторых разновидностей систем дискретных сигналов (импульсные последовательности, одночастотные дискретно-кодированные сигналы) по одному из показателей.

Однако известные методы синтеза весьма разнородны и не могут быть использованы для синтеза ансамблей систем сигналов различных классов по совокупности показателей, случай весьма характерный для реальных систем связи. Следует отметить, что разнообразным задачам синтеза сигналов свойственна общность, позволяющая формулировать их с единой точки зрения. Такой универсальный подход открывает дополнительные возможности в решении ряда задач, труднодоступных для методов, разработанных ранее.

Цель работы — развитие единого подхода к синтезу систем сигналов различных классов по совокупности показателей, основанного на использовании аппарата теории систем и ультрасистем.

В общем случае задача синтеза заключается в выборе системы сигналов, удовлетворяющих определенному набору требований и аналитическому описанию этих сигналов. Решение такой задачи опирается на знание основных свойств синтезируемых функций, описывающих сигналы.

Согласно работе [2] сущность решения задачи синтеза состоит в том, что сначала для произвольного фиксированного сигнала (системы сигналов) определяется оптимальный способ приема, а затем отыскиваются сигналы, минимизирующие вероятность ошибки приема (для вновь полученных сигналов приемник по-прежнему оптимальный).

С учетом изложенного задача синтеза может быть сформулирована следующим образом. Для заданных способов передачи и приема, скорости передачи, числа источников сообщений и параметров канала, выбрать систему сигналов, обеспечивающую требуемую достоверность передачи.

В общем случае качество передачи, оцениваемое достоверностью, зависит от характера и интенсивности помех в канале; уровня переходных помех; отношения средних мощностей сигнала и помехи на входе приемника; величины искажений сигналов в динамическом и частотном диапазонах канала.

Перечисленные показатели определяются статистическими характеристиками помехи, функциями взаимной корреляции (ВКФ), автокорреляции (АКФ), частотными спектрами и динамическим диапазоном сигналов системы. Исходя из этого, сформулируем основные требования к сигналам, которые могут быть положены в основу синтеза.

1. Огибающая каждого сигнала должна быть близка к постоянной в течение всей длительности сигнала. В этом случае у сигнала будет наибольшая энергия при ограниченной пиковой мощности передатчика. Это требование является особенно важным для радиосистем, при ограниченных энергетических ресурсах. Его выполнение также обеспечивает минимальные искажения в заданном динамическом диапазоне.

2. Система сигналов должна занимать наименьшую допустимую полосу частот. Это требование является определяющим при ограниченных частотных ресурсах канала (кабельные системы, системы коротковолновой радиосвязи).

3. Боковые пики функций взаимной корреляции должны быть малы. Такое требование является особо важным в асинхронных системах, когда различные абоненты работают независимо друг от друга.

4. Боковые пики функций автокорреляции сигналов должны быть малы. Необходимость в этом возникает в системах с защитой от искусственных помех и работающих по многолучевым каналам, ибо задача распознавания пиков функций автокорреляции в системах с большой разрешающей способностью при плохо выбранных сигналах теряет всякий смысл.

Следует отметить, что требования, предъявляемые к сигналам, весьма разнообразны и в каждом конкретном случае их совокупность будет определяться назначением системы и спецификой ее работы.

Для оценки эффективности систем сигналов X рассмотрим пространство показателей $Y = \overline{y}$, элементы которого представляют собой набор показателей соответствующих требованиям, предъявляемым к системе сигналов. Y — арифметическое пространство, размерность которого равна числу выбранных показателей. При этом y по отношению к X является сверхсистемой. Каждой системе X ставится в соответствие сверхсистема y заданием оператора контроля: $C : X \rightarrow Y$.

Пусть y_0 набор показателей, удовлетворяющих требованиям, предъявляемым к системам сигналов, $\{y_0\} = Y_0$ образует некоторое подмножество пространства Y , удовлетворяющее предъявляемым требованиям, в частности Y_0 может быть:

параллелепипедом, если показатели находятся в заданных пределах

$$Y_0 = \{y \mid a_i \leq y_i \leq b_i\};$$

шаром, если заданы оптимальные требования — y_0 и допустимое отклонение

$$Y_0 = \{y \mid \|y - y_0\| < \varepsilon\};$$

конечным множеством, состоящим из отдельных точек:

$$Y_0 \{y_1; y_2; \dots y_z\}.$$

Выбором X_0 такого, что $c(x_0) = y_0$ исчерпывается синтез системы сигналов по заданным показателям. Следовательно, задача синтеза эквивалентна решению операторного уравнения: $C(x) = \overline{y}$; $y \in Y_0$.

Данная задача относится к типу неклассических из-за имеющих место многопараметричности и многокритериальности, ее необходимо рассматривать как задачу оптимального проектирования с учетом задания на проект и проекта.

Определение 1. Задание на проект — это набор отдельных требований z к векторным показателям y :

Определение 2. Проект — набор сведений π модели X .

Задача оптимального проектирования систем сигналов:

дано: $X, Y, C : X \rightarrow Y; Z(y) = z$. Найти $\Pi(X) = \{\pi\}$.

По теории систем и ультрасистем задание на проект — это данные о сверхсистеме, а проект — это данные о системе.

Решение поставленной задачи соответствует построению ультраоператора синтеза $\check{S} : Z(y) \rightarrow \Pi(x)$ (1) по этапам в определенной последовательности.

1. Построение-пространства моделей. Модель системы сигналов строится для данного класса.

2. Построение пространства показателей. Выбор показателей и построение пространства существенным образом зависят от вида связи и требований к ней, в этой связи выбор показателей целесообразно осуществлять для каждой системы отдельно.

3. Построение оператора контроля. Данный оператор оценивает эффективность различных систем сигналов. В случае равноправия канальных сигналов в системе, каждой координате X оператор контроля — C , ставит в соответствие элемент пространства показателей. При оценке системы в целом, необходимо оценивать экстремальные значения показателей для координат и поэтому построение оператора контроля связано с большим объемом вычислений. В этой связи, целесообразно выбрать форму оператора контроля, обеспечивающую минимум вычислений. Назовем такую форму нормальной. Необходимо также для построения нормальной формы оператора контроля оценить зависимость показателей от номера сигнала (канала) — т. е. задать элемент пространства показателей в виде $y = \{y_1(k); y_2(k); \dots y_e(k)\}$.

4. Построение регуляризатора для оператора контроля. При построении S центральную роль играет оператор C , в зависимости от его свойств построение может иметь различный характер трудности. В задачах синтеза сигналов для систем передачи информации оператор контроля интегральный и не имеет обратного непрерывного оператора, поэтому для его построения вводится дополнительное пространство U — пространство управлений и оператор R , $R: U \rightarrow X$ — регуляризатор. Главная роль регуляризатора — выделение в X компактного множества, ограничивающего возможный разброс моделей систем сигналов с одинаковыми показателями. В частности, при синтезе сигналов по корреляционным свойствам корреляционная функция (КФ) рассматривается как элемент пространства управлений, а регуляризатор — как метод восстановления сигнала по КФ.

Исходя из того, что задача проектирования многокритериальная (система сигналов оценивается по ряду показателей), необходимо строить многопараметрический регуляризатор. Так, для случая ортогональных или квазиортогональных сигналов регуляризатор может быть построен следующим образом. Пусть A — самосопряженный (квазисопряженный) оператор из пространства $L_2 [0; T]$ в пространство $L_2 [0; T]$, $A: L_2 [0; T] \rightarrow L_2 [0; T]$.

Рассмотрим уравнение $A[X(t)] = \lambda X(t)$. Множество собственных функций $\{X_k(t) | k=1, 2, \dots\}$ данной задачи образует базис пространства $L_2 [0; T]$. Поэтому для ограничения перебора точек пространства управлений введем оператор выбора терминального управления.

5-й этап — построение оператора выбора терминального управления G . С этой целью требуется вывести зависимость элемента пространства управлений от показателей $\vec{U} = \vec{U}(y_1 y_2, \dots y_e)$ (2).

Затем определить множество U_k такое, что $CR(U_k) \subset Z_k$. Согласно (2) построение оператора определяется показателями, поэтому его необходимо строить для каждой конкретной системы сигналов.

6-й этап — построение сведений о проекте $\pi_k = R(U_k)$. Построением $\{\pi_k\} = \Pi(\bar{X})$ задача синтеза исчерпывается. Как следует из соотношения (1), совокупность G, U, R составляет ультраоператор синтеза, отображающий данные о точке прообраза в данные о точке образа. Ультраоператор представляет собой пакет алгоритмов, каждый из которых действует только для одного требования z_k к системе из задания на проект $Z(y)$ и перерабатывает его в одно сведение о проекте π_k из проекта $\Pi(\bar{X})$.

В результате многоэтапного решения задачи получается окончательный набор сигналов, удовлетворяющих заданию. Предложенная схема построения ультраоператора синтеза позволяет получать проекты по любым видам задания или в виде заданных ограничений на показатели, в виде однокритериальной или, наконец, в виде многокритериальной задачи.

Список литературы: 1. Вакман Д. Е., Седлецкий Р. М. Вопросы синтеза радиолокационных сигналов. М., 1973. 250 с. 2. Варакин Л. Е. Теория систем сигналов. М., 1978. 206 с. 3. Размахин А. Ф. Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике. М., 1971. 118 с. 4. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. М., 1971. 244 с.

Поступила в редколлегию 03.10.83

УДК 621.391

М. А. ИВАНОВ, д-р. техн. наук,
И. А. ЯКОВЛЕВ, канд. физ.-мат. наук,
А. И. ЯКОВЛЕВА

ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДИСКРЕТНЫХ ФАЗОВОЧАСТОТНОМОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ

Реальные модуляторы характеризуются наличием случайных ошибок формирования информационных колебаний [1—3]. Поэтому для корректного анализа качества обработки последних необходимо определять их вероятностные характеристики [1]. Учитывая перспективность применения сигналов с комбинированной фазово-частотной модуляцией (ФЧМ) [3], представляется целесообразным найти закон распределения вероятностей сигналов данного вида.

Рассмотрим наиболее важный случай формирования ФЧМ-колебаний методом «наложенной модуляции» [2] с независимыми фазовой и частотной информационными координатами. Получаемые при этом реализации $S_{ij}(t)$ ФЧМ-сигнала $S(t)$ аналитически могут быть описаны следующим образом [3]:

$$S_{ij}(t) = A \cos(\omega_i t + \varphi_j), \quad (1)$$

где A — амплитуда ФЧМ-сигнала, $A = \text{const}(i, j)$; ω_i — i -е информационное (разрешенное) значение мгновенной частоты ω ФЧМ-сигнала, $i \in [1, k]$ и $(\omega_m - \omega_{m-1}) = \Delta\omega = \text{const}(m)$; $\forall m \in [2, k]$; $\omega_{i_1} > \omega_{i_2}$, $\forall i_1 > i_2$; $i_1, i_2 \in [1, k]$; t — текущее время; φ_j — j -е разрешенное значение мгновенной начальной фазы ФЧМ-сигнала, причем $j \in [1, l]$ и

$$|\varphi_n - \varphi_{n-1}| = (2\pi/l) = \Delta\varphi = \text{const}(n), \quad \forall n \in [2, l];$$

k, l — конечные натуральные числа, являющиеся количественными характеристиками используемого модуляционного формата передаваемых ФЧМ-сигналов [3].

Введем достаточно обоснованное с теоретической и практической точек зрения предположение о том, что случайные ошибки формирования независимых частотной и фазовой информационных координат ФЧМ-сигнала, в свою очередь, также являются независимыми и подчиняются усеченным нормальным законам распределения вероятностей с плотностями

$$f_{\omega_i}(\omega) = \begin{cases} [2\sigma_{\omega} \sqrt{2\pi} \hat{\Phi}(\delta\omega/\sigma_{\omega})]^{-1} \exp[-(\omega - \omega_i)^2/2\sigma_{\omega}^2], \\ \forall \omega \in [(\omega_i - \delta\omega), (\omega_i + \delta\omega)]; \\ 0, \forall \omega \notin [(\omega_i - \delta\omega), (\omega_i + \delta\omega)]. \end{cases}, \quad \forall i; \quad (2)$$

$$f_{\varphi_j}(\varphi) = \begin{cases} [2\sigma_{\varphi} \sqrt{2\pi} \hat{\Phi}(\delta\varphi/\sigma_{\varphi})]^{-1} \exp[-(\varphi - \varphi_j)^2/2\sigma_{\varphi}^2], \\ \forall \varphi \in [(\varphi_j - \delta\varphi), (\varphi_j + \delta\varphi)]; \\ 0, \forall \varphi \notin [(\varphi_j - \delta\varphi), (\varphi_j + \delta\varphi)] \end{cases}, \quad \forall j, \quad (3)$$

где $\sigma_{\omega}^2, \sigma_{\varphi}^2$ — дисперсия случайных отклонений соответственно мгновенных частоты и начальной фазы ФЧМ-сигнала от их i -го или j -го разрешенных (информационных) значений, причем обычно справедливо $\sigma_{\omega}^2 = \text{const}(i)$, $\sigma_{\varphi}^2 = \text{const}(j)$; $\delta\omega, \delta\varphi$ — полуинтервалы усечения (допустимого изменения) параметров ω, φ соответствующих законов распределения, причем для реальных ФЧМ-модуляторов как правило $\delta\omega \ll (\Delta\omega/2)$, $\delta\varphi \ll (\Delta\varphi/2)$, причем в случае высококачественного формирования ФЧМ-сигналов

обычно выполняется $\delta\omega \ll (\Delta\omega/2)$, $\delta\varphi \ll (\Delta\varphi/2)$; $\hat{\Phi}(\cdot)$ — модифицированная функция Крама, равная половинному значению табулированной функции $\Phi(\cdot)$ [1], т. е.

$$\hat{\Phi}(x) = \frac{1}{2} \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-\eta^2/2) d\eta. \quad (4)$$

Тогда совместная плотность вероятностей случайной функции $\omega(t)$ и случайной величины φ_j математически может быть описана соотношением

$$f_{i,j}(\omega t, \varphi) = \begin{cases} (1/t) f_{\omega_i}(\omega/t) f_{\varphi_j}(\varphi); & (\forall \omega \in [\omega_i - \delta\omega, \omega_i + \delta\omega]) \cap \\ & \cap (\forall \varphi \in [\varphi_j - \delta\varphi, \varphi_j + \delta\varphi]); \\ 0, & (\forall \omega \notin [\omega_i - \delta\omega, \omega_i + \delta\omega]) \cup (\forall \varphi \notin [\varphi_j - \delta\varphi, \\ & \varphi_j + \delta\varphi]); \quad \forall i \text{ и } \forall j. \end{cases} \quad (5)$$

С учетом выражений (2), (3) перепишем формулу (5):

$$f_{ij}(\omega t, \varphi) = \begin{cases} [8\pi t \hat{\Phi}(\delta\omega/\sigma_\omega) \hat{\Phi}(\delta\varphi/\sigma_\varphi) \sigma_\omega \sigma_\varphi]^{-1} \exp \{ - [(\omega - \omega_i^2)/2t^2\sigma_\omega^2] - \\ - [(\varphi - \varphi_j)^2/2\sigma_\varphi^2] \}, (\forall \omega \in [\omega_i - \delta\omega, \omega_i + \delta\omega]) \cap \\ \cap (\forall \varphi \in [\varphi_i - \delta\varphi, \varphi_i + \delta\varphi]); \\ 0, (\forall \omega \notin [\omega_i - \delta\omega, \omega_i + \delta\omega]) \cup (\forall \varphi \notin [\varphi_i - \delta\varphi, \varphi_i + \delta\varphi]), \end{cases} \quad (6)$$

что справедливо $\forall i \in [1, k]$ и $\forall j \in [1, l]$.

Найдем закон распределения вероятностей для случайной функции

$$z_{ij}(t) = \omega_i t + \varphi_j. \quad (7)$$

Для достижения данной цели введем замену переменных $u_i = \omega_i t$ и тогда интегральный закон распределения вероятностей $F_{ij}(z)$ случайной функции $z_{ij}(t)$ определится случайным образом:

$$F_{ij}(z) = P(u + \varphi < z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{z-u} f_{ij}(u, \varphi) du. \quad (8)$$

Отсюда следует, что для нахождения плотности распределения вероятностей $f_{ij}(z)$ случайной функции $z_{ij}(t)$ необходимо выполнить интегрирование

$$\begin{aligned} f_{ij}(z) &= \int_{u_i - \delta u}^{u_i + \delta u} f_{ij}(u, z - u) du = \int_{u_i - \delta u}^{u_i + \delta u} f_i(u) f_j(z - u) du = \\ &= \int_{u_i - \delta u}^{u_i + \delta u} (1/t) f_i(u/t) f_j(z - u) du = \int_{(\omega_i - \delta\omega)t}^{(\omega_i + \delta\omega)t} [8\pi t \hat{\Phi}(\delta\omega/\sigma_\omega) \hat{\Phi} \times \\ &\quad \times (\delta\varphi/\sigma_\varphi) \sigma_\omega \sigma_\varphi]^{-1} \exp \{ - [(u - \omega_i t)^2/2t^2\sigma_\omega^2] - \\ &\quad - [(z - u - \varphi_j)^2/2\sigma_\varphi^2] \} du. \end{aligned} \quad (9)$$

После алгебраических преобразований показателя экспоненты соотношение (8) можно переписать как

$$\begin{aligned} f_{ij}(z) &= \int_{(\omega_i - \delta\omega)t}^{(\omega_i + \delta\omega)t} [8\pi t \hat{\Phi}(\delta\omega/\sigma_\omega) \hat{\Phi}(\delta\varphi/\sigma_\varphi) \sigma_\omega \sigma_\varphi]^{-1} \exp \{ [1 - (\sigma_\varphi^2 + \\ &\quad + t^2\sigma_\omega^2)/2t^2\sigma_\varphi^2\sigma_\omega^2] [u - (\sigma_\varphi^2 + t^2\sigma_\omega^2)^{-1}(\sigma_\varphi^2\omega_i t + \sigma_\omega^2 t^2(z - \varphi_j))]^2 - \\ &\quad - (z - \omega_i t - \varphi_j)^2 (\sigma_\varphi^2 + t^2\sigma_\omega^2)^{-1} \eta^{-1} \} du. \end{aligned} \quad (10)$$

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} V_{\pm} &= \{ (\omega_i \pm \delta\omega) t - [\sigma_\varphi^2\omega_i t + \sigma_\omega^2 t^2(z - \varphi_j)] / (\sigma_\varphi^2 + t^2\sigma_\omega^2) \} \times \\ &\quad \times \sqrt{\sigma_\varphi^2 + t^2\sigma_\omega^2} (t\sigma_\varphi\sigma_\omega)^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

и производя интегрирование в пределах от V_- до V_+ , имеем окончательно

$$f_{ij}(z) = [\hat{\Phi}(V_+) - \hat{\Phi}(V_-)] \exp[(z - \omega_i t - \varphi_j)^2 / 2(\sigma_\varphi^2 + t^2 \sigma_\omega^2)] \times \\ \times [4\sqrt{2\pi} \hat{\Phi}(\delta\omega/\sigma_\omega) \hat{\Phi}(\delta\varphi/\sigma_\varphi) \sqrt{\sigma_\varphi^2 + t^2 \sigma_\omega^2}]^{-1}. \quad (12)$$

Определим плотность распределения вероятностей случайной функции $S_{ij}(t)$ выражения (11), для которой с учетом формулы (7) запишем $S_{ij}(t) = A \cos z_{ij}(t)$. (13). Тогда получим общее аналитическое соотношение для нахождения интегрального закона распределения случайной функции $S_{ij}(t)$

$$F_{ij}(y) = \begin{cases} 0, & \forall y < -A; \\ p [A \cos z_{ij}(t) < y], & \forall |y| \leq A; \\ 1, & \forall y > A \end{cases}. \quad (14)$$

Учтем также, что реально используемые сигналы являются узкополосными (по отношению к несущей частоте) [1—3], следовательно, $(2\pi/T) \ll \omega_i, \forall i \in [1, k]$ (15), где T — длительность тактового интеграла. Таким образом, для любого $|y| < A$ за время каждого такта неравенство $S(t) < y$ выполняется на участках $2(q-1)\pi + \arccos(y/A) < z < (2q-1)\pi - \arccos(y/A)$, причем для всех сочетаний значений начальной фазы ФЧМ-сигнала на соседних тактах данное неравенство $S_{ij}(t) < y$ выполняется не менее $(n_i - 1)$ раз, т. е. $q \in [1, (n_i - 1)]$, где n_i — наибольшее целое число от частного $(T\omega_i/2\pi)$. Поскольку для узкополосных ФЧМ-сигналов $(n_i - 1) \approx n_i \gg 1, \forall i \in [1, k]$, то остатком $[(T\omega_i/2\pi) - (n_i - 1)]$ можно пренебречь, поэтому математическое описание интегрального закона распределения вероятностей $\bar{F}_{ij}(y)$ случайной функции $S_{ij}(t)$ приобретает вид

$$\bar{F}_{ij}(y) \cong \sum_{q=1}^{n_i-1} \int_{1/\omega_i [2(q-1)\pi + \arccos(y/A)]}^{1/\omega_i [(2q-1)\pi - \arccos(y/A)]} f_{ij}(z) dz. \quad (16)$$

Отсюда следует, что дифференциальный закон распределения (вероятностная мера — плотность распределения) вероятностей $\bar{f}_{ij}(y)$ случайной функции $S_{ij}(t)$ математически может быть описан следующим образом:

$$\bar{f}_{ij}(y) \cong \frac{1}{\sqrt{A^2 - y^2}} \sum_{q=1}^{n_i-1} \{f_{ij}[(2q-1)\pi - \arccos(y/A)] - \\ - f_{ij}[2(q-1)\pi + \arccos(y/A)]\}. \quad (17)$$

Найдем закон распределения ФЧМ-сигнала $S(t)$ с учетом возможного различия вероятностей появления его реализаций $S_{ij}(t)$ [3], т. е. неравных (в общем случае) величин $p_i \cdot p_j =$

$\overset{\circ}{=} p_{ij}$. Здесь P_i° — априорная вероятность появления i -го значения мгновенной частоты ФЧМ-сигнала $S(t)$, а p_j° — априорная вероятность появления j -го значения φ_j начальной фазы данного сигнала. При этом $\sum_{i=1}^k p_i^{\circ} = 1$; $\sum_{j=1}^l p_j^{\circ} = 1$ и, следовательно $\sum_{j=1}^l p_{ij} = p_i^{\circ}$, $\sum_{i=1}^k p_{ij} = p_j^{\circ}$ и $\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l p_{ij} = 1$.

Тогда искомым дифференциальный закон распределения вероятностей ФЧМ-сигнала $S(t)$ окончательно может быть описан аналитическим соотношением общего вида

$$f(y) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l p_i^{\circ} p_j^{\circ} f_{ij}(y). \quad (18)$$

Полученные в работе результаты применимы не только к ФЧМ-колебаниям, но и к ФМ-сигналам (при $\omega_i = \omega = \text{const} [i]$), а также и к ЧМ-сигналам с «непрерывной фазой» (ЧМн — при $\varphi_i = \varphi = \text{const} [j]$). Кроме того, если каждое информационное значение мгновенной средней частоты сигнала сопровождать некоторым отдельным («собственным») фиксированным значением его начальной фазы, то приведенные выше результаты применимы и для ЧМ-колебаний с «разрывом» фазы. Используя представленную методику, можно описать вероятностные характеристики и других видов дискретных сигналов: с амплитудной, амплитудно-фазовой, амплитудно-частотной и амплитудно-частотно-фазовой модуляцией.

Список литературы: 1. Коржик В. И., Финк Л. М., Шелкунов К. Н. Расчет помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений. Справочник/Под ред. Л. М. Финка. М., 1981. 232 с. 2. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь/Пер. с англ. Под ред. В. В. Маркова. М., 1979. 592 с. 3. Иванов М. А., Макаренко Б. И., Яковлев И. А. Фазово-частотная модуляция дискретных сигналов//Радиотехника. 1985. № 11. С. 62—65.

Поступила в редколлегию 06.01.88

УДК 621.391

С. И. ПРИХОДЬКО, канд. техн. наук, А. Г. СНИСАРЕНКО

ПРИВЕДЕНИЕ ОРТОГОНАЛИЗИРУЕМЫХ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ К КВАЗИОРТОГОНАЛЬНЫМ СВЕРТОЧНЫМ КОДАМ

В последние годы все более пристальное внимание уделяется изучению и исследованию различных аспектов теории и практики применения сверточных кодов, использование которых позволяет получить ряд преимуществ по сравнению с блочными кодами при сравнимых вычислительных скоростях обработки, а именно: более высокую корректирующую способность, в наибольшей степе-

ни приближающаяся к теоретическому шенноновскому пределу [1; 2], а также исключение необходимости блоковой синхронизации, упрощение согласования модема с кодеком, облегчение контроля качества канала и т. п. [3].

Среди методов декодирования сверточных кодов все более широкое применение находит метод порогового декодирования, одним из существенных преимуществ которого является простота реализации [4; 5].

Известен ряд сверточных кодов, допускающих декодирование этим методом [4; 5], параметрами которых являются кодовая скорость R , длина кодового ограничения n_A и минимальное кодовое расстояние d , причем величина n_A определяется согласно выражению: $n_A = n_0(m+1)$ (1), где n_0 — количество выходных символов сверточного кодера; m — максимальная из степеней порождающих сверточный код многочленов; а величина d находится согласно выражению $d \geq I+1$ (2), где I — число ортогональных проверок.

В ходе исследований параметров ортогонализируемых сверточных кодов, введенных Мессис [5], установлено, что при заданных величинах длин кодового ограничения n_A , определяющих техническую сложность реализации сверточных кодеров, ортогонализируемые сверточные коды не всегда обладают максимально возможным минимальным кодовым расстоянием d , что, по видимому, объясняется отсутствием цельного математического аппарата их построения. Отсюда возникает задача построения ортогонализируемых сверточных кодов с улучшенными характеристиками. Одним из путей решения этой задачи является построение квазиортогональных сверточных кодов.

Для решения задачи приведения ортогонализируемого сверточного кода к квазиортогональному рассмотрим двоичный не-систематический сверточный (n_0, k_0) код над полем $GF(2)$ со скоростью $R=1/2$ с порождающими многочленами

$$G_{0_1}(x) = g_{1_{m_0}} x^{m_0} + g_{1_{m_0-1}} x^{m_0-1} + \dots + g_1 x + g_{1_0};$$

$$G_{0_2}(x) = g_{2_{f_0}} x^{f_0} + g_{2_{f_0-1}} x^{f_0-1} + \dots + g_2 x + g_{2_0}, \quad (3)$$

кодовым ограничением n_{A_0} , минимальным кодовым расстоянием d_0 и числом ортогональных оценок $I_0 \leq d-1$. Выберем другой не-систематический сверточный (n_d, k_d) код над полем $GF(2)$ со скоростью $R=1/2$ с порождающими многочленами

$$G_{d_1}(x) = a_{1_{m_d}} x^{m_d} + a_{1_{m_d-1}} x^{m_d-1} + \dots + a_1 x + a_{1_0};$$

$$G_{d_2}(x) = a_{2_{f_d}} x^{f_d} + a_{2_{f_d-1}} x^{f_d-1} + \dots + a_2 x + a_{2_0}, \quad (4)$$

кодовым ограничением n_{A_d} , минимальным кодовым расстоянием d_d .

Назовем этот выбранный код дополнительным и укажем ограничения, накладываемые на его выбор,

$$n_{A_0} \geq n_{A_d}; \quad d_0 > d_d. \quad (5)$$

Тогда можно получить порождающие многочлены квазиортогонального несистематического сверточного (n_k, k_k) кода над полем $GF(2)$, используя следующее выражение:

$$G_{k_i}(x) = G_{0_i}(x) + G_{d_i}(x)x^l, \quad (6)$$

где $G_{k_i}(x)$ — i -й многочлен квазиортогонального несистематического сверточного кода; $G_{0_i}(x)$ — i -й многочлен ортогонализируемого несистематического сверточного кода; $G_{d_i}(x)$ — i -й дополнительный многочлен несистематического сверточного кода; x^l — множитель, позволяющий сохранить структуру ортогонализируемого сверточного кода в составе квазиортогонального; $l > \deg G_{0_i}(x)$, $i=1, 2$.

Действительно, используя в качестве исходного ортогонализируемый код вида (3), в качестве дополнительного — код согласно выражению (4), с учетом (6) получим порождающие многочлены квазиортогонального несистематического сверточного (n_k, k_k) кода над полем $GF(2)$:

$$G_{k_1}(x) = a_{1_{m_d}} x^{m_d+l_1} + a_{1_{m_d-1}} x^{m_d+l_1-1} + \dots + a_1 x^{l_1+1} + \\ + a_{1_0} x^{l_1} + g_{1_{m_0}} x^{m_0} + g_{1_{m_0-1}} x^{m_0-1} + \dots + g_1 x + g_{1_0}; \quad (7)$$

$$G_{k_2}(x) = a_{2_{f_d}} x^{f_d+l_2} + a_{2_{f_d-1}} x^{f_d+l_2-1} + \dots + a_2 x^{l_2+1} + a_{2_0} x^{l_2} + \\ + g_{2_{f_0}} x^{f_0} + g_{2_{f_0-1}} x^{f_0-1} + \dots + g_2 x + g_{2_0}.$$

Учитывая рассмотренные ранее рассуждения, процесс приведения ортогонализируемого несистематического сверточного кода к квазиортогональному несистематическому сверточному коду сведем к следующему алгоритму.

Пусть задан ортогонализируемый несистематический сверточный (n_0, k_0) код над полем $GF(2)$ с порождающими многочленами $G_{0_i}(x)$ вида (3), длиной кодового ограничения n_{A_0} минимальным кодовым расстоянием d_0 и числом ортогональных проверок l_0 .

Выберем дополнительный несистематический сверточный (n_d, k_d) код над полем $GF(2)$ с порождающими многочленами $G_{d_i}(x)$, минимальным кодовым расстоянием d_d и длиной кодового ограничения n_{A_d} согласно условию (5).

Используя выражение (6), получаем квазиортогональный несистематический сверточный (n_k, k_k) код над полем $GF(2)$ с по-

рождающими многочленами $G_{k_i}(x)$, длиной кодового ограничения n_{A_k} и минимальным кодовым расстоянием $d_k > d_0$.

Из анализа предложенного алгоритма можно заключить, что задача построения квазиортогонального несистематического сверточного (n_k, k_k) кода над полем $GF(2)$ сводится к выбору дополнительных порождающих многочленов $G_{d_i}(x)$ несистематического сверточного (n_d, k_k) кода над полем $GF(2)$, которые выбираются таким образом, чтобы увеличение длины кодового ограничения n_{A_k} квазиортогонального сверточного кода было бы незначительным, кодовые слова имели максимальный вес и выполнялось условие $I_k > I_0$ (8), где I_k — число ортогональных проверок квазиортогонального кода.

Заметим, что предложенный алгоритм приведения ортогонализируемого несистематического сверточного кода к квазиортогональному несистематическому сверточному коду позволяет обобщить его для случая построения систематического ортогонализируемого сверточного кода. Однако условие (8) при этом может иметь вид $I_k \geq I_0$ (9).

Рассмотрим примеры построения квазиортогональных сверточных кодов.

Пример 1.

Пусть задан ортогонализируемый несистематический сверточный (n_0, k_0) код над полем $GF(2)$ с порождающими многочленами.

$$G_{0_1}(x) = x^2 + 1;$$

$$G_{0_2}(x) = x^2 + x + 1. \quad (10)$$

Для данного кода $n_{A_0} = 8, d_0 = 5, I_0 = 4$.

Приведем данный код к квазиортогональному несистематическому сверточному коду, используя вышеприведенный алгоритм. В качестве дополнительных порождающих многочленов $G_{d_i}(x)$ выберем многочлены

$$G_{d_1}(x) = x^2 + 1;$$

$$G_{d_2}(x) = x^2 + 1. \quad (11)$$

Тогда согласно выражению (6) порождающими многочленами квазиортогонального несистематического сверточного (n_k, k_k) кода над полем $GF(2)$ будут многочлены

$$G_{k_1}(x) = x^5 + x^3 + x^2 + 1;$$

$$G_{k_2}(x) = x^5 + x^3 + x^2 + x + 1. \quad (12)$$

Полученный код имеет параметры $n_{A_k} = 12, d_k = 7, I_k = 5$.

Пример 2.

Пусть задан ортогонализируемый систематический сверточный (n_0, k_0) код над полем $GF(2)$ с порождающим многочленом

$$G_0(x) = x^5 + x^4 + x^3 + 1. \quad (13)$$

Данный код имеет свои параметры: $n_{A_0} = 12$, $d_0 = 5$, $I_0 = 4$.

В качестве дополнительного порождающего многочлена $G_d(x)$ выберем многочлен

$$G_d(x) = x + 1. \quad (14)$$

Тогда согласно выражению (6) порождающий многочлен квазиортогонального систематического сверточного (n_k, k_k) кода над полем $GF(2)$ имеет вид

$$G_k(x) = x^8 + x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + 1. \quad (15)$$

Полученный код имеет параметры $n_{A_k} = 18$, $d_k = 7$, $I_k = 4$.

Необходимо отметить, что предложенный принцип построения квазиортогональных как систематических, так и несистематических сверточных кодов, относящихся к классу сверточных кодов, допускающих пороговое декодирование, указывает простое конструктивное решение построения таких кодов.

Как показано, на основании указанного алгоритма можно получать порождающие многочлены квазиортогональных сверточных кодов над полем $GF(2)$, используя для этого порождающие многочлены ортогонализированных сверточных кодов над полем $GF(2)$. Однако данный алгоритм не указывает правило выбора дополнительных порождающих многочленов сверточного кода. Отсюда возникает задача поиска таких многочленов для получения порождающих многочленов двичных квазиортогональных сверточных кодов с заранее заданными характеристиками и свойствами.

Список литературы: 1. Банкет В. Л., Ляхов А. И. Применение сверточных кодов и системах связи с фазовой манипуляцией//Зарубеж. радиоэлектроника. 1981. № 8. С. 3—23. 2. Витерби А. Д., Омура Дж. К. Принципы цифровой связи/Пер. с англ. Под ред. К. Ш. Зигангирова. М., 1982. Вып. 18. 123 с. 3. Банкет В. Л., Голощапов В. А., Ляхов А. И. Техника декодирования сверточных кодов//Зарубеж. радиоэлектроника. 1983. № 2. С. 3—27. 4. Теория кодирования/Т. Касами, Н. Токура, Е. Ивандари, Я. Инагаки. М., 1978. 576 с. 5. Месси Дж. Пороговое декодирование. М., 1966. 207 с.

Поступила в редколлегию 03.02.89

УДК 621.391.832

О. В. ОБЧАРЕНКО

ВЫРАЖЕНИЕ ФАЗЫ СИГНАЛА С ФИНИТНЫМ АНАЛИТИЧЕСКИМ СПЕКТРОМ ЧЕРЕЗ ЕГО АМПЛИТУДУ

$A(t)$ ПРИ $A(t) > 0$

Обозначим через $S(\omega)$ комплексный спектр вещественного сигнала $u(t)$. Если $u(t)$ имеет сплошной спектр на носителе $(-\Delta - \omega_0, -\omega_0 + \Delta) \cup (-\Delta + \omega_0, \omega_0 + \Delta)$, то $u(t)$ может быть естественным образом представлен в виде $u(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \Phi(t))$, где амплитуда $A(t)$ и фаза $\Phi(t)$ однозначно определяются с помощью интеграла [1]

$$I(A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\Delta}^{\Delta} S(\omega_0 + \omega) e^{i\omega t} d\omega$$

следующим образом:

$$A(t) = 2|I(t)|, \quad \Phi(t) = \arg I(t). \quad (1)$$

Существует другой способ определения амплитуды и фазы модулированных колебаний, основанный на преобразовании Гильберта:

$$A(t) = \sqrt{u^2(t) + (Hu(t))^2}; \quad \Phi(t) = -\omega_0 t + \arccos \frac{u(t)}{A(t)}, \quad (2)$$

где

$$Hu(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau) d\tau}{\tau - t}$$

преобразование Гильберта (интеграл понимается в смысле главного значения по Коши). Оба описанные способа — спектральный и гильбертов дают одну и ту же амплитуду и фазу [2].

В работе под амплитудой и фазой сигнала $u(t)$ понимаются функции $A(t)$, $\Phi(t)$, определяемые формулами (1) или (2). Эти функции будем называть гильбертовой амплитудой и фазой.

В литературе давно рассматривается задача об установлении связи между фазой и амплитудой модулированного сигнала (фазовая проблема) [3]. К настоящему времени установлено, что в широких классах сигналов множество фаз для каждой фиксированной амплитуды бесконечномерно и, следовательно, в таких классах сигналов эта задача не представляет интереса для практики. С другой стороны, в достаточно узких классах сигналов множество всех фаз для каждой фиксированной амплитуды может быть конечномерным и даже одномерным, например, в классе минимально фазовых сигналов. Следовательно, в узких классах сигналов рассматриваемая задача имеет практическое значение.

Цель статьи — вывод формулы, описывающей множество всех фаз, соответствующих заданной амплитуде, справедливой в узком классе сигналов $u(t)$ с финитным аналитическим спектром на носителе. Помимо этого требования на класс сигналов налагаются еще два условия: сигналы $u(t)$ должны быть такими, чтобы их амплитуда $A(t)$ нигде не обращалась в нуль и убывала на бесконечности как $1/|t|$. Последнее требование дает возможность применить асимптотические формулы для амплитуды $A(t)$, полученные в работе [1].

В данной работе в описанном классе сигналов решается уравнение

$$A^2(t) = u^2(t) + \left(\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau) d\tau}{\tau - t} \right)^2 \quad (3)$$

относительно $u(t)$ при фиксированной допустимой амплитуде $A(t)$ а затем по формуле (2) находят все фазы, соответствующие этой амплитуде. Уравнение (3), являясь нелинейным сингу-

лярным интегральным уравнением (НСИУ), относится к наиболее сложному классу уравнений математической физики; для него нет разработанных методов решения. Ниже приводится метод решения НСИУ (3), и с его помощью решается поставленная выше задача о связи фазы с амплитудой. Отдельные классы линейных СИУ — так называемые характеристические СИУ, эффективно решаются путем сведения их к соответствующей линейной задаче Римана [4, с. 176]. Оказывается, НСИУ (3) тем же методом может быть приведено к линейной задаче Римана, в качестве коэффициента $G(t)$ которой [4, с. 106] выступает функция $A^2(t)$. Известно, что линейная задача Римана решается в замкнутой форме в том случае, когда $G(t)$ удовлетворяет условию Гельдера на всей вещественной оси R , включая бесконечно удаленную точку [4, с. 45], и при условии, что индекс функции $G(t)$ [4, с. 101] конечен. Для обеспечения гельдеровости коэффициента задачи Римана на бесконечности мы используем асимптотику сигнала $u(t)$ на бесконечности. Ее нетрудно получить в рассматриваемом случае сигналов с аналитическим спектром на носителе с помощью прямых вычислений [1]. Для сигналов, имеющих более сложные спектры, нужно применять общие тауберовы теоремы. Отметим, наконец, что принятое ограничение $A(t) > 0$ не носит принципиального характера и налагается лишь для упрощения вычислений. Наличие нулей у функции $A(t)$ переводит соответствующую задачу Римана в разряд исключительных случаев [4, с. 130], которая также поддается решению в замкнутой форме, если количество нулей и их кратности конечны. Однако при этом вычисления становятся более громоздкими.

Решение НСИУ. Вводим функцию комплексной переменной, определяемую интегралом типа Коши:

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau) d\tau}{\tau - z}. \quad (4)$$

Если $u(t)$ непрерывна, то $\Psi(z)$ голоморфна в верхней полуплоскости D^+ и нижней D^- комплексной плоскости C [4, с. 16]. Обозначим через $\Psi^+(t)$, $\Psi^-(t)$ предельные функции $\Psi(z)$ при $z \rightarrow t \in R$ со стороны D^+ , D^- соответственно. Согласно формулам Сохоцкого [4, с. 38] $u(t) = \Psi^+(t) - \Psi^-(t)$; (5);

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau) d\tau}{\tau - z} = i [\Psi^+(t) + \Psi^-(t)]. \quad (6)$$

Подставляя (5), (6) в (3), получаем граничное условие $-4\Psi^+(t) \times \Psi^-(t) = A^2(t)$ (7) для функции $\Psi(z)$. Предположим, что $\Psi^-(z) \neq 0$ в D^- , тогда функция

$$\Psi(z) = \begin{cases} -4\Psi^+(z) & \text{в } D^+; \\ [|\Psi^-(z)|]^{-1} & \text{в } D^- \end{cases}$$

голоморфна в D^+ , D^- и удовлетворяет граничному условию

$$\tilde{\Psi}^+(t) = A^2(t) \tilde{\Psi}^-(t),$$

т. е. $\tilde{\Psi}(z)$ является решением классической линейной однородной задачи Римана с коэффициентом $G(t) = A^2(t)$.

Хотя $A^2(t) > 0$ на R , эта задача относится к разряду исключительных случаев, так как на контуре, в качестве которого выступает замкнутая вещественная ось $\hat{R} = R \cup \{\infty\}$, имеется точка, где коэффициент задачи Римана $G(t)$ обращается в нуль. Такой точкой является бесконечно удаленная точка, так как $A^2(t) \rightarrow 0$ при $|t| \rightarrow \infty$ как $1/t^2$. Следует подчеркнуть, что при использовании степенной регуляризации рассматриваемой задачи (обычно применяемой для нейтрализации нулей на контуре [4, с. 130]) при которой $G(t)$ перейдет в $G_1(t) = (t^2 + 1)G(t)$, мы не избавляемся от нарушения на бесконечности гельдеровости коэффициента задачи Римана. В самом деле, хотя при этом $G_1(t)$ и не будет для $|t| \rightarrow \infty$ стремиться к нулю, $G_1(t)$ будет стремиться к периодической функции $E(t)$ (см. асимптотику функции $A^2(t)$ в [1]). Любая периодическая функция, как известно, не удовлетворяет условию Гельдера на бесконечности.

Для преодоления этой трудности мы используем при регуляризации исходной задачи Римана асимптотику функции $A^2(t)$ [1]:

$$A^2(t)|_{|t| \rightarrow \infty} = \frac{4}{(\Delta t)^2} \tilde{E}(t),$$

где

$$\tilde{E}(t) = c_0 + c_2 \cos(2\Delta t + \varphi_2),$$

c_0, c_2, φ_2 — вещественные константы, $c_0 > 0, c_2 > 0$. В соответствии с нашим предположением $A(t) > 0$, имеем $c_0 > c_2$.

Чтобы построить регуляризующие функции, продолжим определенную на вещественной оси R функцию $\tilde{E}(t)$ до целой функции $\tilde{E}(z) = c_0 + c_2 \cos(2\Delta z + \varphi_2)$. Эту функцию можно представить в виде произведения двух целых функций $\tilde{E}(z) = 2C_2 E^+(z) E^-(z)$, где $E^\pm(z)$ не имеют нулей в D^\pm и описываются формулами [1]

$$E^\pm(z) = \cos\left(\Delta z + \frac{1}{2}\varphi_2 \pm i\Delta h\right), \quad (8)$$

где

$$h = \frac{1}{2\Delta} \ln \left(\frac{c_0}{c_2} + \sqrt{\left(\frac{c_0}{c_2}\right)^2 - 1} \right), \quad (9)$$

при этом $\operatorname{ch} 2\Delta h = \frac{c_0}{c_2}$.

Теперь введем новую неизвестную функцию

$$\Psi_\pm^\pm(z) = \frac{(\Delta z \pm i) \Psi^\pm(z)}{\sqrt{2c_2} E^\pm(z)}. \quad (10)$$

Так как $E^\pm(z)$ не имеют нулей в D^\pm , то $\Psi_\mp^\pm(z)$ являются голоморфными функциями в D^\pm . Из (7) получаем граничное условие для $\Psi_1(z)$: $-\Psi_1^+(t)\Psi_1^-(t) = G_1(t)$,

$$\text{где } G_1(t) = \frac{(\Delta^2 t^2 + 1)A^2(t)}{4\tilde{E}(t)}. \quad (11)$$

Ясно, что $G(t) \rightarrow 1$ при $|t| \rightarrow \infty$ и, следовательно, коэффициент $G_1(t)$ новой задачи Римана удовлетворяет условию Гельдера, кроме того, он не равен нулю на всей оси \tilde{R} , включая бесконечно удаленную точку. Так как функция $\tilde{E}(t)$ вещественна и удовлетворяет неравенствам $0 < \tilde{E}(t) \leq c_0 + c_2$ то, согласно (11), вещественная функция $G_1(t)$ обладает свойством $0 < G_1(t) < \infty$. Следовательно, ее индекс равен нулю.

Пусть $X^\pm(z)$ канонические функции [4, с. 109] вспомогательной задачи Римана: $X^+(t) = G_1(t)X^-(t)$,

тогда
$$X^\pm(z) e^{\Gamma \pm tz}; \quad (12)$$

где
$$\Gamma(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln G_1(\tau)}{\tau - z} d\tau \quad (13)$$

в силу того, что индекс равен нулю.

Функции $X^\pm(t)$ голоморфны в D^\pm и нигде не обращаются в нуль, поэтому можно ввести новую неизвестную кусочно-голоморфную функцию

$$\Psi_2(z) = \begin{cases} -\Psi_1^+(z)/X^+(z) & \text{в } D^+; \\ 1/\Psi_1^-(z)X^-(z) & \text{в } D^-. \end{cases} \quad (14)$$

Легко проверить, что эта функция должна удовлетворять граничному условию $\Psi_2^+(t) = \Psi_2^{-1}(t)$, представляющему собой условие аналитического продолжения. Но это значит, что $\Psi_2(z)$ может быть любой целой функцией $f(z)$.

Выразим граничные функции $\Psi^\pm(t)$ через $f(t)$. Из (10), (14) имеем

$$\Psi^+(t) = -f(t)X^+(t)\sqrt{2c_2}E^+(t)/(\Delta t + i);$$

$$\Psi^-(t) = \frac{\sqrt{2c_2}E^-(t)}{f(t)X^-(t)(\Delta t - i)}.$$

Подставляя $\Psi^\pm(t)$ в (5), получаем общее решение НСИУ (3):

$$u(t) = -\sqrt{2c_2} \left[f(t)X^+(t) \frac{E^+(t)}{\Delta t + i} + \frac{1}{f(t)X^-(t)} \frac{E^-(t)}{\Delta t - i} \right]. \quad (15)$$

Выражение фазовой функции через амплитудную. Дальнейшие шаги должны быть направлены на выбор такой целой функ-

ции $f(z)$, при которой правая часть равенства (15) будет вещественна и представима в виде $A(t) \cos(\omega_0 t + \Phi(t))$, где $A(t)$ — заданная функция. Оказывается, это требование однозначно определяет функцию $f(z)$.

Представим входящие в (15) функции в экспоненциальной форме:

$$f(t) = |f(t)| e^{i\varphi(t)} \quad (16); \quad \Delta t \pm i = \sqrt{\Delta^2 t^2 + 1} e^{\pm i\delta(t)}, \quad 0 < \delta(t) < \pi; \quad (17)$$

$$E^\pm(t) = \cos\left(\Delta t + \frac{1}{2}\varphi_2 \pm i\Delta h\right) = \frac{1}{2} [e^{i(\Delta t + \frac{1}{2}\varphi_2 \pm i\Delta h)} + e^{-i(\Delta t + \frac{1}{2}\varphi_2 \pm i\Delta h)}], \quad (18)$$

где
$$\Delta(t) = \Delta t + \frac{1}{2}\varphi_2.$$

Применяя формулы Сохоцкого к интегралу типа Коши (13), получаем

$$\Gamma^+(t) = \frac{1}{2} \ln G_1(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln G_1(\tau)}{\tau - t} d\tau;$$

$$\Gamma^-(t) = -\frac{1}{2} \ln G_1(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln G_1(\tau)}{\tau - t} d\tau.$$

откуда следует, что функции $\Gamma_1^\pm(t) = i\Gamma^\pm(t)$ комплексно сопряжены и могут быть представлены в виде

$$\Gamma_1^\pm(t) = g(t) \cos \gamma(t) \pm ig(t) \sin \gamma(t),$$

где $g(t) = |\Gamma_1^+(t)| = |\Gamma_1^-(t)|$, $\gamma(t) = \arg \Gamma_1^+(t)$;

$$g(t) \cos \gamma(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln G_1(\tau)}{\tau - t} d\tau;$$

$$g(t) \sin \gamma(t) = \frac{1}{2} \ln G_1(t),$$

поэтому

$$\Gamma^+(t) - \Gamma^-(t) = \ln G_1(t) = 2g(t) \sin \gamma(t). \quad (19)$$

Итак,

$$X^\pm(t) = e^{\Gamma^\pm(t)} = e^{-ig(t) \cos \gamma(t) \pm g(t) \sin \gamma(t)}. \quad (20)$$

Используя соотношения (16), (17), (18), (20), записываем выражение (15) в виде

$$u(t) = \frac{-\sqrt{2c_2}}{\sqrt{\Delta^2 t^2 + 1}} e^{g(t) \sin \gamma(t)} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left(|f(t)| + \frac{1}{|f(t)|} \right) [e^{-\Delta h} \cos(\alpha_1(t) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \cos(\alpha_1(t) - \Delta(t))] + \\ & + i \left(|f(t)| - \frac{1}{|f(t)|} \right) [e^{-\Delta h} \sin(\alpha_1(t) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \sin(\alpha_1(t) - \Delta(t))], \end{aligned} \quad (21)$$

где $\alpha_1(t) = \alpha(t) - g(t) \cos \gamma(t) - \delta(t)$.

Приравнявая к нулю мнимую часть выражения (21), получаем два уравнения

$$|f(t)| - \frac{1}{|f(t)|} = 0;$$

$$e^{-\Delta h} \sin(\alpha_1(t) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \sin(\alpha_1(t) - \Delta(t)) = 0. \quad (22)$$

Первое из этих уравнений однозначно определяет $|f(t)| \equiv 1$, а второе определяет $\alpha(t) = \operatorname{arg} f(t)$, входящую в $\alpha_1(t)$.

Покажем, что если $\alpha(t)$ удовлетворяет уравнению (22), то выражение (21) не может описывать амплитудно-модулированное высокочастотное колебание. Действительно, пусть выполняется равенство (22), которое можно преобразовать так:

$$\operatorname{tg} \alpha_1(t) = \frac{e^{2\Delta h} - 1}{e^{2\Delta h} + 1} \operatorname{tg} \Delta(t),$$

откуда следует что $\alpha_1(t)$ является медленно изменяющейся функцией. В силу равенства (22) выражение (21) принимает вид

$$u_1(t) = -\frac{1}{2} A_1(t) F(t) B(t),$$

где
$$A_1(t) = \frac{\sqrt{2c_2}}{\sqrt{\Delta^2 t^2 + 1}} e^{g(t) \sin \gamma(t)}; \quad (23)$$

$$B(t) = e^{-\Delta h} \cos(\alpha_1(t) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \cos(\alpha_1(t) - \Delta(t));$$

$$F(t) = |f(t)| + \frac{1}{|f(t)|},$$

причем вследствие медленности изменения функций $A(t)$ и $\alpha_1(t)$ функции $A_1(t)$ и $B(t)$ — медленно изменяющиеся. В этих условиях функция $F(t)$ должна быть быстро изменяющейся, если $u(t)$ высокочастотное колебание. В силу медленности изменения произведения $A_1(t) B(t)$ можно выбрать равный нескольким периодам высокочастотных колебаний интервал времени T , на котором произведение $A_1(t) B(t)$ не изменяет знак. Но тогда

$$F(t) = |f(t)| + \frac{1}{|f(t)|} \geq 0,$$

функция $u(t) = -\frac{1}{2} A_1(t) F(t) B(t)$ не изменяет знак в интервале T , а это значит, что $u(t)$ не является высокочастотным амплитудно модулированным колебанием:

$$u(t) = A(t) \cos(\omega_0 t + \Phi(t)),$$

Итак, нужно исходить из того, что $|f(t)| \equiv 1$. Тогда выражение (21) примет вид

$$u(t) = -A_1(t) [e^{-\Delta h} \cos(\alpha_1(t) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \cos(\alpha_1(t) - \Delta(t))], \quad (24)$$

в котором $\alpha_1(t)$, а следовательно, и $a(t)$ уже не есть медленно изменяющиеся функции.

Покажем, что $a(t)$ должна быть линейной функцией, чтобы выражение (24) описывало сигнал с финитным сплошным спектром. Для этого, используя (10), (14), представим целую функцию $f(z)$ как

$$f(z) = \Psi_2(z) = \begin{cases} -\frac{(\Delta z + i)\Psi^+(z)}{\sqrt{2c_2}E^+(z)X^+(z)} & \text{в } D^+; \\ \frac{\sqrt{2c_2}E^-(z)}{(\Delta z - i)\Psi^-(z)X^-(z)} & \text{в } D^-. \end{cases} \quad (25)$$

Согласно определениям (4), (12), (8), функции $\Psi^\pm(z)$, $X^\pm(z)$ голоморфны в D^\pm и убывают на бесконечности, а $E^\pm(z)$ являются целыми функциями экспоненциального типа. Поэтому в силу (25) $f(z)$ — целая функция экспоненциального типа. Кроме того, $|f(t)| \equiv 1$. Все такие функции описываются формулой $f(z) = e^{i(\omega z + \varphi_0)}$, где ω , φ_0 — произвольные вещественные числа. В самом деле, из тождества $f(t)f^*(t) = |f(t)|^2 \equiv 1$ и аналитичности $f(z)f^*(z^*)$ следует, что $f(z)f^*(z) \equiv 1$, поэтому $f(z)$ не имеет нулей, но тогда указанное представление вытекает из теоремы Адамара о целых функциях [5, с. 31]. Следовательно, $a(t) = \omega t + \varphi_0$,

$\alpha_1(t) = \omega t + \tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0)$, где $\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) = \varphi_0 - g(t) \cos \gamma(t) - \delta(t)$.

Приведем выражение, стоящее в квадратных скобках формулы (24), к виду $A_2(t) \cos(\omega t + \Phi(t))$, где $\omega > 0$. Это можно сделать в двух случаях, соответствующих различным знакам константы ω в равенстве $a(t) = \omega t + \varphi_0$. Имеем

$$\begin{aligned} & -e^{-\Delta h} \cos(\pm \omega t + \tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) + \Delta(t)) - e^{\Delta h} \cos(\pm \omega t + \tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) - \Delta(t)) = \\ & = -[e^{-\Delta h} \cos(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \cos(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) - \Delta(t))] \cos \omega t \pm \\ & \pm [e^{-\Delta h} \sin(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \sin(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) - \Delta(t))] \sin \omega t = \\ & = A_2(t) \cos(\omega t \pm \Phi(t, \varphi_0)), \end{aligned}$$

$$\text{где } \Phi(t, \varphi_0) = \text{arctg} \frac{e^{-\Delta h} \sin(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \sin(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) - \Delta(t))}{e^{-\Delta h} \cos(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \cos(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) - \Delta(t))}, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} A_2^2(t) & = [e^{-\Delta h} \cos(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \cos(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) - \Delta(t))]^2 + \\ & + [e^{-\Delta h} \sin(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) + \Delta(t)) + e^{\Delta h} \sin(\tilde{\alpha}_1(t, \varphi_0) - \Delta(t))]^2 = \end{aligned}$$

$$= e^{-2\Delta t} + e^{2\Delta t} + 2\cos 2\Delta t = 2[\operatorname{ch} 2\Delta t + \cos(2\Delta t + \varphi_2)] =$$

$$= \frac{2}{c_2} [c_0 + c_2 \cos(2\Delta t + \varphi_2)] = 2 \frac{\tilde{E}(t)}{c_2}. \quad (27)$$

На последнем шаге здесь использовано равенство (9). Из формулы (27) следует, что $A_2(t)$ не зависит от φ_0 . Теперь заметим, что согласно равенствам (23) и (19) находим

$$A_1^2(t) = \frac{2c_2}{\Delta^2 t^2 + 1} e^{2g(t)\sin\gamma(t)} = \frac{2c_2}{\Delta^2 t^2 + 1} G_1(t),$$

поэтому с учетом (11) произведение

$$A_1^2(t) A_2^2(t) = \frac{2c_2}{\Delta^2 t^2 + 1} G_1(t) 2 \frac{\tilde{E}(t)}{c_2} = \frac{4\tilde{E}(t)}{\Delta^2 t^2 + 1} G_1(t) = A^2(t).$$

Следовательно,

$$u(t) = A_1(t) A_2(t) \cos(\omega t \pm \Phi(t, \varphi_0)) = A(t) \cos(\omega t \pm \Phi(t, \varphi_0)).$$

Итак, все функции $u(t)$, имеющие одну и ту же допустимую амплитудную функцию $A(t) > 0$ и имеющие финитный аналитический спектр ширины 2Δ , описываются выражением

$$u(t, \omega, \varphi_0) = A(t) \cos(\omega t \pm \Phi(t, \varphi_0)),$$

в котором фазовая функция $\Phi(t, \varphi_0)$ определяется формулой (26). В нее входят медленно изменяющиеся функции, которые при фиксированных ω и φ_0 однозначно определяются амплитудной функцией $A(t)$, поэтому поставленная в работе задача о выражении фазовой функции через амплитудную решена полностью.

Список литературы: 1. Овчаренко О. В. Асимптотика сигналов с финитным аналитическим спектром // Радиотехника. 1990. Вып. 92. С. 62–67. 2. Вакман Д. Е., Вайнштейн Л. А. Амплитуда, фаза, частота — основные понятия теории колебаний // Усп. физ. наук. 1977. Т. 123, вып. 4. С. 657–682. 3. Василенко Г. И., Тараторин А. М. Восстановление изображений. М., 1986. 185 с. 4. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М., 1977. 640 с. 5. Леонтьев А. Ф. Целые функции. Ряды экспонент. М., 1983. 175 с.

Поступила в редколлегию 13.07.88

Ю. Н. АЛЕКСАНДРОВ, канд. техн. наук,
Ю. Д. ТРОИЦКИЙ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОТНОСИТЕЛЬНОГО ЭТАЛОНИРОВАНИЯ В ФАЗОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЯХ ДАЛЬНОСТИ

Известно, что одна из составляющих погрешностей измерений в радиотехнических системах измерения параметров движения определяется характером и интенсивностью действующих в радиолинии шумов.

Статистическая радиотехника исследует в основном наиболее распространенный случай аддитивного некоррелированного шума с нормальным распределением плотности вероятности и нулевым средним значением. Для такого шума погрешность измерения неэнергетического параметра сигнала (в интересующем нас случае фазы) определяется формулой [1]

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{\mathcal{E}_{ш_0}}{2\mathcal{E}_c}, \quad (1)$$

где $\mathcal{E}_{ш_0}$ — энергия шума в полосе приемника; \mathcal{E}_c — энергия сигнала.

Или в общем случае

$$\sigma_{\varphi}^2 = \frac{\mathcal{E}_{ш_0}}{2|Z''(\Phi_0)|}, \quad (2)$$

где $Z(\Phi_0)$ — значение логарифма функции правдоподобия в точке ее максимума:

$$Z(\Phi) = \int_0^T S(t) \cdot S(t + \tau) dt + \int_0^T S(t) \cdot n(t) dt. \quad (3)$$

При нормальном шуме $n(t)$ с нулевым средним $M[n(t)] = 0$ и большом соотношении сигнал-шум можно после несложных преобразований соотношений (2), (3) получить выражение (1).

В общем же случае для оценки погрешности измерения фазы сигнала необходимо знать функцию взаимной корреляции сигнала и шума. Таким образом, для повышения достоверности оценки качества работы фазовых измерителей дальности необходим анализ и учет влияния всего многообразия действующих шумов. С другой стороны, если синтезировать сигнал, в котором наряду с информативными содержались бы эталонные параметры, имеющие с ними детерминированную связь при отсутствии шумов и известную статистическую зависимость при их наличии, то оценку качества работы фазового дальномера можно проводить путем сравнения (по выбранному критерию) истинного значения эталонного параметра x с его измеренным после прохождения сигнала через ра-

диолинию значением. Следовательно, в этом случае отпадает необходимость в отыскании статистических характеристик действующих в радиолинии шумов. Метод эталонных параметров заключается в следующем. Пусть обработке подлежат измеренные значения параметра y . Параметр y_i измеряется с искажениями

$$\hat{y}_i = y_i + v_y(t_i),$$

где $v_y(t_i)$ — аддитивный шум параметра с неизвестными характеристиками. Пусть одновременно с измерениями y измеритель производит измерение эталонного параметра x ,

$$\hat{x}_i = x_i + v_x(t_i).$$

Тогда дисперсия оценки параметра \hat{y}_i будет связана с дисперсией оценки эталонного параметра \hat{x}_i через коэффициент корреляции [2]:

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (4)$$

где σ_{xy} — коэффициент, характеризующий корреляцию между x и y , определяется как

$$\sigma_{xy} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - \mu_x)(\hat{y}_i - \mu_y). \quad (5)$$

Здесь μ_x, μ_y — истинные значения параметров x, y соответственно. Величина x_i известна и является эталонной, поэтому $\mu_x = x_i$, следовательно,

$$\sigma_x = \sqrt{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x)^2}. \quad (6)$$

Тогда

$$\sigma_y = \frac{\sigma_{xy}}{\rho \sigma_x}. \quad (7)$$

Ясно, что для определения σ_y необходимо знать коэффициент корреляции между эталонным и измеряемым параметрами.

Выберем эталонный параметр x , линейно зависящий от y , $y = ax + c$ (8). В этом случае

$$\sigma_y^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(a\hat{x}_i + c) - (a\mu_x + c)]^2 = a^2 \sigma_x^2; \quad (9)$$

$$\sigma_{xy} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{[(a\hat{x}_i + c) - (a\mu_x + c)] (\hat{x}_i - \mu_x)\} = a\sigma_x^2.$$

Следовательно,

$$\rho = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{a \sigma_x^2}{\sigma_x a \sigma_x} = 1. \quad (10)$$

Очевидно, что ошибка в определении дисперсии σ_y^2 связана с ошибкой определения дисперсии σ_x^2 через коэффициент a : $\sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2$. Поэтому при выборе эталонного параметра жела-

тельно иметь коэффициент $a \leq 1$. С этой точки зрения использование частоты сигнала в качестве эталона в фазовом измерителе дальности не желательно, так как $\varphi = T f + \varphi_0$, что влечет за собой увеличение в T^2 раз ошибки в оценке дисперсии фазы по сравнению с ошибкой в оценке дисперсии частоты сигнала. Другой параметром, линейно связанной с фазой сигнала, — разность фаз между двумя соседними посылками сигнала.

Оценим зависимость погрешностей измерения фазы и относительной разности фаз сигнала вида

$$S(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi). \quad (11)$$

Рассмотрим две последовательно передаваемые посылки этого сигнала

$$S_{i-1}(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_{i-1}), \quad T_n \leq t < iT_n; \quad (12)$$

$$S_i(t) = U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_i), \quad iT_n \leq t < (i+1)T_n,$$

где T_n — длительность посылки; i — номер посылки. Разница $\varphi_i - \varphi_{i-1}$ задана и является эталонной величиной $\Delta\varphi_3$. Предположим, что на сигнал воздействует аддитивный шум $n(t)$, который вызывает дисперсию измерения фазы $i-1$ посылки $\sigma_{\varphi_{i-1}}^2$ а i -й — посылки $\sigma_{\varphi_i}^2$. Тогда дисперсия разности фаз $i-1$ и i -й посылки $\sigma_{\Delta\varphi_3}^2$ при условии, что $\tau \leq T_n$, где τ — интервал корреляции помехи, будет равна

$$\sigma_{\Delta\varphi_3}^2 = \sigma_{\varphi_i}^2 + \sigma_{\varphi_{i-1}}^2. \quad (13)$$

Если предположить, что время действия помехи $T_m > 2T_n$, то $\sigma_{\varphi_i}^2 = \sigma_{\varphi_{i-1}}^2$. Условия $T_m > 2T_n$ и $\tau < T_n$ легко выполнить выбором величины T_n . Таким образом, среднеквадратичная погрешность оценки измерения эталонной разности фаз $\Delta\varphi_3$ связана с ошибками измерения фазы сигнала

$$\sigma_{\Delta\varphi_3} = \sqrt{\sigma_{\varphi_i}^2 + \sigma_{\varphi_{i-1}}^2} = \sqrt{2} \sigma_{\varphi}. \quad (14)$$

Пусть на сигнал (12) действует неаддитивная помеха, которая вызывает случайные изменения его параметров. Рассмотрим сигнал со случайной частотой, которая изменяется под действием неаддитивной помехи

$$S(t) = U_0 \sin[(\omega_0 + \xi)t + \varphi], \quad (15)$$

где ξ — случайное отклонение частоты сигнала от среднего значения ω_0 . В этом случае $i=1$ и i -я посылки сигнала будут иметь вид

$$S_{i-1}(t) = U_0 \sin [(\omega_0 + \xi)t + \varphi_{i-1}], \quad (i-1)T_n \leq t \leq iT_n; \quad (16)$$

$$S_i(t) = U_0 \sin [(\omega_0 + \xi)t + \varphi_i], \quad iT_n \leq t \leq (i+1)T_n.$$

Так как частота сигнала неизвестна, то, используя алгоритм автокорреляционного приема, на выходе приемника получим [3]

$$I = \int_0^{T_n} S_i(t) S_{i-1}(t) dt. \quad (17)$$

Определим напряжение на выходе приемника, для чего вычислим интеграл алгоритма корреляционного приема. Учтем при этом, что $i-1$ посылка после совмещения ее по времени с i -й (после линии задержки) примет вид [4]

$$S_{i-1}(t) = U_0 \sin [(\omega_0 + \xi)(t + \tau) + \varphi_{i-1}]. \quad (18)$$

В результате вычисления

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{T_n} U_0^2 \sin [(\omega_0 + \xi)t + \varphi_i] \sin [(\omega_0 + \xi)(t + \tau) + \varphi_{i-1}] dt = \\ &= \frac{U_0^2 T_n}{2} \cos(\varphi_i - \varphi_{i-1} + \xi\tau) + \frac{U_0^2 T_n}{4(\omega_0 + \xi)} [\sin(\varphi_i + \varphi_{i-1} + \xi\tau) - \\ &\quad - \sin(\varphi_i + \varphi_{i-1} + \xi\tau + 2\xi T_n)]. \end{aligned}$$

При этом принято во внимание, что $\omega_0 T_n \approx \omega_0 T_n \approx 2\pi K$ (K — целое число). Для упрощения пренебрегаем вторым слагаемым, так как $\omega_0 + \xi \gg 2\pi/T_n$, т. е. сигнал узкополосный.

Тогда

$$I = \frac{U_0^2 T_n}{2} \cos(\varphi_i - \varphi_{i-1} + \xi\tau) = \frac{U_0 T_n}{2} \cos(\Delta\varphi_\varphi + \xi\tau). \quad (20)$$

Следовательно, выбранный эталонный параметр учитывает действие неаддитивной помехи. В случае действия такой помехи, вызывающей изменение фазы сигнала φ , эквивалентное изменению частоты ξ , погрешность измерения фазы равна $\delta_{\varphi\xi} = \xi T$ (21), где T — время обработки сигнала. А погрешность измерения разности фаз $\delta_{\Delta\varphi_\varphi\xi} = \xi\tau$ (22), в случае $\tau = T$ $\delta_{\Delta\varphi_\varphi\xi} = \delta_{\varphi\xi}$ (23). При воздействии на сигнал аддитивных и неаддитивных помех, зависимость между предельной погрешностью измерения разности фаз и погрешностью измерения фазы сигнала будет иметь вид

$$\delta_{\Delta\varphi_{\text{пред}}} = 3\sigma_{\Delta\varphi_\varphi} + \delta_{\Delta\varphi_\varphi\xi} = 3\sqrt{2}\sigma_\varphi + \delta_{\varphi\xi}. \quad (24)$$

Таким образом, выбранная в качестве эталонного параметра разность фаз между двумя посылками сигнала имеет известную

статистическую связь с фазой сигнала, что позволяет оценить качество работы фазового дальномера при воздействии широкого класса помех.

Список литературы: 1. *Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н.* Статистическая теория измерительных радиосистем. М., 1981. 287 с. 2. *Бендат Дж., Пирсол А.* Применение корреляционного и спектрального анализа. М., 1983. 312 с. 3. *Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах*/Под ред. Ю. М. Казаринова. М., 1975. 296 с. 4. *Окунев Ю. Б.* Теория фазоразностной модуляции. М., 1979. 215 с.

Поступила в редколлегию 06.12.88

УДК 519.8

В. А. ФРОЛОВ, канд. техн. наук,
Г. В. НАЗАРОВА, канд. техн. наук,
В. Л. ЖЕРДЕВ, Г. А. ЖУРАВЕЛЬ

К ВОПРОСУ ВЫБОРА ЭЛЕМЕНТНОЙ БАЗЫ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ

Многие задачи обеспечения надежности радиоэлектронных и электронно-вычислительных средств решаются на стадии проектирования путем выбора наиболее рациональной элементной базы. В процессе проектирования решаются две задачи: выбор структуры и выбор элементов структуры, т. е. конкретных модулей и микромодулей. Принятие решений о выборе той или иной элементной базы производится с учетом конструкторско-технологических ограничений. В технической литературе эта задача обычно называется покрытием. Для ее решения могут быть использованы различные методы.

Рассмотрим некоторые пути решения, остановившись более подробно на математическом аппарате теории статистических игр и методике его использования для решения задачи покрытия, т. е. задачи синтеза. Решить поставленную задачу синтеза с применением формальных методов удастся для сравнительно несложных устройств, с ограничениями экономического и конструктивно-технологического плана. Трудности, которые возникают при выборе и обосновании элементной базы, в первую очередь связаны с неоднозначностью решений, а также с чрезвычайно высокой размерностью поискового пространства для современной микропроцессорной аппаратуры с учетом согласования элементов по информационным, энергетическим, конструктивным и технологическим признакам.

Предположим, что при функциональном синтезе определено минимально необходимое количество элементарных преобразователей, реализующих заданные функции проектируемого радио-

электронного устройства. Допустим, что элементарные преобразователи описаны множеством $X = \{x_1, \dots, x_n\}$. Если это множество «покрыто» множеством дискретных физических преобразователей $Y = \{y_1, \dots, y_n\}$, то, наложив условие бинарности, можно утверждать, что необходимое функционирование будет обеспечено.

В данном случае под условием бинарности понимается такое отношение элементов множеств, при котором каждому элементу множества X соответствует единственный элемент множества Y , следовательно, $Y = AX$, где A — отношение, устанавливающее связь между элементами множеств.

Однако, приведенное решение задачи можно считать первым приближением, так как оно получено без учета возможностей современной элементной базы, а поэтому и без учета качественных показателей. Выбрать элементную базу на условиях бинарности означает возврат к проектированию на дискретных элементах, а следовательно, ухудшение быстродействия, надежности, массогабаритных и других показателей электронных устройств. Очевидно, более целесообразно использование конструктивных модулей, включающих в свой состав сотни и даже тысячи дискретных элементов. Такими модулями являются интегральные схемы ИС и большие интегральные схемы БИС, а также микропроцессорные комплекты МПК БИС. При этом можно получить лучшие решения, но условия бинарности в данном случае не применимы.

Множество элементарных преобразователей функциональной схемы может быть покрыто современными реальными конструктивными модулями, однако такое покрытие сопряжено с избыточностью физических элементов. Это обстоятельство, с одной стороны, позволяет повысить надежность, а с другой — ухудшает некоторые качественные показатели, например, энергопотребление и стоимость. Можно выбрать различные конструктивные модули, удовлетворяющие условиям функционирования, но тогда получим новые совокупности конфликтующих параметров. Вероятно, решение оптимизационной задачи в этих условиях лучше проводить игровыми методами с последующим принятием статистических решений.

Оптимальное решение задачи, соответствующее оптимальной стратегии, должно удовлетворять требованиям к проектированию по критериям, наиболее полно характеризующим объект, и, в частности, его эффективность.

Примем эффективность в качестве определяющего или глобального критерия. Составим игровую матрицу. В строках матрицы запишем возможные варианты выбора элементов X_i , т. е. стратегии, а в столбцах расположим показатели качества K_j (надежность, стоимость, энергопотребление, быстродействие и т. д.). В ячейки матрицы запишем экономическую эффективность \mathcal{E}_{ij} или тот выигрыш, который может быть получен по j -му критерию при выбранной i -стратегии. Представим игровую матрицу в виде табл. 1.

Таблица 1

Стратегии	K_1	...	K_j	...	K_n
X_1	\mathcal{E}_{11}	...	\mathcal{E}_{1j}	...	\mathcal{E}_{1n}
...
X_i	\mathcal{E}_{i1}	...	\mathcal{E}_{ij}	...	\mathcal{E}_{in}
X_m	\mathcal{E}_{m1}	...	\mathcal{E}_{mj}	...	\mathcal{E}_{mn}
	$\mathcal{E}_{i1\max}$...	$\mathcal{E}_{ij\max}$...	$\mathcal{E}_{in\max}$

Основные трудности, которые возникают при составлении игровой матрицы, связаны с определением эффективности принятого решения по каждой из стратегий, т. е. с определением \mathcal{E}_{ij} . Покажем некоторые возможности определения \mathcal{E}_{ij} для приближенных расчетов.

1. Показатель эффективности по критерию надежности оценим отношением $\mathcal{E}_{ij}(P) = P_{ij}/C_i$, где C_i — стоимость модулей, используемых при i -й стратегии; P_{ij} — вероятность безотказной работы совокупности модулей, необходимых для реализации изделий по i -й стратегии.

2. Показатель эффективности по быстродействию можно ориентировочно определить, используя отношение $\mathcal{E}_{ij}(t) = 1/C_i t_i$, где t_i — паспортные данные о времени выполнения типовой вычислительной операции элементной базой, выбранной по i -й стратегии.

3. Показатель эффективности по критерию минимального энергопотребления может определяться по формуле $\mathcal{E}_{ij}(W) = 1/W_i C_s$, где W_i — потребляемая энергия всеми модулями, применяемыми по i -й стратегии; C_s — коэффициент стоимости единицы энергии.

4. Показатель эффективности по количеству внешних связей модулей, применяемых в i -й стратегии, который ковенно характеризует трудоемкость $\mathcal{E}_{ij}(N_i) = 1/N_i$, где N_i — общее число внешних связей у всех модулей, применяемых в i -й стратегии.

Отметим, что одни показатели качества максимизируются (надежность, мощность и т. д.), а другие минимизируются (стоимость, габариты, масса и т. д.). Поэтому желательно составить отдельные матрицы максимизируемых и минимизируемых пока-

Таблица 2

Стратегии	K_1	...	K_j	...	K_{n-1}	K_n
X_1	a_{11}	...	a_{1j}	...	$a_{1,n-1}$	a_{1n}
...
X_m	a_{m1}	...	a_{mj}	...	$a_{m,n-1}$	a_{mn}

зателей. Пусть будет n максимизируемых и f минимизируемых показателей.

Произведем нормирование пространства поиска (элементов матриц). Нормирование можно произвести для максимизируемых показателей путем деления \mathcal{E}_{ij} на максимальное значение $\mathcal{E}_{ij \text{ макс}}$ так, например, для первого столбца $a_{i1} = \mathcal{E}_{i1} / \mathcal{E}_{i1 \text{ макс}}$ для минимизируемых показателей $b_{i1} = \mathcal{E}_{i1 \text{ мин}} / \mathcal{E}_{i1}$.

Составим нормированную матрицу для максимизируемых показателей в виде табл. 2. Аналогичную матрицу составим для минимизируемых показателей качества. Показатели качества не являются «равноправными», поэтому после нормирования матриц необходимо произвести их «взвешивание», т. е. придать вес каждому из показателей качества, используя, например, экспертный метод. При этом домножают каждый элемент матрицы максимизируемых показателей (параметров). (табл. 2) на соответствующие весовые коэффициенты. В результате получим взвешенную игровую матрицу $[a_{ij}]$ (табл. 3).

Таблица 3

Стратегии	K_1	...	K_j	...	K_n	Суммарный выигрыш
X_1	a_{11}^*	...	a_{1j}^*	...	a_{1n}^*	$A_1 = \sum_{j=1}^n a_{1j}^*$
...
X_m	a_{m1}^*	...	a_{mj}^*	...	a_{mn}^*	$A_m = \sum_{j=1}^n a_{mj}^*$

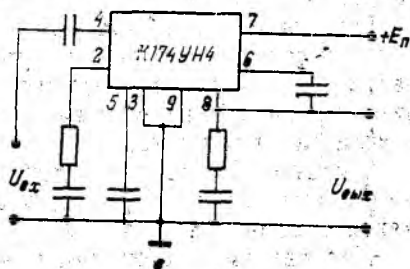
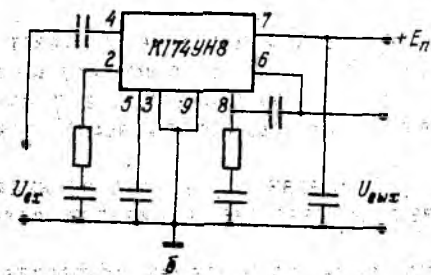
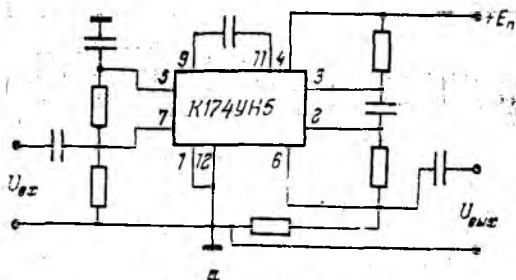
Аналогично домножают на соответствующие весовые коэффициенты элементы игровой матрицы минимизируемых показателей качества $[b_{ij}]$. Получим игровую матрицу (взвешенную) минимизируемых параметров. В эту же таблицу внесем свертку параметров в виде суммы, характеризующую суммарный выигрыш по стратегиям. Для определения оптимальной стратегии необходимо подсчитать суммарные выигрыши по каждой из стратегий для обеих матриц, а затем произвести свертку по каждой из соответствующих стратегий максимизируемых и минимизируемых параметров в виде частного. В числитель помещаются максимизируемые параметры, а в знаменатель — минимизируемые параметры

$$\mathcal{E}(X_i) = \max_i \left[\frac{\sum_{j=1}^n a_{ij}^*}{\sum_{j=1}^f b_{ij}^*} \right], \quad i = 1, \dots, m.$$

Оптимальной будет та стратегия, которая дает максимальное значение выигрыша.

Рассмотрим пример. При этом пойдем на некоторые упрощения, полагая, что показатели качества заданы не интервальными оценками с известной доверительной вероятностью, а средними значениями.

Пусть требуется выбрать лучший вариант усилителя мощности звукового канала. Усилитель должен иметь выходную мощность не менее 1 Вт и полосу пропускания от 30 до 20 000 Гц. Усилитель должен быть создан на базе аналоговых интегральных микросхем.



Из справочника выбираем микросхемы К174УН4, К174УН5 и К174УН8. На базе каждой из микросхем разрабатываем или выбираем из справочной литературы принципиальные электрические схемы. Имеет три варианта схем: (А), (Б), (В) (рисунок).

Определяем параметры оптимизации. Пусть этими параметрами будут: стоимость деталей C , коэффициент гармоник $K_{Г}$, потребляемый ток $I_{п}$, надежность $P(t)$, выходная мощность $N_{в}$.

Находим показатели эффективности:

по стоимости

$$\partial_{C_i} = \sum_{k=1}^f C_{ki}$$

где f — число входящих в схему элементов; C_{ki} — стоимость k -го элемента i -й стратегии, по потребляемому току: $\partial_{T_i} = 1/I_{pi} \times \partial_{C_i}$, где I_{pi} — потребляемый i -й микросхемой ток (справочник);

по коэффициенту гармоник: $\partial_{K_i} = 1/K_{Gi} \cdot \partial_{C_i}$, где $K_{Г}$ — коэффициент гармоник (справочник); по выходной мощности: $\partial_{N_i} = N_{выxi} / \partial_{C_i}$, где $N_{выxi}$ — выходная мощность (справочник); по надежности: $\partial_{P_i} = P_i(t) / \partial_{C_i}$, где $P_i(t)$ — вероятность безотказной

работы элементов схемы, подсчитанная по справочным данным об интенсивностях отказов по формуле

$$P_i(t) = \prod_{k=1}^j P_{ki}(t),$$

Таблица 4

Тип микро- схемы	Потребляемый ток, $I_{\text{пр}}$, мА	Выходная мощность Вт, при $R_{\text{н}} = 40\text{м}$,	Кoeffици- ент гармо- ник, K_{Γ} %	Интенсив- ность отказов, λ_i , ч ⁻¹
K174УН4	10	1	1	$1 \cdot 10^{-7}$
K174УН5	30	2	1	$1 \cdot 10^{-7}$
K174УН8	15	2	2	$1 \cdot 10^{-7}$

где $P_{ki}(t)$ — вероятность безотказной работы k -х элементов i -го варианта решения.

Выделяем из выбранной группы минимизируемые и максимизируемые параметры оптимизации. В группу максимизируемых параметров выделим надежность и выходную мощность, а к минимизируемым параметрам отнесем стоимость, потребляемый ток и коэффициент гармоник.

Составим справочную таблицу об основных характеристиках микросхем серии K174, выбранных в качестве вариантов элементной базы (табл. 4).

Произведем необходимые вычисления показателей эффективности и составим игровую матрицу (табл. 5).

Таблица 5

Вариант решения (стратегия)	Минимизируемые параметры			Максимизируемые параметры	
	\mathcal{E}_C	\mathcal{E}_T	\mathcal{E}_{Γ}	\mathcal{E}_p	\mathcal{E}_N
(А), 1	1,1	0,030	0,909	0,907	1,818
(Б), 2	1,08	0,062	0,277	0,924	1,851
(В), 3	1,07	0,099	0,934	0,933	0,934
	1,07	0,030	0,277	0,933	1,851

Составим нормированную матрицу (табл. 6), используя формулы

$$\mathcal{E}_{ij\text{н}} = \mathcal{E}_{ij\text{min}}/\mathcal{E}_{ij}; \quad \mathcal{E}_{ij\text{н}} = \mathcal{E}_{ij}/\mathcal{E}_{ij\text{max}}.$$

Учтем весовые коэффициенты для оптимизируемых параметров и составим матрицу (табл. 7) с учетом этих коэффициентов.

Допустим, что одним из методов, изложенных ранее, выбраны весовые коэффициенты по параметрам: для стоимости $C_C=0,2$, для тока потребления $C_T=0,2$, для коэффициента гармоник $C_{\Gamma} = 0,2$, для надежности $C_p=0,2$, для мощности $C_N=0,15$,

Таблица 6

Вариант решения (стратегия)	Минимизируемые параметры			Максимизируемые параметры	
	\mathcal{E}_{CH}	\mathcal{E}_{TH}	$\mathcal{E}_{ГН}$	\mathcal{E}_{PH}	\mathcal{E}_{NH}
(А)	0,972	1,0	0,304	0,972	0,982
(Б)	0,990	0,468	1,0	0,990	1,0
(В)	1,0	0,303	0,296	1,0	0,584

Таблица 7

Вариант решения (стратегия)	Минимизируемые параметры			Свертка в виде суммы	Максимизируемые параметры		Свертка в виде суммы
	\mathcal{E}_{CH}^*	\mathcal{E}_{TH}^*	$\mathcal{E}_{ГН}^*$		\mathcal{E}_{PH}^*	\mathcal{E}_{NH}^*	
(А)	0,194	0,200	0,061	0,455	0,243	0,147	0,390
(Б)	0,198	0,094	0,200	0,492	0,247	0,150	0,397
(В)	0,200	0,064	0,0592	0,319	0,250	0,075	0,325

В эту же таблицу (табл. 7) внесем результаты свертки критериев по строкам в виде суммы. Вычислим свертки критериев в виде частного от деления свертки максимизируемых параметров на соответствующие свертки минимизируемых параметров. В результате получим: $\mathcal{E}_A = 0,857$; $\mathcal{E}_B = 0,806$; $\mathcal{E}_B = 1,018$.

Выберем из полученных значений максимальный выигрыш. Он соответствует стратегии (В). Следовательно, она является лучшей или наиболее предпочтительной для задачи с принятыми ограничениями и условиями.

Список литературы: 1. Фролов В. А., Коренева Г. В., Руденко А. П. О принятии решений при выборе элементной базы вычислительных устройств// Конструирование специализированной электронно-вычислительной аппаратуры. Рязань, 1984. С. 16—19. 2. Фролов В. А., Голенко А. В., Коренева Г. В. Принятие решений в задачах с конфликтующими параметрами// Математическое и программное обеспечение задач оптимизации технических систем. К., 1987. С. 82—85. 3. Фролов В. А. Математические модели и методы оптимального конструирования ЭВА и РЭА. Х., 1985. 130 с.

Поступила в редакцию 06.03.89

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА РЕГИСТРАЦИИ БРОУНОВСКОГО ШУМА РАДИОМЕТРОМ С ПЕРЕМЕННЫМ ВО ВРЕМЕНИ КОЭФФИЦИЕНТОМ УСИЛЕНИЯ

При детектировании шумов, распределенных по относительно большой полосе частот, ожидаемый спектр и амплитуда сигнала определяют конструкцию и параметры радиометрического устройства. Чтобы довести сигнал до уровня, необходимого для детектирования, требуется усиление. Если в процессе инерционного детектирования коэффициент усиления $k(t)$ изменяется во времени [1], то статистическая структура регистрируемых сигналов изменится по сравнению со случаем $k(t) = \text{const}$. Поглощаемая за время регистрации T средняя мощность η равна

$$\eta = \frac{1}{T} \int_0^T dt k(t) x^2(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ — входной сигнал. Если $x(t)$ — нормальный марковский процесс [2] с интенсивностью $\sigma = \langle x^2(t) \rangle$ и декрементом (шириной полосы) ν , то наблюдаемая величина η также будет случайной. Поэтому при протяженной во времени регистрации шума $x(t)$ должны проявиться как временные характеристики входного процесса, так и зависимость от времени коэффициента усиления $k(t)$. Вероятностные характеристики величины η полностью описываются плотностью распределения $P(\eta)$, равной

$$P(\eta) = \int_0^\infty 2\pi i e^{\lambda \eta} Q(\lambda), \quad (2)$$

где $Q(\lambda)$ — производящая функция,

$$Q(\lambda) = \langle \exp \left\{ -\frac{\lambda}{T} \int_0^T dt k(t) x^2(t) \right\} \rangle, \quad (3)$$

усреднение в (3) необходимо выполнить по всем реализациям шума в интервале $(0, T)$.

Математическое ожидание (3) можно искать в виде [3]

$$Q(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \omega(x_0) \int_{-\infty}^{\infty} dx \Psi(x, t; x_0, 0)|_{t=T}, \quad (4)$$

где $\omega(x_0) = (\pi\sigma)^{-1/2} \exp(-x_0^2/\sigma)$ — плотность распределения нормального шума $x(t)$ в исходный момент $t=0$. Однако получаемое для Ψ -функции уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t} \Psi = \nu \frac{\partial}{\partial x} (x \Psi) + \frac{\nu \sigma}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi - \lambda k(t) x^2 \Psi \quad (5)$$

с начальным условием $\Psi(x, 0; x_0, 0) = \delta(x - x_0)$, как правило, не поддается решению, если $k(t) \neq \text{const}$, а известные его решения для некоторых функций $k(t)$ [4] громоздки и носят частный характер. Поэтому представляют интерес достаточно хорошо сходящиеся приближенные процедуры расчета распределения $P(\eta)$.

Для достаточно гладкой функции $k(t)$ она может быть аппроксимирована кусочно-ломаной функцией $k_M(t)$ такой, что $k_M(t_m) = k(t_m)$, $m = 0, 1, \dots, M$. При этом число M должно быть достаточно большим ($M \sim 50$), а временные точки t_m необходимо расположить так, чтобы передать характерные особенности функции $k(t)$. Тогда при большом M можно принять, что на каждом подынтервале $t_m \leq t \leq t_{m+1}$ функция $k(t) = k_M(t)$, т. е. постоянна. Пользуясь выражением (3), но уже отнесенным последовательно к каждому из подынтервалов (t_{m-1}, t_m) , найдем приближенно

$$Q(\lambda) \cong \left\langle \exp \left\{ -\frac{\lambda}{T} \sum_{m=1}^M k(t) \int_{t_{m-1}}^{t_m} dt x^2(t) \right\} \right\rangle = \quad (6)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \omega(x_0) \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \Psi(x_1, t_1; x_0, 0) \dots \int_{-\infty}^{\infty} dx_M \Psi(x_M, t_M; x_{M-1}, t_{M-1}),$$

где $t_M = T$. Решение на m -м подынтервале уравнения (5) следующее:

$$\Psi(x_m, t_m; x_{m-1}, t_{m-1}) = \left[\frac{r_m q_m \exp(\nu \Delta_m)}{\pi \sigma \nu (1 - q_m^2)} \right]^{1/2} \times \\ \times \exp \left\{ \frac{r_m - \nu}{2\sigma \nu} (x_m^2 - x_{m-1}^2) - \frac{r_m}{\sigma \nu} \frac{(x_m - q_m x_{m-1})^2}{(1 - q_m^2)} \right\}, \quad (7)$$

где $r_m = \sqrt{\nu^2 + 2 \frac{\lambda}{T} \sigma \nu k(t_m)}$; $\Delta_m = t_m - t_{m-1}$; $q_m = \exp(-r_m \Delta_m)$.

Поскольку $\omega(x_0)$ — гауссова функция, то результатом очередного интегрирования в (6) будет также гауссова функция с нормировкой N_m и дисперсией σ_m . Поэтому $Q(\lambda) = N_M (\pi \sigma_M)^{-1}$ (8), а рекуррентная последовательность величин N_m , σ_m связана соотношениями

$$N_m = N_{m-1} \frac{\sigma_{m-1} r_m \exp(\nu \Delta_m)}{\sigma_{m-1} (r_m C_m - \nu S_m) + 2\sigma \nu S_m}; \\ \sigma_m = \frac{2\sigma \nu S_m + \sigma_{m-1} (r_m C_m - \nu S_m)}{\nu S_m + r_m C_m + \sigma_{m-1} S_m (r_m^2 - \nu^2) (2\nu \sigma)^{-1}}; \quad (9) \\ C_m = \text{ch}(r_m \Delta_m), \quad S_m = \text{sh}(r_m \Delta_m),$$

причем $N_0 = (\pi \sigma)^{-1/2}$ и $\sigma_0 = \sigma$.

Выражения (8), (9) были положены в основу при вычислении плотности $P(\eta)$ (2). В качестве функции $k(t)$ была выбрана следующая:

$$k(t) = \frac{\mu T}{\exp(\mu T) - 1} \exp(\mu t), \quad (10)$$

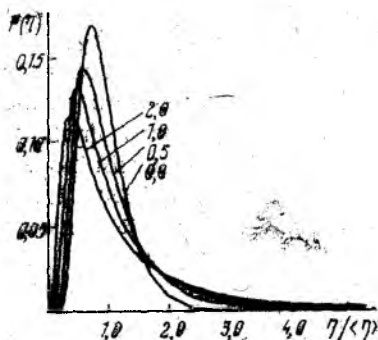


Рис. 1

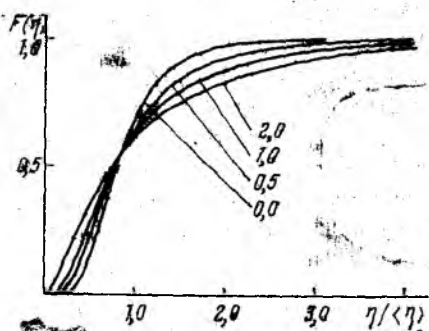


Рис. 2

обеспечивающая неизменность первого момента $\langle\eta\rangle$ для различных значений параметра μ . Результаты численного расчета плотности $P(\eta)$ приведены на рис. 1, (где $\nu=1$; $\sigma=1$; $T=5$; цифрами у кривых указан параметр μ), а интегральной вероятности $F(\eta)$ — на рис. 2 (параметры те же, что и на рис. 1). Приведенные зависимости указывают, что в случае отличия коэффициента усиления от постоянного значения изменяется временная динамика формирования случайной величины η , которая при $k(t)=\text{const}$ определялась корреляционной функцией $\langle x(t)x(t+\tau)\rangle = \sigma/2 \exp(-\nu|\tau|)$. Для дисперсии распределения $P(\eta)$ найдем

$$\Delta = \langle\eta^2\rangle - \langle\eta\rangle^2 = \frac{\sigma^2}{2} \int_0^T dt_1 \int_0^T dt_2 k(t_1) k(t_2) \exp(-\nu|t_1 - t_2|). \quad (11)$$

На рис. 3 отложена дисперсия $\Delta = \Delta(\mu)$ для коэффициента усиления (10), где видна тенденция к уширению плотности распределения вероятностей $P(\eta)$ с ростом μ и постоянном декременте ν шума $x(t)$. Расчеты, выполненные для функции $k(t)$ степенного вида, приводят к аналогичным выводам.

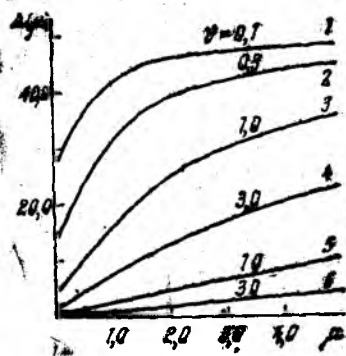


Рис. 3

Таким образом, непостоянство коэффициента усиления во времени при регистрации шумов приводит к увеличению дисперсии $\langle\eta^2\rangle - \langle\eta\rangle^2$ плотности распределения $P(\eta)$ случайной величины η (1). Отметим, что рассмотренная физическая ситуация эквивалентна другой, а именно, регистрации

шума с модулированной во времени по закону $k(t)$ интенсивностью радиометром с постоянным коэффициентом усиления.

Список литературы: 1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1967. 752 с. 2. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М., 1977. 485 с. 3. Лэкс М. Флуктуации и когерентные явления. М., 1974. 299 с. 4. Siegert A. T. F. A systematic approach to a class of problems in the theory of noise and other random phenomena//IRE Trans. Inf. Theory. March. 1956. P. 38—43.

Поступила в редколлегию 28.06.88

УДК 621.375.7

Г. Г. БЕРЕЗУЦКИЙ, канд. техн. наук,
А. Л. ЕРОХИН, П. И. ЧЕРЕДНИКОВ, канд. техн. наук

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ В ИНДУКТИВНОМ ПАРАМЕТРОНЕ

В радиотехнике, автоматике, контрольно-измерительной технике находят широкое применение устройства для различных нелинейных преобразований сигналов. Одним из таких устройств является индуктивный параметрон (рис. 1), который используется

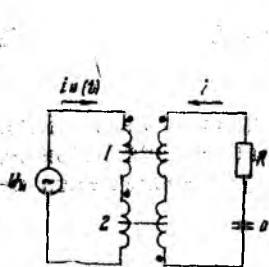


Рис. 1

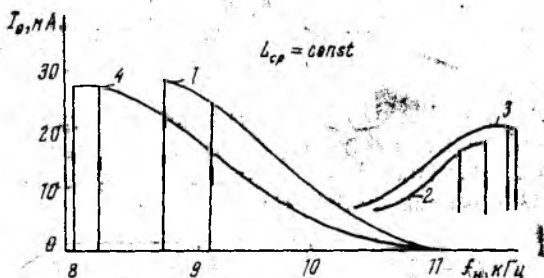


Рис. 2

в качестве маломушящего усилителя малых сигналов, преобразователя спектра сигнала, применяется в устройствах вычислительной техники и т. д. Одним из важнейших параметров индуктивного параметрона, определяющим его пригодность для использования в качестве усилителя малых сигналов, является устойчивость колебаний в его резонансном контуре. Многими авторами, например, в работе [1], рассматривается устойчивость колебаний в параметроне с учетом возможности генерации колебаний параметроном, но пока изучен такой важный вопрос, как влияние внутреннего сопротивления источника накачки на устойчивость колебаний в его резонансном контуре, т. е. влияние источника накачки на шумовые свойства параметрона.

Физические процессы, происходящие в индуктивном параметроне, описываются нелинейным дифференциальным уравнением с переменными коэффициентами [2]

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\alpha(t, i) \frac{di}{dt} + \omega^2(t, i) i = 0, \quad (1)$$

где $\alpha(t, i) = \frac{L'(t, i)}{L(t, i)} + \frac{R}{2L(t, i)}$ — функция затухания резонансного контура параметрона;

$$\omega^2(t, i) = \frac{L''(t, i)}{L(t, i)} + \frac{1}{CL(t, i)}$$
 — функция собственной

частоты резонансного контура параметрона; $L(t, i)$, $L'(t, i)$, $L''(t, i)$ — соответственно динамическая индуктивность и ее первая и вторая производные по времени; R — активное сопротивление потерь в резонансном контуре параметрона; C — емкость резонансного контура параметрона.

Решается это уравнение методом последовательных приближений, который заключается в следующем [2].

На первом этапе ищется решение линейного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами в предположении, что в (1) ток $i=0$. Это решение имеет вид

$$i = I_0 e^{-\int_0^t \alpha(t) dt} \sin \left(\int_0^t F(t) dt + \varphi_0 \right) + E, \quad (2)$$

где I_0 — амплитуда начальных колебаний тока в резонансном контуре параметрона; φ_0 — начальная фаза колебаний резонансного контура; E — поправочная функция, в установившемся режиме равная нулю [2];

$$F(t) = \sqrt{\frac{1}{L(t)C} - \frac{RL'(t)}{2L^2(t)} - \frac{R^2}{4L^2(t)}} — мгновенная частота$$

колебаний в резонансном контуре параметрона.

На втором этапе найденное значение тока i подставляется в выражение для вычисления $L(t, i)$ и ее производных и находится уточненное значение тока i . Такой процесс вычислений продолжается до достижения заданной точности, которая равна

$$\varepsilon = \left| \frac{i_{n-1} - i_n}{i_n} \cdot 100\% \right|.$$

Запишем динамическую индуктивность резонансного контура параметрона, исходя из законов электромагнитной индукции:

$$L(t, i) = \frac{S\omega^2}{\beta \sqrt{\omega^2 (i_n(t) \pm i)^2 + \delta^2 l^2}}, \quad (3)$$

где S , l — площадь поперечного сечения и длина средней линии сердечников параметрона; ω — количество витков в обмотке

(для простоты математических выкладок положено, что число витков во всех обмотках одинаково); δ, β — аппроксимирующие коэффициенты кривой намагничивания сердечников (аппроксимация произведена при помощи гиперболического синуса [3]); $i_n(t)$ — ток в обмотках накачки параметрона.

Известно, что максимальное усиление колебаний в резонансном контуре параметрона имеет место, если фаза колебаний в нем в конце периода модуляции энергоемкого параметра равна или отлична на угол π от фазы колебаний в начале этого же периода. Из (2) очевидно, что максимальное значение ток i будет

иметь, если функции $e^{-\int_0^t a(t) dt}$ и $\sin\left(\int_0^t F(t) dt + \varphi_0\right)$ будут принимать

максимальные значения по абсолютной величине. В то же время $F(t)$ является функцией динамической индуктивности, которая, в свою очередь, зависит от тока накачки $i_n(t)$. Но форма и амплитуда тока $i_n(t)$ находится в непосредственной зависимости от внутреннего сопротивления источника накачки, т. е. от того, является ли источник накачки генератором тока или генератором напряжения. Учитывая это, устойчивость колебаний в резонансном контуре параметрона удобно рассматривать, сравнивая два крайних случая: питание параметрона от генератора тока и от генератора напряжения.

Фаза колебаний тока в резонансном контуре индуктивного параметрона определяется функцией $\sin\left(\int_0^t F(t) dt + \varphi_0\right)$. Тогда

из (2) следует, что, независимо от того, является ли источник накачки генератором тока или генератором напряжения фазы колебаний тока i , в конце периода модуляции индуктивности будут равны при питании параметрона от любого источника накачки, если равны определенные интегралы от функций $L(\bar{t}, i)$ в течение периода модуляции индуктивности резонансного контура параметрона (это вытекает из геометрического смысла определенного интеграла). Поэтому для сравнительной оценки устойчивости колебаний рассмотрим влияние собственного тока резонансного контура на кривую модуляции индуктивности $L(t, i)$.

Учитывая, что кривая модуляции индуктивности — функция тока накачки и тока резонансного контура параметрона, а обмотки накачки и резонансная на первом сердечнике включены согласно, на втором — встречно, в выражении (3) для первого сердечника имеем сумму токов, для второго — разность. Тогда получим суммарное значение динамической индуктивности резонансного контура $L(t, i) = L_1(t, i) + L_2(t, i)$, где $L_1(t, i)$ $L_2(t, i)$ — динамические индуктивности первой и второй резонансных обмоток.

Ток накачки при питании параметрона от генератора тока имеет синусоидальную форму, а при питании от генератора на-

пряжения — пикообразную и описывается следующим выражением:

$$i_n(t) = \frac{\delta I}{\omega} \operatorname{sh} \left(\frac{\beta U}{2\omega\omega_n S} \sin \omega_n t \right),$$

где U — амплитудное значение напряжения накачки; ω_n — круговая частота тока накачки.

Очевидно, что если средние за полупериод значения токов накачки равны, то максимальное значение тока накачки индуктивного параметрона, питаемого от генератора напряжения (будет больше максимального значения тока накачки параметрона, питаемого от генератора тока. Следовательно, влияние тока резонансного контура параметрона на кривую модуляции индуктивности будет сильнее в случае, если индуктивный параметрон питать от генератора тока.

Фактически степень влияния тока резонансного контура на $L(t, i)$ характеризует внутреннюю отрицательную обратную связь между контуром накачки и резонансным контуром параметрона, так как изменение динамической индуктивности под воздействием тока накачки приводит к изменению тока резонансного контура который, в свою очередь, воздействуя на $L(t, i)$, приводит к обратному изменению $L(t, i)$ и, естественно, стабилизации колебаний в резонансном контуре параметрона. Величину внутренней обратной связи удобно охарактеризовать коэффициентом устойчивости колебаний в резонансном контуре параметрона

$$k_y = \frac{\Delta \alpha_n}{\Delta I_0}, \quad (4)$$

где $\Delta \alpha_n = e^{-\int_0^{T/2} \alpha_2(t, i) dt} - e^{-\int_0^{T/2} \alpha_1(t, T) dt}$ — приращение интегрального

коэффициента затухания под действием приращения амплитуды тока резонансного контура ΔI_0 ; $\alpha_1(t, i)$, $\alpha_2(t, i)$ — коэффициенты затухания в предыдущем и последующем периодах модуляции индуктивности.

Интегральный коэффициент затухания при определении коэффициента устойчивости целесообразно вычислять в течение первой половины периода модуляции $L(t, i)$, так как усиление колебаний в резонансном контуре происходит именно в течение этого времени (первая производная индуктивности $L(t, i)$ в этот момент времени меньше нуля).

Необходимость вычисления коэффициента устойчивости в виде (4) обусловлена тем, что α_n является функцией динамической индуктивности, которая, в свою очередь, зависит не только от тока накачки, но и от тока резонансного контура параметрона.

Теперь, исходя из того, что степень самостабилизации колебаний нелинейной реактивностью в нелинейном резонансном контуре определяется степенью влияния собственного тока этого

контура на его нелинейную реактивность, можно сделать вывод, что при питании индуктивного параметрона от генератора тока устойчивые колебания в нем будут наблюдаться на большем интервале изменения тока накачки при прочих равных условиях, чем при питании его от генератора напряжения. Но как было отмечено выше, ток накачки в случае питания параметрона от генератора напряжения имеет явно несинусоидальную форму. Поэтому целесообразно для наглядности сравнительной оценки рассматривать резонансные кривые параметрона как функцию от частоты тока накачки, т. е. в одной системе координат (рис. 2).

Границы устойчивости колебаний в резонансном контуре параметрона определяются его резонансной кривой, которая более протяженна вдоль оси изменения частоты тока накачки для случая питания параметрона от генератора тока (рис. 2).

Расчетные резонансные кривые параметронов, питаемых от генератора тока (рис. 2, кривая 1) и от генератора напряжения (кривая 2), подтверждают сделанные выводы. Расчет производился с использованием ЭВМ по методу последовательных приближений для решения нелинейного дифференциального уравнения (1). При этом средние за период модуляции значения динамических индуктивностей L_{cp} были взяты равными для обоих случаев питания параметрона. Для сравнения на рис. 2 приведены экспериментальные резонансные кривые (3—питание от генератора напряжения, 4—питание от генератора тока). Значения L_{cp} при расчете и эксперименте также взяты равными.

Рассмотрим генерацию шумов параметронами при различных источниках накачки. Очевидно, что если резонансная кривая устойчива при больших изменениях частоты тока накачки, что свидетельствует об устойчивости и при больших изменениях L_{cp} , то любые возмущения $L(t, i)$, обусловленные флюктуациями тока накачки, внешними наводками, температурными воздействиями и т. д., приведут к быстрому затуханию переходного процесса, обусловленного этими возмущающими факторами. В то же время, если область устойчивых колебаний мала, то любое возмущение вызовет приближение рабочей точки параметрона к границе области устойчивости или даже выход за эту границу. При этом в резонансном контуре начнут наблюдаться флюктуации амплитуды колебаний с длительно затухающим переходным процессом (если рабочая точка находится вблизи границы устойчивости) или даже незатухающий процесс произвольных флюктуаций (если рабочая точка вышла за границы устойчивости колебаний). Эти флюктуации амплитуды колебаний и проявляются в виде шумов, генерируемых параметрическим усилителем, делая его непригодным для использования в качестве малозумящего усилителя малых сигналов.

Естественно, что когда возмущающие факторы достаточно малы, а рабочая точка параметрического усилителя имеет высокую стабильность, то и при питании параметрона от генератора

напряжения можно обеспечить высокое соотношение сигнал-шум в узкой области изменения входного управляющего сигнала. Однако на практике обеспечить высокую стабильность рабочей точки параметрона, питаемого от генератора напряжения, затруднительно, поскольку на ее стабильность влияют не только внешние факторы (стабильность генератора накачки, температура окружающей среды, внешние электромагнитные наводки и т. д.), но и коэффициент внутренней отрицательной обратной связи параметрона, который у параметрона, питаемого от генератора тока, намного выше, чем у параметрона, питаемого от генератора напряжения.

Результаты вычислений коэффициента устойчивости, характеризующего величину внутренней отрицательной обратной связи параметрона, показывают, что для параметрона, работающего во 2-й зоне неустойчивости и питаемого от генератора напряжения $K_y=9,7$ а для параметрона, питаемого от генератора тока, $K_y=45,1$.

В реальных условиях получить идеальный генератор тока или генератор напряжения невозможно, поэтому устойчивость колебаний, а следовательно, и уровень собственных шумов параметрического усилителя в большой степени определяются близостью генератора накачки к генератору тока. Эту близость легко оценить при помощи коэффициента устойчивости K_y .

Сделанный вывод представляет большой практический интерес, так как позволяет дать рекомендации по выбору источника накачки индуктивного параметрона при использовании последнего в качестве малошумящего усилителя малых сигналов.

Для иллюстрации флюктуаций колебаний, возникающих в параметроне, на рис. 3 приведена осциллограмма напряжения на

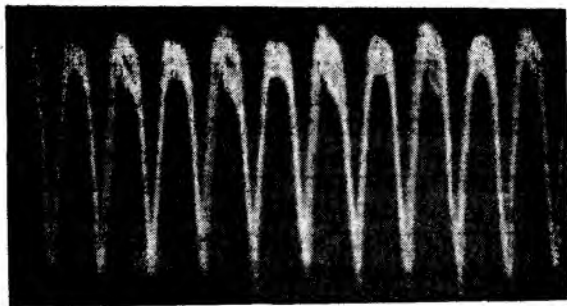


Рис. 3

резонансном контуре параметрона, питаемого от генератора напряжения и работающего вблизи границы устойчивости.

Кривые, приведенные на рисунках, соответствуют индуктивному параметрону, имеющему следующие конструктивные характеристики: число витков в обмотках накачки и резонансных — 30; емкость конденсатора $C=0,2$ мкФ; эквивалентное сопротив-

ление потерь в контуре $R=2$ Ом; сердечники параметрона из феррита марки 1500 НМ, типоразмер сердечников $K7 \times 4 \times 2$.

Показано, что устойчивость колебаний в резонансном контуре индуктивного параметрона наиболее высокая, если источником накачки параметрона является генератор тока. Сделан вывод, что при использовании индуктивного параметрона в качестве малошумящего усилителя его целесообразно питать от генератора тока.

Следует также отметить, что с учетом дуальности индуктивного и емкостного параметронов полученные результаты можно распространить и на емкостные параметроны. При этом, очевидно, что для получения максимальной устойчивости колебаний емкостной параметрон необходимо питать от генератора напряжения.

Список литературы: 1. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М., 1968. 432 с. 2. Березуцкий Г. Г., Чередников П. И. Об устойчивости и стабильности параметрических колебаний. Х., 1984. 37 с. Деп. в УкрНИИТИ 17.04.84. № 696. 3. Бессонов Л. А. Нелинейные электрические цепи. М., 1977. 343 с.

Поступила в редакцию 16.12.88

УДК 621.391

Е. М. ЗАНИМОНСКИЙ, А. Ф. КОСТИН, В. Д. НАГОРНЫЙ

БЫСТРОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИЛЬБЕРТА

Преобразование Гильберта является одним из важных интегральных преобразований. Оно широко используется при моделировании фильтров, изучении аналитических сигналов, синтезе систем с одной боковой полосой и во многих других задачах. При анализе дискретных данных применяют, как правило, дискретное преобразование Гильберта (ДПГ) [1]:

$$\text{ДПГ}(b(p)) = g(k) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \sum_{k_{\text{чет}}} \frac{b(p)}{k-p}, & p - \text{нечетный} \\ \frac{2}{\pi} \sum_{k_{\text{неч}}} \frac{b(p)}{k-p}, & p - \text{четный} \end{cases} \quad (1)$$

Несмотря на некоторую разреженность матрицы ДПГ, для его вычисления все же требуется $O(n^2)$ операций, что существенно ограничивает применение данного преобразования к векторам большой размерности в связи с малой оперативностью счета и его высокой стоимостью. Для исключения же нежелательных краевых эффектов и других явлений, связанных с конечностью выборки, как раз необходимо обрабатывать входной вектор до-

статочной большой длины. Поэтому желательно иметь алгоритм, который бы аналогично быстрому преобразованию Фурье выполнял преобразование Гильберта с затратой $O(n \log_2 n)$ операций.

Запись ДПГ в виде (1) традиционна, однако в дальнейшем она будет несколько неудобна. Воспользуемся для упрощения записи теоретико-числовой операцией взятия модуля числа. Эта операция, как известно, отображает кольцо целых чисел в кольцо вычетов по заданному модулю. В результате выполнения $a = b \bmod c$ a получит значение остатка от деления b на c . Таким образом, выражение $(k-p) \bmod 2$ будет равно нулю, если оба k и p одновременно либо четны, либо нечетны, и будет равно единице, если у k и p разная четность, т. е. в случаях, предусмотренных (1). Теперь ДПГ можно записать как

$$g(k) = \frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^n \frac{b(p)}{k-p} (k-p) \bmod 2.$$

Матрица этого преобразования

$$A_{k,p} = \left\| \frac{2 (k-p) \bmod 2}{\pi (k-p)} \right\|$$

имеет теплицеву структуру, т. е. у нее равны элементы диагоналей, параллельных главной:

$$(a_{i_1 j_1} = a_{i_2 j_2}) \leftrightarrow (i_1 - j_1 = i_2 - j_2).$$

Так как теплицева матрица полностью задается первым столбцом и первой строкой, то ее элементы часто обозначаются одним индексом, равным разности индексов строки и столбца $a_{ij} = a_{i-j}$.

Опираясь на свойства теплицевых матриц, подробно описанные в работе [2], можно построить алгоритм ДПГ с числом операций $O(n \log_2 n)$.

Всякая теплицева матрица может быть представлена в виде суммы циркулянта и косоциркулянта $A = L + M$. Последние представляют собой специальные типы матриц. У циркулянтной матрицы каждая последующая строка получается при циклическом сдвиге предыдущей вправо на одну позицию, у косоциркулянтной — вытесняемый элемент при переносе инвертируется: $l_i = l_{n-i}$; $m_i = -m_{n-i}$. Первые столбцы циркулянта и косоциркулянта (которыми они полностью задаются) определяются соответственно

$$x_i = \frac{a_i + a_{-n+i}}{2}; \quad y_i = \frac{a_i - a_{-n+i}}{2}.$$

В нашем случае будет иметь

$$x_i = \frac{(i-n) i \bmod 2 + i (i-n) \bmod 2}{\pi i (i-n)};$$

$$y_i = \frac{(i-n) i \bmod 2 - i (i-n) \bmod 2}{\pi i (i-n)}.$$

Циркулянт и косоциркулянт, в свою очередь, могут быть представлены с помощью матрицы преобразования Фурье

$$L = n^{-1} F_n^* \text{diag}(F_n x) F_n; \quad M = n^{-1} D^{-1} F_n^* \text{diag}(F_n D y) F_n D,$$

где x, y — первые столбцы матриц L и M ; F_n — матрица преобразования Фурье,

$$F_n = \begin{pmatrix} \varepsilon_n^{0 \cdot 0} & \varepsilon_n^{0 \cdot 1} & \dots & \varepsilon_n^{0 \cdot (n-1)} \\ \varepsilon_n^{1 \cdot 0} & \varepsilon_n^{1 \cdot 1} & \dots & \varepsilon_n^{1 \cdot (n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_n^{(n-1) \cdot 0} & \varepsilon_n^{(n-1) \cdot 1} & \dots & \varepsilon_n^{(n-1) \cdot (n-1)} \end{pmatrix};$$

$$\varepsilon_n = \exp\left\{i \frac{2\pi}{n}\right\},$$

D — матрица, имеющая вид

$$D = \begin{pmatrix} \psi^0 & 0 \\ & \psi^1 \\ & & \dots \\ 0 & & & \psi^{n-1} \end{pmatrix}, \quad \psi^n = -1.$$

Соответствующие теоремы доказаны в работе [2].

Таким образом, ДПГ можно свести к выполнению шести быстрых преобразований Фурье (БПФ) (F_n^* отличается от F_n только расположением столбцов) и несколькими операциям умножения векторов, число действий в которых в любом случае не превысит двух БПФ.

В таблице представлены оценки времени выполнения преобразования Гильберта на ЭВМ «Электроника-60» по обычному и быстрому алгоритмам. Указанный быстрый алгоритм эффективен уже при размерности вектора данных порядка нескольких сот.

Длина входного вектора	Время счета, с	
	Обычный алгоритм	Быстрый алгоритм
32	2	16
64	7	25
128	26	34
256	96	66
512	382	141

Список литературы: 1. Трахман А. М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. М., 1972. 352 с. 2. Воеводин В. В., Тыртышников Е. Е., Вычислительные процессы с теплицевыми матрицами. М., 1987. 320 с.

Поступила в редколлегию 01.02.89

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПУСТИМОЙ ИНЕРЦИОННОСТИ ПЕРВИЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ МОЩНОСТИ РАДИОСИГНАЛОВ

Изменение во времени мощности радиосигналов характеризуется текущим значением [1]

$$P_T(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t P(\theta) d\theta, \quad (1)$$

где $P(\theta)$ — мгновенная мощность радиосигнала; T — интервал усреднения, кратный периоду несущей частоты (или существенно больший его). Реализация выражения (1) предполагает осуществление выборки радиосигнала на интервале $(t-T; T)$ и интегрирование его мгновенной мощности за время выборки.

Выборку радиосигнала удобно производить в видеотракте [2], тогда текущая мощность определяется по параметрам выходного сигнала $y(t)$ первичного измерительного преобразователя (ИП) согласно выражению

$$P_T(t) = \frac{1}{K_n T} \int_{t-T}^t y(\theta) d\theta, \quad (2)$$

в котором K_n — статический коэффициент преобразования ИП. Метод выборки в видеотракте предполагает безынерционность ИП, что для реальных преобразователей в общем случае невыполнимо. Так, тепловые ИП обладают остаточной инерционностью даже после коррекции их динамических характеристик, а в состав полупроводниковых ИП входит фильтр низких частот, образуемый внутренним сопротивлением их чувствительного элемента и конструктивной емкостью преобразователя, обеспечивающий фильтрацию пульсаций протектированного радиосигнала. Постоянная времени фильтра должна быть тем больше, чем ниже несущая частота радиосигнала.

Инерционность ИП приводит к возникновению динамической погрешности δ измерения $P_T(t)$, поэтому при реализации метода выборки в видеотракте следует оценить допустимую инерционность ИП, при которой погрешность δ не превысит заданного значения. Сформулированную задачу решаем в предположении, что ИП моделируется апериодическим звеном первого порядка, а величина $P_T(t)$ обладает финитным спектром с граничной частотой $f_{гр}$. В этом случае передаточная функция ИП описывается выражением $H_n = K_n / (\alpha S + 1)$, где α — постоянная времени. Посколь-

ку текущее значение мощности в соответствии с определением (1) — линейная комбинация мгновенных значений $P(t)$, запишем

$$\alpha \frac{dy_T(t)}{dt} + y_T(t) = K_n P_T(t). \quad (3)$$

Здесь $y_T(t)$ — текущее значение выходного сигнала ИП.

Относительная погрешность измерения $P_T(t)$, приведенная к его максимальному значению P_{TM} , равна

$$\delta(t) = \frac{y_T(t)}{K_n P_{TM}} - 1 = \frac{\alpha}{K_n P_{TM}} \frac{dy_T(t)}{dt}. \quad (4)$$

Так как скорость изменения выходного сигнала линейного инерционного ИП не может быть больше скорости изменения его входного сигнала, для максимального значения погрешности δ получаем из (4) следующее выражение:

$$\delta_M = \alpha \left(\frac{dP_T/P_{TM}}{dt} \right)_{\max}. \quad (5)$$

Для сигналов с финитным спектром известно неравенство Бернштейна [3], связывающее граничную частоту спектра $f_{гр}$ с любой из их нормированной производной. В общем случае для n -й производной текущего значения входного сигнала ИП

$$f_{гр}^n \geq \left(\frac{P_T^{(n)}}{P_{TM}} \right)_{\max}. \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), относительно постоянной времени имеем выражение $\alpha = \delta_M / f_{гр}$ (7). При бесконечном спектре мгновенной мощности $P(t)$ значение $f_{гр}$ определяется временем усреднения T . Связь между $f_{гр}$ и T можно получить, исходя из следующих соображений.

Амплитудно-частотная характеристика устройства усреднения (УУ), реализующего выражение (2),

$$K_y(\omega) = \frac{|\sin \omega T/2|}{\omega T/2}. \quad (8)$$

В предельном случае при равномерном спектре входного сигнала УУ на интервале $(-\omega_{гр}; \omega_{гр})$ распределение энергии в спектре выходного сигнала УУ аналогично распределению энергии в спектре прямоугольного импульса длительностью T . Энергия выходного сигнала УУ в полосе частот $(-\omega_{гр}; \omega_{гр})$ равна

$$E_{\text{вых}}(\omega_{гр}) = \frac{2E_0}{\pi} \left[\text{Si } \omega_{гр} T - \frac{2 \sin^2(\omega_{гр} T/2)}{\omega_{гр} T} \right], \quad (9)$$

где $\omega_{гр} = f_{гр}/2\pi$; E_0 — полная энергия импульса.

Относительная погрешность передачи энергии входного сигнала при ограничении предельной частоты спектра значением $\omega_{гр}$

составляет $\delta_{\Psi} = E_{\text{вых}}(\omega_{\text{ГР}})/E_0 - 1$ (10). Зависимость $\delta_{\Psi}(\omega_{\text{ГР}}T/2)$ приведена на рис. 1.

Приравняв δ_{Ψ} и $\delta_{\text{макс}}$, можно определить зависимость $\alpha/T = \gamma(\delta_{\text{макс}})$, представленную на рис. 2. Из рисунка видно, что с уменьшением $\delta_{\text{макс}}$ отношение α/T также уменьшается. Последнее может достигаться электрической коррекцией динамических

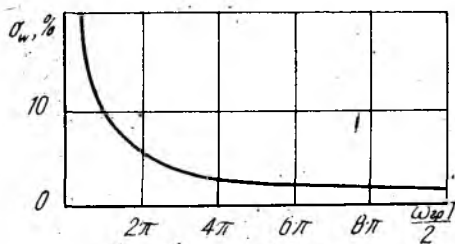


Рис. 1

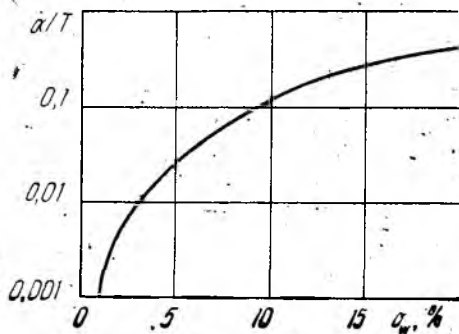


Рис. 2

характеристик ИП. Однако увеличение коэффициента коррекции приведет к уменьшению амплитуды выходного сигнала скорректированного ИП и уменьшению отношения сигнал-шум.

Средняя мощность шумов на выходе УУ в полосе частот $(-\omega_{\text{ГР}}; \omega_{\text{ГР}})$ равна

$$N = \frac{W_0}{2\pi} \int_{-\omega_{\text{ГР}}}^{\omega_{\text{ГР}}} [K_c(\omega)]^2 d\omega, \quad (11)$$

где W_0 — мощность шумов на входе ИП;

$$K_c(\omega) = \frac{|\sin \omega T/2|}{(\omega T/2) K_k} \sqrt{\frac{\omega^2 \alpha^2 K_k^2 + 1}{\omega^2 \alpha^2 + 1}}. \quad (12)$$

K_k — коэффициент коррекции.

С практической точки зрения наиболее интересен случай, когда $\alpha \ll 2\pi/\omega_{\text{ГР}} < \omega_{\text{ГР}} < T < \alpha K_k$. При этом

$$K_c(\omega) = \frac{\sin \omega T/2}{T/2\alpha}; \quad (13)$$

$$N = \frac{2W_0 \alpha^2 \omega_{\text{ГР}}}{\pi T^2}. \quad (14)$$

Отношение сигнал-шум на выходе УУ

$$\frac{U_{\text{вых}}}{\sqrt{N}} = \frac{P_{\text{вх}} K_p \sqrt{\pi}}{\sqrt{2 K_k} \sqrt{W_0 \omega_{\text{ГР}}}} \frac{T}{\alpha}. \quad (15)$$

Величина $\sqrt{N}/U_{\text{вых}}$ определяет погрешность измерения текущей мощности, обусловленную шумами скорректированного ИП, и, следовательно, нижнюю границу его допустимой инерционности.

Измерение непрерывных сигналов обычно производят путем дискретизации их во времени с последующим восстановлением промежуточных значений с помощью различных интерполяционных функций [4]. В этом случае можно установить связь между $f_{\text{гр}}$ и погрешностью интерполяции, задаваемой при измерениях, а также величиной интервала дискретизации.

Чаще всего в качестве интерполирующего полинома выбирают полином Лагранжа:

$$\bar{P}_T(t) = \sum_{i=1}^m P_T(t_i) \lambda_i(t) = \sum_{i=0}^m P_T(t_i) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^m \frac{t - t_j}{t_i - t_j}, \quad (16)$$

где $P_T(t_i)$, t_i — амплитудная и временная координаты узла дискретизации; m — порядок полинома.

Оценка $\bar{P}_T(t)$ отличается от $P_T(t)$ на методическую погрешность интерполяции, значение которой определяется остаточным членом полинома

$$\Delta_{\text{и}} = - \frac{P_T^{(m+1)}(\theta)}{(m+1)!} \prod_{i=0}^m (t - t_i), \quad (17)$$

где $P_T^{(m+1)}(\theta)$ — $(m+1)$ -я производная измеряемой величины в некоторой точке θ интервала интерполяции. При малых погрешностях интерполяции $P_T^{(m+1)}(\theta) = \text{const}$ на всем интервале $(t_0; t_m)$ [4].

При равномерной дискретизации максимальная относительная погрешность интерполяции

$$\delta_{\text{и}} = \frac{P_{T_{\text{макс}}}^{(m+1)}(\Delta t)^{m+1}}{P_{T_{\text{макс}}} (m+1)! \xi(m)}. \quad (18)$$

Здесь $\xi(m)$ — некоторый коэффициент, зависящий от порядка полинома. Так, для $m=0, 1$ и 2 значение $\xi(m)$ равно $1, 2$, и $2, 6$.

Воспользовавшись неравенством Бернштейна (6), выразим $\delta_{\text{и макс}}$ через граничную частоту спектра входного сигнала

$$\delta_{\text{и макс}} = f_{\text{гр}}^{m+1} \frac{(\Delta t)^{m+1}}{(m+1)! \xi(m)}. \quad (19)$$

Принимая погрешность интерполяции равной погрешности, обусловленной инерционностью ИП, получим выражение для отно-

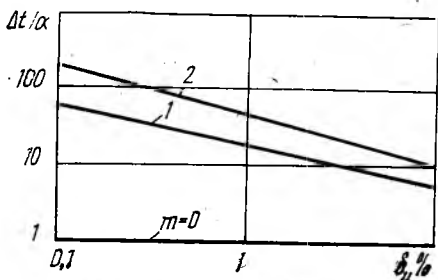


Рис. 3

шения максимально допустимой постоянной времени ИП к интервалу дискретизации Δt

$$\frac{\alpha}{\Delta t} = \left[\frac{\delta_{\text{и макс}}^m}{(m+1)! \xi(m)} \right]^{\frac{1}{m+1}}. \quad (20)$$

Зависимость $\Delta t/\alpha$ от $\delta_{\text{и макс}}$ для различных m приведена на рис. 3.

Таким образом, получены простые расчетные соотношения для определения допустимой инерционности ИП, моделируемого аperiодическим звеном первого порядка при измерении текущих значений мощности методом выборки в видеотракте.

Список литературы: 1. *Захаров И. П.* Коррекция динамических характеристик инерционных преобразователей мощности СВЧ в базе интератора с конечной памятью//Радиотехника. 1988. Вып. 86. С. 20—25. 2. *Механиков А. И., Мильников А. В., Петрова Г. И.* Образцовая мера импульсной мощности в волноводных трактах//Тр. Всесоюз. н.-и. ин-та физ.-техн. и радиотехн. измерений. 1972. Вып. 6(36). С. 200—203. 3. *Орнатский П. П.* Теоретические основы информационно-измерительной техники. К., 1983. 455 с. 4. *Адаптивные телеизмерительные системы*/Б. Я. Авдеев, Е. М. Антонюк, С. Н. Долинов и др.; Под ред. А. В. Фремке. Л., 1981. 212 с.

Поступила в редколлегию 27.05.88

УДК 551.510.535

А. М. ГОКОВ, Л. А. ПИВЕНЬ, канд. физ.-мат. наук,
Ю. П. ФЕДОРЕНКО, канд. физ.-мат. наук

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ D-ОБЛАСТИ ИОНОСФЕРЫ ПО АМПЛИТУДНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ ЧАСТИЧНО ОТРАЖЕННЫХ СИГНАЛОВ

Систематические продолжительные исследования высотных распределений электронной концентрации $N(Z)$ (Z — высота в км) D-области ионосферы проводятся, как правило, по амплитудным измерениям частично отраженных (ЧО) сигналов. Практически всегда используется методика дифференциального поглощения как наиболее надежная. Поэтому важным вопросом является анализ и уменьшение ее погрешности.

В работе оценена погрешность определения N указанной методикой, возникающая в результате пренебрежения дифференциальным поглощением обыкновенной — O и необыкновенной — H-волн в рассеивающем объеме, различием для O и H-волн спектральных плотностей пространственных флуктуаций N , когерентной составляющей ЧО сигналов; разработан алгоритм вычисления $N(Z)$, свободный от упомянутых пренебрежений; сопоставлены экспериментальные распределения $N(Z)$, определенные усовершенствованной и традиционными методиками дифференциального поглощения.

Связь амплитуд ЧО сигналов с электронной концентрацией.
 Методика дифференциального поглощения основывается на определении $\overline{A}_{0,н}^2$ — средних квадратов амплитуд О и Н компонент ЧО сигналов. Высотные профили $\overline{A}_{0,н}(Z)$ используются для вычисления высотного профиля $B(Z)$ — отношения средних энергий рассеянных составляющих Н и О компонент ЧО сигналов.

Экспериментальные значения $B(Z)$ при одновременном существовании рассеянной и когерентной составляющих ЧО сигналов определяются по формуле $B(Z) = [\overline{A}_н^2 (\beta_0^2 + 1) / \overline{A}_0^2 (\beta_н^2 + 1)]$, где $\beta_{0,н}^2$ вычисляется из соотношения [1]

$$\frac{\overline{A}_{0,н}^2}{(\overline{A}_{0,н})^2} = \frac{4 \cdot (1 + \beta_{0,н}^2) \exp \beta_{0,н}^2}{\pi [(1 + \beta_{0,н}^2) I_0(\beta_{0,н}^2/2) + \beta_{0,н}^2 I_1(\beta_{0,н}^2/2)]^2},$$

где $\overline{A}_{0,н}$ — среднее значение $A_{0,н}$, I_0 , I_1 — модифицированные функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков. Связь экспериментального профиля $B(Z)$ с искомым профилем $N(Z)$ имеет вид

$$B(Z) = R(\nu) P_1 P_2 \exp \left\{ -4 \frac{\omega}{c} \int_0^Z [x_н(Z) - x_0(Z)] dZ \right\}, \quad (1)$$

где ν — частота столкновений электронов с молекулами, $R(\nu)$ — множитель, зависящий только от ν , P_1 — множитель, характеризующий дифференциальное поглощение нормальных волн на вертикальном масштабе рассеивающего объема ($L = c\tau_н/2$) $P_1 = Y_0 \operatorname{sh} Y_н / Y_{\text{аш}} Y_0$ (получен в работе [2]), $\tau_н$ — длительность зондирующего импульса, $Y_{0,н} = \omega \tau_н x_{0,н}$, $\omega = 2\pi f$, f — рабочая частота, c — скорость света в вакууме, P_2 — множитель, характеризующий для О и Н волн различие их спектральных плотностей

пространственных флуктуаций $P_2 = \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{4} (n_н^2 - n_0^2) \right\}$ (полагалось, что вертикальный размер мелкомасштабных неоднородностей равен половине длины зондирующей радиоволны), $n_{0,н}(N)$, $x_{0,н}(N)$ — действительная и мнимая части коэффициента преломления ионосферы.

В (1) не учитывается вертикальное смещение рассеивающих объемов компонент ЧО сигналов, обусловленное их различными групповыми скоростями. Расчеты показали, что при наиболее надежных экспериментальных значениях $B(Z) \geq 0,05$ влиянием этого смещения можно пренебречь.

Согласно оценкам влияние когерентной составляющей может быть значительным только при использовании частот $f \sim 1,5 - 3$ МГц и $N \sim 10^3 - 10^4$ см⁻³, когда велико дифференциальное поглощение О и Н компонент ЧО сигналов в рассеивающем объеме.

Погрешность классической методики. Ранее (см. например [3]) при определении N полагали, что в (1) $P_1 = P_2 = 1$. Однако

расчеты показали, что при $f \lesssim 2$ МГц и $Z \geq 80$ км эти предположения существенно нарушаются ($P_1 \gg 1$, $P_2 > 1$).

Для исследования погрешности δ определения N , которая при этом наблюдается, выполнен численный эксперимент: по модели

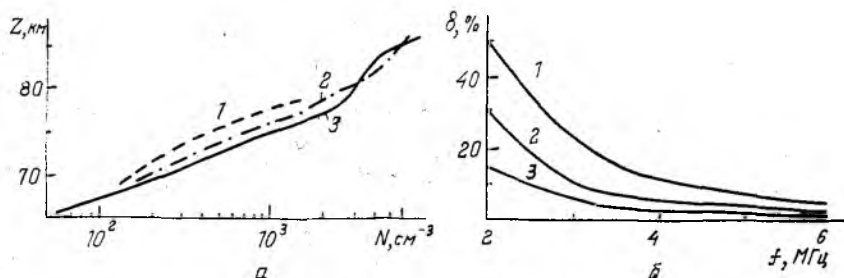


Рис. 1

$N(Z)$ (рис. 1, а, кривая 3) с помощью формулы (1) рассчитывались значения $B(Z)$ ($f=2-6$ МГц, $\tau_{\text{и}}=50$ мкс), которые затем применялись для вычисления приближенных значений \tilde{N} (рис. 1, а, кривые 1, 2 для $f=2$ и 3 МГц соответственно), полученных при $P_1=P_2=1$. Исследуемая погрешность $\delta = (N - \tilde{N})/N$.

Частотная зависимость δ для указанных условий на высотах $Z=78, 74, 70$ приведена на рис. 1, б (кривые 1, 2, 3 соответственно). Как видно, при невозмущенных значениях N в D — области $\delta_{\text{макс}} \approx 50\%$ наблюдается при $f=2$ МГц.

Алгоритм вычисления электронной концентрации ионосферы. Согласно формуле (1) алгоритм вычисления N такой: N определяется по известной методике половинного деления области задания функции; начальная область возможных значений искомой величины составляет $N=1-10^4 \cdot f^2$ (f — измеряется в МГц); используется плоско-слоистая аппроксимация ионосферы с толщиной слоя $\Delta Z \geq \sigma_{\text{и}}/4$. На малых высотах $Z \leq 70$ км при $f \sim 2$ МГц, когда $(\omega - \omega_L)^2 \ll v^2$ (ω_L — продольная составляющая гирочастоты электронов), функция $B(N)$ в указанном интервале N может иметь два решения, однако истинное решение соответствует меньшему значению N . Если ЧО наблюдается только в области высот, где $N > 10^2 \text{ см}^{-3}$, то значение N на первой высоте может быть завышено относительно истинных значений, поэтому его надо отбрасывать.

Сопоставление результатов, полученных при помощи усовершенствованной и классической методик. На рис. 2 приведены профили $N(Z)$, определенные по экспериментальным значениям $B(Z)$ в г. Харькове без учета когерентной составляющей и рассмотренных эффектов (кривые 1) и по формуле (1) (кривые 2) ($a - 02.04.79$ г. $\chi=74^\circ$, $f=2,95$ МГц; $b - 30.07.81$ г. $\chi=81^\circ$, $f=2,541$ МГц (кривые 2, 1), $21.03.83$ г. $\chi=75^\circ$, $f=2,56$ МГц (кри-

вые 2, 1); $\theta - 19.03.83$ г. $\chi = 54^\circ$, $f = 2,56$ МГц). Эти профили измерены при характерных зенитных углах Солнца χ для $f = 2,5-3$ МГц, $\tau_{\text{и}} = 25$ мкс. Как видно, при $N \sim 10^3-10^4$ см $^{-3}$, $f = 2-3$ МГц усовершенствованная методика определения N позволяет устранить погрешность классической методики, применение которой может привести к систематическому занижению экспериментальных значений N при указанных условиях более, чем на 50 %.

В таблице даны экспериментальные значения $B(Z)$ и $\beta_{0, \text{H}}^2$, использованные при вычислении профилей $N(Z)$, показанных на рис. 2.

Таким образом, показано, что погрешность при использовании классической методики возникает, в основном, из-за пренебрежения дифференциальным поглощением нормальных волн в рассеивающем объеме и когерентной составляющей частично отраженных сигналов.

Предложен и апробирован по экспериментальным данным алгоритм определения электронной концентрации, свободный от указанных допущений.

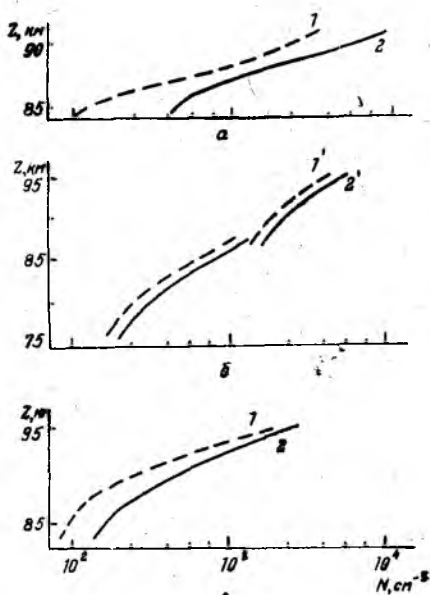


Рис. 2

02. 04. 79 07. 55				19. 03. 83 13. 50				21. 03. 83 17. 00				30. 07. 81 20. 00			
B	β_0^2	β_{H}^2	$Z, \text{ км}$	B	β_0^2	β_{H}^2	$Z, \text{ км}$	B	β_0^2	β_{H}^2	$Z, \text{ км}$	B	β_0^2	β_{H}^2	$Z, \text{ км}$
6,0	15	7,6	84	0,721	0	0	84	1,538	0	0	87	4,6	0	0	75
4,2	11	7,7	87	0,682	0	0	87	0,807	0	0	90	2,88	0	0	78
3,0	9	0,8	90	0,601	0	0	90	0,468	0	0	93	1,82	0	0	81
1,5	0	1,8	93	0,441	0	0	93	0,29	0	0	96	1,45	0	0	84

Список литературы: 1. Альперт Я. Л. Распространение электромагнитных волн и ионосфера. М., 1972, 563 с. 2. Flood W. A. Revised theory for Partial Reflection D region measurements//J. of Geophys. Researche. 1968. Vol. 73. P. 5885—5897. 3. Belrose J. S., Burke M. J. Study of the lower ionosphere using partial reflections//J. of Geophys. Researche. 1964. Vol. 69. P. 2799—2818.

Поступила в редколлегию 16.02.89

Н. Н. ГОРОБЕЦ, д-р физ.-мат. наук,
М. В. НЕСТЕРЕНКО, В. А. ПЕТЛЕНКО, канд. физ.-мат. наук

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ТОНКИМ РЕЗОНАНСНЫМ ВИБРАТОРОМ В КВАДРАТНОМ ВОЛНОВОДЕ

Для преобразования линейно поляризованных волн в волну с круговой поляризацией в квадратных, круглых или коаксиальных волноводах обычно применяют волноводно-диэлектрические поляризаторы [1; 2]. Однако минимальные продольные размеры поляризатора реализуются при использовании одиночного вибратора, помещенного в диагонали квадратного волновода (или под углом 45° относительно вектора электрического поля волны основного типа круглого волновода).

В работе решена задача о преобразовании линейно поляризованной волны H_{10} в эллиптически поляризованную тонким резонансным вибратором в квадратном волноводе.

Пусть на вибратор, расположенный под некоторым углом к диагонали поперечного сечения квадратного волновода, падает основная волна, а в волноводе могут распространяться только H_{10} и H_{01} моды колебаний ($\sqrt{2a} < \lambda < 2a, a = b$). Тогда электрические компоненты поля рассеяния имеют вид [3]

$$E_x^{\text{расс}}(y, z) = -\frac{4\pi k^2 \cos \varphi}{\omega a^2 \gamma} \sin \frac{\pi}{a} y e^{-i\gamma|z|} \int_{-L}^L J(s) \sin \frac{\pi}{a} (y_0 + s \sin \varphi) ds; \quad (1)$$

$$E_y^{\text{расс}}(x, z) = -\frac{4\pi k^2 \sin \varphi}{\omega a^2 \gamma} \sin \frac{\pi}{a} x e^{-i\gamma|z|} \int_{-L}^L J(s) \sin \frac{\pi}{a} (x_0 + s \cos \varphi) ds,$$

где $J(s)$ — наведенный ток [4]; $\gamma = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2}$; $k = 2\pi/\lambda$; s — местная координата, связанная с вибратором радиуса r и длиной $2L$.

Поляризационные характеристики определяются величиной прошедшего поля в центре волновода

$$E_x^{\text{пр}}\left(\frac{a}{2}, z\right) = \alpha E_0 \frac{2\pi i \sin 2\varphi e^{-i\gamma|z|} (y_0)}{a^2 \gamma k \left[1 - \left(\frac{\pi}{ka} \cos \varphi\right)^2\right] [\sin 2kL + \alpha W_0(kr, 2k)]}; \quad (2)$$

$$E_y^{\text{пр}}\left(\frac{a}{2}, z\right) = E_0 e^{-i\gamma|z|} + \alpha E_0 \frac{4\pi i \sin^2 \varphi e^{-i\gamma|z|} (x_0)}{a^2 \gamma k \left[1 - \left(\frac{\pi}{ak} \cos \varphi\right)^2\right] [\sin 2kL + \alpha W_0(kr, 2kL)]},$$

где E_0 — амплитуда падающей волны, $\alpha = 1/2 \ln(r/2L)$;

$$I(y_0) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\pi}{ka} \cos \varphi\right)^2} \left\{ \sin \frac{\pi}{a} (x_0 - L \cos \varphi) \left[\sin \frac{\pi}{a} (y_0 + L \sin \varphi) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \frac{\pi}{a} (y_0 - L \sin \varphi) \cos 2kL - \frac{\pi}{ka} \sin \varphi \sin 2kL \cos \frac{\pi}{a} (y_0 - L \sin \varphi) \right] + \right. \\ \left. + \sin \frac{\pi}{a} (x_0 + L \cos \varphi) \left[\sin \frac{\pi}{a} (y_0 - L \sin \varphi) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \frac{\pi}{a} (y_0 + L \sin \varphi) \cos 2kL + \frac{\pi}{ka} \sin \varphi \sin 2kL \cos \frac{\pi}{a} (y_0 + L \sin \varphi) \right] \right\} + \\ + \sin 2kL \left[\frac{\sin \frac{\pi L (\cos \varphi + \sin \varphi)}{a} \cos \frac{\pi (x_0 + y_0)}{a}}{\frac{\pi}{ka} (\cos \varphi + \sin \varphi)} - \right. \\ \left. - \frac{\sin \frac{\pi L (\cos \varphi - \sin \varphi)}{a} \cos \frac{\pi (x_0 - y_0)}{a}}{\frac{\pi}{ka} (\cos \varphi - \sin \varphi)} \right]; \quad (3)$$

$$I(x_0) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\pi}{ka} \cos \varphi\right)^2} \left[\cos \frac{2\pi L \cos \varphi}{a} - \cos 2kL \times \right. \\ \left. \times \left(1 - \cos \frac{2\pi L \cos \varphi}{a} \cos \frac{2\pi x_0}{a} \right) - \cos \frac{2\pi x_0}{a} + \right. \\ \left. + \frac{\pi}{ka} \cos \varphi \sin 2kL \sin \frac{2\pi L \cos \varphi}{a} \cos \frac{2\pi x_0}{a} \right] + \\ + \sin 2kL \left[\frac{\sin \frac{2\pi L \cos \varphi}{a} \cos \frac{2\pi x_0}{a}}{\frac{2\pi}{ka} \cos \varphi} - kL \right],$$

а функция собственного поля вибратора

$$W_0(kr, 2kL) = 2\pi \sum_{m,n} \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{abk_2} e^{-k_2 r} \times \\ \times \left\{ \left[\sin(k_x x_0 + k_y y_0) \cos k_1 L - \cos 2\varphi \sin(k_x x_0 - k_y y_0) \cos k_2 L + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin \varphi \cos \varphi \sin(k_x x_0 - k_y y_0) \frac{k_2 k_3}{k^2 - k_2^2} (\cos k_2 L - \cos kL) \right] \times \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\sin(k_x x_0 + k_y y_0) \sin kL \frac{k \sin kL \cos k_1 L - k_1 \cos kL \sin k_1 L}{k^2 - k_1^2} + \right. \\
& \left. + \cos(k_x x_0 + k_y y_0) \cos kL \frac{k \cos kL \sin k_1 L - k_1 \sin kL \cos k_1 L}{k^2 - k_1^2} \right] + \\
& \left[\sin(k_x x_0 - k_y y_0) \cos k_2 L - \cos 2\varphi \sin(k_x x_0 + k_y y_0) \cos k_1 L + \right. \\
& \left. + \sin \varphi \cos \varphi \sin(k_x x_0 + k_y y_0) \frac{k_1 k_4}{k^2 - k_1^2} (\cos k_1 L - \cos kL) \right] \times \\
& \times \left[\sin(k_x x_0 - k_y y_0) \sin kL \frac{k \sin kL \cos k_2 L - k_2 \cos kL \sin k_2 L}{k^2 - k_2^2} + \right. \\
& \left. + \cos(k_x x_0 - k_y y_0) \cos kL \frac{k \cos kL \sin k_2 L - k_2 \sin kL \cos k_2 L}{k^2 - k_2^2} \right] \Bigg\},
\end{aligned}
\tag{4}$$

в которой $k_1 = k_x \cos \varphi + k_y \sin \varphi$; $k_2 = k_x \cos \varphi - k_y \sin \varphi$; $k_3 = k_x \sin \varphi + k_y \cos \varphi$; $k_4 = k_x \sin \varphi - k_y \cos \varphi$, отличается от аналогичной функции в работе [4] более полным учетом суммарных переотражений от стенок при расположении вибратора вблизи диагонали квадратного волновода.

Вводя поляризационное отношение

$$p = \frac{E_x^{\text{нр}}\left(\frac{a}{2}, z\right)}{E_y^{\text{нр}}\left(\frac{a}{2}, z\right)} = |p| e^{i\psi}, \tag{5}$$

коэффициент эллиптичности r_p и угол ориентации поляризационного эллипса β_p представляем следующим образом [5]:

$$\begin{aligned}
r_p &= \text{tg} \frac{\arcsin \frac{2|p| \sin \psi}{|p|^2 + 1}}{2}, \quad |r_p| \leq 1; \\
\beta_p &= \frac{1}{2} \text{arctg} \frac{2|p| \cos \psi}{|p|^2 - 1}, \quad 0 \leq \beta_p < \pi.
\end{aligned} \tag{6}$$

Определим также энергетические характеристики

$$\eta_{10} = \frac{E_y^{\text{отр}}}{E_y^{\text{пад}}} = \alpha \frac{4\pi i \sin^2 \varphi e^{2i\gamma z} I(x_0)}{a^2 \gamma k \left[1 - \left(\frac{\pi}{ka} \cos \varphi \right)^2 \right] [\sin 2kL + \alpha W_0(kr, 2kL)]} \tag{7}$$

— коэффициент отражения H_{10} волны по полю и коэффициент преобразования волны H_{01} по мощности

$$|\eta_{01}|^2 = \frac{P_{01}^{\text{отр}}}{P_{10}^{\text{пад}}} = \alpha \frac{2\pi \sin 2\varphi l(y_0)}{a^2 \gamma k \left[1 - \left(\frac{\pi}{ka} \cos \varphi \right)^2 \right] [\sin 2kL + \alpha W_0(kr, 2kL)]} \quad (8)$$

где P — мощность, переносимая соответствующей волной.

На рисунке, позиция a , приведены рассчитанные согласно

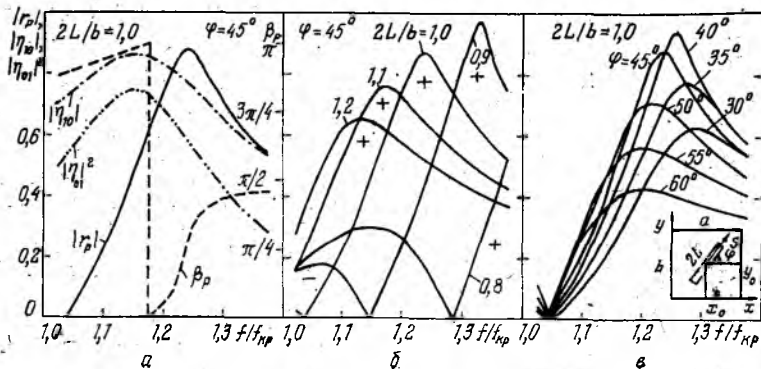


Рис. 1

(5) — (8) поляризационные и энергетические характеристики рассеяния H_{10} волны тонким вибратором фиксированной длины, расположенном в диагонали квадратного волновода, в диапазоне частот, допускающем распространение двух ортогональных типов колебаний — H_{10} и H_{01} ($r/a=0,02$; $x_0/a=y_0/b=0,5$; $f_{кр}$ — критическая частота). Как видно, частотные зависимости коэффициентов отражения и преобразования носят резонансный характер, коэффициент эллиптичности близок к единице, а ориентация поляризационного эллипса изменяется в широких пределах.

Рассмотрим влияние некоторых параметров на коэффициент эллиптичности рассеянного поля. Уменьшение длины вибратора (рисунок, позиция $б$) сильно сказывается на r_p , причем на определенных частотах наблюдается изменение направления вращения векторов поля на противоположное («+» → «-»), связанное с переходом через нуль разности фаз ортогональных компонент в резонансе. Увеличение длины вибратора понижает r_p , так как даже для $|r|=1$ сдвиг фаз φ рассеянных полей значительно меньше $\pi/2$. Расчет для различных углов ориентации вибратора (рисунок, позиция $в$) показывает, что максимальное значение $|r_p|=0,95$ имеет место при $\varphi=40^\circ$, а не $\varphi=45^\circ$, как можно было ожидать. Объясняется это тем, что для $\varphi=45^\circ$ поле рассеяния дает одинаковый вклад в $E_x^{\text{нр}}$ и $E_y^{\text{нр}}$, но в последнем содержится также падающее поле, поэтому необходимое для круговой поляризации

равенство амплитуд $|E_x^{np}| = |E_y^{np}|$ достигается отклонением оси вибратора от диагонали волновода в сторону углов, меньших 45° . Отметим, что смещение середины вибратора из центра волновода в горизонтальной ($y_0/b=0,5$) и в вертикальной ($x_0/a=0,5$) плоскостях слабо влияет на энергетические и поляризационные характеристики.

Таким образом, одиночный наклонный вибратор в квадратном волноводе позволяет преобразовать линейно поляризованную волну в практически кругополяризованную в узкой полосе частот, однако величина коэффициентов отражения и преобразования имеет довольно высокие значения.

Список литературы: 1. Бондаренко И. К., Дейнега Г. А., Маграчев З. В. Автоматизация измерений параметров СВЧ трактов. М., 1969. 304 с. 2. Цибилов К. Н., Витовцев А. Г. Расчет поляризатора СВЧ с диэлектрической пластинкой//Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1987. Т. 30, № 11. С. 69—71. 3. Петленко В. А., Хижняк Н. А. Рассеяние электромагнитных волн идеально проводящими телами в прямоугольном волноводе//Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 9. С. 1325—1331. 4. Петленко В. А., Нестеренко М. В. Распределение тока и резонанс стержневых проводников в прямоугольном волноводе//Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27, № 3. С. 356—362. 5. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн, М., 1979. 387 с.

Поступила в редколлегию 18.12.88

УДК 621.385

Н. Н. ЖДАНОВ, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ С ТРАПЕЦЕИДАЛЬНЫМИ ЛАМЕЛЯМИ

Известно, что дисперсионные характеристики, в частности, взаимное положение полос пропускания, зависят от формы ламели гребенчатой замедляющей системы. Так, в работах [1; 2] показано, что при Т-образной форме ламели гребенчатой замед-

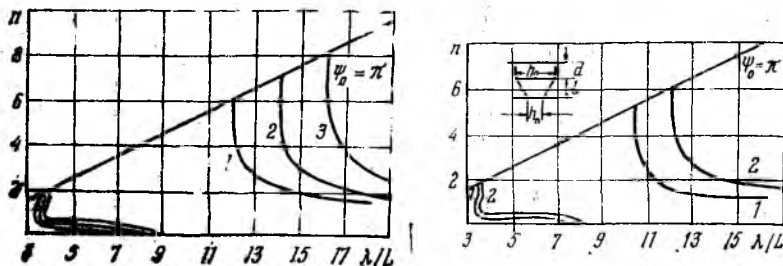


Рис. 1

ляющей системы основная полоса смещается в более длинноволновую область по отношению ко второй полосе, которая остается на месте, как и в случае прямоугольных ламелей.

Исследуются электродинамические характеристики гребенчатой однородной замедляющей системы с трапецеидальными ламелями (рис. 1). Для получения дисперсионного уравнения исследуемой замедляющей системы используется электродинамический метод расчета — согласование проводимостей [3], который заключается в определении проводимости пространства взаимодействия $Y_{пз}$ и входной проводимости резонатора с ламелями трапецеидальной формы Y_1^n .

Дисперсионное соотношение определяется из условия равенства нулю суммы указанных проводимостей $Y_{пз} + Y_1^n = 0$ (1). Для определения выражения входных проводимостей использовалось соотношение [3]

$$Y = \frac{\int E_\tau^* \cdot H_\tau ds}{|\int E_\tau dl|^2}, \quad (2)$$

где E_τ , H_τ — тангенциальные составляющие электромагнитного поля, которые определяются из решения волнового уравнения.

Выражение проводимости для пространства взаимодействия имеет следующий вид:

$$Y_{пз} = -j \left(\frac{h_0}{L} \right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} (kd) \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{ctg} \alpha_s d_1}{\alpha_s d} \left(\frac{\sin \psi_s d_1}{\psi_s d_1} \right)^2, \quad (3)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — постоянная распространения в вакууме;

ϵ_0 , μ_0 — электрическая и магнитная проницаемость вакуума;

$\psi_s = \psi_0 + 2\pi s$ — фазовый сдвиг, s -й пространственной гармоники
 $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — номер пространственной гармоники;

$\alpha_s = \sqrt{k^2 - \psi_s^2}$ — поперечное волновое число.

Для определения входной проводимости резонатора с трапецеидальной ламелью, ее аппроксимируют n -ступенчатой T -образной ламелью, как это показано на рис. 1. Боковая сторона трапеции представляется ломаной кривой, которая будет описывать ее, при этом, чем больше число разбиений n , тем выше будет точность расчета. Длинная линия с трапецеидальными ламелями заменяется n -ступенчатой прямоугольной линией, т. е. разбивается на n равных по длине прямоугольных отрезков длинных линий различной ширины

$$h_m = h_0 \cdot \left[1 - \frac{m(\alpha - 1)}{\alpha n} \right], \quad (4)$$

где $m = 1, \dots, n$ — номер отрезка прямоугольной длинной линии;
 $\alpha = h_0/h_n$ — отношение широкой и узкой сторон трапецеидальной ламели (коэффициент трапецеидальности).

Таким образом, входная проводимость резонатора с трапецеидальными ламелями Y_1^n представляет собой последовательное

соединение n отрезков прямоугольных длинных линий длиной $l_0 = \frac{l}{n}$ и шириной, определяемой соотношением (4), последний m -й из которых — закороченный отрезок, длиной l_0 , имеющий проводимость, определяемую выражением

$$Y_m^n = -j \left(\frac{h_m}{2d_1} \right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \operatorname{ctg} \frac{kl}{n}, \quad (5)$$

которая, в свою очередь, является нагрузкой для следующего $(m-1)$ -го отрезка прямоугольной длинной линии. Проводимость ее равна

$$Y_{m-1}^n = j \left(\frac{h_{m-1}}{2d_1} \right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\left(\sin \frac{kl}{n} + \frac{Y_m^n}{j \left(\frac{h_{m-1}}{2d_1} \right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}} \cos \frac{kl}{n} \right)}{\cos \frac{kl}{n} - \frac{Y_m^n}{j \left(\frac{h_{m-1}}{2d_1} \right) \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}} \sin \frac{kl}{n}}. \quad (6)$$

Последовательно соединяя аналогичные отрезки длиной линии, получаем входную проводимость резонатора с трапецидальными ламелями Y_1^n , которая является функцией коэффициента трапецидальности α и числа разбиений n . Значения α могут изменяться в довольно широких пределах $1 \leq \alpha \leq \infty$. Если $\alpha=1$, то рассматриваемая система с прямоугольными ламелями, а если $\alpha=\infty$, то тогда они будут треугольными. В зависимости от значения α число разбиений n будет различным. С ростом α оно тоже увеличивается. Но как показывает практика, в реальных приборах значения $\alpha \ll \infty$, так как при больших значениях коэффициента трапецидальности ухудшается теплоотвод и механическая прочность замедляющих систем. Для дисперсионного соотношения (1) был составлен алгоритм расчета и написана программа на языке Фортран-IV, численная реализация которой осуществлялась на ЭВМ ЕС-1050. Расчеты дисперсионных характеристик проводились для различного числа разбиений n входной проводимости резонатора Y_1^n , где $n=2, 3, 4, 5, 6$, и различных значений $\alpha=1, 2, 4, 8$. Для определения числа разбиений n трапецидальной ламели при каждом конкретном α вводится погрешность на трапецидальность δ , которая определялась как

$$\delta = \frac{\lambda'_\pi - \lambda''_\pi}{\lambda''_\pi} \cdot 100\%, \quad (7)$$

где λ'_π — значение длины волны на π -виде колебаний для системы, когда боковая сторона трапеции аппроксимируется ломанной кривой с ее внешней стороны; λ''_π — значение длины волны, когда боковая сторона аппроксимируется внутренней стороной трапеции.

Как показали расчеты, при $\alpha=2$ и разбиении $n=5-6$ отрезков величины $\delta \approx 1,5\%$, а для значения $\alpha=8$ при том же разбиении $\delta \approx 7\%$. Следовательно, с увеличением α должно возрастать число разбиений при заданной точности, но это приводит к более громоздкому выражению, описывающему входную проводимость резонатора с трапециевидальной ламелью. Число разбиений ($n=6$) вполне достаточно для практических расчетов, так как увеличение $\alpha > 3$ приводит к ухудшению теплоотвода в данной замедляющей системе.

На рис. 1 представлен расчет дисперсионных характеристик гребенчатых замедляющих систем с прямоугольной и трапециевидальной формой ламели (при $\alpha=2$). Кривая 1 получена для прямоугольной ламели, 2 — для трапециевидальной. При трапециевидальной ламели основная полоса пропускания смещается в более длинноволновую область по сравнению с системой, у которой они прямоугольные, но при этом положение высших полос пропускания изменяется незначительно.

Как видно из рис. 2, с ростом α основная полоса смещается в более длинноволновую область (соответственно кривая 1 — $\alpha=2$; 2 — $\alpha=4$; 3 — $\alpha=8$). С возрастанием α увеличиваются эквивалентные индуктивности и емкости трапециевидального резонатора в основной полосе, а эквивалентные параметры в высших полосах пропускания не изменяются. Это приводит к тому, что основная полоса пропускания замедляющей системы смещается в более длинноволновую область, а высшие остаются на месте.

Рассматривалась также замедляющая структура, у которой узкое основание трапеции обращено в пространство взаимодействия, для которой $\alpha < 1$. С уменьшением α длинноволновая полоса пропускания смещается в более коротковолновую область, что характеризуется уменьшением емкости, связанной с пространством взаимодействия.

Расчет сопротивления связи для данных систем показал, что оно мало отличается от гребенчатой замедляющей структуры с прямоугольными ламелями. Величина пространства взаимодействия и толщины ламелей мало влияет на электродинамические параметры данной системы.

Таким образом, исследование дисперсионных характеристик гребенчатой замедляющей системы с трапециевидальными ламелями показало, что изменяя $\alpha > 1$, можно управлять положением основной полосы пропускания, смещая ее в более длинноволновую область. Следовательно, используя данную замедляющую структуру в СВЧ-приборах, можно несколько уменьшать их габаритные размеры и массу.

Список литературы: 1. Головаш С. А., Жданов Н. И., Писаренко В. М. Исследование Т-образной гребенчатой замедляющей системы // Радиотехника. 1984. Вып. 70. С. 87—90. 2. Жданов Н. И., Харченко О. И., Старостенко В. В. Исследование штыревой Т-образной замедляющей системы в прямоугольном волноводе // Радиотехника. 1986. Вып. 77. С. 35—40. 3. Магнетроны сантиметрового диапазона / Под ред. С. А. Зусмановского. М., 1950. Ч. 1. 420 с.

Поступила в редколлегию 06.01.89

Е. И. ШМАТЬКО, канд. физ.-мат. наук,
Н. А. КОВАЛЕВА, *В. И. ИСАЧЕНКО*, канд. техн. наук,
А. И. СОБОЛЕВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ НА СПЕКТР ГЕНЕРАЦИИ ДИАФРАГМИРОВАННОГО ВОЛНОВОДА, ЗАПОЛНЕННОГО АКТИВНОЙ СРЕДОЙ

К настоящему времени детально изучено взаимодействие модулированных и немодулированных электронных пучков с волноводами, заполненными активной средой как в безграничной, так и в ограниченной активной среде [1—3]. При построении теории данных излучателей учитывается, что они существенно ограничены в продольном направлении. Поэтому в работе рассматривается устройство, представляющее собой ограниченную активную среду и релятивистский пучок, помещенный в диафрагмированный волновод. В указанной системе появляются неустойчивости различного типа (пучковые, кинетические, Ландау, магнитно-циклотронные, черенковские и др.) в зависимости от заданного режима и исходных параметров (концентрации пучка и активной среды, наличия и величины магнитного поля, напряжения, тока, температуры пучка и среды, конфигурации пучка).

Физика появления неустойчивостей такова: электронный поток возбуждает волну активной среды, излучение сгустков приводит к возбуждению в спектре колебаний гармоник, сдвинутых по частоте относительно основной на величину порядка частоты фазовых колебаний электрона. Если пучок немодулированный, то неустойчивость оказывается существенной и приводит к уширению спектра [4]. Пучковые неустойчивости образуются в результате преобразования направленного движения электронов пучка в энергию электромагнитных колебаний среды [5]. Абсолютные неустойчивости появляются на встречных волнах, конвективные — на попутных волнах.

При взаимодействии пучков заряженных частиц с плотной средой представляет интерес изучение диссипативной неустойчивости электронного пучка, возникающей при больших частотах соударений. Она становится существенной при релятивистских энергиях.

В случае неустойчивости пучка малой плотности с максимальным инкрементом раскачиваются электростатические колебания, частота которых близка к собственной частоте активной среды. В отсутствие внешнего магнитного поля инкремент наиболее существенной гармоники с $k_z = \omega_{01}/v$, где ω_0 — электронная ленгмюровская частота плазмы, определяется соотношением

$$\delta = \frac{1}{2^{1/2}} \frac{\omega_1}{\gamma_0^{1/2}} \left(\frac{\omega_0}{v} \right)^{1/2} \left[\frac{k_z^2}{k^2} \frac{1}{\gamma_0^2} + \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right]. \quad (1)$$

Здесь ω_1 — ленгмюровская частота пучка; ν — частота соударений. Спектр колебаний, возбуждаемых при диссипативной неустойчивости, близок к изотропному.

При наличии сильного внешнего магнитного поля $\omega_H = \frac{eH_0}{mc} \gg \omega_0$ инкремент нарастания значительно меньше

$$\delta = \frac{1}{2^{1/2}} \frac{\omega_1}{\gamma^{3/2}} \left(\frac{\omega_0}{\nu} \right)^{1/2} \left(\frac{k_z}{k} \right)^{3/2}. \quad (2)$$

В длинноволновой области спектра рассматриваемая неустойчивость переходит в более слабую нерезонансную бесстолкновительную неустойчивость, в коротковолновой области инкремент падает до нуля.

Рассчитывается уширение спектральной линии при наличии пучковой неустойчивости по формуле

$$\text{Im}\omega' = \omega_{pe} \sqrt{3} \alpha^{1/3} 2^{4/3}, \quad (3)$$

где $\alpha = \frac{n_1}{n_0}$, n_1 , n_0 — плотность пучка и плазмы.

Уширение спектральной линии в результате влияния кинетической неустойчивости определяется следующим образом:

$$\text{Im}\omega = \frac{\omega_p}{2} \frac{n_1}{n_0} \left(\frac{1}{\gamma^{1/3}} \right)^2. \quad (4)$$

Неустойчивости Ландау также приводят к увеличению инкремента нарастания и уширению спектральной линии и вычисляются по формуле

$$\gamma = -\omega_0 \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{(kd)^2} e^{-\frac{1}{2}k^2 a^2}. \quad (5)$$

Особое внимание уделим расчету магнитно-циклотронных неустойчивостей В-типа, поскольку уширение спектральной линии для них максимально. Решения дисперсионного уравнения для этого типа неустойчивости имеет вид

$$\omega_{01,2} = \gamma_{11}^2 \frac{\omega_H}{\gamma} \left[1 \pm \frac{u_{11}}{c} \sqrt{1 - \frac{k_{\perp}^2 c^2 \gamma^2}{\gamma_{11}^2 \omega_H^2}} \right];$$

$$k_{z01,2} = \frac{1}{u_{11}} \left(\omega_{01,2} - \frac{\omega_H}{\gamma} \right), \quad (6)$$

где $k_{\perp} = \mu'_{es}/R$, $\mu'_{es} = 1,84 (H_{11})$.

При $k_{\perp} c \gamma / \omega_H < 1$ возбуждается встречная ($k_{z01} > 0$) и попутная ($k_{z02} < 0$) волны, при $k_{\perp} c \gamma / \omega_H > 1$ возбуждается только попутная.

Решение граничной задачи ищем как функцию ω' (отстройка частоты от точного резонанса). Расстройка Δ_n пропорциональна ω' и для попутной волны такова:

$$\Delta_n = \omega' \frac{|v_{g0}| - u_n}{|v_{g0}| u_n},$$

$$\omega' = \left[-k_{z01} - \frac{\pi n}{L} + \frac{1}{4} f^{1/3} \arg x \right] |v_{g01}|. \quad (7)$$

$$\text{Здесь } f = -\frac{Q}{u_{11}^2 |v_{g0}|}, \quad Q = -\frac{1}{8} \frac{u_1^2}{c^2} \gamma^{-1} \omega_b^2 \times \\ \times \frac{k_{\perp}^2}{k_{\perp}^2 + k_{z0}^2} < 0 \text{ — сплошной пучок}; \quad (8)$$

$$\omega_b^2 = \begin{cases} \omega_b^2 \\ \frac{r_0 \Delta}{R^2} \frac{[J_{l+1}^2(k_{\perp} r_0) + J_{l-1}^2(k_{\perp} r_0)] \omega_b^2}{J_l^2(\mu'_{ls}) - J_{l-1}(\mu'_{ls}) J_{l+1}(\mu'_{ls})} \end{cases} \text{ — трубчатый пучок.}$$

При малых расстройках $|\Delta_n|/|f|^{1/3} \ll 1$ и больших расстройках $|\Delta_n|/|f|^{1/3} \gg 1$ вводится приближенное вычисление значений $\delta_{1,2,3}$, которые при больших расстройках запишутся как

$$\delta_1 = -\Delta_n |f/\Delta_n^3|, \quad \delta_{2,3} = \Delta_n + \frac{1}{2} \Delta_n |f/\Delta_n^3| \mp i \Delta_n |f/\Delta_n^3|^{1/2}, \quad (9)$$

а при малых расстройках по формулам

$$\delta_1 = f^{1/3}, \quad \delta_{2,3} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} f^{1/3}. \quad (10)$$

Тогда решение дисперсионного уравнения ищем в виде

$$\omega = \omega_0 + \omega', \quad k_z = k_{z0} + k'_z;$$

$$\operatorname{Re} \omega' = \left[\frac{\pi n}{L} - k_{z0} \right] |v_{g0}|, \quad \operatorname{Im} \omega' = -\frac{1}{2} \frac{|v_{g0}|}{L} \ln |x|^{-1},$$

$$\text{где } k_{z1,2,3} = k_{z01} + \frac{\omega'}{|v_{g01}|} + \delta_{1,2,3}, \quad k_{z4} = -k_{z0} - \frac{\omega'}{|v_{g01}|}. \quad (11)$$

Стартовый ток в этом случае определяется выражением

$$I_c = 55 R^2 \gamma \frac{k_{\perp}^2 + k_{z01}^2}{k_{\perp}^2} \frac{u_{11}^2 v_{g01}}{c u_{\perp} \omega_{01} L^3} \left(\ln \frac{3}{|x|} \right)^3. \quad (12)$$

Для встречной волны расстройка Δ_n и собственная частота колебаний резонатора ω' имеют вид

$$\Delta_n = \omega' \frac{u_{11} + |v_{g01}|}{u_{11} |v_{g0}|}, \quad \omega' = \frac{u_{11} |v_{g02}|}{u_{11} + |v_{g02}|} \frac{\pi}{L} \frac{4n-1}{2}. \quad (13)$$

Для малых расстройек $|\Delta_n|/|f|^{1/3} < 1$

$$k_{z1,2,3} = k_{z02} - \omega' / |v_{g02}| + \delta_{1,2,3}; \quad (14)$$

$$k_{z4} = -k_{z02} + \omega' / |v_{g02}|.$$

В этом случае собственные частоты и стартовый ток следующие:

$$\omega = \omega_0 - \left(\frac{\pi n}{L} - k_{z0} \right) |v_{g0}|;$$

$$\text{Im } \omega = \frac{1}{2} \frac{|v_{g0}|}{L} \ln |x|^{-1}; \quad (15)$$

$$I_c = 280 R^2 \gamma \frac{k_{z1}^2 + k_{z20}^2}{k_{z1}^2} \frac{u_{11}^3 |v_{g02}|}{c u_{z1}^2 \omega_{02} L^3},$$

КПД генератора определяется с помощью соотношений

$$\eta_{\text{н.рел.}} \approx 2,75 (1 - |x|^2)^{1/3}, \quad (16)$$

а в релятивистском случае

$$\eta_{\text{рел.}} \approx 1,37 (1 - |x|^2)^{2/3} \gamma^{1/3}, \quad (17)$$

где

$$\gamma = \frac{1}{2} \gamma^{-5} \frac{u}{v_{g0}} \frac{\tilde{\omega}_b^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} - \frac{u^2}{c^2} \right)^{-1}$$

Полученные аналитические выражения для нахождения спектра частот, уширения спектральных составляющих, стартовых токов и КПД рассчитываются на ЭВМ.

Анализ поведения частот в заданном диапазоне показал, что для сплошного пучка в системе с изменением концентрации пучка и активной среды, температуры, давления и толщины пучка смещение местоположения частоты не происходит, с увеличением же длины резонатора $\text{Re } \omega_1$ смещается в область низких частот ($L = 1 \cdot 10^{-2}$ м, $\text{Re } \omega_1 = 0,66 \cdot 10^{11}$ 1/с; $L = 3 \cdot 10^{-2}$ м, $\text{Re } \omega_1 = 0,65 \cdot 10^{11}$ 1/с), а с ростом напряжения — в область высоких частот ($U_0 = 30$ кВ, $\text{Re } \omega_1 = 0,75 \cdot 10^{11}$ 1/с; $u_0 = 40$ кВ, $\text{Re } \omega_1 = 0,82 \cdot 10^{11}$ 1/с). В случае трубчатого пучка с увеличением магнитного поля ($B_0 = 1$ Тл, $\text{Re } \omega_1 = 0,65 \cdot 10^{11}$ 1/с; $B_0 = 1,5$ Тл, $\text{Re } \omega_1 = 0,12 \cdot 10^{12}$ 1/с) и с увеличением радиуса волновода ($R = 0,01$ м, $\text{Re } \omega_1 = 0,65 \times 10^{11}$ 1/с; $R = 0,02$, $\text{Re } \omega_1 = 0,82 \cdot 10^{11}$ 1/с) $\text{Re } \omega_1$ сдвигается в сторону более коротких длин волн.

С увеличением магнитного поля продольная составляющая ВЧ-поля на оси волновода растет, усиление также растет, что позволяет работать при больших диаметрах волноводов, заполненных активной средой. В этом случае получается распределение, соответствующее объемной волне, а следовательно, повышается и мощность системы.

В работе исследуется изменение Γ_m для сплошного и трубчатого пучков в зависимости от длины резонатора и напряжения.

Конфигурация пучка не влияет на уширение спектральной составляющей, в то время как увеличение длины резонатора приводит к сужению ширины спектральной линии, а повышение напряжения — к возрастанию ее.

Определение стартовых токов ленгмюровских частот или порогов неустойчивости является важнейшей задачей линейной теории. Однако удобнее пользоваться не ленгмюровскими частотами, а токами. Если эффективная ленгмюровская частота электроного пучка превышает стартовую частоту, то в системе начинается циклотронная раскачка попутной волны *B*-типа (генерация). Представляет интерес изменение стартового тока в зависимости от ус-

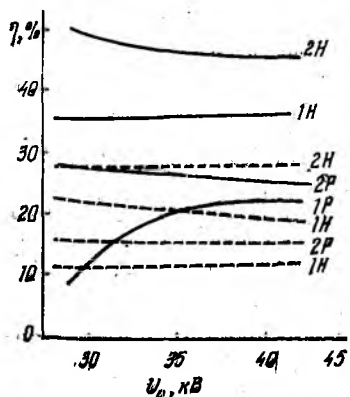


Рис. 1

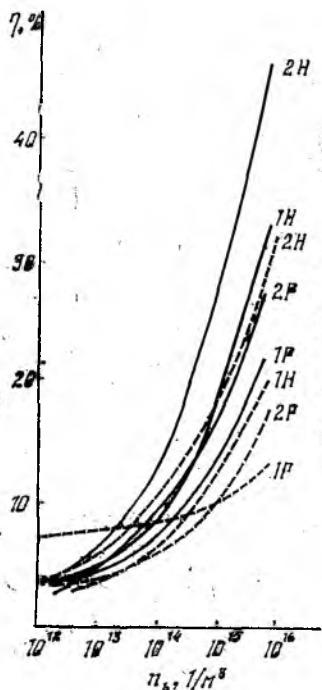


Рис. 2

коряющего напряжения и радиуса волновода. Для сплошного и трубчатого пучков эти зависимости одинаковы. С увеличением ускоряющего напряжения, а также с ростом радиуса волновода сила стартового тока растет.

Важный параметр системы — КПД. Генерация оптимальна с точки зрения достижения максимального КПД.

На рис. 1 приведены зависимости КПД для попутной и встречной волн в зависимости от изменения ускоряющего напряжения в случаях, когда пучок сплошной (непрерывная кривая) и трубчатый (прерывистая кривая).

В конечных системах различие между абсолютной и конвективной неустойчивостями незначительно. Обе они характеризуются наличием усиления колебаний. Конвективная неустойчивость появляется на попутных волнах, абсолютная — на встречных.

Циклотронная неустойчивость может развиваться как на попутных, так и на встречных волнах. На попутной волне с увеличением напряжения начинают проявляться релятивистские эффекты, в связи с чем релятивистский КПД возрастает. На встречной волне КПД с ростом U_0 падает, поскольку обратная связь осуществляется не мгновенно, а через волну k_{z1} . С этим связано уменьшение инкремента по сравнению с инкрементом начальной задачи. На попутных волнах k_{z1} играет важную роль, осуществляя обратную связь, необходимую для развития неустойчивостей в конечных системах. На встречной волне ее роль становится несущественной. Здесь k_{z1} и $k_{z2,3}$ распространяются в противоположные стороны, обеспечивая тем самым прямую и обратную связь в системе.

На рис. 2, 3 показано поведение КПД в зависимости от концентраций пучка и активной среды на попутной и встречной волнах. Чем больше концентрация пучка, тем выше КПД, и чем больше концентрация активной среды, тем он ниже. Кроме того, отметим, что с увеличением концентрации активной среды критическая частота сдвигается в сторону более высоких частот.

При наличии магнитного поля с той же концентрацией активной среды критическая частота сдвигается в еще более высокочастотную область. Из рисунков следует, что как релятивистский, так и нерелятивистский КПД на встречной волне выше, чем на попутной, причем в случае сплошного пучка он значительно больше, чем в случае тубчатого.

Таким образом, вариацией геометрии системы, концентрации пучка и рабочей среды, изменением ускоряющего напряжения и магнитного поля, конфигурации пучка можно влиять на местоположение спектральных составляющих в спектре, их ширину, на силу стартового тока и КПД, что очень важно для создания широкополосных генераторов средней мощности.

Список литературы: 1. Репалов Н. С., Тырнов В. Ф. К теории параметрического резонанса в пространственно-модулированной плазме // Журн. техн. физики. 1973. Т. 43, № 8. С. 1588—1594. 2. Неравновесные и резонансные процессы в плазменной радиофизике / Н. С. Ерохин, М. В. Кузелев, С. С. Моисеев и др. М., 1982. 272 с. 3. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В. Плазменная СВЧ-электроника // Усп. физ. наук. 1981. № 1. С. 3—32. 4. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей. М., 1975. 324 с. 5. Кадоццев Б. Б. Коллективные явления в плазме. М., 1976. 238 с.

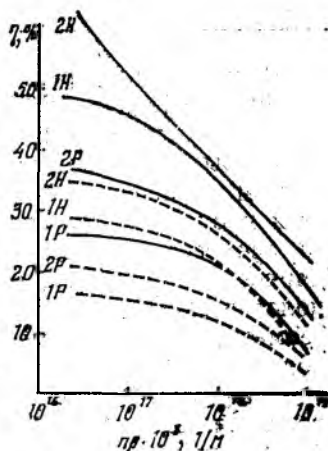


Рис. 3

Поступила в редколлегию 06.12.88

ВЛИЯНИЕ МОД ОБОЛОЧКИ НА ХАРАКТЕР ДИФФУЗИИ МОЩНОСТИ В КОРОТКИХ НЕРЕГУЛЯРНЫХ СВЕТОВОДАХ

В настоящее время внутриобъектовые волоконно-оптические системы передачи (ВОСП) реализуются, как правило, на основе коротких отрезков оптических кабелей, включающих в себя многомодовые световоды с пространственно-неустановившимся режимом распределения мощности по модам, который характеризуется процессом межмодового взаимодействия. Интенсивность этого процесса определяется существующими в световодах нерегулярностями, которые, в свою очередь, зависят от специфики технологического процесса изготовления световодов, их оптико-геометрических параметров. Оптическая мощность в таких световодах может распространяться как по сердцевине, так и по светотражающей оболочке, и относительное распределение мощности по этим областям световода будет зависеть от условий возбуждения, оптико-геометрических параметров и длины световода.

Обычно предполагается, что распространяющаяся по оболочке мощность пренебрежимо мала или для подавления этой мощности используется какое-нибудь устройство. Хотя это приближение и оказывается эффективным во многих применениях, существует ряд случаев, когда бывает необходимо изучить и учесть влияние мощности, распространяющейся по оболочке. Например, при исследовании распространения импульсов присутствие мод оболочки может существенно влиять на форму и дисперсию передаваемого сигнала. Это влияние будет сказываться даже при использовании устройства, подавляющего моды оболочки, так как мощность может туннелировать из сердцевины в оболочку по всей длине световода [1]. Эксперименты, сделанные различными авторами, подтверждают существенное влияние мод оболочки, причем в некоторых случаях мощность, содержащаяся в низших модовых группах оболочки может составлять 80 % и 50 % от максимальной мощности при возбуждении соответственно лазером и светодионом [2].

Для анализа процессов в многомодовых нерегулярных световодах наиболее широко применяется волновой подход, в рамках которого развита теория связанных мощностей и ее диффузионное приближение. Уравнение диффузии

$$\frac{\partial \bar{P}(m)}{\partial z} + 2\gamma(m)\bar{P}(m) = \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial m} \left(mh(m) \frac{\partial \bar{P}(m)}{\partial m} \right) \quad (1)$$

описывает процесс диффузии средней мощности, зависящей от расстояния при переходе от низших мод к высшим и наоборот.

Это дифференциальное уравнение в частных производных описывает производную второго порядка по обобщенному модовому числу m от средней мощности $P(m, z)$ с производной первого порядка по расстоянию z вдоль оси волокна. Здесь $h(m)$ — средний коэффициент связи мощностей, представляющий собой сумму всех коэффициентов связи между одной модой группы m и всеми модами группы $m+1$, связанные с ней через соответствующую кривизну оси.

Граничные условия устанавливаются из следующих соображений. Можно полагать, что низшая мода ($m=0$) не имеет внешних связей и мощность не может диффундировать в эту моду. Поэтому $\partial P(m, z)/\partial m = 0$. Что касается второго граничного условия, то при анализе диффузии мощности вдоль световода полагают, что связь высшей моды с модами излучения настолько велика, что диффузия мощности мод низшего порядка не может компенсировать потери мощности, вызванные этой связью, т. е. $P(m_c, z) = 0$. Здесь m_c — составное модовое число направляемых мод вблизи отсечки. Однако мощность этих мод не излучается мгновенно. Кроме этого, пространственно-неустановившийся режим в волоконных световодах определяется еще и модами оболочек, которые возбуждаются первоначально источником, поскольку не вся его энергия передается направляемым модам. Под влиянием любых нерегулярностей в сердцевине и оболочке, а также на их границе между направляемыми модами и модами оболочки возникает связь. Связь эта взаимная, и поэтому существует обратный поток энергии. Из этого следует, что при анализе коротких световодов, которые находятся в условиях пространственно-неустановившегося режима, необходимо расширить второе граничное условие и включить в рассмотрение моды оболочки. С этой целью вводится следующее граничное условие, позволяющее учитывать направляющие свойства границы между оболочкой и покрытием: $P(M_c, z) = 0$. Здесь M_c — составное модовое число мод оболочки вблизи отсечки и является наибольшим. Таким образом, в настоящей работе предлагается модель, в которой средняя мощность мод, имеющих составное модовое число $m_c < m \leq M_c$ описывается как аналитическое продолжение направляемых мод в область отсечки. Предположение о возможности такого подхода высказывались в работе [3].

Для нахождения решения уравнения (1) необходимо определить функцию связи $h(m)$, обусловленную нерегулярностью волокна. Анализ ряда работ показал, что наиболее хорошо описывает типичные нерегулярности следующий класс функций: $h(m) = h_0 m^{-2g}$ (2), где g — параметр степенного закона. Функция коэффициента связи (2) позволяет исследовать широкий круг задач для волоконных световодов со степенным профилем показателя преломления, включая ступенчатый. В работе [4] было получено выражение для компонентов функции связи мод световода со ступенчатым профилем показателя преломления при учете только направляемых мод. Однако очевидно, что вследствие разных ус-

ловий распространения направляемых мод и мод оболочки эффективность взаимодействия этих мод также будет разной. Поэтому и выражения для компонентов функции связи направляемых мод и мод оболочки будут отличаться. Для направляемых мод

$$h_0 = h_1 = \frac{16 \langle x^2 \rangle}{\pi^4} n_1^2 k^2 p_1 \sin(\pi/2 p_1) L_1^{1-2p_1} (4\Delta_1)^{-p_1} a^{2p_1+2}, \quad g = p_1 \quad (3)$$

совпадает с выражением, полученным в работе [4]. Для мод оболочки

$$h_0 = h_2 = \frac{16 \langle x^2 \rangle}{\pi^4} n_2^2 k^2 p_2 \sin(\pi/2 p_2) L_2^{1-2p_2} (4\Delta_2)^{-p_2} b^{2p_2+2}, \quad g = p_2. \quad (4)$$

В этих выражениях κ — кривизна оси световода; p_i — показатель степени, определяющий форму спектра микроизгибов и называемый параметром спектра; L_i — интервал корреляции, определяющий длину отрезка световода, для которой отклонения границы сердцевин и оболочки соотносятся между собой; a , b — радиус сердечника и светотражающей оболочки соответственно; Δ_1 , Δ_2 определяются разностью показателей преломления сердцевина—оболочка и оболочка—покрытие.

Упругость материалов сердцевин, оболочки и покрытия определяет интервал корреляции [5] для направляемых мод

$$L_1 = \left(\frac{\pi}{4} \frac{E_1}{E_2} \right)^{\frac{1}{4}} b \quad (5)$$

и для мод оболочки

$$L_2 = \left(\frac{\pi}{4} \frac{E_2}{E_3} \right)^{\frac{1}{4}} (b + t_d), \quad (6)$$

где E_1 , E_2 , E_3 — модули упругости сердцевин, оболочки и защитного покрытия; t_d — толщина защитного покрытия.

Уравнение (1) имеет бесконечное множество решений, которые можно представить в виде

$$\bar{P}_k(m, z) = V(m) \exp(-(2\gamma(m) + \Gamma_{l,k})z). \quad (7)$$

Каждому из решений (7) соответствует собственная функция $U_k(m)$ с собственным значением $\Gamma_{l,k}$

$$U_k(m) = N_k m^g J_\omega(u_{wk} m^{1-g}); \quad (8)$$

$$\Gamma_{l,k} = h_l (1 + g)^2 u_{wk} / M_l, \quad (9)$$

где $\omega = -g/1 + g$; M_l — полное число распространяющихся мод, а величины u_{wk} являются нулями функции Бесселя $J_\omega(u)$. Ин-

декс $i=1$ для направляемых мод, а $i=2$ — для мод оболочки. Нормированная постоянная определяется следующим образом:

$$N_k = \frac{2(1+g)^{\frac{1}{2}}}{|J_{w+1}(u_{wk})|} \quad (10)$$

Собственные функции $U_k(m)$ в рамках диффузионного приближения указывают как мощность нормальных мод случайно связанной системы, называемых статистическими модами, распределяется по группам почти вырожденных мод с составным модовым числом m . Статистическая мода k распространяется со своим собственным значением $\Gamma_{i,k}$, являющимся ее коэффициентом затухания.

Если все моды возбуждаются одновременно и начальная мощность распределена по всем модам в соответствии с законом $\bar{P}(m, 0)$, то начальное возбуждение каждой статистической моды определяется выражением:

$$W_k = \int_0^{M_c} m U_k(m) \bar{P}(m, 0) dm. \quad (11)$$

Общее решение уравнения потока мощности (1), описывающее диффузию распределения мощности вдоль световода, выражается суперпозицией решений уравнения (7)

$$\bar{p}(m, z) = \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^{\infty} W_k u_k(m) \exp(-(2\gamma(m) + \Gamma_{l,k})z). \quad (12)$$

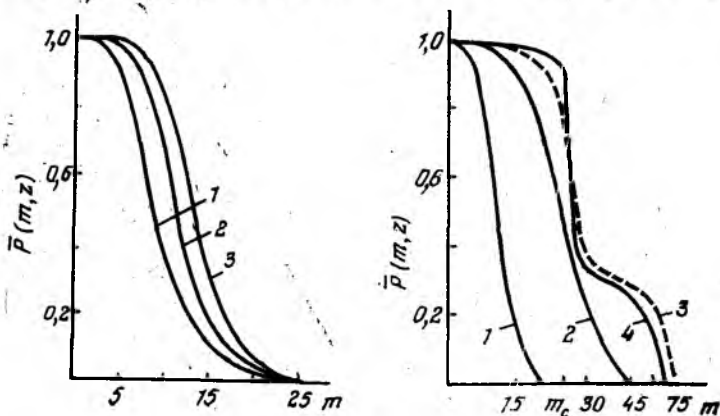
Статистические моды этого распределения претерпевают различные потери вдоль световода. При наличии достаточно длинного световода имеет место пространственно-установившийся режим для средней мощности в виде первой статистической моды. Для нахождения этого расстояния достаточно вычислить собственные значения первой и второй статистической моды.

Для анализа с помощью уравнения диффузии коротких световодов, находящихся в условиях пространственно-неустановившегося режима, необходимо использовать критерий, описанный в [4], который позволяет найти для каждой конкретной длины световода необходимое и достаточное число k_{\max} , определяющее верхний предел суммирования в уравнении (12).

Результаты исследования диффузии мощности в коротких нерегулярных световодах в условиях пространственно-неустановившегося режима, полученные данным методом без учета мод оболочки представлены на рис. 1 для длин световода 5 м — кривая 1, 20 м — 2 и 50 м — 3. Очевидна интенсивная диффузия мощности в области низших мод. Однако об изменениях распределения в области высших мод такая модель не дает достаточной информации, так как в коротких образцах световодов условие $\bar{P}(m_c) = 0$ не выполняется. Поэтому выражения (8) — (12), определяющие решение диффузионного уравнения, были использованы

ны совместно с предложенным расширенным граничным условием, позволяющим учесть моды оболочки.

На рис. 2 кривыми представлены характеристики, полученные при узконаправленном начальном распределении $\bar{P}(m, 0)$, — кривая 1; на длинах световода 5 м — 2; 50 м — 3; 100 м — 4. Оптико-геометрические параметры световода, как и в рассмотренном



выше случае, следующие: $2a=50$ мкм, $2b=125$ мкм, $t_d=500$ мкм, $E_1=60$ ГПа, $E_2=3,5$ ГПа, $E_3=1,5$ ГПа, $p=1$, $\kappa=0,2$ м⁻¹. Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. На начальном отрезке световода имеет место интенсивная диффузия в области направляемых мод ($m \leq m_c$) — при $z=5$ м уширение характеристики по уровню $0,5 P_{\text{макс}}$ составило 113 %. При дальнейшем увеличении z становится заметной диффузия из направляемых мод в моды оболочки. В случае оптически менее плотного покрытия мощность этих мод может распространяться на всю длину внутриобъектовой ВОСП. Следует отметить, что при этом практически не изменяется характер распределения мощности по модам оболочки, а происходит лишь уменьшение абсолютных значений мощности (кривая 3, 4). Таким образом, у световодов с описанными выше оптико-геометрическими параметрами вследствие постепенного перераспределения мощности между направляемыми и оболочечными модами часть оптической мощности присутствует в оболочке и участвует в передаче оптического сигнала. Указанный режим можно считать целесообразным для внутриобъектовых ВОСП, однако окончательный вывод может быть сделан после определения величины потерь и дисперсии в таком световоде.

Список литературы: 1. Irving D. H., Karbowiak A. E. Power coupling between core and cladding of an optical fibre and its effect on measurements//Opt. and Quant. Electron. 1981. Vol. 13, N 15. P. 385—392. 2. Kashima N., Usida N. Excess loss caused by an outer layer in multimode step-index fibers: experiment//

- Appl. Opt. 1977. Vol. 16, N 15. P. 1320—1322. 3. Zemon S., Fellows D. Tunneling leaky modes in parabolic index fiber//Appl. Opt. 1976. Vol. 15. N 8. P. 1936—1941.
4. Суховианов И. А. К определению дополнительных потерь в коротких многомодовых оптических волноводах//Радиотехника. 1985. Вып. 75. С. 26—29.
5. Унгер Х. Г. Планарные и волоконные оптические волноводы/Пер. с англ. Под. ред. В. В. Шевченко. М., 1980. 656 с.

Поступила в редколлегию 03.03.89

УДК 621.372

Е. В. ВОРОНЦОВА

ОПТИЧЕСКИЙ СМЕСИТЕЛЬ МОД С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

При разработке компонентов волоконно-оптических систем передачи (ВОСП) необходимо учитывать зависимость затухания, вносимого компонентами ВОСП, от условий возбуждения многомодовых волоконных световодов (МВС). Используемые в ВОСП источники излучения обладают существенной неоднородностью пространственного распределения интенсивности. Колебания интенсивности в пределах $1-3^\circ$ могут достигать 50 % [1]. Это приводит к возбуждению как направляемых, так и вытекающих мод и плохо прогнозируемому распределению мощности по модам. В связи с этим необходимо обеспечить стабильность параметров источника, чтобы при измерениях всегда использовать незначительно отличающиеся распределения мощности по модам.

Известны три основных типа воспроизводимого межмодового распределения мощности (МРМ) передаваемого сигнала, которое можно использовать при измерениях. Это равновесное, стационарное и некое промежуточное распределение, получаемое с помощью цепочки из последовательно соединенных ступенчатых и градиентных световодов.

Равновесным МРМ считается распределение, полученное при возбуждении МВС ламбертовым излучателем, т. е. при равномерном возбуждении всех модовых групп.

Стационарное модовое распределение — это распределение, которое получено на выходе длинного (порядка нескольких километров) МВС, т. е. когда вытекающие моды фактически исчезли и трансформация передаваемой мощности между направляемыми модами, вызванная наличием микро- и макродефектов в оптическом волокне, привела к получению постоянного по длине МРМ. Искусственно создавая сильную связь мод в МВС, можно получить распределение, близкое к стационарному и в коротких отрезках волокна.

Третий тип распределения может быть получен с помощью многозвенного смесителя мод, который состоит из последовательно соединенных коротких (1,5—2 м) отрезков градиентного и ступенчатого волокна [2].

В связи с тем, что стационарное распределение наиболее распространено при проведении измерений затухания, вносимого пассивными компонентами ВОСП, разработано множество устройств, дающих на выходе распределение, близкое к стационарному. Такие устройства — смесители мод — создают сильную связь между отдельными группами мод и вызывают распределение передаваемой мощности между ними. Простейший из данных устройств — смеситель, получаемый при помещении световода между двумя листами абразивной бумаги с соответственно подобранным диаметром зерна [3]. Указанный способ невыгоден, потому что сильная связь мод в этом случае достигается за счет возникновения достаточного количества новых дефектов, микроизгибов, напряжений, что в конечном итоге приводит к разрушению МВС. Этот смеситель имеет еще один существенный недостаток — большую величину затухания.

Другой чаще всего используемый смеситель — S-образный смеситель. Он изготавливается путем навивки световода на штыри с радиусом, близким к критическому для данного световода и фактически является сочетанием смесителя и модового фильтра, поскольку вызывает не только перемешивание отдельных модовых групп, но и выводит моды высоких порядков. Однако такой изгиб вызывает разрушение волокна и приводит к выходу в облочку и затуханию не только вытекающих мод, но и определенной части направляемых мод.

Идеальным смесителем мод является волокно с длиной, превышающей длину связи мод. Недостатком такого смесителя является некоторая громоздкость, так как для достижения стационарного МРМ необходимо использовать волокна длиной не менее 1 км.

В последнее время в качестве смесителей мод было предложено использовать многозвенные световоды [2]. Работа такого смесителя основана на том, что любая бесконечная последовательность пар звеньев с различными профилями показателя преломления обладает предельным модовым составом, который воспроизводится при стыковке с любым источником света, имеющим неизвестную диаграмму излучения. Однако такой смеситель предполагает равенство диаметров и числовых апертур звеньев и их полное геометрическое согласование.

Все известные смесители мод обладают одним существенным недостатком: каждый смеситель мод, обеспечивая некое МРМ, в то же время формирует свое значение пятна излучения и числовой апертуры выходного пучка.

Применяя различные смесители, можно получить значительные отличающиеся друг от друга значения затухания в исследуемом МВС. Считается, что в оптическом волокне достигнуто стационарное распределение, когда пятно излучения и числовая апертура выходного пучка равны 70 % от первоначальных значений диаметра сердцевинки и числовой апертуры волокна. Предлагалось даже использовать «70 % отрезки» для формирования

стационарного МРМ в измеряемом МВС [4]. Но эти отрезки очень чувствительны к изменениям условий засветки и не сглаживают неоднородности пространственного распределения интенсивности источника излучения. Поэтому необходимо создать смеситель мод с изменяющимися оптическими параметрами, чтобы можно было выдерживать условия стационарности и 70 % возбуждения. Такой смеситель можно получить, используя трехзвенный смеситель мод и два модовых фильтра. Рассмотрим работу такого смесителя на примере Г—С—Г цепочки: буквой Г обозначено звено с квазипараболическим профилем показателя преломления (ППП), буквой С — звено с квазиступенчатым ППП. В работе [2] получено аналитическое выражение для трансформированного модового состава в случае, если апертуры и радиусы звеньев равны и при условии их полного геометрического согласования, т. е. при прохождении сигнала через идеальную цепочку. Тогда модовый состав трансформируется в соответствии с выражением

$$x_i Q_i(x_i) = \int_0^1 dx_{i-2} x_{i-2} Q_{i-2}(x_{i-2}) + \int_{x_i}^1 dx_{i-2} (x_i - x_{i-2}) Q_{i-2}(x_{i-2}), \quad (1)$$

где x_{i-2} , x_i и Q_{i-2} , Q_i — нормированные постоянные распространения и модовые составы на выходе $(i-2)$ и i -го звеньев с параболическим ППП. Модовым составом Q здесь будет называть мощность, приходящуюся на одну моду вырожденной группы мод.

Нормированная постоянная распространения определится следующим образом:

$$x = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\beta^2}{n_1^2 k_0^2} \right), \quad (2)$$

где β — постоянная распространения, характеризующая погонную фазовую задержку на данном луче; n_1 — показатель преломления на оси МВС; k_0 — волновое число в вакууме.

Из формулы (1) следует, что при равномерном возбуждении всех мод, когда $Q_1(x) = 1$,

$$Q_3(x) = 1 - \frac{x}{2}, \quad (3)$$

где Q_3 — модовый состав в 3-м звене Г—С—Г цепочки.

Наличие такого модового распределения в третьем звене смесителя мод можно проверить, используя метод измерения интенсивности излучения в ближней зоне [5].

Измерения по методу ближней зоны основываются на следующих предложениях:

а) все моды с постоянными распространения, лежащими в интервале $(\beta, \beta + d\beta)$, имеют одинаковую мощность;

б) возбуждается большое число мод и для вычисления интенсивности излучения в ближней зоне применимо приближение геометрической оптики;

в) фазы мод случайны по отношению друг к другу, так что на выходном торце происходит некогерентное сложение их полей.

Распределение интенсивности связано с модовым составом таким образом (4):

$$J(r) = \frac{k_0^2 n_1^2}{\pi} \int_{\Delta f(\frac{r}{a})}^{\Delta} dx Q(x), \quad (4)$$

где
$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}; \quad f\left(\frac{r}{a}\right) = \left(\frac{r}{a}\right)^\alpha;$$

α — параметр, принимающий значения от 1 до ∞ .

Вычисление распределения интенсивности при известном модовом распределении $Q(x)$ и известных параметрах МВС не представляет труда.

Для контроля вида распределения интенсивности использовалась система видеоконтроля, которая включает в себя источник излучения, микроскоп, телевизионную камеру, дисплей профиля интенсивности, монитор, блок считывания размеров кривой профиля интенсивности. Неизменность модового распределения на выходе смесителя можно проверять по разработанной нами методике. Так как МРМ, получаемое с помощью смесителя мод, не должно изменяться при изменении условий засветки, то и профиль распределения выходной интенсивности в ближнем поле не должен изменяться при изменении условий возбуждения исследуемого смесителя. Реализовать предлагаемую методику проверки смесителей мод можно при наличии системы видеоконтроля. Изменение условий засветки достигается изменением апертуры источника излучения от значения 0,05 до 0,5, т. е. от величины, значительно меньшей средней апертуры волокна, до величины, существенно превышающей ее.

Контроль ширины кривой интенсивности осуществляется по монитору с помощью блока считывания размеров кривой профиля интенсивности. Если смеситель дает на выходе стационарное МРМ, то ширина кривой интенсивности на уровнях 60 %, 70 %, 80 % для градиентного волокна и на уровнях 10 % и 20 % для ступенчатого волокна не должна изменяться при двух описанных значениях апертуры источника. Данные уровни интенсивности были выбраны как наиболее чувствительные к изменению условий засветки.

Как указывалось, трехзвенный смеситель мод предполагает полное согласование звеньев по диаметрам и числовой апертуре и точную геометрическую стыковку. Этого можно избежать, обеспечив условие «70 % возбуждения» второго (ступенчатого) волокна. Для этого на 1-м градиентном звене необходимо изготовить модовый фильтр.

Наиболее удобным в данном случае является спиральный модовый фильтр, в котором часть МВС наматывается без натяжения на цилиндрическую оправку с соответствующим диаметром [5].

Из литературных источников известно [6], что излучатель возбуждает МВС и излучение распространяется по сердцевине, вплоть до изгиба с радиусом кривизны R . На изгибе нарушаются условия полного внутреннего отражения для части волноводных мод сердцевины. Часть излучения выходит при этом в оболочку. Излучение, покидающее сердцевину, возбуждает часть волноводных мод оболочки из совокупности: $k \leq \beta_0 \leq kn_0$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; β_0 — постоянная распространения мод оболочки; n_0 — показатель преломления оболочки. Моды оболочки лежат в интервале $\beta_1 \leq \beta_0 \leq \beta_2$. Величина β_1, β_2 определяются для градиентного волокна из соотношений [6]

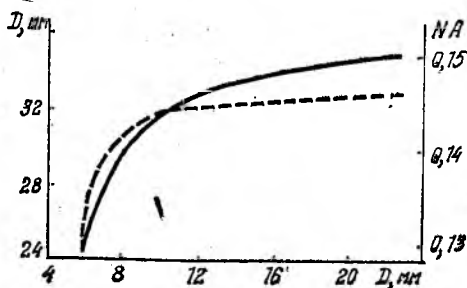
$$\beta_1 = kn_k \exp [(-r + \rho)/R];$$

$$\beta_2 = kn_k \exp [(-r - \rho)/R], \quad (5)$$

где n_k — показатель преломления материала, окружающего сердцевину; r — радиус оболочки МВС; ρ — радиус сердцевины; R — радиус кривизны изогнутого волокна.

Как известно, в реальных МВС за оболочкой имеется либо силиконовое, либо эпоксиакрилатное покрытие, что приводит к сокращению интервала постоянных распространения мод оболочки: $kn_{\text{покр}} \leq \beta_0 \leq kn_0$, где n_0 — ПП оболочки, $n_{\text{покр}}$ — ПП покр.

При определенных радиусах изгиба величина $kn_{\text{покр}}$ достигает значения β_1 и начинается выход излучения из оболочки в покрытие, что в свою очередь приводит к уменьшению числа мод излучения в сердцевине МВС. Таким образом, можно регулировать диаметр пятна излучения и апертуру пучка, наматывая его на цилиндрические оправки с различным диаметром. Однако отметим, что волокна с силиконовым покрытием при изготовлении модового фильтра требуют очень малых радиусов изгиба. Из соотношений (5) вытекает, что выход излучения из оболочки в покрытие для кварц-кварцевых градиентных МВС с диаметром сердцевины 50 мкм и оболочки 125 мкм, и силиконовым покрытием ($n_{\text{покр}} \approx 1,39$) начинается при $R \approx 0,8$ мм, что значительно меньше допустимых радиусов изгиба волокна. Поэтому наиболее удобными для изготовления модовых фильтров являются световоды с эпоксиакрилатным покрытием.



Из изложенного следует, что на основе трехзвенной цепочки МВС с различными профилями показателя преломления можно получить оптический смеситель мод с изменяющимися параметрами. Для этого на 1-м и 3-м звеньях цепочки, выполненных из

МВС в эпоксинакрилатном покрытии, необходимо сформировать модовые фильтры.

Неизменность модового распределения, даваемого таким смесителем, можно контролировать по распределению выходной интенсивности в ближнем поле. Необходимые значения пятна излучения и апертуры выходного пучка можно получать с помощью цилиндрической оправки соответствующего диаметра. На рисунке приведена зависимость размеров пятна излучения (сплошная кривая) и числовой апертуры штриховая) выходного пучка от диаметра оправки модового фильтра. Используя эту зависимость, можно настраивать смеситель для работы с МВС, имеющими любые оптические параметры. Таким образом, предлагаемый смеситель мод обеспечивает стабильное МРМ, независимое от характеристик источника излучения, и позволяет обеспечить у большого числа пользователей оптимальные условия при измерениях вносимого затухания.

Список литературы: 1. *Комплексный подход к исследованиям коротких волоконно-оптических линий связи*/А. И. Сухоианов, А. А. Контарь, А. В. Кублик, В. С. Макаревич//Радиотехника. 1987. Вып. 83. С. 52—58. 2. *Кугушев А. И., Исаков В. П., Керимов А. А. Расчет трансформации модового состава в многозвенных световодах*//Электросвязь. 1988. № 3. С. 17—20. 3. *Мидвинтер Дж. Э. Волоконные световоды для передачи информации*. М., 1983. 328 с. 4. *Котюк А. Ф. Введение в технику измерений оптико-физических параметров световодных систем*. М., 1987. 223 с. 5. *Кугушев А. И., Керимов А. А., Яковлев М. Я. Дифференциальные характеристики многомодовых градиентных волоконных световодов и методы их измерения*//Зарубеж. радиоэлектроника. 1983. № 7. С. 54—65. 6. *Моршнев С. К., Францессон А. В. Пропускание светового излучения*//Квантовая электроника. 1981. № 2. С. 285—290.

Поступила в редколлегию 28.02.89

СОДЕРЖАНИЕ

Стасев Ю. В. Ортогональные нелинейные производные сигналы	3
Посошенко В. А. Дискретный фильтр энергии узкополосного процесса	7
Скворцов Т. А. Марковская модель пространственно-временных флюктуаций фазы сигнала, прошедшего турбулентную тропосферу	10
Брандис П. А., Пехота В. Н., Куликов А. Л. Построение цифровых фильтров для обработки сигналов в реальном масштабе времени	16
Сныткин И. И. Алгоритмические методы формирования кодовых словарей нелинейных рекуррентных последовательностей, существующих в расширенных полях Галуа $GF(p^n)$	20
Горбенко И. Д., Замула А. А. Быстрый алгоритм построения нелинейных сигналов характеристического типа в расширенных полях Галуа	29
Гарбузов Ю. В., Глинский И. Ю., Пугач А. А. Получение выборок комплексной огибающей полосового радиосигнала	33
Антофеев В. И., Быков В. Н., Кубата В. Г., Кулаков В. А., Овсянников Ю. В., Султанов А. С. Подавление сосредоточенных помех в широкополосных приемниках шумовых сигналов	37
Капштык С. В., Корыстин В. И. Оценка помехоустойчивости передачи двоичной информации при ограничении группового сигнала	41
Тупкало В. Н., Тупкало Н. Г. Решение задачи функционального контроля дискретных каналов на основе сигнатурного анализа	47
Ткаченко А. В., Красиков С. А. Статистическая следающая система распознавания двоичных сигналов	54
Попенко В. С. Об оптимальном проектировании систем сигналов	60
Иванов М. А., Яковлев И. А., Яковлева А. И. Плотность вероятностей дискретных фазо-частотномодулированных сигналов	64
Приходько С. И., Снисаренко А. Г. Приведение ортогонализуемых сверточных кодов к квазиортогональным сверточным кодам	68
Овчаренко О. В. Выражение фазы сигнала с финитным аналитическим спектром через его амплитуду $A(t)$ при $A(t) > 0$	72
Александров Ю. Н., Троицкий Ю. Д. Применение метода относительного эталонирования в фазовых измерителях дальности	81
Фролов В. А., Назарова Г. В., Жердев В. Л., Журавель Г. А. К вопросу выбора элементарной базы радиоэлектронных средств	85
Домнина И. Н., Мазманишвили А. С. Статистический анализ процесса регистрации броуновского шума радиометром с переменным во времени коэффициентом усиления	92
Березуцкий Г. Г., Ерохин А. Л., Чредников П. И. Об устойчивости колебаний в индуктивном параметроне	95
Занимонский Е. М., Костин А. Ф., Нагорный В. Д. Быстрое преобразование Гильберта	101
Захаров И. П. Определение допустимой инерционности первичного преобразователя при динамических измерениях мощности радиосигналов	104
Гоков А. М., Пивень Л. А., Федоренко Ю. П. К определению электронной концентрации D-области ионосферы по амплитудным измерениям частично отраженных сигналов	105
Городец Н. Н., Нестеренко М. В., Петленко В. А. Преобразование электромагнитных волн тонким резонансным вибратором в квадратном волноводе	112
Жданов Н. Н. Исследование электродинамических характеристик замедляющей системы с трапецидальными ламелями	116
Шматько Е. И., Ковалева Н. А., Исаченко В. И. Собственные значения влияния пучково-плазменных неустойчивости диафрагмированного волновода, заполненного	
Петров С. И., Суховианов И. А. Влияние мод сфузии мощности в коротких нерегулярных св	
Воронцова Е. В. Оптический смеситель мод с рами	

XHYPE Radvotekhnika



717952