

РУХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК У СИСТЕМАХ ЗІ СХРЕЩЕНИМИ ПОЛЯМИ ЦИЛІНДРИЧНОЇ КОНСТРУКЦІЇ (КІНЕМАТИЧНЕ НАБЛИЖЕННЯ)

Системи зі схрещеними полями (магнетронні діоди, багаторезонаторні магнетрони, амплітони тощо) протягом кількох десятиріч використовують у техніці, науці, медицині та побуті. Незважаючи на їх доволі довге використання, фізичні процеси, що мають місце в таких системах, дотепер не мають закінченого теоретичного пояснення [1].

Досі прилади магнетронного типу є одним з основних видів генераторів потужних коливань сантиметрового та міліметрового діапазонів і знаходять широке застосування в радіолокаційних, навігаційних та зв'язкових пристроях, що пояснюється високим коефіцієнтом корисної дії, можливістю отримання великої потужності, відносно простою конструкцією й деякими іншими позитивними властивостями приладів цього типу.

Теоретичне дослідження взаємодії електронів з полем у багаторезонаторному магнетроні та споріднених приладах розпочинається з розв'язання двовимірної задачі про рух електронів у однорідному магнітному полі та електричних полях. При цьому широко використовується адіабатичне наближення з заміною трохоїдальних траєкторій на усереднені.

Траєкторії електронів у плоскому магнетроні у параметричній формі виражають один з окремих випадків трохоїд – циклоїду [2].

Циклоїдальний рух електрона є характерним для приладів типу М і може здійснюватися практично, якщо один з електродів, між якими локалізовано прискорююче поле E_0 , є емітуючим (наприклад плоский магнетрон).

Треба зауважити, що траєкторії у вигляді простої циклоїди є результатом розв'язання ідеалізованої задачі без урахування поля просторового заряду електронного пучка на рух окремих електронів. Врахування просторового заряду навіть у найпростіших випадках призводить до більш складних характеристик руху електрона.

На практиці у багатьох випадках електроди є коаксіальними циліндрами, між якими рухається електронний пучок. У цьому випадку доцільно перейти від запису рівнянь руху в декартовій системі координат до циліндричної.

У циліндричному діоді траєкторія електрона є складною кривою – епітрохоїдою, конкретний вигляд якої залежить від співвідношення між початковою кутовою швидкістю й середньою кутовою швидкістю електрона [2 – 5].

Повертаючись до питання про «дійсну» форму електронних траєкторій, треба зауважити про незавершеність цього розділу теорії циліндричного й плоского магнетронів. Циклоїдальні або близькі до них петелеподібні траєкторії, що розглядалися, відповідають існуванню двох потоків електронів, котрі рухаються назустріч у радіальних напрямках. Крім такого двопотокового стану, теорія показує можливість існування однопотокового стану електронної хмари в магнетронах, за якого електрони рухаються по колам, котрі не перетинаються й є концентричними щодо аноду та катоду.

Циклоїдальний характер руху електронів можна спостерігати візуально на моделях магнетронів за наявності залишкових газів. Існують й інші експериментальні дані, що підтверджують циклоїдальну форму електронних траєкторій в реальних магнетронах [6].

У динамічному режимі магнетрона петелеподібний характер траєкторій електронів підтверджується досить достовірними результатами розрахунку траєкторій методом самоузгодженого поля.

Низка якісних співвідношень, що отримано В.Ф. Коваленком [7], добре узгоджується з уявленням про епіциклоїдальний характер траєкторій в магнетроні.

Надзвичайна складність аналітичного опису процесів у магнетроні спонукає до введення різноманітних припущень, в межах яких стає можливим з тим чи іншим ступенем точності описати взаємодію електронів з електромагнітним полем магнетрона [1].

Більшість приладів зі схрещеними електричним та магнітним полями виготовляється у вигляді циліндричних конструкцій, тому розгляд кінематики цього випадку є цікавим як з теоретичної, так і з практичної точок зору. Математична складність розв'язання рівнянь у циліндричній системі координат пояснює складності, що виникають при спробах побудови цих приладів. З'явлення обертальної складової руху ускладнює й фізичну картину процесів, які мають місце.

Рух електронів у системах зі схрещеними полями циліндричної конструкції виявляється більш складним, ніж у плоскому, зокрема ускладнюється механізм фокусування [8].

Наразі для дослідження фізичних процесів у таких приладах застосовують так званий «обчислювальний» експеримент [9]. За такого підходу до вивчення систем зі схрещеними полями набуто певних результатів.

Найчастіше розглядається самоузгоджена задача, котру розв'язують за методами «макрочастинок».

Алгоритм такого підходу полягає у наступному.

1. За рівняннями Лапласа визначаються статичні поля.
2. Через рівняння руху визначаємо стан та параметри руху частинок, що обумовлено статичними полями.
3. Використовуючи стан та параметри руху частинок у просторі взаємодії, за рівняннями Пуассона та збудження визначаємо потенціальні поля, котрі утворюються зарядженими частинками, та вихорові поля.

З вищенаведеного переліку розглянемо тільки друге. Щодо систем зі схрещеними полями, розглянемо найпростішу з них – циліндричний магнетронний діод, вигляд простору взаємодії котрого наведено на рис. 1.

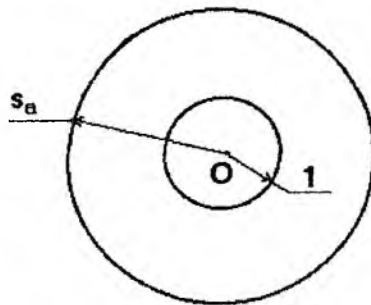


Рис. 1

У нерелятивістському та квазістатичному наближеннях, які виконуються в моделях, що відповідають більшості реальних конструкцій [10 – 16], рівняння руху електронів у циліндричній системі координат (r, φ, z) мають вигляд:

$$\frac{m}{|e|} \left\{ \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right\} = \frac{\partial V}{\partial r} - rB \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\frac{m}{|e|} \frac{d}{dt} \left\{ r^2 \frac{dr}{dt} \right\} = \frac{\partial V}{\partial \varphi} + rB \frac{dr}{dt}.$$

Тут $\eta = \frac{|e|}{m}$ – питомий заряд електрона, B – магнітна індукція, V – скалярний електричний потенціал.

Перейдемо до системи відліку, котра обертається з кутовою швидкістю ω_H . Якщо ввести такі безрозмірні параметри та змінні:

$$s = \frac{r}{r_k}; \quad T = \omega_H t; \quad \Phi = \frac{\eta V}{r_k^2 \omega_H^2},$$

де $\omega_H = \frac{|e|}{m} B$ – циклотронна частота, то рівняння руху запишуться таким чином [17]:

$$\frac{d^2 s}{dT^2} - s \left(\frac{d\varphi}{dT} \right)^2 = \frac{\partial \Phi}{\partial s} - s \frac{d\varphi}{dT} \omega_H, \quad (1)$$

$$s \frac{d^2 \varphi}{dT^2} + 2 \frac{ds}{dT} \frac{d\varphi}{dT} = \frac{1}{s} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} + \omega_H \frac{ds}{dT}. \quad (2)$$

Перше рівняння характеризує радіальний компонент руху електрона. Ліва частина його є алгебраїчною сумою двох прискорень: одне – обумовлене дією радіального електричного поля, друге – пов'язане з орбітальним рухом. Від'ємний знак цього прискорення показує, що воно намагається зменшити радіальне прискорення. У правій частині першого рівняння перший член визначає радіальну електричну силу, котра обумовлена сталим електричним полем; другий член визначає радіальну силу, котра обумовлена взаємодією кутової складової з осьовим магнітним полем (сила Лоренця).

Друге рівняння характеризує тангенційний компонент руху електрона. Ліва частина його містить два члени, які визначають тангенційне прискорення. Перший член $s \frac{d^2 \varphi}{dT^2}$ виникає в результаті зміни кутової швидкості в часі, другий член $2 \frac{ds}{dT} \frac{d\varphi}{dT}$ – прискорення, котре обумовлене силою, яка необхідна для підтримки кутової швидкості електрона, сталою при зміні радіуса. Права частина є силою, котра виникає при взаємодії радіальної складової швидкості з осьовим магнітним полем (сила Лоренця).

Рівняння (2) легко інтегрується за умови нульової початкової швидкості на катоді: $s = 1$, $\frac{d\varphi}{dT} = 0$:

$$\frac{d\varphi}{dT} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{s^2} \right).$$

Підставляючи значення кутової швидкості в рівняння (1), отримуємо рівняння для радіальної складової рівняння:

$$\frac{d^2 s}{dT^2} - \frac{s}{4} \left(1 - \frac{1}{s^4} \right) = \frac{e}{m} \frac{\partial \Phi}{\partial s}.$$

Розподіл потенціалу за радіусом у магнетронному діоді можна зобразити логарифмічною залежністю [18]:

$$\Phi(s) = \frac{\eta U_a}{r_k^2 \omega_H^2} \frac{\ln s}{\ln s_a}.$$

Таким чином, рівняння руху для такої системи без урахування дисипації матиме вигляд:

$$\frac{d^2s}{dT^2} + a^2s = \frac{b}{s} + \frac{a^2}{s^3},$$

$$\frac{d\varphi}{dT} = a \left(1 - \frac{1}{s^2} \right),$$
(3)

де $a = 0,5$; $b = \frac{\eta}{\omega_H^2 r_k^2} \frac{U_a}{\ln s_a}$.

Дотепер такі рівняння розв'язувалися за допомогою чисельних методів. Найживанішим методом розв'язання таких рівнянь є чисельний метод Рунге–Кутта четвертого порядку. Траєкторії заряджених частинок, що обчислено за системою рівнянь (3) з допомогою чисельного методу Рунге–Кутта четвертого порядку, який має похибку, котра дорівнює четвертому порядку кроку інтегрування, мають петлеподібний вигляд, що наведено на рис. 2 [5, 19].

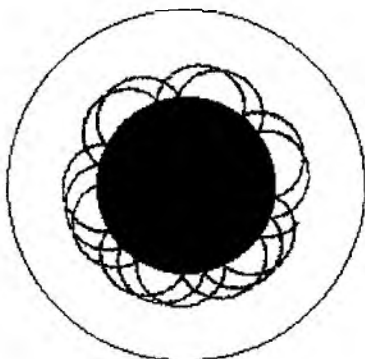


Рис. 2

Однак аналізувати чисельні результати не дуже зручно. Аналітичні результати (вирази) піддаються аналізу значно простіше. Тому бажано знайти аналітичний розв'язок системи рівнянь (3) руху заряджених частинок у циліндричній конструкції зі схрещеними полями.

Рух заряджених частинок в системах циліндричної конструкції зі схрещеними полями відбувається за циклоїдальними траєкторіями. Таке стверджується майже в усіх літературних джерелах, які присвячено цьому питанню [1 – 4, 6 – 15, 17, 18].

Припустимо, що рух заряджених частинок відбувається за циклоїдальними траєкторіями. Тоді з параметричного рівняння епіциклоїди отримаємо:

$$s = \sqrt{\frac{s_m^2 + 1 + (1 - s_m^2) \cos \gamma t}{2}},$$
(4)

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{t}{2} - \frac{\arctg \left(s_m \operatorname{tg} \frac{\gamma t}{2} \right)}{\gamma s_m},$$
(5)

де $\gamma = \sqrt{1 - \frac{4b}{s_m^2 + 1}}$; $s_m = \sqrt{z}$; z – корінь рівняння

(6)

$$z - 4b \ln z + \frac{1}{z} = 2.$$
(7)

Знаходження розв'язку рівняння (7) є досить складною процедурою, тому обчислено залежність s_m від величини анодної напруги U_a (рис. 3).

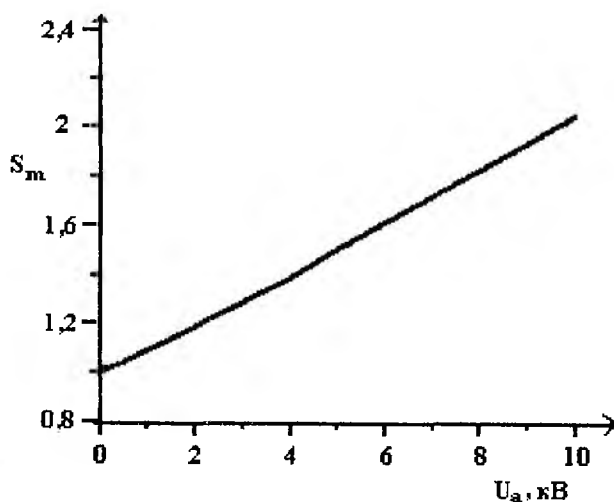


Рис. 3

Через те що залежність $s_m = f(U_a)$ дуже близька до прямої, для зручності обчислення значення s_m цю залежність можна апроксимувати таким чином: $s_m = \frac{s_a - 1}{U_{kp}} U_a + 1$. Похибка за такої апроксимації не перевищує 3 %.

Порівняння аналітичного розв'язку рівнянь руху (3) з чисельними результатами показало, що різниця між ними не перевищує 5% протягом 300 циклотронних періодів.

Таким чином для швидшого та зручнішого аналізу процесів у системах зі схрещеними полями на початкових стадіях еволюції доцільно користуватися аналітичними виразами (4) – (7).

Список літератури: 1. Бычков С.И. Вопросы теории и практического применения приборов магнетронного типа. М.: Сов. радио, 1967. 216 с. 2. Стельмахов В.С. Основы электроники сверхвысоких приборов со скрещенными полями. М.: Сов. радио, 1963. 366 с. 3. Шимони К. Физическая электроника. М.: Энергия, 1977. 608 с. 4. Nikitenko O., Volovenko M. Changed Particles Motion in Crossed-field System under dissipation // Modern problems of radio engineering, telecommunications and computer science, Lviv, 2002, P. 59 – 60. 5. Белякова Л.Ф., Филимонов В.Ф. Вывод уравнений нелинейной теории магнетрона и выбор метода их решения // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ 1986. № 11. С. 4 – 25. 6. Лебедев И.В. Техника и приборы сверхвысоких частот. Т. 2. Электровакуумные приборы СВЧ / Под ред. Н.Д. Девяткова. М.: Высш. школа, 1972. 376 с. 7. Коваленко В.Ф. Введение в электронику сверхвысоких частот. М.: Сов. радио, 1955. 343 с. 8. Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с. 9. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц. Пер. с англ. М.: Мир, 1987. 640 с. 10. Коллинз Дж. Магнетроны сантиметрового диапазона: Пер. с англ. / Под ред. С.А. Зусмановского. М.: Сов. радио, Т. 1, 1950. 420 с. 11. Коллинз Дж. Магнетроны сантиметрового диапазона: Пер. с англ. / Под ред. С.А. Зусмановского. М.: Сов. радио, Т. 2, 1951. 472 с. 12. Тычинский В.П., Деркач Ю.Т. Колебания облака пространственного заряда в цилиндрическом магнетроне // Радиотехника и электроника. 1956. Т. 1, № 2 (ч. 1. С. 223 – 225), № 3 (ч. 2, С. 344 – 357). 13. Усыченко В.Г. Волновое решение уравнений движения электронов в магнетронном диоде при магнитных полях, превышающих критическое значение // Радиотехника и электроника. 1996. Т. 41, № 10. С. 1243 – 1250. 14. Усыченко В.Г. Структура пространственного заряда и устойчивость уединенных волн в магнетронном диоде при пониженной эмиссии электронов // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 12. С. 1489 – 1498. 15. Kaup D.J. Theoretical modeling of crossed-field electron vacuum devices // Physics of Plasmas. V. 8, No 5, 2001, pp. 2473 – 2480. 16. Воловенко М.В., Нікітенко О.М. Теоретичні дослідження магнетронів міліметрового діапазону довжини хвиль // Вісник Харк. нац. ун-ту ім. В.Н. Каразіна. № 570. Серія «Радіофізика та електроніка». 2002. Вип. 2. С. 117 – 123. 17. Нечаев В.Е. К анализу процессов в многорезонаторном магнетроне // Радиофизика. 1064, 7, № 1. С. 146 – 159 (Изв. высш. учеб. заведений). 18. Шевчик В.Н., Шведов Г.Н., Соболева А.В. Волновые и колебательные явления в электронных потоках на сверхвысоких частотах. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1962. 336 с. 19. Нікітенко О.М., Воловенко М.В. Рух заряджених частинок у системах зі схрещеними полями за наявності дисипації // Теоретична радіотехніка / Львівський нац. ун-т ім. І. Франка. 2002. Вип. 56. С. 47 – 53.