

Міністерство освіти і науки України  
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет \_\_\_\_\_ *Комп'ютерних наук* \_\_\_\_\_  
(повна назва)

Кафедра \_\_\_\_\_ *Системотехніки* \_\_\_\_\_  
(повна назва)

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**  
**Пояснювальна записка**

рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ *другий (магістерський)* \_\_\_\_\_

*Математичне та програмне забезпечення задач маршрутизації*  
*транспортних засобів з обмеженнями навантаження та зворотними*  
*перевезеннями* \_\_\_\_\_  
(тема)

Виконав:

студент 2 курсу, групи \_\_\_\_\_ *СПРМ-19-2* \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ *Ольховський І.В.* \_\_\_\_\_  
(прізвище, ініціали)

Спеціальність 122 – Комп'ютерні науки \_\_\_\_\_

(код і повна назва спеціальності)

Тип програми \_\_\_\_\_ *освітньо-наукова* \_\_\_\_\_  
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма \_\_\_\_\_ *Системне проектування* \_\_\_\_\_

(повна назва освітньої програми)

Керівник \_\_\_\_\_ *проф. Гребеннік І.В.* \_\_\_\_\_  
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри СТ \_\_\_\_\_ *проф. Гребеннік І.В.* \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище, ініціали)

2021 р

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Комп'ютерних наук  
(повна назва)  
Кафедра Системотехніки  
(повна назва)  
Рівень вищої освіти другий (магістерський)  
Спеціальність 122 – Комп'ютерні науки  
(код і повна назва)  
Тип програми освітньо-наукова  
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)  
Освітня програма Системне проектування  
(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ р.

## ЗАВДАННЯ

### НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові Ольховському Ігорю Віталійовичу  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Математичне та програмне забезпечення задач маршрутизації транспортних засобів з обмеженнями навантаження та зворотними перевезеннями

затверджена наказом університету від 29 березня 2021 р. № 389 Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 21 травня 2021 р.

3. Вихідні дані до роботи Функція: вирішення задачі маршрутизації транспортних засобів. Операційна система: Windows 10. Серєда розробки: Visual Studio 2019, Visual Studio Code.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі \_\_\_\_\_  
4.1 Вступ. 4.2 Опис предметної області. 4.2.1 Аналіз задач маршрутизації транспорту 4.2.2 Класифікація задач маршрутизації транспортних засобів 4.2.3 Аналіз методів і підходів вирішення задач маршрутизації транспорту 4.3 Обстеження та вивчення об'єкта дослідження 4.3.1 Постановка задачі 4.4 Розробка математичної моделі задачі маршрутизації транспорту 4.5 Розробка алгоритму реалізації задачі маршрутизації транспорту 4.6 Практичне використання моделі задачі маршрутизації транспорту 4.7 Висновки.

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій (п.5 включається до завдання за рішенням випускової кафедри) 5.1 Приклад рішення класичної задачі маршрутизації транспорту. 5.2 Приклад вирішення задачі VRP зі змішаними рейсами. 5.3 Приклад бічного завантаження. 5.4 Алгоритм реактивного пошуку із заборною. 5.5 Алгоритм DBLF-Comb. 5.6 Приклад застосування модифікованого правила розміщення об'єктів.

6. Консультанти розділів роботи (п.6 включається до завдання за наявності консультантів згідно з наказом, зазначеним у п.1 )

Найменування розділу	Консультант (посада, прізвище, ім'я, по батькові)	Позначка консультанта про виконання розділу	
		підпис	дата

### КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1.	Отримання завдання на виконання кваліфікаційної роботи.	29.03.21	
2.	Аналіз завдання, обстеження та вивчення об'єкта дослідження, постановка задачі розробки.	30.03 – 01.04.21	
3.	Аналіз літератури з теми кваліфікаційної роботи.	02.04 – 04.04.21	
4.	Аналіз задач маршрутизації транспорту	05.04 – 08.04.21	
5.	Класифікація задач маршрутизації транспортних засобів	09.04 – 11.04.21	
6.	Аналіз методів і підходів вирішення задач маршрутизації транспорту	12.04 – 14.04.21	
7.	Розробка математичної моделі задачі маршрутизації транспорту	15.04 – 18.04.21	
8.	Розробка алгоритму реалізації задачі маршрутизації транспорту	19.04 – 22.04.21	
9.	Практичне використання моделі задачі маршрутизації транспорту	23.04 – 27.04.21	
10.	Оформлення пояснювальної записки	28.04 – 16.05.21	
11.	Оформлення графічного та презентаційних матеріалів комп'ютерного захисту	17.05 – 19.05.21	
12.	Представлення на рецензування	20.05.21	

Дата видачі завдання 29 березня 2021 р.

Студент Ольховський І. В.  
(підпис)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ проф. Гребеннік І. В.  
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка містить: 87 сторінок, 4 формули, 10 рисунків, 3 таблиці, 22 джерела, 4 додатки.

### ЗАДАЧА МАРШРУТИЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ, МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ЛОГІСТИКА, ЗВОРОТНІ ПЕРЕВЕЗЕННЯ.

Об'єктом дослідження є процес маршрутизації транспортних засобів при перевезеннях вантажів.

Предметом дослідження є математичне та програмне забезпечення задач маршрутизації транспортних засобів при перевезеннях вантажів.

Метою кваліфікаційної роботи є дослідження і розробка математичної моделі та програмного забезпечення для рішення задачі маршрутизації транспортних засобів, що враховує умови і реальні фактори, які впливають на якість одержуваного результату при визначенні раціональних маршрутів, такі як: обмеження навантаження та зворотні перевезення.

Методами дослідження є методи рішення задачі маршрутизації з урахуванням зворотних рейсів, методи рішення задачі упаковки вантажу з урахуванням тривимірних обмежень навантаження.

Результатом роботи є математична модель та програмний засіб, що реалізує алгоритми вирішення задачі маршрутизації транспорту, враховуючи зазначені обмеження маршрутизації та обмеження на навантаження.

Область застосування – прикладні сфери, де виникає необхідність централізованої транспортної доставки, поставок з пункту виробництва до віддалених пунктів споживання з можливістю забрати товар у клієнтів зворотних рейсів, з подальшою їх доставкою в депо і т. д.

## ABSTRACT

Explanatory note contains: 87 pages, 4 formulas, 10 drawing, 3 tables, 22 sources, 4 annexes.

### VEHICLE ROUTING PROBLEM, MATHEMATICAL MODEL, LOGISTICS, BACKHAULS.

The object of the research is the process of routing vehicles during the transportation of goods.

The subject of the research is the mathematical and software of vehicle routing problems during the transportation of goods.

The purpose of the qualification work is to study and develop a mathematical model and software for solving the vehicle routing problem, which considers the conditions and real-world factors that affect the quality of the result when determining rational routes, such as loading constraints and backhauls.

The research methods are the methods for solving the routing problem considering the backhauls, the methods for solving the packing problem considering the three-dimensional loading constraints.

The result of the work is a mathematical model and software that implements algorithms for solving the vehicle routing problem, considering specified routing and loading constraints.

Range of use – applied areas where there is a need for centralized transport delivery, deliveries from the point of production to remote points of consumption with the ability to pick up goods from backhaul customers, with their subsequent delivery to the depot, etc.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ.....	6
ВСТУП.....	7
1 ОПИС ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ .....	10
1.1 Актуальність дослідження задач маршрутизації транспорту .....	10
1.2 Аналіз задач маршрутизації транспорту.....	12
1.3 Класифікація задач маршрутизації транспортних засобів.....	17
2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ОПИС ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ.....	26
2.1 Постановка задачі.....	26
2.2 Опис об'єкта дослідження.....	28
3 РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАДАЧІ МАРШРУТИЗАЦІЇ ТРАНСПОРТУ .....	33
4 СТРАТЕГІЯ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ 3L-VRPMB.....	40
4.1 Алгоритм реактивного пошуку із заборною .....	41
4.2 Евристичні методи упаковки товарів.....	49
4.3 Інтеграція маршрутизації та упаковки.....	54
5 ПРАКТИЧНЕ ВИКОРИСТАННЯ .....	56
5.1 Опис програмної реалізації.....	56
5.2 Аналіз отриманих результатів .....	63
ВИСНОВКИ.....	70
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ .....	72
Додаток А. Графічний матеріал кваліфікаційної роботи.....	75
Додаток Б. Заява щодо самостійності виконання кваліфікаційної роботи .....	82
Додаток В. Протокол перевірки тексту пояснювальної записки електронною системою на плагіат .....	84
Додаток Г. Відомість кваліфікаційної роботи.....	86

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

- ТЗ – Транспортний засіб.  
3D – Тривимірний.
- VRP – Vehicle Routing Problem.  
TSP – Traveling Salesman Problem.  
VRPB – VRP with Backhauls.  
CVRP – Capacitated VRP.  
LSP – Loading Space Partition.  
SL – Side Loading.  
TTD – Total Travel Distance.  
RTS – Reactive Tabu Search.

## ВСТУП

Економіка завжди грала основну роль при плануванні діяльності будь-якої організації, підприємства, фірми або компанії. Логістика не являється винятком з цього правила, що робить дослідження проблем, пов'язаних з нею, одним із найбільш досліджуваних напрямів. Оптимізація економічних процесів є основою розвитку промисловості та економіки будь-якої країни. Ефективне використання та розподіл транспортних засобів, а також пов'язаних з цим витрат і експлуатаційних обмежень може забезпечити стійке та розвинене майбутнє країни за рахунок економії матеріальних та людських ресурсів.

Транспортування впливає на багато етапів систем виробництва та розповсюдження, і являється важливим компонентом кінцевої вартості продукту [1]. Транспортні витрати можуть скласти відносно велику частину від всіх витрат на логістику. Зниження частки цих витрат багато в чому досягається за рахунок планування маршрутів різноманітного призначення на транспортній мережі, що часто зводиться до вирішення певного варіанту задачі маршрутизації транспорту (англ. Vehicle Routing Problem).

Транспортна логістика – це переміщення необхідної кількості товару в потрібну точку, оптимальним маршрутом за необхідний час і з найменшими витратами [2]. Витрати на створення будь-якого товару складаються з собівартості його виготовлення та витрат на виконання усіх робіт від моменту закупівлі матеріалів до моменту покупки товару кінцевим споживачем. Рух готового товару від первинного джерела сировини, необхідного для його виготовлення, до кінцевого споживача також вимагає витрат, які можуть доходити до половини від загальної суми витрат на логістику.

У багатьох сферах транспортної логістики доставка вантажу може збільшувати його вартість на величину, еквівалентну вартості самого товару. У зв'язку з цим, використання методів оптимізації доставки вантажу може суттєво

зеконотити витрати на обслуговування клієнтів і, таким чином, зменшити собівартість товару. Однією з ключових функцій систем прийняття рішень у галузі транспортної логістики є можливість розрахунку та побудови ефективних маршрутів з точки зору вартості об'їзду замовників транспортними засобами різного призначення з урахуванням потреб споживачів послуги [3].

Таким чином, транспортування вантажу виступає однією з ключових функцій логістики, що пов'язана з переміщенням продукції транспортними засобами за певною методикою в ланцюзі постачань.

Задачі маршрутизації транспорту являються одними із найбільш важливих класів задач в області транспортних перевезень та представляють великий практичний інтерес. Мета цих задач – це мінімізація відстані, часу або вартості транспортування вантажів.

Задачам в галузі формування оптимальних транспортних маршрутів присвячені багаточисельні дослідження в різних країнах світу. Історія задачі маршрутизації транспорту (VRP) бере свій початок зі статті [3], де автори у 1959 році вирішили задачу про поставку бензину на заправні станції та описали цю задачу, як узагальнення задачі комівояжера (англ. Traveling Salesman Problem, TSP), та сформулювали математичну модель.

У загальному випадку будь яка задача класу VRP являється узагальненням однієї з найважливіших в області комбінаторної оптимізації задачі – задачі комівояжера (TSP), в якій зазвичай потрібно знайти для комівояжера найвигідніший шлях, що проходить через зазначені міста по одному разу з наступним поверненням в початкове місто [4]. Принципова відмінність будь-якої задачі VRP від TSP полягає в тому, що рішення може включати одночасно декілька замкнутих маршрутів. Обидві задачі являються NP-складними, тобто не існує методів знаходження їх точних рішень і перевірки оптимальності наближених рішень за поліноміальний час [5]. Задача VRP так само, як і TSP, може бути описана в термінах теорії графів, при цьому об'єктами комбінаторної оптимізації стають графові структури.

У наш час дана задача являється однією із найвідоміших в галузі комбінаторної оптимізації, через її високий рівень складності та широке практичне застосування до реальних ситуацій.

У даній кваліфікаційній роботі розглядається задача дослідження і розробки математичної моделі та програмного забезпечення для рішення задачі маршрутизації транспортних засобів, що враховує умови і реальні фактори, які впливають на якість одержуваного результату при визначенні раціональних маршрутів, такі як: обмеження навантаження та зворотні перевезення.

## 1 ОПИС ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

### 1.1 Актуальність дослідження задач маршрутизації транспорту

На сьогодні автомобільні перевезення є переважним способом перевезення вантажів. Прямі витрати, пов'язані з транспортними перевезеннями, зростають, зокрема, завдяки зростанню ціни на нафту.

У наш час не можна нехтувати роллю транспорту та логістики як економічного сектору, оскільки нові способи виробництва супроводжуються новими способами розповсюдження.

Крім того, транспортні перевезення стикаються з новими проблемами, пов'язаними з іншими непрямими або зовнішніми пов'язаними з ними витратами. Ці витрати, як правило, легко відстежити: шум, забруднення середовища, велика кількість аварій тощо, але їх важко визначити кількісно. У 2010 році середній відсоток холостого пробігу, тобто частка вантажівок, що їздять без перевезення жодного вантажу, в Європейському Союзі становила до 24% [6]. Така ситуація відбувається, наприклад, у випадку, якщо транспортні засоби (ТЗ) повертаються порожніми зі своїх маршрутів доставок. Завдяки включенню вивезення вантажів (зворотні перевезення) під час турів до логістичної системи, можна зменшити порожні пробіги транспорту, що згодом призводить до зменшення пройдених відстаней, споживання палива та викидів CO<sub>2</sub>. У зв'язку з цим, задачі маршрутизації транспортних засобів (VRP) зі зворотними перевезеннями також привертають все більшу увагу в дослідженнях.

Дуже важливою складовою багатьох систем розповсюдження є маршрутизація транспортних засобів для обслуговування замовників. Багато компаній щодня стикаються з проблемами щодо перевезення вантажів, людей або інформації. Цим компаніям доводиться оптимізувати перевезення, використовуючи ефективні інструменти, для того, щоб зменшити і без того великі

витрати на транспортування вантажу. Проблема маршрутизації транспортних засобів (VRP) найбільш часто зустрічається серед компаній, що виконують розвезення товарів з деякого пункту виробництва або складу до пунктів споживання або точок роздрібної торгівлі. Крім того, існують і інші області застосування, серед них найбільш типовими являються:

- кур'єри і поштові служби;
- доставка їжі;
- служби таксі;
- маршрутизація громадського транспорту;
- сервісне обслуговування;
- збір відходів.

Задача VRP забезпечує теоретичну базу для вирішення цього класу логістичних проблем, що стосуються фізичного розповсюдження вантажу. Це один із найпопулярніших напрямків досліджень в області комбінаторної оптимізації.

Велика кількість реальних програм широко показала, що використання методів оптимізації та автоматизованих процедур при вирішенні задач класу VRP дає суттєву економію в глобальних транспортних витратах [7], що має важливе значення для економіки будь-якої країни з розвинутою транспортною інфраструктурою.

Особливої актуальності набувають дослідження, що дозволяють точно розраховувати обсяги вантажоперевезень, обчислювати кількість одиниць транспорту, необхідних для забезпечення вантажопотоків, визначати раціональні маршрути переміщення транспортних засобів з вантажем, а також оптимізувати сумарні витрати на транспортування.

Окрім маршрутизації транспортних засобів, реальні транспортні компанії також потребують вирішення проблеми завантаження транспортних засобів, а це означає, що недостатньо лише вирішити, як здійснювати маршрутизацію

транспортних засобів, а крім того, треба вирішити, як завантажувати на них вантажі [8].

Поширений інтерес до задач VRP випливає з їх практичної актуальності, а також із значної складності їх точного вирішення, оскільки більшість задач даного класу являються NP-складними.

Основною метою дослідження різних варіантів задач маршрутизації транспортних засобів та запропонованих методологій є наближення проблеми до вимог, які висуваються до реальних програм. Отже, користуючись перевагами досліджень VRP та їх різних варіантів, державні або приватні транспортні компанії в реальному світі можуть заощадити значні транспортні витрати (наприклад, поєднуючи операції доставки та забирання товарів у клієнтів (delivery and pickup), використовуючи поєднання менших і більших транспортних засобів, обслуговування з більш ніж одного депо тощо). Велика кількість проведених досліджень встановила, що в середньому транспортування товарів або матеріалів займає найбільшу частину логістичних витрат.

Отже, формалізація задач маршрутизації транспортних засобів та розробка перспективних методів для їх вирішення є актуальним напрямком досліджень в області комбінаторної оптимізації.

## 1.2 Аналіз задач маршрутизації транспорту

Задача маршрутизації транспортних засобів (VRP) – це загальна назва, присвячена цілому комплексу задач комбінаторної оптимізації. У найпростішій формі VRP включає в себе безліч клієнтів з детермінованими вимогами, парк транспортних засобів (як правило, однорідних за зовнішнім виглядом та необмеженою кількістю) та склад (депо). Проблема полягає в тому, щоб розробити такий набір маршрутів (що починаються та закінчуються у депо), щоб обслуговувати всіх клієнтів з мінімальними витратами, задовольняючи при цьому

місткість транспортного засобу та (в деяких випадках) обмеження довжини маршруту.

Задачі маршрутизації являються одними з найбільш важливих і одночасно складних типів задач комбінаторної оптимізації в галузі транспортної логістики.

Першими, хто почав вирішувати задачі у цій області вважаються Г. Данциг і Дж. Рамсер [3], які, у своїй статті в 1959 році запропонували математичну постановку задачі та алгоритмічний підхід до вирішення практичної задачі поставки бензину від кінцевої станції магістрального трубопроводу до великої кількості обслуговуючих терміналів (задача диспетчеризації вантажівок). Через кілька років інші дослідники включили більше одного транспортного засобу в постановку задачі, а також запропонували більш ефективну евристику на основі жадного алгоритму. З тих пір було запропоновано велику кількість моделей та алгоритмів, присвячених пошуку точного і наближеного рішення багатьох варіантів даної задачі. Згодом, ці задачі були об'єднані в загальну групу задач маршрутизації транспорту, що отримали назву VRP (Vehicle Routing Problem).

У задач класу VRP є своя термінологія, що відрізняється, наприклад, від термінології, прийнятої в задачах класу TSP, та характеризує найбільш типову область їх застосування – транспортну логістику. Так наприклад, в задачах маршрутизації транспортних засобів замість терміну «комівояжер» застосовується інший – «транспортний засіб» (vehicle), замість терміну «шлях» – термін «маршрут» (route), замість терміну «місто» – термін «клієнт» (customer). Більш того, для початкового «міста» вводиться додатковий термін – «депо» (фр. *dépôt* – склад, сховище), що позначає місце, де повинні починатися і закінчуватися маршрути транспортних засобів. У реальних умовах депо може являти собою транспортне підприємство, пункт виробництва, склад тощо.

У своєму класичному варіанті задача маршрутизації транспортних засобів – це задача комбінаторної оптимізації, в якій для парку однотипних транспортних засобів потрібно визначити оптимальний набір замкнутих маршрутів від одного депо до безлічі клієнтів, що знаходяться на певній відстані від депо. На практиці

критерій оптимальності може виражатися будь-якими витратами на об'їзд клієнтів, але частіше за все відповідає довжині маршрутів.

Класична задача маршрутизації транспортних засобів відноситься до задач комбінаторної оптимізації, які можна подати у вигляді графу, у якого множина вершин відображає як точки доставки, тобто клієнтів, так і депо, а множина ребер відповідає шляхам. У цій задачі вважаються заданими: матриця ваг ребер між вершинами, що визначаються вартостями/довжинами шляхів; обсяги товару, що має постачатися клієнтам у кожному точку доставки; кількість транспортних засобів, задіяних у доставці товару.

VRP являється добре відомим напрямком досліджень в області комбінаторної оптимізації та одним з найбільш важливих класів задач транспортної логістики, що знаходить застосування практично у всіх областях транспортування від збору пошти до обробки багажу в аеропорту. Метою задач даного класу зазвичай є мінімізація вартості, відстані або часу, пов'язаних з транспортуванням, за рахунок визначення оптимальної послідовності відвідування клієнтів для парку транспортних засобів (ТЗ), розташованих в умовному депо. Розробка і застосування методів системного аналізу, управління і обробки інформації для автоматизації рішення VRP вважається ефективним способом економії ресурсів підприємств [9].

У області комбінаторної оптимізації VRP розглядається як одна із найскладніших задач через свою NP-складність [10], що означає, що немає розв'язків, які вирішують цю задачу за поліноміальний час. Для таких задач у реальних ситуаціях часто бажано отримати приблизні рішення, такі щоб їх можна було знайти досить швидко, але при цьому щоб вони були достатньо точні для досягнення мети.

З точки зору промислової застосовності VRP характеризує сімейство різних задач розподілу, які так чи інакше присутні у реальних промислових проблемах. Тим не менше, у більшості випадків застосування жоден з класичних варіантів VRP не може однозначно представляти реальну проблему, тобто в реалістичних

випадках присутня комбінація різних обмежень. У такому випадку стає очевидною необхідність розробки нових гнучких методів, моделей та систем для підтримки процесу прийняття рішень, щоб можна було обрати оптимальні стратегії у фізичному розподілі та, зокрема, в автомобільних перевезеннях.

Протягом останніх шістдесяти років в області VRP проводилися інтенсивні дослідження, пов'язані з точними та евристичними методами. Інтерес до методів гібридної оптимізації дуже швидко зріс за останні кілька років. Гібридизація стала дуже перспективною стратегією при проектуванні та розробці вдосконалених метаевристичних методів вирішення через їх евристичну природу, більшу гнучкість та менш суворе математичне формулювання. Гібридний метаевристичний метод поєднує переваги структури та ефективності від різних принципів та підходів, одночасно зменшуючи наслідки їх обмежень. Таким чином, гібридні методи часто забезпечують надзвичайно гнучкий та ефективний інструмент для вирішення складних комбінаторних задач оптимізації.

Загальний вигляд задачі VRP виглядає таким чином:  $n$  транспортних засобів (ТЗ), що спочатку знаходяться в депо, повинні доставити товар  $m$  покупцям. Мета задачі – знайти множину маршрутів для обслуговування клієнтів певною кількістю транспортних засобів у заданому середовищі, і таким чином зменшити витрати на перевезення товару.

Класична задача маршрутизації транспортних засобів визначається набором клієнтів, яких потрібно обслужити, місця їх розміщення та їх вимоги, а також іншою первинною інформацією, такою як відстань між двома покупцями, відстань між кожним клієнтом та депо, кількість транспортних засобів та їх вантажопідйомність. Рішенням класичної задачі VRP є безліч маршрутів, які починаються і закінчуються в депо, і задовольняють умові, що кожен клієнт відвідується тільки один раз. Витрати на перевезення можуть бути зменшені за рахунок оптимізації пройденої дистанції або використання меншої кількості транспорту.

На рисунку 1.1 зображено ілюстративний приклад побудови маршрутів для парку з чотирьох транспортних засобів при мінімізації сумарної довжини маршрутів, тобто рішення класичної задачі маршрутизації транспорту. У центрі рисунка розташоване депо, у якому від самого початку знаходиться парк з декількох однотипних транспортних засобів, а на деякій відстані від нього розташовані клієнти, яких потрібно відвідати. Відстані між усіма пунктами вважаються відомими. Оптимальне рішення представляє собою набір найкоротших маршрутів для транспортних засобів через усіх клієнтів з поверненням у депо.

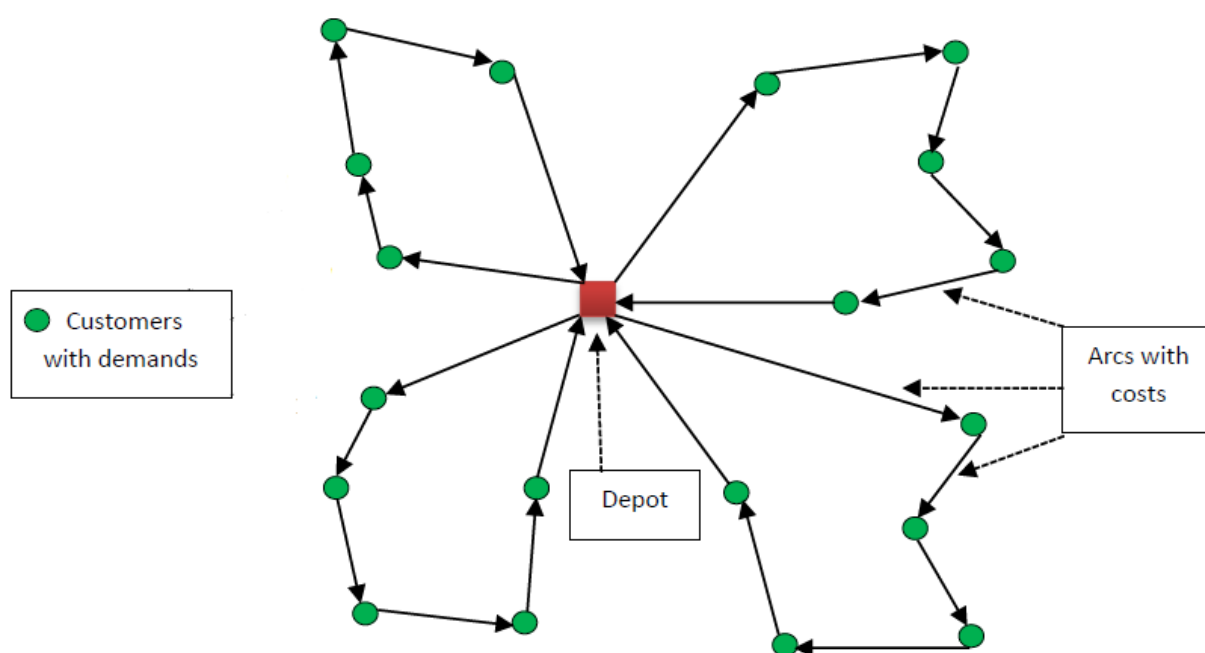


Рисунок 1.1 – Приклад рішення класичної задачі маршрутизації транспорту

У силу своєї обмеженості класична постановка задачі маршрутизації транспорту слабо співвідноситься з реальними умовами на практиці. На сьогоднішній дені існує безліч різновидів VRP, велика частина яких є комбінаціями декількох основних розширень класичного варіанту. Всі вони

відрізняються, головним чином, різними реальними обмеженнями, що накладаються на одержуване рішення.

### 1.3 Класифікація задач маршрутизації транспортних засобів

Більшість реальних задач маршрутизації транспортних засобів виглядають набагато складніше, ніж класична задача, тому що в реальних умовах існує багато додаткових обмежень, що породжують цілий спектр нових задач.

Сьогодні існує безліч різновидів задач маршрутизації транспортних засобів та варіантів постановки задачі, що відрізняються, головним чином, різними обмеженнями, що накладаються на кінцеве рішення. Однак вони засновані на моделях, які як правило, не дозволяють в повній мірі врахувати безліч факторів, що визначають якість і вартість одержуваних маршрутів. Нова тенденція досліджень в даній області в основному зосереджена на багатофакторних реальних життєвих ситуаціях, у зв'язку з чим виникають більш складні і узагальнені варіанти VRP [11]. В даний час найбільш цікавими для досліджень вважаються комплексні задачі маршрутизації транспортних засобів, що комбінують різні реальні умови і обмеження. Хоча, такі варіанти постановки задачі краще узгоджуються з практикою, вони, як правило, вимагають пошуку нових підходів до вирішення, оскільки відомі методи обмежені в застосуванні і орієнтовані лише на базові різновиди VRP.

На даний момент існує велика кількість варіантів задач маршрутизації, які можна класифікувати за деякими ознаками. Серед основних, можна виділити наступні:

- пункти виробництва (депо, склад, база);
- пункти споживання;
- види транспортних засобів;
- типи транспортних засобів;
- депо (бази) транспортних засобів;

- вага вантажу, що перевозиться;
- якість вантажу, що перевозиться;
- часові обмеження (отримання та доставка вантажу в зазначені часові вікна);
- інші ознаки.

В останні роки в якості інструменту оптимізації в різних сферах, таких як наука, комерція та інженерія, активно використовуються метаевристики [12]. Їх відмінною особливістю є детальне вивчення простору пошуку, що визначає безліч допустимих рішень – об'єктів комбінаторної оптимізації.

На практиці існує кілька варіантів VRP, залежно від характеру вантажів, що перевозяться, якості необхідного обслуговування та характеристик клієнтів та транспортних засобів. У всіх випадках мета полягає в тому, щоб забезпечити споживачів із мінімальними витратами. Деякими типовими ускладненнями являються [13]:

- неоднорідні транспортні засоби, розташовані на одному або декількох складах;
- клієнти, несумісні з певними типами транспортних засобів;
- клієнти, які приймають обслуговування в певні часові проміжки;
- транспортні засоби, що виконують кілька маршрутів.

Зазвичай, у реальних VRP виникає низка додаткових обмежень, які і породжують цілий спектр таких задач, тому відповідно до цих обмежень можна визначити кілька найбільш поширених варіантів задач маршрутизації транспортних засобів [14]:

- Маршрутизація з обмеженням по вантажопідйомності (англ. Capacitated VRP, CVRP);
- Маршрутизація з обмеженням за часом (англ. VRP with Time Windows, VRPTW);
- Маршрутизація з поверненням товарів (англ. VRP with Backhauls, VRPB);

- Маршрутизація з можливістю повернення і доставки товарів (англ. VRP with Pick-Ups and Deliveries, VRPPD);
- Маршрутизація з тривимірними обмеженнями завантаження транспортних засобів (англ. VRP with Three Dimensional Loading Constraints, 3L-VRP);
- Маршрутизація з кількома депо (англ. Multiple Depot VRP, MDVRP);
- Маршрутизація з різноманітним транспортом (англ. Split Delivery VRP, SDVRP);
- Періодична маршрутизація (англ. Periodic VRP, PVRP);
- Маршрутизація з випадковими даними (англ. Stochastic VRP, SVRP).

Маршрутизація з обмеженням по вантажопідйомності (англ. Capacitated VRP, CVRP) характеризується тим, що у задачах цього типу вводиться додаткове обмеження: обсяг вантажів на кожному маршруті  $R_i$  не повинен перевищувати заданої величини  $Q$ , котра являється однаковою для всіх транспортних засобів. Фіксований парк транспортних засобів однакової місткості із загального депо повинен з мінімальними витратами задовольнити попит на товар кожного клієнта, і при цьому не перевищити власну вантажопідйомність.

Мета: мінімізувати парк машин, необхідних для виконання задачі, а також мінімізувати загальний час виконання задачі, тобто мінімізувати загальну вартість перевезень.

Маршрутизація з обмеженням за часом (англ. VRP with Time Windows, VRPTW). Також цю задачу називають задача маршрутизації транспорту з часовими вікнами. Данна задача стосується аспекту часових вікон, де кожен клієнт визначає свої періоди обслуговування, тобто є деякий обмежений часовий діапазон прийому або вивезення продукції. Для виконання запиту кожного  $i$ -го клієнта існує відомий проміжок часу, визначений як інтервал  $[x_i, y_i]$ . У разі прибуття раніше нижньої межі інтервалу, враховується час очікування її настання [15]. Прибуття пізніше верхньої межі інтервалу неприпустимо, однак в деяких випадках обслуговування клієнта в певному заздалегідь тимчасовому вікні не є критично важливою умовою.

В існуючих дослідженнях розглядаються два варіанти часових вікон: жорсткі часові вікна (англ. *hard time windows*), в яких клієнт повинен обслуговуватися у зазначеному часовому вікні та м'які часові вікна (англ. *soft time windows*), де часове вікно може бути порушено, але за його порушення додається додаткова плата до цільової функції з метою компенсації клієнту за незручності. Також може бути врахований час на сервісне обслуговування, необхідний для обслуговування клієнта. Крім того, рішення задачі VRPTW дозволяє підібрати час виїзду автотранспорту з депо і тим самим уникнути непотрібних простоїв в точках доставки. Постановка задачі зазвичай являється більш складною, але у ряді випадків це дозволяє більш повно описати реальний процес, тому що в багатьох практичних задачах доставки товарів час прибуття до клієнта і час обслуговування клієнта грають значну роль [16].

Мета: мінімізувати кількість транспортних засобів, загальні часи шляху та очікування, необхідні для обробки запитів клієнтів в призначені інтервали часу.

Задача маршрутизації з поверненням товарів або як її ще називають задача маршрутизації транспортних засобів із зворотними перевезеннями (англ. *VRP with Backhauls, VRPB*), включає в себе два типи клієнтів, тобто перевезення відбувається як для клієнтів прямих рейсів (доставка), так і для клієнтів зворотних рейсів (повернення товарів на склад). На відміну від VRPPD у цій задачі всі товари мають бути доставлені, перш ніж відбудеться будь-яке повернення. З практичної точки зору, ця вимога відбувається з того факту, що всі машини зазвичай завантажуються ззаду і перестановка вантажів не є економічно вигідною чи затратною за часом. Кількість товару, який необхідно доставити і прийняти, фіксована і відома заздалегідь.

Завдяки включенню вивезення вантажів (зворотні перевезення) під час турів до логістичної системи, можна зменшити порожні пробіги транспорту, що згодом призводить до зменшення пройдених відстаней, споживання палива та викидів CO<sub>2</sub>.

Мета: знайти такий набір маршрутів, щоб мінімізувати загальну пройдену відстань.

Обмеження: повернення товарів від клієнтів зворотних рейсів (клієнтів-постачальників) відбувається тільки після того, як буде завершена доставка всім клієнтам прямих рейсів. Таким чином, рішення задачі поділяється на дві фази. Обсяг товарів при доставці та при поверненні не повинен перевищувати вантажопідйомності транспортного засобу.

Задача маршрутизації з можливістю повернення і доставки товарів (англ. VRP with Pick-Ups and Deliveries, VRPPD) являється узагальненням задачі з обмеженням вантажопідйомності, в якій клієнти можуть як отримувати, так і відправляти товари в депо [17]. При цьому зазвичай мається на увазі, що товари не перевозяться від одного клієнта до іншого, а спочатку відправляються з депо, або в кінцевому рахунку надходять в депо. Таким чином, потрібно слідкувати за тим, що товари, які поверне клієнт, не перевищать вантажопідйомність транспортного засобу. Це обмеження робить планування задачі більш складним і може привести до непродуктивного використання місткості транспорту, збільшення загального шляху та кількості одиниць транспорту в депо.

Для простоти зазвичай розглядаються задачі з додатковими обмеженнями, наприклад, коли всі запити на доставку товарів починаються в депо і всі запити на повернення товарів закінчуються в депо, тобто, не відбувається обмін товарами між споживачами. Інший спосіб полягає у скасуванні обмеження, що всі клієнти повинні відвідувати лише один раз. Також є ще одне звичайне спрощення задачі – прийняти, що кожен транспортний засіб спочатку розвозить усі товари, перш ніж почати приймати вантаж від клієнтів (задача маршрутизації з поверненням товарів, VRPB).

Мета: мінімізувати парк транспортних засобів, а також загальний час, необхідний для перевезення всіх товарів.

Обмеження: кількість вантажу, який потрібно доставити до клієнтів і кількість товару, який потрібно забрати від замовників, не повинна перевищувати вантажопідйомність ТЗ в жодній точці маршруту.

Задача маршрутизації з тривимірними обмеженнями завантаження транспортних засобів (англ. VRP with Three Dimensional Loading Constraints, 3L-VRP) належить до класу комбінованих задач оптимізації маршрутизації та упаковки. Попит клієнта в такій задачі – це набір тривимірних (3D) кубоподібних, завантажених об'єктів.

Мета: розробка маршрутного набору мінімальних витрат для однорядного парку машин, починаючи і закінчуючи в центральному депо для того, щоб обслуговувати всіх клієнтів. Усі товари, упаковані в один транспортний засіб, повинні задовольняти тривимірним обмеженням упаковки.

Окрім маршрутизації транспортних засобів, транспортні компанії також потребують вирішення проблеми завантаження транспортних засобів, тобто, послідовності і способу завантаження об'єктів. Однією з таких геометричних задач є маршрутизація транспортних засобів із одночасними поверненнями та доставками товарів, що мають тривимірні обмеження на завантаження.

Основним обмеженням на завантаження являється те, що для кожної дуги, пройденої в плані маршруту, мають бути визначені можливі (feasible) схеми завантаження.

У задачі маршрутизації транспортних засобів з декількома депо (англ. Multiple Depot VRP, MDVRP) клієнти обслуговуються з більш ніж одного депо, на відміну від класичної задачі маршрутизації транспортних засобів, де клієнти обслуговуються з одного єдиного депо, в якому мають починатися і закінчуватися маршрути всіх ТЗ.

Мета: мінімізувати кількість використовуваних транспортних засобів та загальну пройдену відстань, необхідну для того щоб обслужити всіх клієнтів.

Цей варіант задачі маршрутизації пов'язаний з деякими реальними програмами, коли компанія може захотіти обслуговувати своїх клієнтів з

декількох депо, оскільки їх клієнти можуть бути згруповані навколо депо, і це буде менш затратно для обслуговування відповідного клієнта з найближчого до нього депо. У цьому типі сценарію задача вирішується як сукупність окремих задач маршрутизації транспортних засобів, або у випадку, коли клієнти та склади якимось чином змішуються, тоді задача вирішується як задача маршрутизації транспортних засобів, що складається з декількох депо. Зрозуміло, що такий варіант задачі є більш складним, оскільки виникає необхідність розподілити клієнтів за різними депо. Рішення задачі вважається допустимим, якщо виконуються стандартні умови задач маршрутизації транспорту, проте часто використовуються додаткові обмеження, такі як вантажопідйомність, відстань, час тощо.

Задача маршрутизації з різноманітним транспортом (англ. Split Delivery VRP, SDVRP) дозволяє обслуговувати клієнта декількома різними транспортними засобами, якщо це зменшує загальну вартість. Це послаблення може бути дуже важливим, якщо, наприклад, розміри замовлень клієнтів перевищують місткість транспортного засобу, та приходиться часто відвідувати клієнта більше одного разу.

Однак мета задачі залишається такою ж, як і в класичній задачі маршрутизації транспорту, тобто мінімізувати парк транспорту, а також загальний час обслуговування всіх клієнтів.

Задача SDVRP зводиться до класичної VRP за допомогою розбивки кожного замовлення на кілька неподільних замовлень.

Обмеження: на відміну від класичної задачі маршрутизації транспорту, в задачах SDVRP знімається обмеження на те, що клієнт повинен бути обслужений тільки одним транспортним засобом. Крім того, парк транспорту включає машини різної місткості.

Задача періодичної маршрутизації транспортних засобів (англ. Periodic VRP, PVRP) – це узагальнення класичної VRP, що стосується аспекту задачі періоду планування. Отже, у цій задачі період планування розширюється до

деякої кількості днів на відміну від класичного VRP, де розглядається одноденний період планування.

Мета: знайти набір маршрутів з мінімальними витратами впродовж певної кількості днів.

Для різних клієнтів необхідне різне число відвідувань за вказаний період, за умови, що дні обслуговування не визначені заздалегідь, проте задано список можливих дат відвідувань для кожного клієнта. Таким чином, задача маршрутизації вирішується для кожного дня планування [18]. У деяких випадках ця особливість має важливе значення, зокрема, при вирішенні проблеми збору відходів.

Задача маршрутизації з випадковими даними (англ. Stochastic VRP, SVRP) характеризується тим, що в даному варіанті задачі маршрутизації транспорту один або кілька компонентів задачі можуть мати випадкову поведінку. Наприклад:

- попит кожного клієнта пов'язаний із заданим імовірнісним розподілом, замість конкретного значення, а дійсне значення визначається тільки по прибуттю машини;
- кількість клієнтів точно не відомо, кожен клієнт існує з певною ймовірністю;
- відстані між пунктами поїздок не детерміновані;
- час обслуговування кожного клієнта не детермінований.

Рішення даної задачі відбувається в два підходи. На першому етапі отримується рішення без урахування випадкових змінних. На другому етапі, коли стають відомими випадкові значення, відбувається корекція раніше отриманого рішення.

Мета: мінімізувати парк транспорту і загальний час, необхідний для обслуговування всіх клієнтів.

Обмеження: у тих випадках, коли деякі дані невідомі, виконання всіх обмежень для всіх випадкових змінних стає неможливим. Таким чином, може

бути необхідним виконання деяких умов із заданою вірогідністю, або побудова моделі корекції, що виконується при порушенні будь-яких обмежень.

Таким чином, основним обмеженням у задачах маршрутизації транспортних засобів є вантажопідйомність, а критерієм – загальна вартість перевезень. У задачах маршрутизації з часовими обмеженнями мінімізація загальної вартості перевезень поєднується з мінімізацією кількості задіяних транспортних засобів та загального часу очікування клієнтами транспортних засобів. Мінімізація вартості перевезень і розміру парку залучених транспортних засобів може відбуватися і у випадку, коли ці транспортні засоби вирушають із декількох депо, причому як старт, так і завершення маршруту може відбуватися не у фіксованих, а в альтернативних депо.

У результаті аналізу предметної області можна зробити висновок, що на сьогоднішній день найактуальнішими і важливими є такі дослідження задач маршрутизації транспортних засобів, які розглядають більш реальні обмеження у формулюванні задач.

Таким чином, однією із пріоритетних задач для майбутніх досліджень є дослідження задачі маршрутизації транспортних засобів (VRP) з точки зору зменшення розриву між поточним припущенням, заснованим на теоретичних моделях VRP, проведених науковцями, та реальною практикою у галузі шляхом розробки більш реалістичних моделей та ефективних алгоритмів. Тому існує велика кількість розширень класичних задач VRP.

Важливими атрибутами комплексних VRP являються клієнти зворотних рейсів, тобто товари повинні бути забрані в місцях розташування клієнтів і перевезені в депо. Ще одним важливим класом атрибутів являються обмеження навантаження, тобто розглядаються більш складні стратегії завантаження ящиків із товарами замовника на додаток до відносно простих обмежень на вагу або обсяг транспортних засобів у звичайних задачах маршрутизації транспортних засобів.

## 2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ОПИС ОБ'ЄКТА ДОСЛІДЖЕННЯ

### 2.1 Постановка задачі

Розробити математичне та програмне забезпечення системи маршрутизації автомобілів з урахуванням обмежень навантаження та зворотними перевезеннями. Побудувати математичну модель задачі у вигляді задачі оптимізації, розробити програмне забезпечення для розв'язання задачі, здійснити та проаналізувати обчислювальні експерименти. При цьому врахувати такі характеристики задачі.

Транспортний парк, складається з певної кількості доступних однорідних транспортних засобів з однаковим завантажувальним простором, що має форму паралелепіпеда та визначається довжиною  $L$ , шириною  $W$  і висотою  $H$ , а також вантажопідйомністю  $Q$ . Кожен транспортний засіб рухається з постійною швидкістю, що розраховується як відношення однієї одиниці довжини до однієї одиниці часу.

Усі товари, які мають бути доставлені до клієнтів прямих рейсів, або забрані у клієнтів зворотних рейсів являють собою прямокутні коробки. Тобто кожне замовлення на перевезення вантажів включає в себе доставку або повернення в депо одного тривимірного об'єкта, що має певну довжину  $l_i$ , ширину  $w_i$ , висоту  $h_i$ , а також загальну вагу  $q_i$ .

Крім того, слід дотримуватися наступних тривимірних (3D) обмежень щодо завантаження об'єктів в транспортний засіб:

а) кожен товар, що перевозиться, повинен бути розміщений на підлозі транспортного засобу. Також його можна розмістити поверх іншого об'єкта. У такому випадку товар повинен повністю підтримуватися розташованим нижче об'єктом, тобто будь-яка частина товару не повинна знаходитись в підвішеному стані;

б) LIFO обмеження: товари повинні завантажуватися та вивантажуватися виключно прямими переміщеннями до завантажувального простору. Тому, необхідно забезпечити можливість легкого вивантаження товарів в пункті доставки. З цього слідує, що при відвідуванні пункту доставки повинні бути виконані наступні умови:

1) товар, що підлягає вивантаженню, не повинен розташовуватись під іншими предметами в транспортному засобі. Об'єкт А знаходиться під об'єктом В, якщо внутрішня частина виступів їхніх основ на підлогу транспортного засобу перетинається, а верхня частина А не вище нижньої частини В у вертикальному напрямку;

2) вивантажений товар також не повинен бути заблокований предметами інших клієнтів, які будуть відвідані пізніше. Об'єкт також блокується, якщо він перекриває будь-який вантаж наступного клієнта при його переміщенні по горизонталі до задніх дверей. Наприклад, є два клієнти прямих рейсів. Жодний товар клієнта, якого буде відвідано у другу чергу, не повинен бути розташований між завантажувальним простором та будь-яким товаром клієнта, що знаходиться першим у черзі на відвідування, або поверх такого товару;

в) у завантажувальному просторі транспортного засобу об'єкти можна розміщувати лише ортогонально, але їх можна повертати на  $90^\circ$  по горизонтальній площині.

Метою кваліфікаційної роботи є дослідження і розробка математичної моделі та програмного забезпечення для рішення задачі маршрутизації транспортних засобів, що враховує умови і реальні фактори, які впливають на якість одержуваного результату при визначенні раціональних маршрутів, такі як: обмеження навантаження та зворотні перевезення.

Вхідними даними являється список замовлень на доставку або обслуговування з адресами замовників (клієнтів) та кількість доступного транспорту в депо.

Вихідними даними являється множина з максимальною кількістю маршрутів (по одному на транспортний засіб), таких як:

а) кожен маршрут починається у депо, та закінчується у депо після відвідування всіх клієнтів;

б) відвідування кожного клієнта під час маршруту може здійснюватися одноразово, у будь-якому порядку та тільки одним транспортним засобом;

в) загальна вага товарів, які необхідно перевезти, не перевищує вантажопідйомність транспортного засобу;

г) товари упаковуються у транспортний засіб відповідно до тривимірних обмежень навантаження;

д) загальна вартість усіх маршрутів зведена до мінімуму.

Необхідно побудувати математичну модель задачі маршрутизації транспорту, яка буде враховувати розглянуті обмеження маршрутизації (routing constraints) та обмеження на навантаження (loading constraints).

Необхідно розробити програмне забезпечення, що дозволить зручно проводити обчислювальні експерименти та візуалізувати результати вирішення задачі маршрутизації транспорту.

Таким чином, суть завдання полягає в розробці математичної моделі та програмного засобу, що реалізує алгоритм рішення задачі маршрутизації транспортних засобів, враховуючи умови і реальні фактори, які впливають на якість одержуваного результату.

## 2.2 Опис об'єкта дослідження

Для вирішення поставленої задачі, з урахуванням зазначених обмежень, запропоновано реалізацію задачі маршрутизації транспортних засобів зі змішаними зворотними рейсами і з тривимірними обмеженнями навантаження (3L-VRPMB) [19].

Задача 3L-VRPMB формулюється наступним чином. Товари мають бути доставлені з центрального депо до клієнтів прямих рейсів, і, в той же час, товари слід забрати у клієнтів зворотних рейсів і доставити в депо. Обидва типи замовників можуть бути відвідані у змішаній послідовності, тобто послідовність замовників прямих та зворотних перевезень у межах туру може бути обрана довільно.

Крім того, потрібно забезпечити більш реалістичне моделювання перевезень (великогабаритних) вантажів, розміром яких не можна нехтувати, щоб забезпечити доцільність планування турів. Тому товари, що перевозяться, є тривимірними (3D) кубоподібними об'єктами. Отже, в доповнення до плану маршрутизації, для кожного маршруту має бути передбачений план упаковки з урахуванням обмежень навантаження.

Одночасне перевезення вантажів для клієнтів прямих та зворотних рейсів на одному транспортному засобі представляє собою особливу складність у вирішенні проблеми транспортування. Для того, щоб уникнути перезавантаження під час транспортування вантажів, розглядаються два різні підходи до завантаження:

- завантаження із задньої сторони з горизонтальним розділенням завантажувального простору на секцію доставки та секцію прийому вантажів, тобто завантаження із задньої сторони транспортного засобу з двома окремими секціями, виділеними для клієнтів прямих та зворотних рейсів;
- завантаження з однієї довгої сторони транспортного засобу.

Сторона, з якої завантажуються та вивантажуються товари, називається завантажувальною стороною.

Отримана задача може бути класифікована як задача маршрутизації транспортних засобів з тривимірними (3D) обмеженнями навантаження та змішаними зворотними перевезеннями (3L-VRPMB), яка є розширенням наступних задач маршрутизації транспортних засобів, що дозволяє поєднувати поширені на практиці умови:

- VRP із зворотними перевезеннями (VRP with Backhauls, VRPB): на відміну від VRPCB, клієнти прямих та зворотних рейсів можуть бути відвідані у довільній, тобто змішаній, послідовності [20];

- Ємнісна VRP (Capacitated VRP, CVRP): на відміну від CVRP, де приділяється увага лише до ваги, в 3L-CVRP кожному клієнту потрібно транспортувати один або кілька паралелепіпедів (або коробок), де кожен із них представлений прямокутним 3D-завантажувальним простором та його вагою [8].

Задачу дослідження та розробки ефективного методу рішення даної задачі маршрутизації транспорту можна розділити на наступні підзадачі:

- формалізація запропонованої VRP з урахуванням розглянутих обмежень маршрутизації (routing constraints) та обмежень на навантаження (loading constraints), у вигляді узагальненої математичної моделі;

- дослідження та розробка методу рішення задачі маршрутизації з урахуванням зворотних рейсів;

- дослідження та розробка методу рішення задачі упаковки вантажу з урахуванням тривимірних обмежень навантаження;

- розробка гібридного алгоритму, який буде вирішувати як проблему маршрутизації, так і проблему навантаження, для знаходження спільного рішення розглянутої 3L-VRPMB задачі;

- розробка програмного забезпечення, що реалізує запропоновані методи і алгоритми вирішення розглянутої 3L-VRPMB задачі.

Описана задача має широке застосування в тих прикладних сферах, де виникає необхідність централізованої транспортної доставки, організації транспортно-складських процесів, поставок з пункту виробництва до віддалених пунктів споживання з можливістю забрати товар у клієнтів зворотних рейсів, з подальшою їх доставкою в депо і т. д. Прикладами областей застосування, на які орієнтована описана задача, є:

- товарна дистрибуція;

- кур'єри і поштові служби;

- розвезення своєї продукції;
- доставка їжі.

На рисунку 2.1 продемонстровано приклад побудови маршрутів для парку з трьох транспортних засобів при мінімізації сумарної довжини маршрутів, тобто рішення розглянутої задачі маршрутизації транспортних засобів.

На рисунку 2.1 зображено:

- червоний прямокутник: джерело продукції або транспортних підприємств (депо) із закріпленими за ним транспортними засобами;
- зелені кола: клієнти прямих рейсів;
- сині трикутники: клієнти зворотних рейсів;
- вантажівки: ТЗ, закріплені за депо і за конкретним маршрутом транспортування;
- стрілками вказані маршрути транспортних засобів з урахуванням напрямку руху через клієнтів, послідовності яких і є рішенням задачі.

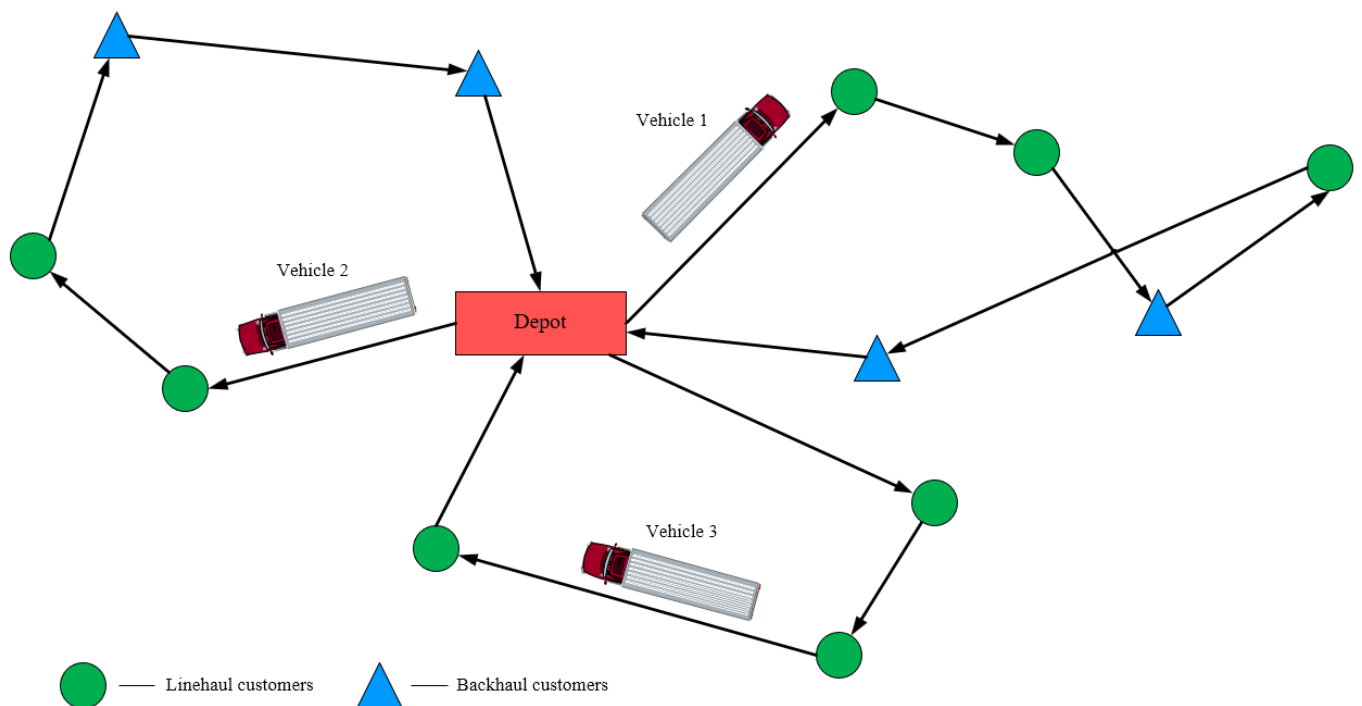


Рисунок 2.1 – Приклад вирішення задачі VRP зі змішаними рейсами

Депо і всі клієнти представляються вершинами орієнтованого графа, дуги якого відповідають найкоротшим шляхам між ними.

Велика кількість реальних програм широко показала, що використання методів оптимізації та автоматизованих процедур при вирішенні задач класу VRP дає суттєву економію в глобальних транспортних витратах [7], однак для успішного використання методів оптимізації необхідно мати математичну модель розв'язуваної задачі. Тому подальші дослідження спрямовані на формулювання математичної моделі запропонованої задачі і пошук методу її ефективного вирішення.

### 3 РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАДАЧІ МАРШРУТИЗАЦІЇ ТРАНСПОРТУ

Задача маршрутизації транспортних засобів зі змішаними зворотними рейсами та з тривимірними обмеженнями навантаження (3L-VRPMB) може бути представлена у вигляді зваженого орієнтованого графа  $G = (N, E)$  з множиною вузлів  $N = \{0, 1, \dots, n\}$  та множиною ребер  $E = \{(i, j)\}$ . Вершини  $1, \dots, n$  відповідають  $n$  клієнтам, тоді як вершина  $0$  представляє собою депо. Клієнти розділяються на два типи: клієнти прямих рейсів (linehaul)  $l$ , та клієнти зворотних рейсів (backhaul)  $b$ . Тому множину вузлів графу  $N$  можна задати наступним чином:  $N = \{0, 1, \dots, n\} = \{0, 1, \dots, l, l + 1, \dots, l + b\}$ .

Крім того, для вирішення поставленої задачі задамо матрицю  $n \times n$  невід'ємних вартостей (вартості шляху)  $c_{ij}$ , пов'язаних з кожним ребром  $(i, j) \in E$ , що визначають витрати на пересування між вершинами  $i$  та  $j$ , тобто визначають відстань між будь-якими двома клієнтами (вершинами  $(i, j)$ ) для  $v$ -го транспортного засобу. З кожним ребром пов'язані значення вхідних параметрів, що характеризують шляхи руху транспортних засобів.

Крім того, для знаходження рішення задачі використовується матриця булевих змінних  $x_{ijv} \in X^v$  розмірністю  $n \times n$ , елементи якої відповідають ребрам графа таким чином, що:

$$x_{ijv} = \begin{cases} 1, \text{ якщо ТЗ } v \text{ їде від вершини } i \text{ безпосередньо до вершини } j; \\ 0, \text{ якщо дуга } (i, j) \text{ не належить маршруту машини } v. \end{cases}$$

За кожним клієнтом  $i$  ( $i \in N \setminus \{0\}$ ) закріплена певна множина товарів  $I_i = \{1, \dots, m_i\}$ , яка повинна бути або доставлена йому (для клієнтів прямих рейсів), або

забрана у нього (для клієнтів зворотних рейсів). Кожний товар  $I_{ik}$  ( $i \in N \setminus \{0\}$ ,  $k \in I_i$ ) являється тривимірним (3D) кубоподібним об'єктом, наприклад, коробкою. Тобто кожне замовлення на перевезення вантажів включає в себе доставку або повернення в депо тривимірних об'єктів (прямокутних коробок), що мають певну довжину  $l_{ik}$ , ширину  $w_{ik}$ , висоту  $h_{ik}$ , а також загальну вагу  $q_{ik}$ .

Транспортний парк, складається з певної кількості доступних ідентичних транспортних засобів  $v_{max}$  з однаковим тривимірним завантажувальним простором, що має форму паралелепіпеда та визначається довжиною  $L$ , шириною  $W$  та висотою  $H$ , а також вантажопідйомністю  $Q$ . Кожен транспортний засіб рухається з постійною швидкістю, що розраховується як відношення однієї одиниці довжини до однієї одиниці часу.

Оскільки парк транспорту однорідний, то вхідні параметри і змінні приймаються однаковими для всіх  $v$ .

Згідно з тривимірними (3D) обмеженнями щодо завантаження об'єктів в транспортний засіб, наведеними у пункті 2.1, перезавантаження будь-якого товару під час транспортного маршруту заборонено, тому що це є неефективним та економічно не вигідним. Це обмеження ускладнює вирішення задачі транспортування вантажів, через те, що на одному транспортному засобі одночасно перевозяться вантажі як для клієнтів прямих рейсів, так і для клієнтів зворотних рейсів. Тому, для того, щоб уникнути витрат часу на перезавантаження товарів під час транспортування вантажів, використаємо два альтернативні підходи до завантаження:

– розділ завантажувального простору (англ. loading space partition, LSP): у цьому підході використовуються двоповерхові транспортні засоби. Ці транспортні засоби мають заднє завантаження, тобто завантажувальною стороною являється тильна сторона. Завантажувальний простір відокремлений горизонтально, так що для кожного типу клієнтів (прямих рейсів або зворотних) доступні два окремі відділення. У цьому випадку, обмеження LIFO не повинно

розглядатися стосовно суміші вантажів клієнтів прямих та зворотних рейсів. Обидва відділення мають однакові розміри;

– бічне завантаження (англ. side loading, SL): у цьому підході використовуються вантажні транспортні засоби з довгим напівпричепом (tautliners). Ці транспортні засоби можна завантажувати та вивантажувати лише збоку, тобто завантажувальною стороною являється одна довга сторона транспортного засобу.

Приклад бічного завантаження зображено на рисунку 3.1. При завантаженні товарів клієнтів прямих рейсів (сірий колір) і товарів клієнтів зворотних рейсів (чорний колір) з протилежних сторін (з боку кабіни і збоку задньої частини) створюється простір для товарів клієнтів зворотних рейсів під час вивантаження товарів клієнтів прямих рейсів.  $L_{ЛН}$  і  $L_{ВН}$  представляють собою вантажну довжину, тобто максимальну передню кромку всіх предметів лінійного і зворотного транспортування відповідно, які у даний час знаходяться в завантажувальному просторі.

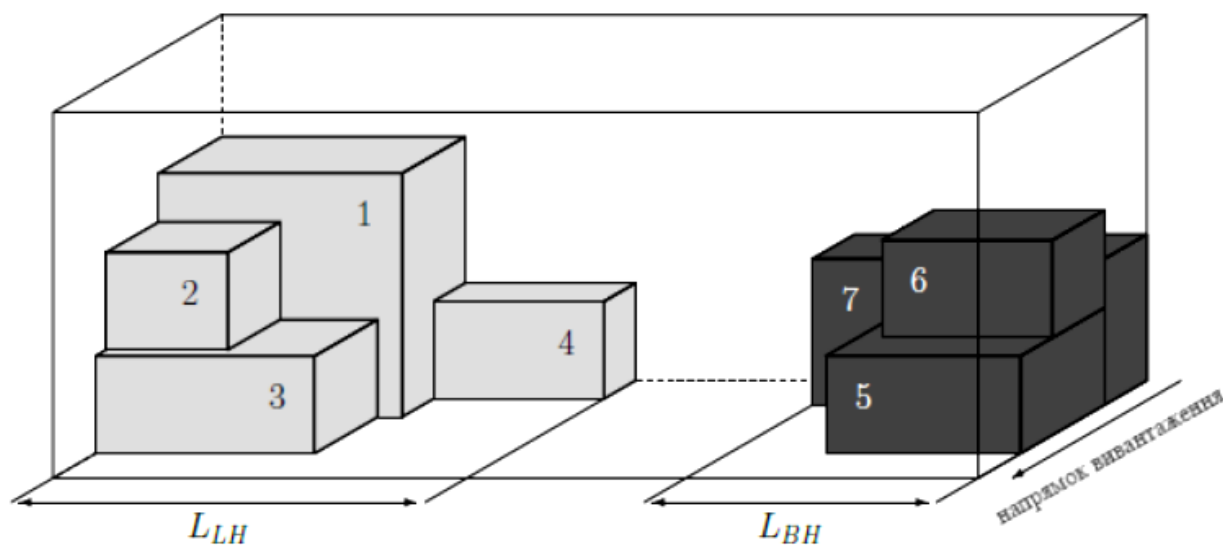


Рисунок 3.1 – Приклад бічного завантаження

Щоб уникнути перекриття товарами друг друга, сума обох довжин не повинна перевищувати  $L$ . У продемонстрованому прикладі бічного завантаження на рисунку 3.1, об'єкти 2 і 3 не повинні доставлятися після об'єкту 1. Більше того, 3D обмеження також слід враховувати вздовж осі довжини, гарантуючи, що вивантаження товарів клієнтів прямих рейсів послідовно створює простір для товарів клієнтів зворотних рейсів. З цього слідує, що об'єкт 4 не може бути доставлений після об'єкту 1.

Допустимий маршрут  $R$  задається як послідовність місцезнаходжень клієнтів які потрібно відвідати. Для того, щоб маршрут вважався допустимим повинні виконуватись наступні умови:

а) маршрут починається у депо та закінчується у депо після відвідування всіх клієнтів;

б) відвідування кожного клієнта  $i \in R \setminus \{0\}$  під час маршруту для того щоб доставити товари (якщо є хоча б один клієнт прямого рейсу) або для того щоб забрати товари (якщо є хоча б один клієнт зворотного рейсу) може здійснюватися одноразово, в будь-якому порядку та тільки одним транспортним засобом;

в) загальна вага усіх товарів, які необхідно перевезти одночасно, не перевищує вантажопідйомність транспортного засобу  $Q$ .

г) товари упаковуються у транспортний засіб відповідно до тривимірних обмежень навантаження, тобто існує допустимий план упаковки  $P_L$  для всіх клієнтів прямих рейсів на початку маршруту і допустимий план упаковки  $P_B$  для всіх клієнтів зворотних рейсів наприкінці маршруту.

Оскільки кожен транспортний засіб здійснює рівно одну поїздку, тому кількість маршрутів дорівнює кількості транспортних засобів  $v$ , що використовуються для вирішення задачі. З цього слідує, що вирішення задачі маршрутизації складається з множини  $v$  трійок  $(R_t, P_{t,L}, P_{t,B})$ , що складаються з маршруту  $R_t$  для кожного транспортного засобу  $t$  ( $t = 1, \dots, v$ ) та планів упаковки

товарів клієнтів прямих рейсів  $P_{t,L}$  та товарів клієнтів зворотних рейсів  $P_{t,B}$  відповідно.

Рішення задачі 3L-VRPMB являється допустимим якщо виконуються наступні вимоги:

а) усі маршрути  $R_t$  та плани упаковки товарів  $P_{t,L}$  і  $P_{t,B}$  для кожного транспортного засобу  $t$  ( $t = 1, \dots, v$ ) являються допустимими;

б) кожен план упаковки  $P_{t,L}$  або  $P_{t,B}$  містить усі відповідні товари усіх клієнтів прямих та зворотних рейсів та жодних інших, відвіданих у кожному маршруті  $R_t$  для кожного транспортного засобу  $t$  ( $t = 1, \dots, v$ );

в) кожному клієнту  $i \in N \setminus \{0\}$  присвоєно рівно один маршрут;

г) кількість використаних транспортних засобів  $v$  не перевищує кількості доступних транспортних засобів  $v_{max}$ ;

д) товари клієнтів прямих рейсів  $P_{t,L}$  та клієнтів зворотних рейсів  $P_{t,B}$ , які транспортуються одночасно в будь-який момент під час маршруту  $R_t$  для кожного транспортного засобу  $t$  ( $t = 1, \dots, v$ ), не перекриваються, тобто сума довжин  $L_{LH}$  і  $L_{BH}$  ніколи не повинна перевищувати  $L$ .

Однак, у випадках, коли використовується підхід з розділом завантажувального простору (LSP), допустимим вважається рішення, у якому достатньо, щоб виконувалися усі вищезазначені обмеження, окрім останньої вимоги.

З урахуванням введених позначень побудуємо математичну модель задачі маршрутизації транспортних засобів зі змішаними зворотними рейсами та з тривимірними обмеженнями навантаження.

Потрібно знайти допустиме (прийнятне) рішення, яке мінімізує загальну відстань проїзду (англ. total travel distance, TTD). При зменшенні пройденої відстані, зменшуються витрати на паливо і технічне обслуговування транспорту.

Цільова функція – це вартість рішення задачі [2]. Отже, необхідно визначити такий набір маршрутів з області допустимих рішень, щоб значення цільової функції було мінімальним, за умови, що наступні обмеження виконуються:

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{ijv} = 1 \quad (3.1)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in N} x_{jiv} = 1 \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ijv} = \sum_{j \in N} x_{jiv} \quad (3.3)$$

Обмеження, вказані на формулах 3.1 та 3.2 гарантують, що кожний клієнт буде відвіданий один раз (кожен клієнт має вхідну дугу, а також у кожного клієнта є дуга, що виходить). Обмеження, вказане на формулі 3.3 гарантує, що кількість разів, коли транспортний засіб  $v$  відвідує клієнта  $i$ , є такою самою, як і кількість разів, коли машина залишає клієнта  $i$ , тобто необхідно, щоб кожного відвіданого клієнта було покинуто.

Таким чином, цільову функцію, що представляє сумарну довжину всіх маршрутів, тобто загальну пройдену відстань, можна представити у наступному вигляді:

$$F_{3L-VRPMB}(x) = \sum_{v \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ijv} \rightarrow \min \quad (3.4)$$

де  $c_{ij}$  – відстань між будь-якими двома клієнтами (вершинами  $(i, j)$ ) для  $v$ -го транспортного засобу;

$x_{ijv}$  – булева змінна, що визначає чи належить дуга  $(i, j)$  маршруту транспортного засобу  $v$ , тобто чи їде транспортний засіб  $v$  від клієнта (вершини)  $i$  безпосередньо до клієнта (вершини)  $j$ .

#### 4 СТРАТЕГІЯ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ 3L-VRPMB

Оскільки задача маршрутизації транспортних засобів зі змішаними зворотними рейсами та з тривимірними обмеженнями навантаження (3L-VRPMB) є узагальненням задачі CVRP, тому вона також належить до класу NP-складних задач оптимізації, а це означає, що при збільшенні числа клієнтів, число допустимих маршрутів буде зростати експоненціально. Повний перебір можливих рішень такої задачі хоча і дозволяє знайти оптимум, але вимагає колосального часу обчислень навіть при відносно невеликій розмірності задачі. З цього слідує, що точні методи вирішення задач маршрутизації транспортних засобів не підходять для вирішення поставленої задачі.

Для того, щоб знайти достатньо точні і якісні рішення за прийнятний обчислювальний час, застосовуються метаевристичні методи для вирішення задачі маршрутизації. Основна перевага у використанні таких методів перед класичними точними методами в тому, щоб досягти компромісу між якістю рішення та продуктивністю.

Термін «метаевристика» позначає алгоритмічні схеми вищого рівня, спрямовані на ефективне вивчення простору пошуку складних оптимізаційних задач. Метаевристики являються сучасним потужним і надзвичайно популярним класом оптимізаційних методів, що дозволяють знаходити рішення для широкого кола задач із різних додатків [21]. Сила метаевристик полягає в їх здатності вирішувати складні задачі без знання простору пошуку. Саме тому ці методи надають можливість вирішувати складні задачі оптимізації. У метаевристичних методах упор робиться на ретельному вивченні найбільш перспективних частин простору рішень. Якість одержуваних рішень виходить вище, ніж у рішень, отриманих класичними евристичними методами. Особливість метаевристичних алгоритмів у тому, що вони не дають точного опису порядку дій для вирішення задачі, та

кожен з них повинен бути додатково конкретизовано шляхом підбору значень керуючих параметрів.

На відміну від традиційних алгоритмів оптимізації, метаевристики не гарантують, що в глобальному масштабі оптимальне рішення може бути знайдено для деякого класу задач в силу стохастичності. Однак при пошуку по великим наборам допустимих рішень метаевристики часто дозволяють знайти якісне рішення з меншими часовими і обчислювальними витратами. Сильною стороною метаевристичних алгоритмів являється швидкість роботи навіть при великій розмірності задачі та можливість подолання локального мінімуму в процесі пошуку.

Оскільки задача 3L-VRP належить до класу комбінованих задач оптимізації маршрутизації та упаковки, тому для того, щоб знайти вирішення загальної задачі, треба спочатку знайти рішення двох частин рішення. У наступних підрозділах будуть описані обидві частини процедури рішення.

#### 4.1 Алгоритм реактивного пошуку із заборонаю

Для того, щоб вирішити задачу маршрутизації застосуємо алгоритм реактивного пошуку із заборонаю (англ. reactive tabu search, RTS).

На початку алгоритму виконується ініціалізація пошуку (початкове рішення, список табу (заборон))  $TL$ . У кожній ітерації генерується сусід поточного рішення  $s$ , застосовуючи вибране переміщення  $m_s$ . Зазвичай в алгоритмах пошуку із заборонаю використовується найкраще нетабу-переміщення або табу-переміщення, якщо воно задовольняє критерію прагнення. Однак в алгоритмі використовується список кандидатів  $CL$ , що складається з переміщень  $n_{CL}$  ( $n_{CL} > 1$ ). Загалом, переміщення  $m_s$ , яке застосовується до поточного рішення  $s$ , вибирається випадковим чином із списку кандидатів.

Заборонені переміщення, що наведені у списку табу, виражаються з точки зору клієнта  $i$  та туру  $t$  так, що клієнт не повинен бути вставлений у тур протягом деякої кількості ітерацій, заданої терміном дії табу (англ. tabu tenure)  $tt$ .

Реактивні елементи включаються в управління списком табу, змінюючи термін дії табу на основі ходу пошуку. У кожній ітерації також може бути ініційована повторна ініціалізація пошуку із заборonoю. В іншому випадку, локальна процедура оптимізації застосовується до поточного рішення  $s$  після застосування переміщення  $m_s$ .

На рисунку 4.1 зображено алгоритм реактивного пошуку із заборonoю. Після успішного завершення роботи алгоритму, він повертає значення найкращого знайденого рішення  $s_{best}$ .

Реактивний пошук із заборonoю (RTS) складається з декількох компонентів, що будуть описані далі.

Для того щоб ініціалізувати пошук застосовуються дві різні евристики побудови початкових рішень у якості альтернативи з метою генерації початкового рішення з метою перевірки їх впливу на продуктивність реактивного пошуку із заборonoю.

По-перше, використовується модифікована евристика Sweep, яка розширяє класичну версію Sweep евристики тим, що залишає поза процедурою пошуку 20% клієнтів, які знаходяться найближче до депо, для того, щоб сформувати тури з однією зупинкою. При цьому слід уникати не ефективних рішень, а також ці клієнти повинні бути надані алгоритму RTS для пошуку найбільш придатних маршрутів.

По-друге, евристика заощаджень (savings heuristic) також застосовується для побудови початкових рішень. У цьому випадку, усі клієнти включаються до процесу побудови. Спочатку вони утворюють тури з однією зупинкою та послідовно об'єднуються відповідно до критерію заощаджень, до тих пір, поки подальше об'єднання не стане неможливим.

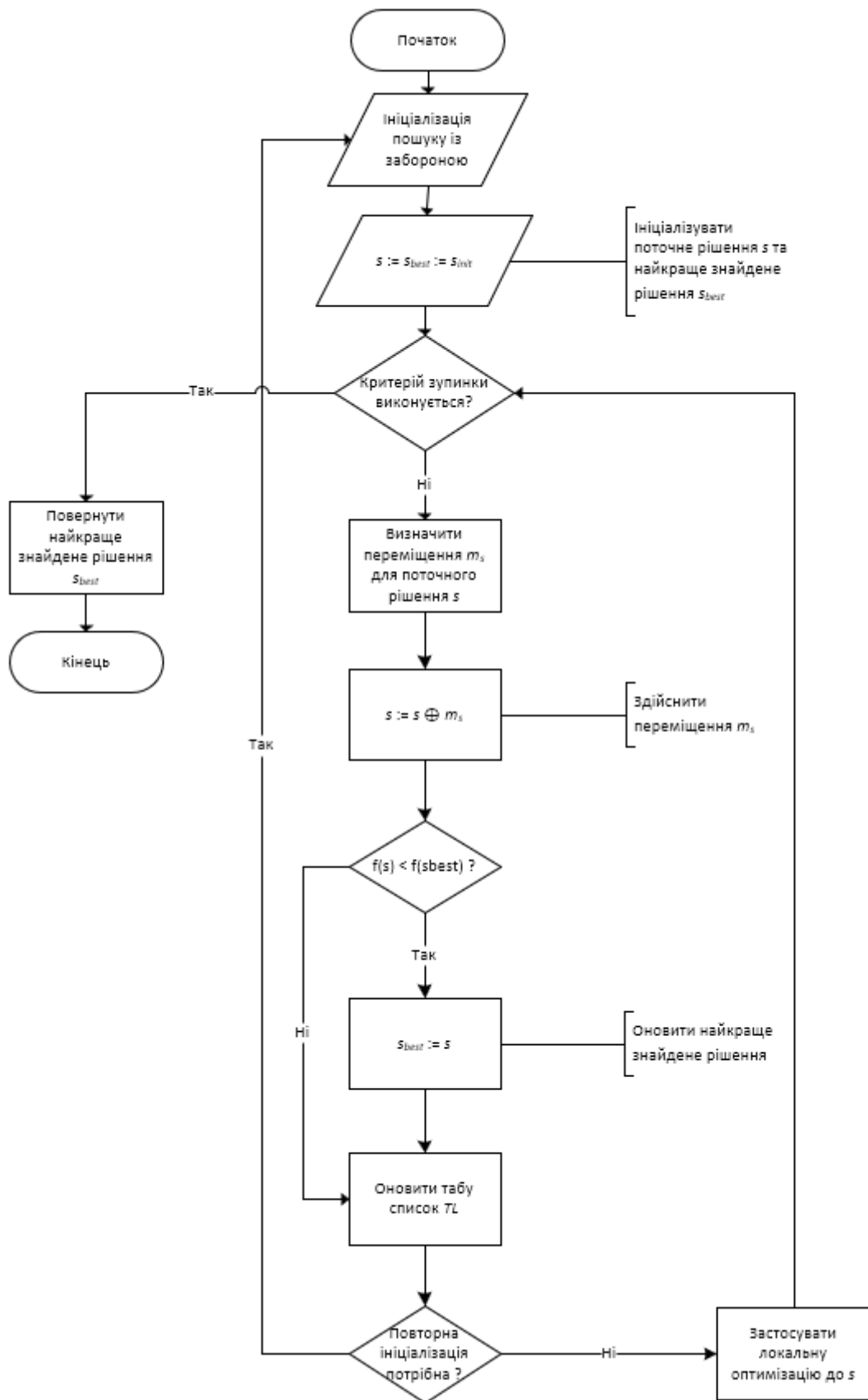


Рисунок 4.1 – Алгоритм реактивного пошуку із заборonoю

На самому початку процедури вирішення виконується ініціалізація наступних параметрів пошуку із заборonoю (змінні  $count_{ors}$  (лічильник часто повторюваних рішень) та ковзне середнє  $ma$  (англ. moving average) служать для реактивних операцій):

- пустий список табу:  $TL = \emptyset$ ;
- термін дії табу:  $tt = tt_{init}$ ;
- $count_{ors} = 0$ ;
- $ma = 0$ .

Опишемо сусідські структури та переміщення, які використовуються у даному алгоритмі. У алгоритмі застосовуються два типи переміщення між маршрутами:

- переміщення за зміщенням (Shift): вилучають одного клієнта з одного туру та додають цього клієнта до іншого, який також може бути порожнім туром;
- обмін місцями (Swap): усуває двох клієнтів з різних турів та знову вставте їх у тури відповідного іншого клієнта.

Будь-яке переміщення складається з одного (Shift) або двох (Swap) переміщень клієнта. Кожне переміщення клієнта характеризується клієнтом, якого потрібно перемістити, початковим туром, цільовим туром і цільовою позицією.

Отже, замінені клієнти не обов'язково вставляються в попередню (початкову) позицію відповідного іншого клієнта, але також можуть бути вставлені в будь-яку іншу позицію. Аналогічно, будь-яку позицію можна розглядати і для переміщень з обміном місцями. Наприклад, переміщення клієнта  $i$  з туру  $t_1$  у тур  $t_2$  на позицію  $p_1$  та переміщення клієнта  $i$  з туру  $t_1$  у тур  $t_2$  на позицію  $p_2$  – це два різні переміщення.

Головна мета – це не брати до уваги потенційно неперспективні переміщення, для того, щоб заощадити обчислювальний час, та при цьому зберігати якість рішення.

Як релевантний критерій використовується відстань  $\Delta(t_1, t_2)$  між двома турами  $t_1$  і  $t_2$ , яка обчислюється з використанням мінімальних та максимальних значень  $x$  та  $y$  координат клієнтів, що входять до складу відповідних турів:

$$\begin{aligned} \Delta(t_1, t_2) = & \left( \max_{i \in R'_{t_1}} [\min_{i \in R'_{t_2}} x_i, \min_{i \in R'_{t_2}} y_i] - \min_{i \in R'_{t_1}} [\max_{i \in R'_{t_2}} x_i, \max_{i \in R'_{t_2}} y_i] \right) \\ & + \left( \max_{i \in R'_{t_2}} [\min_{i \in R'_{t_1}} x_i, \min_{i \in R'_{t_1}} y_i] - \min_{i \in R'_{t_2}} [\max_{i \in R'_{t_1}} x_i, \max_{i \in R'_{t_1}} y_i] \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

де  $R'_{t_i}$  – набір клієнтів, що обслуговуються в турі  $t_i$ , за винятком депо ( $R'_{t_i} = R_{t_i} \setminus \{0\}$ ).

Від'ємні значення відстані вказують на два тури, що перетинаються та мають більший потенціал для покращення, ніж пари турів, які знаходяться далеко один від одного. Враховуються лише  $tp_{max}$  з усіх пар турів з найменшими відстанями  $\Delta(t_1, t_2)$ .

Важливою частиною алгоритму є визначення переміщення для поточного рішення. У кожній ітерації визначається переміщення  $m_s$  для того, щоб побудувати нове рішення з поточного відповідно до  $s = s \oplus m_s$ . Для того, щоб визначити переміщення  $m_s$ , спочатку генерується список кандидатів  $CL$ . На початку формується набір усіх переміщень  $M$  для рішення  $s$ . Потім всі ці переміщення вивчаються. Зрештою,  $CL$  містить до  $n_{CL}$  переміщень  $m$ , які ведуть до можливих рішень  $s' = s \oplus m_s$ . Перевірка на допустимість рішення має такі аспекти:

- усі тури допустимого рішення  $s'$  не повинні перевищувати вантажопідйомність автомобіля  $Q$  та об'єм  $V$  ( $V = LWH$ );

- допустимі плани упаковки товарів  $P_{t,L}$  і  $P_{t,B}$  мають існувати для всіх турів  $t$  з допустимого рішення  $s'$ .

$CL$  містить найкращі нетабу-переміщення, що ведуть до можливих рішень. Крім того, заборонене переміщення  $m$ , що дає нове найкраще рішення  $s' = s \oplus m_s$  з урахуванням  $f(s') < f(s_{best})$ , також є прийнятним для списку кандидатів, тобто застосовується прагнення до мети.

Коли список кандидатів  $CL$  є повністю згенерованим, переміщення  $m_s$  визначається наступним чином:

а) Якщо список кандидатів  $CL$  порожній або включає в себе лише фіктивні переміщення, то заборонене переміщення з найкоротшим часом, що залишився від терміну дії табу, вибирається як  $m_s$ , тобто використовується прагнення за замовчуванням;

б) Якщо список кандидатів  $CL$  не порожній, а рішення  $s' = s \oplus m_{best}$  – нове найкраще рішення, то  $m_s$  встановлюється як  $m_{best}$ . Тому що, найкраще переміщення  $m_{best}$  – це переміщення, для якого  $f(s \oplus m)$  стає мінімальним;

в) Якщо список кандидатів  $CL$  не порожній, а також немає нового найкращого рішення, то переміщення  $m_s$  вибирається випадковим чином з  $CL$ .

Наступною частиною алгоритму є управління списком табу.

Список табу містить усі переміщення клієнтів, які у даний час являються забороненими, тобто інформацію, які клієнти не повинні бути додані до яких турів, а також номер ітерації, у якій відповідні переміщення знову будуть дозволені. Термін дії табу  $tt$  визначає, як довго переміщення являється забороненим.

Якщо у поточній ітерації застосовано переміщення за зміщенням (Shift), що видаляє клієнта  $i$  з туру  $t$ , то будь-яке переміщення, яке вставляє клієнта  $i$  у тур  $t$ , буде вважатися забороненим для ітерацій  $tt$ . Якщо було застосовано переміщення обмін місцями (Swap), то потрібно встановити заборону для двох видів переміщень (по одному для кожної комбінації клієнт-тур, що були затронуті): якщо клієнт  $i_1$  з туру  $t_1$  був замінений (Swap) на клієнта  $i_2$  з туру  $t_2$ , то будь-яке переміщення, що вставляє клієнта  $i_1$  в тур  $t_1$  та клієнта  $i_2$  в тур  $t_2$ , вважається

забороненим. Це означає, що кожне переміщення, що вставляє клієнта  $i_1$  у тур  $t_1$  або клієнта  $i_2$  у тур  $t_2$ , не допускається для наступних  $tt$  ітерацій.

Для того, щоб адаптувати пошук у рамках алгоритму RTS можна здійснювати наступні три операції з адаптації пошуку:

- збільшення терміну дії табу: якщо поточно створене рішення являється копією старого рішення, і копія була створена після досить невеликої кількості ітерацій, то термін дії табу збільшується на коефіцієнт  $\Phi_{inc} > 1$ , але максимум до  $tt_{max}$ ;

- зменшення терміну дії табу: якщо поточно створене рішення не є копією будь-якого попереднього рішення, а також, кількість ітерацій, після останньої зміни терміну дії табу  $tt$  перевищує ковзну середню ( $ma$ ) за всі ітерації з моменту останньої (повторної) ініціалізації, то термін дії табу зменшується на коефіцієнт  $\Phi_{dec} < 1$ , але максимум до 1;

- повторна ініціалізація пошуку: для кожного згенерованого рішення визначається  $\eta(s)$  як кількість ітерацій, для яких сформоване рішення є копією попереднього рішення. Якщо  $\eta(s)$  перевищує межу  $\eta_{max}$ , то лічильник часто повторюваних рішень  $count_{ors}$  збільшується на одиницю. Повторна ініціалізація пошуку запускається, якщо  $count_{ors}$  перевищує порогове значення  $count_{ors,max}$ . Під час виконання повторної ініціалізації параметри  $tt$ ,  $count_{ors}$ ,  $ma$  та  $TL$  встановлюються в свої початкові значення, а також старе рішення вибирається випадковим чином, щоб бути новим початковим рішенням.

Далі опишемо процес локальної оптимізації.

Наприкінці кожної ітерації можуть виконуватися дві після оптимізаційні процедури. Вони застосовуються лише до турів, що проводились у поточній ітерації.

Перша процедура – це послідовність внутрішньо-маршрутних змін. Тобто клієнт переміщується на іншу позицію в рамках туру, якщо цей зсув (shift) призводить до зменшення загальної відстані проїзду TTD. Це робиться ітеративно для всіх клієнтів у турі, поки не буде досягнуто подальших покращень.

У другій процедурі послідовність відвідувань клієнтів у турі зворотна, якщо це дозволяє зменшити максимальне навантаження маршруту. Максимальна довжина завантаження, що необхідна для товарів клієнтів прямих рейсів та товарів клієнтів зворотних рейсів, які одночасно перевозяться, зменшується, якщо це можливо. Таким чином, за даним маршрутом може бути відвіданий додатковий клієнт.

Евристика для побудови початкового рішення може призвести до рішень із більш ніж  $v_{max}$  турів. Для того, щоб направити пошук на рішення, які не порушують обмеження максимального числа турів, значення цільової функції для рішень, що мають більше, ніж  $v_{max}$  турів, штрафуються. Термін штрафу  $p$  додається до загальної відстані проїзду TTD та являється фіксованим параметром. Також вводиться параметр  $c_{max}$  – максимальна відстань між будь-якими двома клієнтами ( $c_{max} = \max_{(i,j) \in EC} c_{ij}$ ),  $v$  – кількість транспортних засобів, що використовуються у відповідному рішенні. Коефіцієнти  $c_{max}$  та  $p$  служать для забезпечення достатньо великого значення штрафу.

Крім того, у зв'язку з переміщенням за зміщенням (Shift), клієнт може бути переміщений у порожній тур лише у тому випадку, якщо в поточному рішенні використовується менше, ніж  $v_{max}$  турів.

Для того, щоб визначити чи повинен алгоритм зупинити свою роботу та завершитись, або йому слід продовжити виконуватись, використовуються, так звані, критерії зупинки.

Алгоритм повинен виконуватись щонайменше  $iter_{min}$  ітерацій. Однак, пошук може продовжуватися за межами  $iter_{min}$  ітерацій, якщо останнє покращення було менш, ніж  $iter_{noimpr}$  тому. Потім він зупиняється після  $iter_{noimpr}$  ітерацій без виконання покращення.

## 4.2 Евристичні методи упаковки товарів

Для інтеграції з алгоритмом реактивного пошуку із заборонаю (RTS) зазвичай застосовують три різні варіанти евристики найглибшого нижнього лівого заповнення (англ. *deepest-bottom-left-fill*, DBLF).

Алгоритми DBLF використовуються для вирішення задачі завантаження 3D-контейнера (англ. *3D container loading problem*, 3D-CLP). У задачі 3D-CLP підмножина набору 3D (кубоподібних) об'єктів має бути упакована в один контейнер фіксованих розмірів таким чином, щоб швидкість заповнення була максимальною. Проте, ці евристики спочатку потрібно адаптувати для забезпечення допустимості маршрутів щодо підзадачі упаковки в межах задачі 3L-VRPMB.

У першому варіанті евристики DBLF, який розглядаємо для вирішення поставленої задачі, об'єкти упаковуються відповідно до заданої послідовності. Якщо товар неможливо помістити в контейнер, його пропускають. Більше того, просторова орієнтація тимчасово вважається фіксованою. Пріоритетними місцями для розміщення є розташування предметів якомога далі ззаду, потім знизу та потім зліва від місця завантаження.

У реалізаціях евристики DBL остаточне розміщення часто зустрічається за допомогою розсувної техніки (*sliding technique*). Навпаки, метод заповнення (*Fill method*) дозволяє заповнити прогалини, відстежуючи всі можливі позиції розміщення та розміщуючи кожен об'єкт у найглибшому, найнижчому та найбільш лівому доступному положенні.

У підході DBLF потенційні позиції визначаються за допомогою верхнього лівого кута, нижнього правого кута та нижнього лівого кута вже розміщених об'єктів. Позиції сортуються на основі найглибшого нижнього лівого пріоритету. Послідовно перевіряється, чи можливо розміщення предмета на відповідних позиціях. Перевірки припиняються, як тільки виявляється допустиме положення або перевіряються всі положення. Після успішної перевірки розміщення для даної

позиції, предмет (якщо це можливо) далі переміщується, починаючи із зазначеного положення, наскільки це можливо, у напрямку до задньої стінки, низу та ліворуч.

Другий варіант евристики розширює процес перевірки розміщення евристики, представленої вище, і має назву DBLF+. Позиція, у якій об'єкт неможливо розмістити допустимо, не розглядається далі в підході DBLF. Навпаки, зсув (sliding) елемента в одному напрямку розглядається під час розміщення у варіанті DBLF+ (незалежно від того, чи допустиме розміщення вже можливе без застосування зсуву). Таким чином, допустиме розміщення може бути результатом неможливого в іншому випадку положення. Пріоритет DBLF застосовується також і до зсуву. Тобто, спочатку перевіряється зсув у напрямку до задньої стінки, потім до низу, а потім вліво. Якщо зсув можливий в одному напрямку, інші більше не розглядаються. Як і раніше, подальші рухи у напрямку до задньої стінки, низу та ліворуч можна проводити після того, як перевірка на розміщення була успішною.

Третій варіант евристики – це комбінація оригінальної реалізації DBLF та DBLF+, та має назву DBLF-Comb. У цьому підході зсув (sliding) DBLF+ використовується лише тоді, коли оригінальна процедура DBLF не може знайти допустиме розміщення для об'єкта.

Алгоритм DBLF-Comb представлено на рисунку 4.2. Функції PlacementDBLF та PlacementDBLF+ представляють відповідну функцію, в якій перевіряється допустимість розміщення. Даний алгоритм приймає на вхід послідовність товарів  $I$  та повертає згенерований план упаковки.

Для того, щоб адаптувати три DBLF евристики упаковки до підзадачі упаковки у рамках задачі маршрутизації транспортних засобів зі змішаними зворотними рейсами та з тривимірними обмеженнями завантаження 3L-VRPMB, необхідно внести наступні модифікації:



– у 3L-VRPMB кожен об'єкт має дві можливі просторові орієнтації. Тому необхідно застосовувати наступне правило розміщення: якщо розміщення предмета в заданому положенні з першою орієнтацією не вдається, та ж позиція перевіряється ще раз з другою орієнтацією;

– допустимими є лише ті місця розміщення, де виконуються тривимірні (3D) обмеження завантаження;

– для того, щоб полегшити пошук допустимого плану упаковки для даного маршруту, враховується наступна послідовність об'єктів: перші товари, які необхідно розмістити – це ті, що належать останнім клієнтам, яких потрібно відвідати (у випадку клієнтів прямих рейсів, та навпаки – для клієнтів зворотних рейсів);

– задача упаковки, яку необхідно вирішити, являється задачею ортогональної упаковки (англ. orthogonal packing problem, OPP), тобто мета полягає не в тому, щоб максимізувати швидкість заповнення, а в тому, щоб допустимо завантажити усі товари, що належать до маршруту, у завантажувальний простір. Таким чином, процедура переривається, як тільки один об'єкт стає неможливо розмістити належним чином у будь-якому доступному положенні;

– для підходу з бічним завантаженням SL необхідно змінити евристику. Описане вище обмеження LIFO повинно враховуватися вздовж осі ширини завантажувального простору, щоб уникнути перестановок при завантаженні або вивантаженні товарів. Крім того, це також слід враховувати вздовж осі довжини, щоб гарантувати, що вивантаження товарів клієнтів прямих перевезень поступово зменшує  $L_{LH}$  і, таким чином, створює простір для товарів клієнтів зворотних перевезень. Однак таке розширення обмеження може призвести до виникнення ситуацій, коли товари одного клієнта не можуть бути розміщені позаду товару іншого клієнта (з точки зору розвантажувальної сторони). Для того, щоб уникнути подібних прогалин, пріоритети розміщення були скориговані для підходу SL. З першим пріоритетом предмет повинен бути розміщений якомога ближче до

початку завантажувального простору, де відстань визначається як сума довжини і координати ширини заданого положення розміщення. Згодом правило DBLF застосовується знову, тобто зв'язки розриваються незбільшувальною координатою довжини, потім координатою висоти, а потім координатою ширини. Це правило призводить до паттернів (шаблонів), що продемонстровані на рисунку 4.3, де об'єкти, як правило, в першу чергу складаються друг на друга, а потім розташовуються у бік, з якого вони завантажуються (кабіна машини або задня сторона).

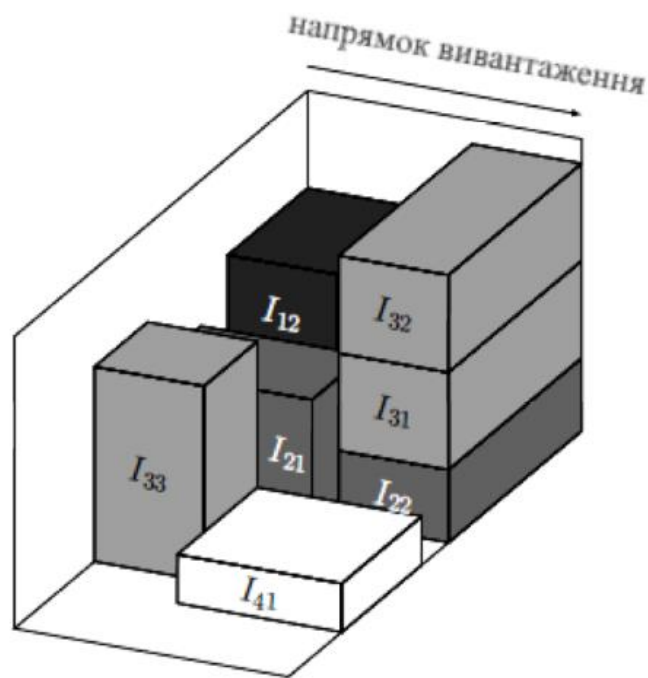


Рисунок 4.3 – Приклад застосування модифікованого правила розміщення об'єктів

### 4.3 Інтеграція маршрутизації та упаковки

Процедура упаковки виконується для того, щоб перевірити, чи можна транспортувати об'єкти, що перевозяться під час туру, можна упакувати належним чином відповідно до сформульованих вище обмежень упаковки. В ході перевірки упаковки (як правило) визначаються два плани упаковки: один для товарів клієнтів прямих рейсів та другий для товарів клієнтів зворотних рейсів, що входять до маршруту.

Крім того, у випадку підходу з використанням бічного завантаження *SL*, процедура перевіряє, чи не будуть товарів клієнтів прямих та зворотних рейсів перекриватися на будь-якій зупинці маршруту відповідно до сформованих планів упаковки.

Перевірка упаковки проводиться, коли маршрут перевіряється на реальність (допустимість). Перевірки на допустимість проводяться щоразу, коли створюється нове рішення, тобто під час генерації початкового рішення, під час генерації сусідніх рішень та у зв'язку з локальною оптимізацією. По-перше, перевіряється, чи одночасно транспортовані товари перевищують вагу та об'ємну місткість транспортного засобу на будь-якій зупинці туру. Якщо це не так, викликається процедура пакування.

Для того, щоб значно збільшити ефективність алгоритму, не кожен сусід поточних рішень перевіряється на можливість виконання (допустимість) під час пошуку із заборonoю *TS*. Тільки якщо відповідне переміщення потенційно може бути додане до списку кандидатів *CL*, то маршрути, на які впливає переміщення, перевіряються.

У процесі процедури упаковки визначається максимальна довжина завантаження плану упаковки. Це необхідно для перевірок щодо підходу *SL*, та для другої процедури локальної оптимізації.

Застосування процедури упаковки зазвичай вимагає великих обчислювальних витрат. У зв'язку з цим, має сенс використовувати кеш, в якому

будуть зберігаються маршрути, які вже були перевірені на можливість (допустимість) упаковки.

## 5 ПРАКТИЧНЕ ВИКОРИСТАННЯ

### 5.1 Опис програмної реалізації

Для демонстрації роботи розробленого гібридного алгоритму, який вирішує як проблему маршрутизації, так і проблему завантаження, для знаходження спільного рішення розглянутої 3L-VRPMB задачі, розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропоновані методи і алгоритми та візуалізує результуючі рішення.

Розроблене програмне забезпечення являє собою зручний сервіс, яким може користуватись будь-який користувач за допомогою веб браузеру. Для початку роботи з веб додатком, необхідно мати доступ до Інтернету. Не має значення яким браузером користуватися для доступу до сайту, так як розроблений веб додаток сумісний з будь-яким сучасним веб браузером останньої версії.

Даний програмний засіб може стати у нагоді та мати широке застосування серед людей, що працюють в тих прикладних сферах, де виникає необхідність централізованої транспортної доставки, організації транспортно-складських процесів, поставок з пункту виробництва до віддалених пунктів споживання з можливістю забрати товар у клієнтів зворотних рейсів, з подальшою їх доставкою в депо і т. д. Прикладами областей застосування, на які орієнтована описана задача, є:

- товарна дистрибуція;
- кур'єри і поштові служби;
- розвезення своєї продукції;
- доставка їжі.

Реалізований веб додаток має клієнт-серверну архітектуру.

У якості мови програмування для серверної частини обрано C#. C# – це об'єктно-орієнтована мова програмування, розроблена, як мова розробки додатків

для платформи Microsoft .NET Framework [22]. Для того, щоб веб додаток був кросплатформним, тобто мав змогу працювати на різних операційних системах (Windows, Linux і Mac OS), при розробці застосовувався безкоштовний кросплатформний фреймворк .NET Core. Цей фреймворк розроблений компанією Microsoft підтримує чотири типи крос-платформних додатків: веб-додатки, консольні додатки, бібліотеки, а також десктопні додатки. Найбільш популярною та зручною технологією для написання веб-додатків, використовуючи мову програмування C# є ASP.NET Core. ASP.NET Core об'єднує у єдину модель програмування такі фреймворки як ASP.NET MVC та ASP.NET Web API, які раніше були окремі.

Для того, щоб програмна реалізація серверної частини не залежала від конкретної реалізації графічного інтерфейсу, а також конкретної платформи, для розробки веб додатка обрано технологію ASP.NET Core Web API. Цей фреймворк дозволяє легко створювати HTTP сервіси, які охоплюють широкий спектр клієнтів, наприклад веб браузері та мобільні пристрої, а також являється дуже зручною платформою для створення RESTful програм на .NET.

Для розробки клієнтської частини веб додатка використовувались наступні мови:

- HTML;
- CSS;
- JavaScript;
- TypeScript.

HTML є стандартною мовою розмітки веб сторінок в Інтернеті. За допомогою неї виконано загальну структуру веб сторінок у розроблюваному веб додатку.

CSS є спеціальною мовою, що найчастіше використовується для опису зовнішнього вигляду веб сторінок, написаних мовою розмітки HTML.

JavaScript являється динамічною, об'єктно-орієнтованою прототипною мовою програмування, що найчастіше використовується для створення сценаріїв

поведінки веб сторінок для надання їм інтерактивності, асинхронно обмінюватися даними з сервером, змінювати структуру та зовнішній вигляд веб-сторінки, а також для створення односторінкових (англ. single-page application, SPA) веб додатків.

TypeScript є мовою програмування, що застосовується для розробки веб додатків та розширює можливості JavaScript, що дозволяє значно прискорити розробку додатків та виявлення помилок в роботі.

Для того щоб прискорити розробку графічного інтерфейсу користувача та зробити процес розробки та налагодження більш зручним було обрано технологію Angular 10, що являється безкоштовним фреймворком з відкритим вихідним кодом, розробленим компанією Google для розробки веб-додатків, використовуючи мову TypeScript. За допомогою Angular дуже зручно розробляти SPA веб додатки. Саме тому його обрано для реалізації клієнтської частини додатку.

Крім того, для того, щоб дизайн веб додатку був сучасний привабливий та зрозумілий звичайному користувачу, а також для прискорення написання коду графічного інтерфейсу користувача обрано бібліотеку Bootstrap 4. Ця бібліотека являється однією з найпопулярніших бібліотек для написання графічних інтерфейсів та легко інтегрується з будь-якими сучасними фреймворками для розробки веб додатків.

У якості середовища програмування для розробки клієнтської та серверної частини веб додатку, використовуючи мови програмування та фреймворки, наведені вище, обрано Visual Studio 2019 та Visual Studio Code, тому що ці програми є найбільш зручними.

Розроблене програмне забезпечення реалізоване у якості SPA веб додатка. Після того, як користувач заходить на сайт, на якому розгорнуто розроблений веб додаток, він бачить початкову сторінку веб сайту на якій відображаються загальна інформація, необхідна для роботи з сайтом. Початкова сторінка веб додатку продемонстрована на рисунку 5.1.

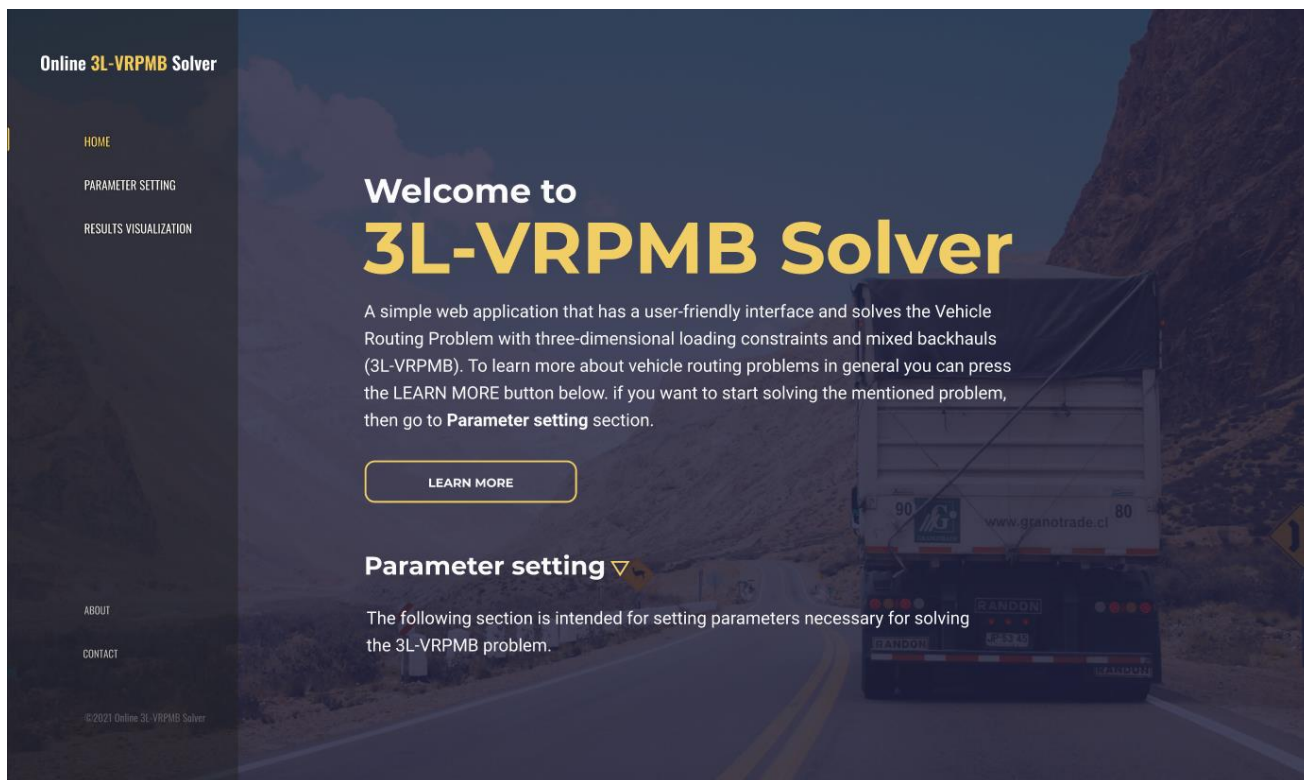


Рисунок 5.1 – Початкова сторінка веб додатку

Користувач має змогу натиснути на кнопку «Learn more» для того щоб перейти на інший сайт, де він зможе детальніше дізнатися про задачі маршрутизації транспортних засобів в загалі, як окремий клас задач в області комбінаторної оптимізації та області використання у реальних умовах, а також знайти інформацію про задачу маршрутизації транспортних засобів зі змішаними зворотними рейсами та з тривимірними обмеженнями навантаження (3L-VRPMB).

Для того, щоб приступити до вирішення 3L-VRPMB задачі користувач має натиснути на заголовок «Parameter setting» або на іконку стрілки поряд з ним. Після цього, сторінка сайту прокрутиться вниз та користувач побачить наступну секцію, яка призначена для того, щоб задавати параметри, необхідні для запуску

процесу знаходження рішень 3L-VRPMB задачі. Секцію для установки початкових параметрів задачі зображено на рисунку 5.2.

**Online 3L-VRPMB Solver**

HOME  
PARAMETER SETTING  
RESULTS VISUALIZATION

ABOUT  
CONTACT

©2021 Online 3L-VRPMB Solver

## PARAMETER SETTING

Once the form is submitted successfully, the results visualization of solving the problem will be shown in the next section.

**Number of available transport**  
Enter the number of available transport in the depot

**Vehicle loading space**  
Enter the vehicle loading space dimensions in the format: L,W,H

**Vehicle weight capacity**  
Enter the vehicle weight capacity

**Depot coordinates**  
Example of valid input: 200x300

**Linehaul customers list**  
Choose an Excel file

**Backhaul customers list**  
Choose an Excel file

Рисунок 5.2 – Секція для установки початкових параметрів для вирішення 3L-VRPMB задачі

Для запуску процесу знаходження рішень 3L-VRPMB задачі користувачу необхідно правильно заповнити усі поля представленої форми та натиснути на кнопку «Submit». Після того, як форма буде успішно заповнена та клієнтська і серверна валідація будуть пройдені без помилок, сторінка сайту прокрутиться нижче і користувач побачить наступну секцію сайту, де буде продемонстрована візуалізація результатів вирішення задачі.

Для того, щоб успішно заповнити форму необхідно ввести валідні значення у всі наступні поля, оскільки усі поля є обов'язковими для заповнення:

– кількість доступного транспорту: це поле приймає цілочисельні значення, та задає кількість доступних транспортних засобів у депо, що будуть враховуватись при вирішенні задачі;

– завантажувальний простір транспортного засобу: це поле приймає строкове значення у спеціальному форматі – «число;число;число», тобто користувач має задати габарити завантажувального простору транспортного засобу, а саме довжину  $L$ , ширину  $W$ , та висоту  $H$ , розділені крапкою з комою без відступів;

– вантажопідйомність транспортного засобу: це поле приймає цілочисельні значення, та задає вантажопідйомність, яку будуть мати усі транспортні засоби;

– координати депо: це поле приймає строкове значення у спеціальному форматі – «число x число», тобто користувач має задати  $x$  та  $y$  координати місцезнаходження депо;

– список клієнтів прямих рейсів (доставка): це поле приймає Excel файл, що повинен містити список замовлень на доставку з адресами клієнтів у вигляді  $x$  та  $y$  координат та параметрами вантажу у вигляді  $x$ ,  $y$ ,  $z$  координат та загальної ваги коробки;

– список клієнтів зворотних рейсів (повернення товарів на склад): це поле приймає Excel файл, що повинен містити список замовлень на забирання товарів у клієнтів зворотних рейсів з метою подальшого повернення цих товарів на склад з адресами клієнтів у вигляді  $x$  та  $y$  координат та параметрами вантажу у вигляді  $x$ ,  $y$ ,  $z$  координат та загальної ваги коробки;

Користувач має заповнити вищезазначені Excel файли окремо та завантажити їх у відповідні поля на формі. Приклад правильно заповненого Excel файлу продемонстровано на рисунку 5.3.

Після того, як рішення 3L-VRPMB задачі будуть успішно знайдені, користувач матиме змогу побачити список згенерованих маршрутів, що являються рішенням задачі та їх графічну візуалізацію, що буде представлена у сусідній секції.

Окрім послідовності відвіданих клієнтів на цій секції сайту також можна побачити інформацію стосовно того, скільки часу зайняло на пошук рішення для генерації кожного маршруту, а також обчислена загальна відстань проїзду для кожного з маршрутів, що входять до рішення задачі. Секцію сайту, де продемонстрована візуалізація результатів вирішення 3L-VRPMB задачі зображено на рисунку 5.4.

	A	B	C	D	E	F
1	Customer X	Customer Y	Box X	Box Y	Box Z	Box weight
2	568.54	393.1	19.22	12.38	2.67	9.87
3	158.11	444.68	17.43	13.73	10.6	6.85
4	443.79	231.6	12.06	15.28	15.42	5.21
5	572.84	235.12	15.62	6.78	13.03	4.82
6	112.33	205.98	10.07	15.35	11.69	3.25
7						

Рисунок 5.3 – Приклад правильно заповненого Excel файлу з даними клієнтів прямих або зворотних рейсів

На рисунку 5.4 продемонстровано приклад побудови маршрутів для парку із трьох транспортних засобів при мінімізації сумарної довжини маршрутів, тобто рішення розглянутої задачі маршрутизації транспортних засобів, та зображено наступні елементи:

- червоний прямокутник: джерело продукції або транспортних підприємств (депо) із закріпленими за ним транспортними засобами;
- зелені маркери: клієнти прямих рейсів;
- сині маркери: клієнти зворотних рейсів;
- стрілками вказані маршрути транспортних засобів з урахуванням напрямку руху через клієнтів, послідовності яких і є рішенням задачі.

Крім того, на кожному маркері, що відповідає клієнту, зображено його індекс. Це зроблено з точки зору зручності, для того щоб користувач веб додатку

мав можливість подивитись (на зображеній мапі з маршрутами) місцезнаходження кожного клієнту відносно інших клієнтів та депо, а також дивлячись на послідовність відвіданих клієнтів під час конкретного маршруту, визначити місцезнаходження певного клієнта на карті.

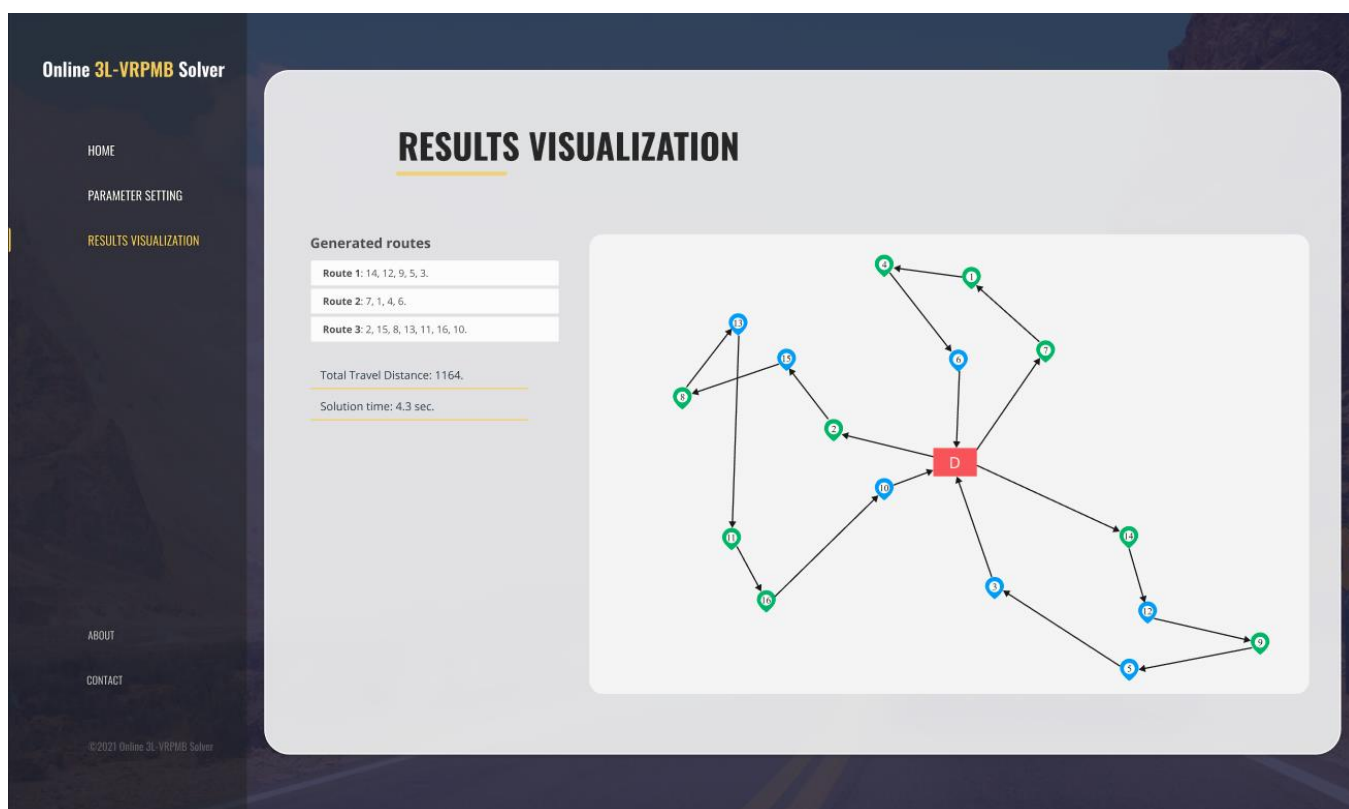


Рисунок 5.4 – Секція з візуалізацією результатів вирішення 3L-VRPMB задачі

## 5.2 Аналіз отриманих результатів

Для того, щоб переконатися, що реалізований підхід щодо маршрутизації транспортних засобів працює належним чином, згенеровано множину різних екземплярів 3L-VRPMB задачі з тестовими даними, для того щоб охопити широкий спектр різних реальних умов.

Кількість клієнтів встановлюється на рівні 20, 60 та 100 на один екземпляр задачі, а частка клієнтів прямих рейсів становить 50% та 80%. Координати, що визначають місцеположення клієнтів генеруються випадковим чином.

Кількість товарів одного клієнта залежить від загальної кількості клієнтів на один екземпляр задачі, тобто чим більше загальна кількість клієнтів, тим меншу кількість товарів матиме кожний конкретний клієнт.

Габарити та вага кожного товару також формуються випадковим чином. Існують екземпляри задачі як з великими так і екземпляри з маленькими об'єктами (коробками). Довжина та ширина великих об'єктів випадково генерувались з інтервалами  $[0.2L, 0.6L]$  та  $[0.2W, 0.6W]$ . Висота кожного об'єкта випадково генерувалась на інтервалі  $[0.2H, 0.5H]$ . Коефіцієнт 0,5 обрано для верхньої межі інтервалу, для того, щоб забезпечити можливість розміщення об'єктів усередині розділеного завантажувального простору, тобто при підході з розділом завантажувального простору LSP. Для екземплярів задачі з невеликою кількістю клієнтів враховуються лише маленькі по величині об'єкти, оскільки всі великі товари одного клієнта можуть майже повністю заповнити завантажувальний простір через порівняно велику кількість товарів на одного клієнта. Довжина та ширина маленьких об'єктів генерувались випадково з інтервалами  $[0.1L, 0.3L]$  та  $[0.1W, 0.3W]$ . Висота кожного об'єкта генерувалась випадково на інтервалі  $[0.1H, 0.3H]$ .

Вага кожного об'єкта генерувалась випадково на інтервалі  $[3, 20]$ . У якості габаритів завантажувального простору встановлені наступні значення: довжина  $L = 60$ , ширина  $W = 25$ , та висота  $H = 30$ , а також, загальна вантажопідйомність транспортного засобу встановлена у значення  $Q = 200$ .

Значення додаткових параметрів, описаних у попередніх розділах встановлені наступним чином:

- $count_{ors}$  (лічильник часто повторюваних рішень) = 6;
- $iter_{min}$  (мінімальна кількість ітерацій) = 1500;
- $iter_{noimpr}$  (кількість ітерацій без покращення) = 200;

- $n_{CL}$  (кількість переміщень для списку кандидатів  $CL$ ) = 3;
- $tt_{init}$  (початкове значення для терміну дії табу  $tt$ ) = 1;
- $tp_{max}$  (максимальна кількість пар турів) = 30% з усіх пар турів;
- $p$  (термін штрафу) = 4;
- $\eta_{max}$  (максимальна кількість ітерацій, для яких сформоване рішення є копією попереднього рішення) = 3;
- $\Phi_{inc}$  (коефіцієнт збільшення терміну дії табу) = 1.1;
- $\Phi_{dec}$  (коефіцієнт зменшення терміну дії табу) = 0.9.

Для проведення тестових експериментів згенеровано 300 різних екземплярів 3L-VRPMB задачі з тестовими даними.

Оскільки гібридний алгоритм повинен містити евристику упаковки, то спочатку необхідно було порівняти розглянуті евристики упаковки. Для цього сформовано окрему множину із 30 згенерованих екземплярів 3L-VRPMB задачі. Отримані результати порівнюються з найкращими знайденими рішеннями за всіма евристичними та підходами навантаження.

Таблиця 5.1 містить результати порівняння різних евристичних характеристик упаковки. Дана таблиця містить середнє та максимальне процентне відхилення отриманих TTD від найкращих знайдених. Результати представлені як для підходу до завантаження з розділенням завантажувального простору (LSP), так і для бічного завантаження (SL).

Таблиця 5.1 – Порівняння евристик упаковки

Евристики упаковки	Середнє відхилення, %		Максимальне відхилення, %	
	LSP	SL	LSP	SL
DBLF	18,7	1,3	44,8	6,7
DBLF+	18,1	5,0	42,3	10,8
DBLF-Comb	17,0	2,6	42,3	8,5

Найкращі результати були отримані за допомогою підходу SL та евристики DBLF. Однак у поєднанні з LSP поєднання DBLF з DBLF+ дало кращі результати, ніж звичайна евристика DBLF. Отже, відповідні результати були розглянуті більш

докладно з висновком, що DBLF, працює краще для екземплярів задачі з маленькими об'єктами, тоді як комбінація показує кращі результати у випадку з великими об'єктами. Тому, у фінальних випробуваннях евристика упаковки була обрана залежно від розмірів вантажів: DBLF для маленьких об'єктів та DBLF-Comb для великих об'єктів.

Остаточні експерименти були проведені з усіма 300 екземплярами 3L-VRPMB задачі з алгоритмом RTS для обох підходів до завантаження та для обох евристик побудови початкових рішень.

Потрібно проаналізувати наступні аспекти:

- вплив евристики побудови початкового рішення;
- вплив підходу до завантаження.

Результати щодо першого аспекту зведені в таблицю 5.2. Результати, отримані за допомогою RTS евристики заощаджень (savings heuristic), та відповідні підходи до завантаження служать тут еталоном. Таблиця 5.2 містить середній відсоток відхилень TTD, отриманих за допомогою RTS модифікованої евристики Sweep, від середніх значень TTD, агрегованих за обома підходами до завантаження.

Таблиця 5.2 – Порівняння евристик побудови початкових рішень

Кількість клієнтів	Розмір вантажів	Середнє відхилення Sweep від Savings, %
20	маленькі	0,05
60	великі	0,13
	маленькі	0,36
100	великі	1,2
	маленькі	0,98
Усього		0,55

Результати показують, що RTS евристика заощаджень (savings heuristic) трохи перевершує RTS Sweep евристику. Значення загальної відстані проїзду TTD, отримані за допомогою RTS модифікованої евристики Sweep, в середньому відхиляються на 0,55% від TTD, отриманих за допомогою RTS евристики заощаджень.

У таблиці 5.3 наведено порівняння двох різних підходів до завантаження. Результати, отримані за допомогою підходу LSP, та відповідна евристика побудови початкового рішення були використані як еталон. У таблиці 5.3 наводяться середні відхилення рішень LSP від рішень SL (у сукупності з обома евристичними побудови початкових рішень). Крім того, в таблиці вказана середня кількість використаних транспортних засобів ( $v$ ), а також, у стовпцях  $t$  вказано середній час обчислень (у секундах).

Таблиця 5.3 – Порівняння підходів до завантаження

Екземпляри задачі			Середнє відхилення підходу LSP від підходу SL, %	Кількість використаних транспортних засобів $v$		Середній час обчислень, сек	
Кількість клієнтів	Розмір вантажів	Частка клієнтів прямих рейсів		LSP	SL	LSP	SL
20	маленькі	50%	5,39	2,8	2,1	8,1	22,3
-	-	80%	11,37	3,6	2,5	6,0	23,6
60	великі	50%	28,99	20,3	11,8	10,7	15,9
-	-	80%	35,32	30,5	16,1	12,5	12,8
-	маленькі	50%	0,84	2,9	2,6	246,9	286,7
-	-	80%	4,57	3,5	2,7	150,9	247,6
100	великі	50%	20,33	19,0	13,0	43,7	71,3
-	-	80%	30,88	29,2	16,6	32,3	53,9
-	маленькі	50%	0,13	2,9	2,8	1778,2	1719,0
-	-	80%	2,36	3,6	2,9	1088,1	1606,4
Усього			13,93	11,8	7,3	337,7	406,0

Набагато кращі результати отримані за допомогою підходу SL. Відповідні TTD в середньому майже на 14% нижчі за TTD, отримані за допомогою LSP, а також, необхідно застосувати менше транспортних засобів. Крім того, для більшості екземплярів 3L-VRPMB задачі, особливо для задач з великими вантажами, найкращі рішення були знайдені саме підходом SL.

Подібні результати можна було очікувати, оскільки підхід SL дозволяє використовувати весь завантажувальний простір, тоді як, якщо завантажувальний простір відокремлений, то половина його залишається порожній, принаймні на

самого початку та в самому кінці туру. Однак різницю можна спостерігати серед різних видів екземплярів задачі. Підхід SL є особливо вигідним, якщо товари досить великі, а також якщо частка товарів клієнтів прямих та зворотних рейсів неоднакова. Це пов'язане з тим, що менші предмети можна простіше розмістити також у межах меншого завантажувального простору. Більше того, різниця зменшується із збільшенням кількості клієнтів, тобто зі зменшенням кількості товарів на одного клієнта. Наприклад, у випадку коли кількість клієнтів  $n$  становить 100, переважна більшість товарів являються маленькими, а також частка клієнтів прямих рейсів становить 50%, то середні відхилення від базових TTD є дуже низькими, а середня кількість турів лише трохи менша для підходу SL.

Більше того, алгоритм RTS із використанням LSP підходу потребує менше часу на обчислення, ніж RTS із підходом SL. Можна виділити дві причини таких результатів. З одного боку, перевірка на допустимість у підході SL займає більше часу, оскільки не тільки потрібно згенерувати два плани упаковки, але й ці плани упаковки також необхідно порівнювати для кожної зупинки туру, щоб уникнути будь-якого перекриття товарів клієнтів прямих та зворотних рейсів. З іншого боку, підхід SL дозволяє формувати триваліші тури, які також вимагають більших зусиль щодо упаковки.

Незалежно від підходу до завантаження, можна помітити, що обчислювальний час збільшується зі збільшенням кількості клієнтів, а також, що обчислювальний час залежить від розмірів товарів. Екземпляри задачі з великими товарами можна вирішити набагато швидше, ніж екземпляри з маленькими товарами. У випадку з маленькими товарами, набагато більше клієнтів може бути об'єднано в один тур (в результаті виходить більше предметів за тур), що вимагає більших зусиль для перевірки упаковки.

Крім того, можна помітити, що вибір евристики побудови початкового рішення суттєво впливає на роботу алгоритму реактивного пошуку із заборонаю RTS. Більш того, для RTS евристики заощаджень (savings heuristic) потрібно

трохи менше обчислювального часу, ніж для RTS модифікованої евристики Sweep. А також, час, необхідний на обчислення, сильно залежить від розміру екземпляра задачі, тобто кількості клієнтів. Так, наприклад, екземпляри задачі, на яких проводилися експерименти, містять від 20 до 100 клієнтів, а час обчислень коливався від декількох секунд до приблизно 30 хвилин.

## ВИСНОВКИ

У ході виконання кваліфікаційної роботи виконано аналіз та дослідження задач маршрутизації транспортних засобів. Крім того, проведена класифікація задач маршрутизації у класі VRP, визначено їх місце в області комбінованої оптимізації та наведено опис і постановку класичної VRP, а також проаналізовано актуальність дослідження задач VRP.

Нині проблема маршрутизації транспортних засобів є важливою і актуальною задачею, оскільки має широке застосування на практиці. У деяких випадках, особливо при плануванні великої кількості перевезень, навіть незначне покращення маршрутів транспортних засобів може дати значну економію ресурсів. Транспортування товарів клієнтів прямих та зворотних рейсів в одних і тих самих турах може призвести до зменшення порожніх пробігів транспорту, пройдених відстаней, споживання палива і, як результат, до зменшення загальних витрат на перевезення.

На основі проведеного аналізу виділено додаткові обмеження до поставленої задачі VRP, що враховують умови і реальні фактори, які впливають на якість одержуваного результату при визначенні раціональних маршрутів, такі як: обмеження навантаження та зворотні перевезення.

Для вирішення поставленої задачі, з врахуванням зазначених обмежень, запропонована реалізація задачі маршрутизації транспортних засобів зі змішаними зворотними рейсами і з тривимірними обмеженнями навантаження (3L-VRPMB), а також розроблена математична модель задачі маршрутизації транспорту та обрана стратегія рішення.

Для знаходження рішень 3L-VRPMB задачі реалізовано гібридний алгоритм, що складається з алгоритму реактивного пошуку із заборonoю RTS в поєднанні з такими евристичними методами упаковки товарів, як deepest-bottom-left-fill підходи.

Оскільки у даній задачі клієнти прямих та зворотних рейсів можуть бути відвідані у змішаній послідовності, тобто їх товари мають транспортуватися одночасно, тому в гібридному алгоритмі це реалізовано двома різними підходами до завантаження, які гарантують уникнення будь-яких перевантажень під час туру. Найкращі результати щодо загальної відстані проїзду були отримані на тестових даних з використанням SL підходу, хоча використання підходу LSP в середньому потребує менше часу на обчислення.

Для демонстрації роботи розробленого гібридного алгоритму, розроблено програмний засіб, що реалізує запропоновані методи і алгоритми та візуалізує результуючі рішення, і являє собою веб додаток, який може бути використаний для зручного пошуку рішень розглянутої 3L-VRPMB задачі, використовуючи веб браузер.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Rodrigue J. P. The geography of transport systems [Текст] / J. P. Rodrigue, C. Comtois, B. Slack. - Routledge, 2013.
2. Скукис А. Е. Оптимизационные задачи в транспортной логистике [Текст] / А. Е. Скукис // Теорія оптимальних рішень. - 2015. - № 2015. - С. 106-113.
3. Dantzig, G. B. The truck dispatching problem [Текст] / G. B. Dantzig, J. H. Ramser. - Management Science, 1959.
4. Сергеев С.И., Сигал И.Х., Меламед И.И. Задача коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика, № 9, 1989. С. 3-33.
5. Lenstra J.K., Kan A.H.G. Complexity of vehicle routing and scheduling problems // Networks, Vol. 11, No. 2, 1981. pp. 221-227.
6. de Angelis, L. (2011): A fall in average vehicle loads: Average loads, distances and empty running in road freight transport-2010. In: Statistics in Focus, 63.
7. Irnich S., Toth P., Vigo D. The family of vehicle routing problems // In: Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications / Ed. by Toth P., Vigo D. SIAM, 2014. pp. 1-36.
8. Dupas, R., Grebennik, I., Lytvynenko, O., Baranov, O. (2017). An Heuristic Approach to Solving the one-to-one Pickup and Delivery Problem with Threedimensional Loading Constraints. International Journal of Information Technology and Computer Science, 1–12.
9. Toth P., Vigo D., eds. Vehicle routing: problems, methods, and applications. 2nd ed. MOS-SIAM Series on Optimization. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2014.
10. M. Savelsbergh. Local search in routing problems with time windows. Annals of Operations Research, 1985. – С. 305.

11. Caceres-Cruz J., Arias P., Guimarans D., Riera D., Juan A.A. Rich vehicle routing problem: Survey // ACM Computing Surveys (CSUR), Vol. 47, No. 2, 2015. P. 32.
12. Скобцов Ю.А., Федоров Е.Е. Метаэвристики: монография. Донецк: Изд-во «Ноулидж» (Донецкое отделение), 2013. 426 с.
13. Berbeglia G., Cordeau J.F., Gribkovskaia I., Laporte G. Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey // Top, Vol. 15, No. 1, 2007. pp. 1-31.
14. Бронштейн Е.М., Заико Т.А. Детерминированные оптимизационные задачи транспортной логистики // Автоматика и телемеханика, № 10, 2010. С. 133-147.
15. Cordeau J.F. The VRP with time windows // Montréal: Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions, 2000.
16. Емельянова Т.С. Об одном генетическом алгоритме решения транспортной задачи с ограничением по времени // Известия Южного федерального университета. Технические науки, Т. 81, № 4, 2008. С. 45-50.
17. R. Dupas, I. Grebennik, I. Litvinchev, T. Romanova, O. Chorna Solution Strategy for One-to-One Pickup and Delivery Problem Using the Cyclic Transfer Approach // EAI Endorsed Transactions on Energy Web, Special issue on Energy Conservation, Information Technologies and Large Scale Optimization, Issue 27, 2020, e5 Scopus <https://eudl.eu/doi/10.4108/eai.13-7-2018.164110>
18. Christofides N., Beasley J.E. The period routing problem // Networks, Vol. 14, No. 2, 1984. pp. 237-256.
19. Ольховський І.В. Математичне та програмне забезпечення маршрутизації автомобілів з обмеженнями навантаження та зворотними перевезеннями // XXV Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті». Конференція «Інформаційні інтелектуальні системи» : Міжнар. молодіжний форум Харків, 2021: Том 6.

20. Tutuncu, G.Y., Carreto, C.A.C. and Baker, V.M. (2009). A visual interactive approach to classical and mixed vehicle routing problems with backhauls. *Omega*, 37, 138-154.

21. Щербина О.А. Метаэвристические алгоритмы для задач комбинаторной оптимизации. // *Таврический вестник информатики и математики*, № 1, 2014. С. 56-72.

22. Троелсен, Э. Язык программирования C# 5.0 и платформа .NET 4.5 [Текст] / Э. Троелсен. - Вильямс, 2015. - 1312 с.