УДК 62.506.2

Ю. П. ШАБАНОВ-КУШНАРЕНКО, д-р техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КОНЕЧНЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Средствами алгебры конечных предикатов [1—4] здесь описываются простейшие отношения, задаваемые на конечных множествах. Введем конечный алфавит E, содержащий все интересующие нас знаки. Алфавит E принимаем в качестве алфавита используемой нами в дальнейшем алгебры конечных предикатов. Пусть $a_1, a_2, \ldots, a_p$ — буквы алфавита E; p — число всех букв алфавита E. Отношение равенства $x = y$ произвольных букв x, y алфавита E может быть записано на языке алгебры конечных предикатов следующим образом:

$$x = y \underset{d}{\equiv} x^{a_1} y^{a_1} \vee x^{a_2} y^{a_2} \vee \ldots \vee x^{a_p} y^{a_p}. \tag{1}$$

Знак $\underset{d}{\equiv}$ означает тождество формул по определению. Тождество (1) вводит *предикат равенства букв* $x = y$, обращающийся в единицу, когда буквы x и y совпадают, и обращающийся в нуль — в противном случае. Отношение неравенства $x \neq y$ букв x, y алфавита E может быть описано в виде

$$x \neq y \underset{d}{\equiv} \overline{x = y}. \tag{2}$$

Тождество (2) вводит *предикат неравенства букв* $x \neq y$, обращающийся в единицу, когда буквы x и y не совпадают, и обращающийся в нуль, когда они совпадают. Заметим, что равенство $x = \sigma$, где σ — фиксированная буква алфавита E, формально может быть записано, согласно выражению (1), в виде x^σ, а неравенство $x \neq \sigma$, согласно формуле (2), — в виде $\overline{x^\sigma}$.

Пусть $A = \{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_k\}$ — некоторое фиксированное подмножество алфавита E. *Отношение* $x \in \{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_k\}$ *принадлежности* произвольной буквы x алфавита E множеству A может быть представлено в виде

$$x \in \{\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_k\} \underset{d}{\equiv} x^{\sigma_1} \vee x^{\sigma_2} \vee \ldots \vee x^{\sigma_k}. \tag{3}$$

Принадлежность элемента x пустому множеству $\varnothing$ записываем в виде предиката, тождественно равного нулю:

$$x \in \varnothing \underset{d}{\equiv} 0. \tag{4}$$

Тождествами (3) и (4) мы вводим *предикат принадлежности* элемента x множеству A, обращающийся в единицу, если $x \in A$, и обращающийся в нуль, если $x \bar{\in} A$. *Предикат принадлежности* $x \bar{\in} A$ элемента x множеству A вводим тождеством

$$x \bar{\in} A \underset{d}{\equiv} \overline{x \in A}. \tag{5}$$

Пусть $P(x)$ — некоторый фиксированный конечный предикат, заданный на множестве E. Введем для этого предиката *квантор общности* $\forall x P(x)$ и *квантор существования* $\exists x P(x)$, задавая их следующими формулами алгебры конечных предикатов:

$$\forall x P(x) \underset{d}{\equiv} P(a_1) \wedge P(a_2) \wedge \ldots \wedge P(a_p); \tag{6}$$

$$\exists x P(x) \underset{d}{\equiv} P(a_1) \vee P(a_2) \vee \ldots \vee P(a_p). \tag{7}$$

Квантор общности равен единице, когда $P(x) = 1$ для всех x из E, в противном случае он равен нулю. Квантор существования равен нулю, когда $P(x) = 0$ для всех x из E, в противном случае он равен единице.

Пусть A и B — фиксированные подмножества алфавита E. Выражение $A = B$, обозначающее *равенство множеств* A и B, может быть представлено в виде такой формулы алгебры конечных предикатов:

$$A = B \underset{d}{\equiv} \forall x (x \in A \sim x \in B). \tag{8}$$

Выражение $A \neq B$, обозначающее *неравенство множеств* A и B, вводим с помощью предиката

$$A \neq B \underset{d}{\equiv} \overline{A = B}. \tag{9}$$

Выражение $A \subseteq B$, обозначающее *включение множества* A в множество B, вводим с помощью предиката

$$A \subseteq B \underset{d}{\equiv} \forall x (x \in A \supset x \in B). \tag{10}$$

Дополнение $\tilde{A}$ *множества* A, а также *объединение* $A \cup B$, *пересечение* $A \cap B$, *разность* $A \setminus B$ и *симметрическая разность* $A \dot{-} B$ *множеств* A и B вводим следующими тождествами:

$$x \in \tilde{A} \underset{d}{\equiv} x \bar{\in} A; \tag{11}$$

$$x \in A \cup B \underset{d}{\equiv} x \in A \vee x \in B; \tag{12}$$

$$x \in A \cap B \underset{d}{\equiv} x \in A \wedge x \in B; \tag{13}$$

$$x \in A \setminus B \underset{d}{\equiv} x \in A \wedge x \in \tilde{B}; \tag{14}$$

$$x \in A \dot{-} B \underset{d}{\equiv} x \in A \setminus B \vee x \in B \setminus A. \tag{15}$$

Рассмотрим примеры логических задач, решаемых формально с помощью введенных определений.

Пример 1. Доказать, что $A \cap B \subseteq A$. Имеется в виду, что A и B — некоторые фиксированные подмножества алфавита E.

Решение. $A \cap B \subseteq A \equiv \forall x\,(x \in A \cap B \supset x \in A) \equiv \forall x\,(x \in A \wedge x \in B \supset x \in A) \equiv \forall x\,(\overline{x \in A \wedge x \in B} \vee x \in A) \equiv \forall x\,(\overline{x \in A} \vee \overline{x \in B} \vee x \in A) \equiv 1$ ($\equiv$ означает тождественное равенство формул алгебры конечных предикатов).

Пример 2. Доказать, что $A \setminus B = A \dot{-} (A \cap B)$.

Решение. $A \setminus B = A \dot{-} (A \cap B) \equiv \forall x\,(x \in A \setminus B \sim x \in A \dot{-} (A \cap B)) \equiv \forall x\,(x \in A \setminus B \sim x \in A \setminus (A \cap B) \vee x \in (A \cap B) \setminus A) \equiv \forall x\,(x \in A \setminus B \sim x \in A \wedge \overline{x \in A \cap B} \vee x \in A \cap B \wedge \overline{x \in A}) \equiv \forall x\,(x \in A \wedge \overline{x \in B} \sim x \in A \wedge (\overline{x \in A} \vee \overline{x \in B}) \vee x \in A \wedge x \in B \wedge \overline{x \in A}) \equiv \forall x\,(x \in A \wedge \overline{x \in B} \sim x \in A \wedge \overline{x \in B}) \equiv 1$.

Пример 3. Задана система уравнений $A \cap X = B$; $A \cup X = C$, где X — неизвестное подмножество алфавита A. Известно, что $A = \{a_1, a_2\}$, $B = \{a_1\}$, $C = \{a_1, a_2, a_3\}$. Найти X.

Решение. Полагаем $x \in X \equiv \alpha_1 x^{a_1} \vee \alpha_2 x^{a_2} \vee \ldots \vee \alpha_p x^{a_p}$. Здесь $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ — некоторые булевы константы, значения которых определяют состав множества X. Когда $\alpha_i = 1$, то элемент a_i принадлежит множеству X, когда же $\alpha_i = 0$, то элемент a_i множеству X не принадлежит. Имеем $(A \cap X = B)\,(A \cup X = C) \equiv \forall x\,(x \in A \wedge x \in X \sim x \in B)\,(x \in A \vee x \in X \sim x \in C) \equiv \forall x\,\big((x^{a_1} \vee x^{a_2})\,(\alpha_1 x^{a_1} \vee \alpha_2 x^{a_2} \vee \ldots \vee \alpha_p x^{a_p}) \sim x^{a_1}\big) \wedge \big(x^{a_1} \vee x^{a_2} \vee \alpha_1 x^{a_1} \vee \alpha_2 x^{a_2} \vee \ldots \vee \alpha_p x^{a_p} \sim x^{a_1} \vee x^{a_2} \vee x^{a_3}\big) \equiv (\alpha_1 \sim 1)\,(\alpha_2 \sim 0)\,(\alpha_3 \sim 1)\,(\alpha_4 \sim 0) \ldots (\alpha_p \sim 0) \equiv \alpha_1 \bar{\alpha}_2 \alpha_3 \bar{\alpha}_4 \ldots \bar{\alpha}_p = 1$. Таким образом, $\alpha_1 = \alpha_3 = 1$, $\alpha_2 = \alpha_4 = \ldots = \alpha_p = 0$. Искомое множество имеет вид $X = \{a_1, a_2\}$.

Перейдем к математическому описанию отношений. Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — переменные алгебры конечных предикатов, n — число всех переменных. Фиксированное *отношение* Q на n-й декартовой степени E^n алфавита E будем записывать в виде индивидуального предиката $P(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, обращающегося в единицу, если слово $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ принадлежит отношению Q, и обращающегося в нуль в противном случае.

$$\text{Полагаем } (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in Q \underset{d}{\equiv} P(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{16}$$

$$\text{где } P(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1, & \text{если } (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in Q; \\ 0, & \text{если } (x_1, x_2, \ldots, x_n) \overline{\in} Q. \end{cases} \tag{17}$$

Область изменения D_i значений переменной x_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ отношения Q может быть записана в виде

$$x_i \in D_i \underset{d}{\equiv} \exists x_1 \exists x_2 \ldots \exists x_{i-1} \exists x_{i+1} \ldots \exists x_n\,((x_1, x_2, \ldots, x_n) \in Q). \tag{18}$$

Дополнение $\tilde{Q}$ отношения Q, а также объединение $Q \cup R$, пересечение $Q \cap R$, разность $Q \setminus R$ и симметрическая разность $Q \dot{-} R$

отношений Q и R на языке алгебры конечных предикатов могу быть представлены в виде

$$\xi \in \widetilde{Q} \underset{d}{\equiv} \overline{\xi \in Q}; \quad (19)$$

$$\xi \in Q \cup R \underset{d}{\equiv} \xi \in Q \vee \xi \in R; \quad (20)$$

$$\xi \in Q \cap R \underset{d}{\equiv} \xi \in Q \wedge \xi \in R; \quad (21)$$

$$\xi \in Q \setminus R \underset{d}{\equiv} \xi \in Q \wedge \xi \in \widetilde{Q}; \quad (22)$$

$$\xi \in Q \dot{-} R \underset{d}{\equiv} \xi \in Q \setminus R \vee \xi \in R \setminus Q. \quad (23)$$

Здесь $\xi = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Пусть $A_1, A_2, \ldots, A_s$ — фиксированные подмножества алфа вита E; $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_s$ — декартово произведение этих под множеств; $\xi = (x_1, x_2, \ldots, x_s)$ — произвольное слово из E^s. Пола гаем

$$\xi \in A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_s \underset{d}{\equiv} x_1 \in A_1 \wedge x_2 \in A_2 \wedge \ldots \wedge x_s \in A_s. \quad (24)$$

Пусть $\xi S \eta$ — бинарное отношение, заданное на декартово произведении $E^k \times E^l$, элементами которого служат пары (ξ, η) слов $\xi = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $\eta = (y_1, y_2, \ldots, y_l)$ длины k и l. На языке алгебры конечных предикатов отношение S может быт записано в виде предиката

$$\xi S \eta \underset{d}{\equiv} (\xi, \eta) \in S \underset{d}{\equiv} H(x_1, x_2, \ldots, x_k, y_1, y_2, \ldots, y_l), \quad (25)$$

определяемого следующим образом:

$$H(x_1, x_2, \ldots, x_k, y_1, y_2, \ldots, y_l) = \begin{cases} 1, & \text{если } \xi S \eta; \\ 0, & \text{если } \xi \widetilde{S} \eta. \end{cases} \quad (26)$$

Пусть S_1 и S_2 — бинарные отношения, заданные соответс венно на $E^k \times E^l$ и $E^l \times E^m$. Произведение этих отношени $S_1 \bigcirc S_2$, определяемое на $E^k \times E^m$, запишем в виде

$$\xi S_1 \bigcirc S_2 \zeta \underset{d}{\equiv} \exists \eta (\xi S_1 \eta \wedge \eta S_2 \zeta). \quad (27)$$

Здесь $\xi = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$; $\eta = (y_1, y_2, \ldots, y_l)$; $\zeta = (z_1, z_2, \ldots, z_m)$; кроме того, с целью сокращения записи, принято $\exists \eta = \exists y_1 \exists y_2 \ldots \exists y_l$.

Условие функциональности отношения S на $E^k \times E^l$ запи шется в виде следующего уравнения алгебры конечных пред катов:

$$\forall \xi \forall \eta \forall \zeta (\xi S \eta \wedge \xi S \zeta \supset \eta = \zeta). \quad (28)$$

Здесь принято $\forall \xi = \forall x_1 \forall x_2 \ldots \forall x_k$; $\forall \eta = \forall y_1 \forall y_2 \ldots \forall y_l$; $\forall \zeta = \forall z_1 \forall z_2 \ldots \forall z_l$.

Равенство $\eta = \zeta$ слов η и ζ, фигурирующее в формуле (28), может быть записано на языке алгебры конечных предикатов:

$$\eta = \zeta \underset{d}{\equiv} (y_1 = z_1)(y_2 = z_2)\dots(y_l = z_l). \qquad (29)$$

Пусть S и T — фиксированные отношения на $E^k \times E^l$. Выражение $S \subseteq T$, обозначающее включение отношения S в отношение T, вводим с помощью предиката:

$$S \subseteq T \underset{d}{\equiv} \forall\xi\forall\eta\,(\xi S\eta \supset \xi T\eta). \qquad (30)$$

Выражение $S = T$, обозначающее равенство отношений S и T, запишем в виде

$$S = T \underset{d}{\equiv} S \subseteq T \wedge T \subseteq S. \qquad (31)$$

Неравенство отношений $S \neq T$ представляем так:

$$S \neq T \underset{d}{\equiv} \overline{S = T}. \qquad (32)$$

Пусть S — некоторое отношение на $E^k \times E^l$. Отношение S^{-1} на $E^l \times E^k$, обратное к отношению S, запишем в виде

$$\xi S^{-1}\eta \underset{d}{\equiv} \eta S\xi. \qquad (33)$$

Примем введенные формальные определения для решения конкретных примеров логических задач.

Пример 4. Даны множества A, B, C, D, являющиеся подмножествами алфавита E. Доказать, что $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$.

Решение. $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D) \equiv \forall x\forall y\,(x \overline{\in A \wedge y \in B} \vee \overline{x \in C \wedge y \in D} \supset (x \in A \vee x \in C) \wedge (y \in B \vee y \in D)) \equiv \forall x\forall y\,(x \in A \wedge y \in B \wedge x \in C \wedge y \in D \vee x \in A \wedge y \in B \vee \overline{x \in C \wedge y \in D} \vee x \in C \wedge y \in B \vee x \in A \wedge y \in D) \equiv \forall x\forall y\,(x \in A \wedge y \in B \vee x \in C \wedge y \in D \vee x \in C \wedge y \in D \vee x \in C \wedge y \in B \vee x \in A \wedge y \in D) \equiv \forall x\forall y\,(x \in A \wedge y \in B \vee 1 \vee x \in C \wedge y \in B \vee x \in A \wedge y \in D) \equiv 1.$

Пример 5. Для каких бинарных отношений S, заданных на E^2, справедливо равенство $S^{-1} = \widetilde{S}$?

Решение. $S^{-1} = \widetilde{S} \equiv \forall x\forall y\,(ySx \sim xSy) \equiv \bigwedge_{(\sigma_1,\,\sigma_2)} (ySx \sim \overline{xSy}) \equiv (a_1Sa_1 \sim \overline{a_1Sa_1})\,(a_2Sa_1 \sim \overline{a_1Sa_2})\dots(a_pSa_p \sim \overline{a_pSa_p}) \equiv 0 \wedge (a_2Sa_1 \sim \overline{a_1Sa_2}) \wedge \dots \wedge 0 \equiv 0 = 1.$

Получили противоречие. Поэтому не существует ни одного отношения S, удовлетворяющего заданному равенсгву.

Пример 6. Доказать, что $R \bigcirc (S_1 \cup S_2) = R \bigcirc S_1 \cup R \bigcirc S_2$. Имеется в виду, что R задано на $E^k \times E^l$, а S_1, S_2 — на $E^l \times E^m$.

Решение. $R \bigcirc (S_1 \cup S_2) = R \bigcirc S_1 \cup R \bigcirc S_2 \equiv \forall\xi\forall\zeta\,(\exists\eta\,(\xi R\eta \wedge (\eta S_1\zeta \vee \eta S_2\zeta)) \sim \exists\eta\,(\xi R\eta \wedge \eta S_1\zeta) \vee \exists\eta\,(\xi R\eta \wedge \eta S_2\zeta))) \equiv \forall\xi\forall\zeta\,(\exists\eta\,(\xi R\eta\,(\eta S_1\zeta \vee \eta S_2\zeta)) \sim \exists\eta\,(\xi R\eta \wedge \eta S_1\zeta \vee \xi R\eta \wedge \eta S_2\zeta)) \equiv \forall\xi\forall\zeta\,(\exists\eta\,(\xi R\eta\,(\eta S_1\zeta \vee \eta S_2\zeta)) \sim \exists\eta\,(\xi R\eta\,(\eta S_1\zeta \vee \eta S_2\zeta))) \equiv 1.$

Перейдем к математическому описанию средствами алгебры конечных предикатов функций k-значной логики. Произвольная фиксированная функция k-значной логики $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, где $x_1, x_2, \ldots, x_n, y \in \{0, 1, \ldots, k-1\}$, может быть математически описана на языке алгебры конечных предикатов в виде предиката $F(x_1, x_2, \ldots, x_n, y)$

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \underset{d}{\equiv} F(x_1, x_2, \ldots, x_n, y), \tag{34}$$

определяемого следующим образом:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n, y) = \begin{cases} 1, \text{ если } y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n); \\ 0, \text{ если } y \neq f(x_1, x_2, \ldots, x_n). \end{cases} \tag{35}$$

Область $\{0, 1, \ldots, k-1\}$ изменения переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n, y$ k-значной логики может быть задана системой уравнений

$$x_i^0 \vee x_i^1 \vee \ldots \vee x_i^{k-1} = 1, \ (1 \leqslant i \leqslant n); \qquad y^0 \vee y^1 \vee \ldots \vee y^{k-1} = 1. \tag{36}$$

В k-значной логике вводят семейство *характеристических функций* $y = x_*^\sigma$ $(\sigma = 0, 1, \ldots, k-1)$, определяемых следующим образом:

$$x_*^\sigma = \begin{cases} k-1, \text{ если } x = \sigma; \\ \quad 0, \text{ если } x \neq \sigma. \end{cases}$$

На языке алгебры конечных предикатов характеристическая функция запишется так:

$$y = x_*^\sigma \underset{d}{\equiv} (x^\sigma y^{k-1} \vee \overline{x^\sigma} y^0)(x^0 \vee x^1 \vee \ldots \vee x^{k-1}). \tag{37}$$

Запишем с помощью зависимости (37) *булеву функцию отрицания* $y = \bar{x}$. В этом частном случае многозначной логики $k = 2$; $\sigma = 0$. Имеем $y = \bar{x} \equiv (x^0 y^1 \vee \overline{x^0} y^0)(x^0 \vee x^1)$. Таким образом,

$$y = \bar{x} \underset{d}{\equiv} x^0 y^1 \vee x^1 y^0. \tag{38}$$

Отношение равенства $x = y$ *в k-значной логике* представим в следующем виде:

$$x = y \underset{d}{\equiv} x^0 y^0 \vee x^1 y^1 \vee \ldots \vee x^{k-1} y^{k-1}. \tag{39}$$

Отношение «больше или равно» в k-значной логике выразим так:

$$x \geqslant y \underset{d}{\equiv} x^0 y^0 \vee x^1 (y^0 \vee y^1) \vee \ldots \vee x^{k-1} (y^0 \vee y^1 \vee \ldots \vee y^{k-1}). \tag{40}$$

Дизъюнкцию k-значной логики $z = x \vee y$ определим следующим образом:

$$z = x \vee y \underset{d}{\equiv} (x \geqslant y \supset z = x) \wedge (y \geqslant x \supset z = y). \tag{41}$$

Аналогично определяем *конъюнкцию k-значной логики*:

$$z = x \wedge y \underset{d}{\equiv} (x \geqslant y \supset z = y) \wedge (y \geqslant x \supset z = x). \tag{42}$$

Для полноты определения конъюнкции и дизъюнкции зависимости (41) и (42) должны быть дополнены уравнениями

$$x^0 \vee x^1 \vee \ldots \vee x^{k-1} = 1; \quad y^0 \vee y^1 \vee \ldots \vee x^{k-1} = 1;$$
$$z^0 \vee z^1 \vee \ldots \vee z^{k-1} = 1, \qquad (43)$$

ограничивающими область изменения переменных x, y, z значениями $0, 1, \ldots, k-1$.

Запишем с помощью введенных зависимостей булевы функции *дизъюнкции и конъюнкции*, полагая $k=2$: $z = x \vee y \equiv (x \geqslant y \supset z = x)(y \geqslant x \supset z = y) \equiv ((x^0y^0 \vee x^1(y^0 \vee y^1)) \supset (z^0x^0 \vee z^1x^1 \vee \ldots \vee z^px^p))((y^0x^0 \vee y^1(x^0 \vee x^1)) \supset (z^0y^0 \vee z^1y^1 \vee \ldots \vee z^py^p))(x^0 \vee x^1)(y^0 \vee y^1)(z^0 \vee z^1)$. Аналогично $z = x \wedge y \equiv ((x^0y^0 \vee x^1(y^0 \vee y^1)) \supset (z^0y^0 \vee z^1y^1 \vee \ldots \vee z^py^p)) \wedge ((y^0x^0 \vee y^1(x^0 \vee x^1)) \supset (z^0x^0 \vee z^1x^1 \vee \ldots \vee z^px^p))(x^0 \vee x^1)(y^0 \vee y^1)(z^0 \vee z^1)$. Окончательно

$$z = x \vee y \underset{d}{\equiv} x^0y^0z^0 \vee x^1y^0z^1 \vee x^0y^1z^1 \vee x^1y^1z^1; \qquad (44)$$

$$z = x \wedge y \underset{d}{\equiv} x^0y^0z^0 \vee x^1y^0z^0 \vee x^0y^1z^0 \vee x^1y^1z^1. \qquad (45)$$

Функцию циклического отрицания $y = \bar{x}_*$ в k-значной логике введем тождеством

$$y = \bar{x}_* \underset{d}{\equiv} x^0y^1 \vee x^1y^2 \vee \ldots \vee x^{k-2}y^{k-1} \vee x^{k-1}y^0. \qquad (46)$$

В частном случае при $k=2$ по этому определению получаем булеву функцию отрицания $y = \bar{x} \equiv x^0y^1 \vee x^1y^0$.

Суперпозицию $z = f_1(f_2(x_1, x_2, \ldots, x_m), y_2, \ldots, y_n)$ *функций* f_1 и f_2 k-значной логики определим как произведение двух отношений $z = f_1(t, y_2, \ldots, y_n)$ и $t = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_m)$:

$$y = f_1(f_2(x_1, x_2, \ldots, x_m), y_2, \ldots, y_n) \underset{d}{\equiv} \exists t\,(y = f_1(t, y_2, \ldots, y_n) \wedge$$
$$\wedge\, t = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_m)). \qquad (47)$$

Запишем, к примеру, описанным способом булеву функцию $z = x \vee \bar{y}$. Имеем $z = x \vee t$, $t = \bar{y}$. Следовательно, $z = x \vee \bar{y} \equiv \exists t\,((z = x \vee t) \wedge (t = \bar{y})) \equiv (z = x \vee 0)(0 = \bar{y}) \vee (z = x \vee 1)(1 = \bar{y}) \equiv x^0y^1z^0 \vee (x^1 \vee y^0)z^1$.

Список литературы: 1. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* О теории интеллекта. — Проблемы бионики. Харьков, 1977, вып. 22, с. 15—22. 2. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Об алгебре конечных предикатов. — АСУ и приборы автоматики. Харьков, 1977, вып. 52, с. 21—28. 3. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Об алгебре предикатов с отрицанием. — АСУ и приборы автоматики. Харьков, 1977, вып. 52, с. 42—49. 4. *Шабанов-Кушнаренко Ю. П.* Об уравнениях теории интеллекта. — АСУ и приборы автоматики. Харьков, 1977, вып. 53, с. 63—70.