

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК**  
**Научный совет РАН по комплексной проблеме «Распространение радиоволн»**  
**Научный совет РАН по комплексной проблеме «Физика солнечно-земных связей»**  
**Институт Радиотехники и электроники РАН**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Марийский государственный технический университет**

**Российский фонд фундаментальных исследований**  
**Национальный комитет URSI**  
**Российская секция IEEE**  
**Объединенное физическое общество Российской Федерации**  
**Правительство Республики Марий Эл**

# **РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

**СБОРНИК ДОКЛАДОВ**

**XXI**  
**ВСЕРОССИЙСКАЯ**  
**НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ**

**25-27 мая 2005 г.**

**ТОМ 2**

**Йошкар-Ола**  
**2005**

## ФРАКТАЛЬНЫЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫЕ СИГНАЛЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

О. В. ЛАЗОРЕНКО<sup>1</sup>, Л. Ф. ЧЕРНОГОР<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Харьковский национальный университет радиозлектроники,  
пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина*

<sup>2</sup>*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,  
пл. Свободы, 4, г. Харьков, Украина,  
E-mail: [Leonid.F.Chernogor@univer.kharkov.ua](mailto:Leonid.F.Chernogor@univer.kharkov.ua)*

Фрактальные сверхширокополосные (ФСШП) сигналы как новый тип сверхширокополосных (СШП) сигналов предлагается использовать в различных областях науки и техники, в частности, для исследования околоземного космического пространства. Разработаны простые вещественные аналитические и численные модели ФСШП сигналов во временной области. Обсуждаются предполагаемые достоинства и недостатки ФСШП сигналов.

O. V. LAZORENKO, L. F. CHERNOGOR

The fractal ultra-wideband (FUWB) signals as a new type of the ultra-wideband (UWB) signals for application in different branches of science and engineering in particular for near-to-Earth space investigations are proposed. Simple real analytical and numerical models of FUWB signals in time domain were developed. Assumed advantages and lacks of FUWB signals are discussed.

### Введение

В настоящее время существует большое разнообразие сигналов, которые позволяют успешно решать телекоммуникационные, информационные и связанные с ними задачи. Однако требования к качественным показателям соответствующих устройств и систем непрерывно повышаются. Поэтому ведется поиск новых видов сигналов, обладающих большими возможностями (см., например, [1]). Одним из таких видов сигналов являются сверхширокополосные (СШП) сигналы, которые также именуются несинусоидальными, негармоническими, нестационарными, сигналами без несущей и т. п. Первое название сейчас, по-видимому, уже стало общепринятым.

СШП сигналы уже успешно используют для дистанционного радиозондирования, в частности, снегового и ледяного покровов, подповерхностной радиолокации, всепогодной ближней радиолокации, связи с погруженными подводными лодками и т. д. [1]. В [2] обсуждаются другие применения СШП сигналов и, в частности, для исследования околоземного космического пространства. Следует также отметить, что сейчас продолжают появляться все новые виды СШП сигналов. Наряду с, по-видимому, ставшими уже классическими ультракороткими СШП (УКСШП) сигналами появились прямохаотические СШП (ПХСШП) сигналы, имеющие ряд интересных свойств, описанных в [3].

Представляется целесообразной разработка нового вида сигналов – фрактальных СШП (ФСШП) сигналов, которые могли бы соединить в себе преимущества СШП и фрактальных сигналов. По-видимому, фрактальные сигналы, и в частности ФСШП сигналы, могут дать, например, возможность детальной идентификации структуры шума и передачи информации практически при любом его уровне (см., например, [4]). Ожидаемыми преимуществами ФСШП сигналов над традиционными объясняется актуальность настоящей работы.

Целью работы является исследование возможности и целесообразности использования фрактальных СШП сигналов, а также оценка их свойств, достоинств и недостатков.

### Особенности СШП сигналов

Под СШП сигналом понимают сигнал, показатель широкополосности  $\mu$  которого удовлетворяет условию  $\mu_{\min} \leq \mu < 2$ . По определению, (см., например, [1])  $\mu = 2(f_{\max} - f_{\min}) / (f_{\max} + f_{\min})$ , где  $f_{\min}$ ,  $f_{\max}$  — минимальная и максимальная частоты

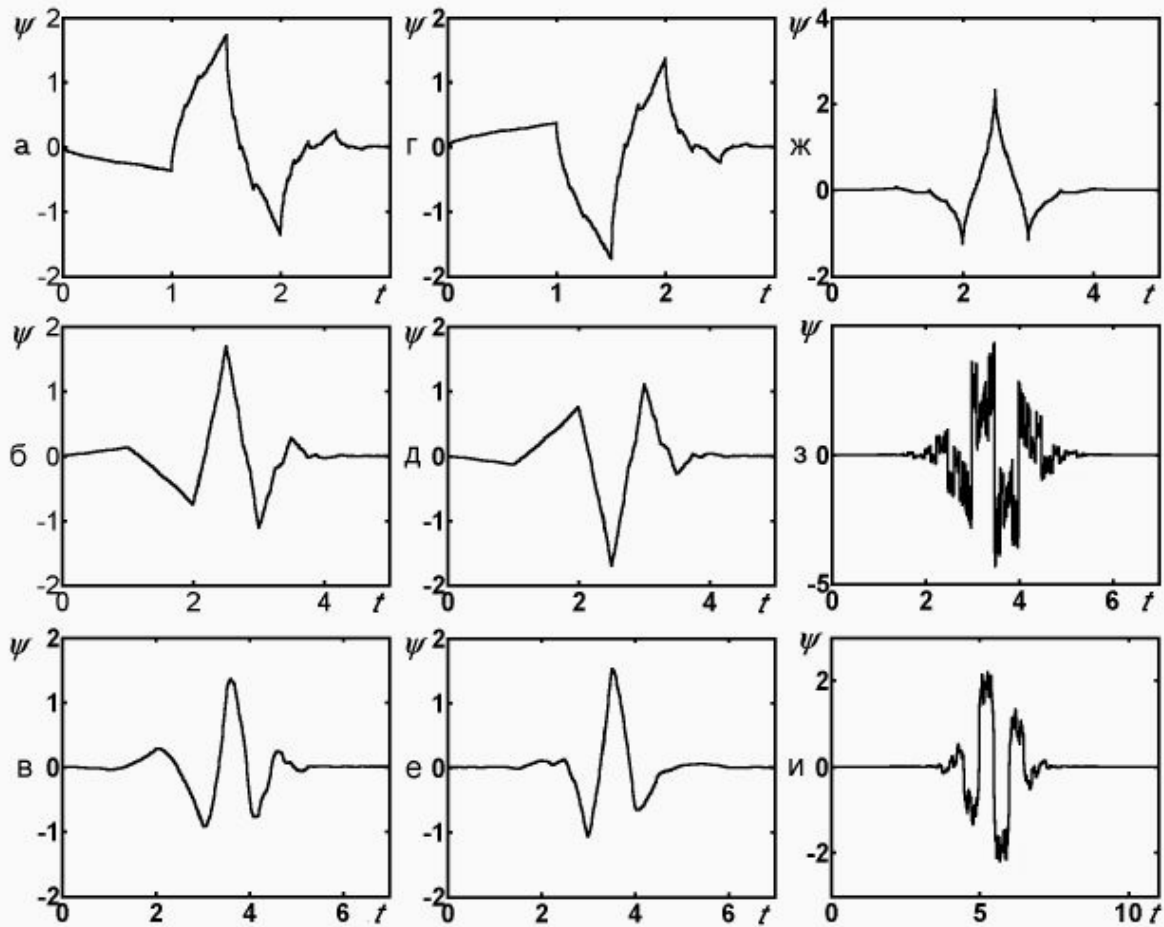


Рис. 1. Численные модели фрактальных СШП сигналов во временной области, построенные на основе вейвлетобразующих функций следующих вейвлетов: а – Добеши второго порядка, б – Добеши третьего порядка, в – Добеши четвертого порядка, г – симлета второго порядка, д – симлета третьего порядка, е – симлета четвертого порядка, ж – койфлета первого порядка, з – биортогонального порядка 3.3, и – биортогонального порядка 3.5

функции спектральной плотности сигнала. В качестве  $\mu_{\min}$  обычно выбирают значение 0,5 (см., например, [1]). СШП сигналы интересны тем, что они переносят объем информации в  $\mu / \mu_n \gg 1$  раз больше, чем традиционные узкополосные и широкополосные сигналы, для которых показатель широкополосности  $\mu_n \ll 1$  и  $\mu_n < \mu_{\min}$  соответственно. Обычно  $\mu_n \leq 0,01$ , а для широкополосных сигналов  $\mu = 0,01 - 0,5$ . Эта особенность позволяет на качественно новом уровне подойти к решению различных вопросов науки и техники.

#### Фрактальные СШП сигналы и их модели

Наряду с СШП сигналами к другому виду нетрадиционных сигналов относятся появившиеся в конце XX века фрактальные сигналы, обладающие рядом особенностей и преимуществ. Согласно определению, данному автором теории фракталом Б. Мандельбротом в 1975 г. [5], фрактал – это множество, размерность Хаусдорфа которого строго больше его топологической размерности. Следует отметить, что в более поздних работах (см., например, [5]) Б. Мандельброт отказался от неперемногого требования самоподобия фракталов, заменив его более общим требованием их самоаффинности. Под самоаффинным понимают фрактал, для которого при переходе от одного масштаба к другому сжатие или растяжение происходит не в одинаковом отношении, как в случае самоподобного фрактала, а по-разному в разных направлениях, т. е. выполняется условие

$$f(t) = \varepsilon^{-1/2} f(\varepsilon t),$$

где  $\varepsilon > 0$  – произвольный коэффициент.

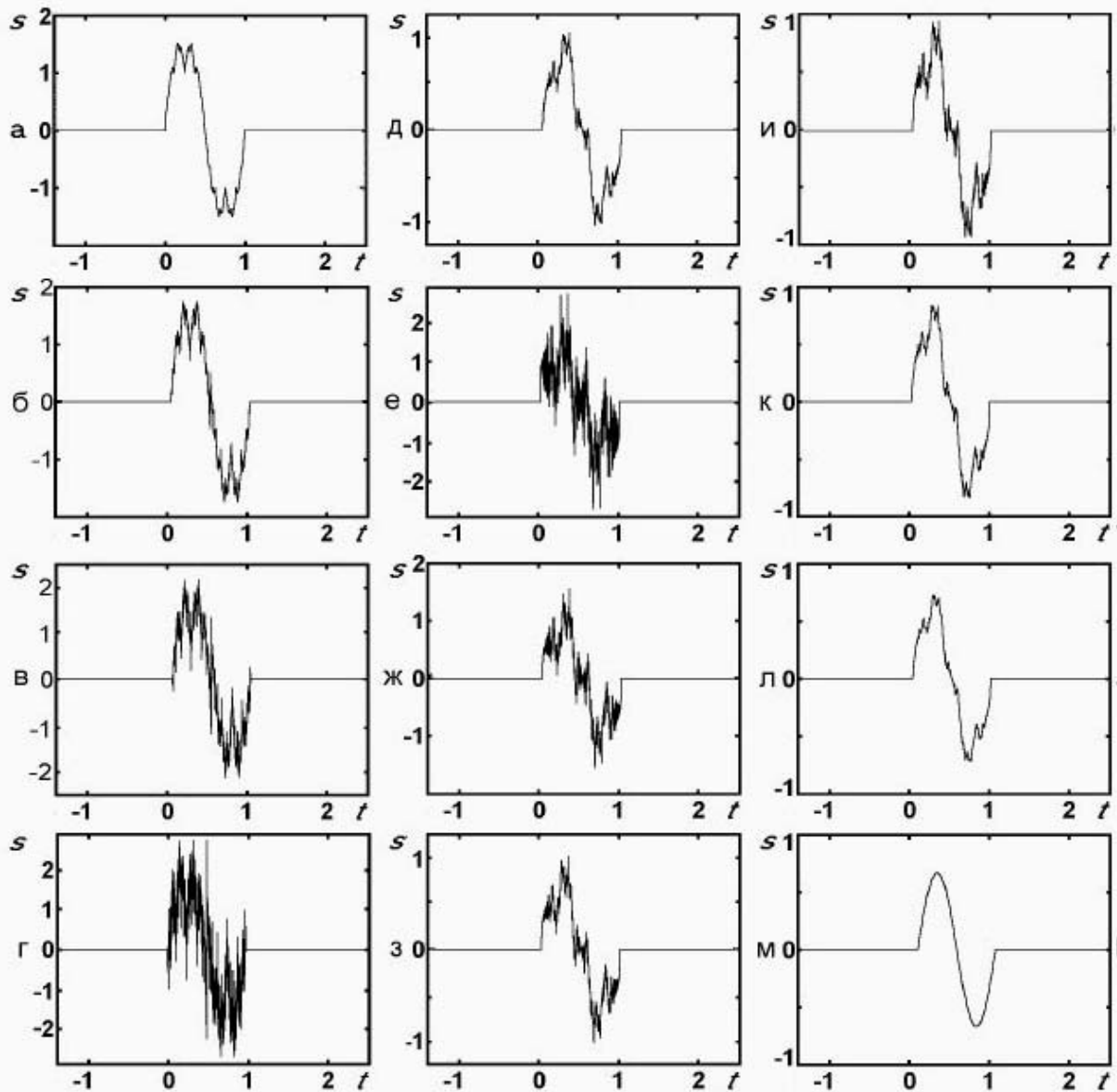


Рис.2. Аналитические модели фрактальных СШП сигналов во временной области: фрактальных: а –  $FUWB_1(t)$ ,  $\alpha = 0,5$ ,  $\beta = 2$ ; б –  $FUWB_1(t)$ ,  $\alpha = 0,6$ ,  $\beta = 2$ ; в –  $FUWB_1(t)$ ,  $\alpha = 0,7$ ,  $\beta = 2$ ; г –  $FUWB_1(t)$ ,  $\alpha = 0,8$ ,  $\beta = 2$ ; д –  $FUWB_2(t)$ ,  $\beta = 0,5$ ; е –  $FUWB_3(t)$ ,  $\beta = 0,5$ ; ж –  $FUWB_3(t)$ ,  $\beta = 0,7$ ; з –  $FUWB_3(t)$ ,  $\beta = 0,8$ ; и –  $FUWB_3(t)$ ,  $\beta = 0,9$ ; к –  $FUWB_3(t)$ ,  $\beta = 1,1$ ; л –  $FUWB_3(t)$ ,  $\beta = 1,3$ ; то же для нефрактального сигнала: м –  $UWB_1(t)$ ,  $N = 2$

Размерность Минковского  $d_M$  множества  $A$ , называемая также фрактальной или дробной размерностью, определяется соотношением (см., например, [5])

$$d_M(A) = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log \varepsilon},$$

где  $N(\varepsilon)$  – минимальное число шаров радиуса  $\varepsilon$ , необходимых для покрытия множества  $A$ . Размерность Минковского может служить аналогом размерности Хаусдорфа, удобным для использования в прикладных задачах. Эти размерности, как правило, совпадают, но алгоритм определения размерности Минковского гораздо эффективнее [5].

При оценке  $d_M$  заданного численно фрактала  $A$  будем применять клеточный метод (см., например, [5]). Под размерностью функции  $f(t)$  будем понимать размерность Минковского области значений данной функции.

Под ФСШП сигналом здесь и далее будем понимать СШП сигнал, обладающий свойством самоаффинности и дробной размерностью. В настоящей работе рассмотрим самоподобные ФСШП сигналы. В качестве их размерности, как отмечалось выше, будем использовать размерность Минковского  $d_M$ . К моделям ФСШП сигналов во временной области  $s(t)$  и функции спектральной плотности  $S(f)$  необходимо предъявить следующие требования:

- $\int_{\tau} s(t) dt = 0$  или  $\left. \frac{dS}{df} \right|_{f=0} = 0$ , где  $\tau$  – длительность сигнала;
- $s(0) = s(\tau) = 0$ ;
- $s(t)$  – непрерывна для  $t \in R$ ;
- $d_M[s(t)] \in Z$ , где  $Z$  – множество целых чисел;
- $s(t)$  – самоаффинна при  $t \in [0, \tau]$ .

В качестве наиболее удачных численных моделей фрактальных СШП сигналов с практической точки зрения представляются некоторые вейвлетобразующие функции (см., например, [6]), многие из которых являются СШП сигналами [7]. К ним относятся, в частности, вейвлеты Добеши, симлеты, койфлеты, биортогональные вейвлеты. Вид вейвлетобразующих функций данных вейвлетов во временной области приведен на рис. 1. Основными особенностями предлагаемых моделей является то, что все они, во-первых, имеют фрактальную структуру, во-вторых, являются СШП сигналами, а в-третьих, к сожалению, не имеют аналитического выражения и могут быть построены лишь с помощью итерационных алгоритмов численными методами (см., например, [6]). Последнее определяет необходимость разработки простых аналитических моделей ФСШП сигналов во временной области. Мы предлагаем три таких модели. Первая основана на функции Вейерштрасса (см., например, [5]) (здесь и далее сокращение  $FUWB_1(t)$ , т. е. fractal ultra-wideband signal, означает аналитическую модель фрактального СШП сигнала во временной области, нижний индекс соответствует порядковому номеру модели):

$$FUWB_1(t) = \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^n \cos(3\beta^n(2t-1)) \right) \text{sign}(2t-1)\Theta(t),$$

где

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0; \\ 0, & t = 0; \\ -1, & t < 0; \end{cases} \quad \Theta(t) = \eta(t) - \eta(t-1), \quad \eta(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Вид модели  $FUWB_1(t)$  для разных  $\alpha$  и  $\beta$  показан на рис. 2, а – д. Здесь величина  $\alpha$  оказывается равной размерности Минковского данного сигнала  $d_M = \alpha$ , причем  $0 < \alpha < 1$ ,  $\alpha\beta > 1$  (см., например, [5]).

Вторая модель ФСШП сигнала основывается на почти нигде не дифференцируемой функции Римана (см., например, [5]):

$$FUWB_2(t) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2} \sin(2\pi n^2 t) \Theta(t)$$

и имеет вид, приведенный на рис. 2, е.

Третья модель СШП сигнала определяется с помощью комплекснозначной функции Римана-Вейерштрасса (см., например, [5]) и может быть записана так:

$$FUWB_3(t) = \frac{2}{\pi^\beta} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-2\beta} \sin(2\pi n^2 t) \Theta(t), \quad \beta > 1/2.$$

Вид  $FUWB_3(t)$  во временной области для разных значений  $\beta$  приведен на рис. 2, ж – л. Для сравнения разработанных моделей ФСШП сигналов с предложенными в [2, 7] моделями нефрактальных СШП сигналов выберем из них, например, следующую модель:

$$UWB_1(t) = (-1)^n \sin(2\pi n t) \Theta(t),$$

вид которой приведен на рис. 2, м. Здесь  $N = 2n$ ,  $N$  – количество лепестков СШП сигнала. Обозначение модели СШП сигнала введено по аналогии с обозначениями моделей ФСШП сигналов.

#### Достоинства и недостатки ФСШП сигналов

К несомненным достоинствам ФСШП сигналов можно отнести их избыточность и связанную с ней повышенную помехоустойчивость, а также возможность организации скрытой передачи данных, поскольку многие ФСШП сигналы по форме напоминают шумоподобную структуру, оставаясь строго детерминированными. Наличие указанных свойств ФСШП сигналов определяет их преимущество перед УКСШП сигналами, а также над ПХСШП сигналами. Последние хорошо приспособлены для скрытой передачи данных, но не обладают свойством фрактальности и имеют меньшую помехоустойчивость.

Еще один аспект, составляющий преимущество ФСШП сигналов, а также ПХСШП сигналов над УКСШП сигналами, касается экологии. Дело в том, что при использовании УКСШП импульсов, следующих один за другим, создается потенциальная опасность ударного воздействия электромагнитного излучения на биологические системы, в частности, на человека. В то же время ПХСШП сигналы оказываются неструктурированными во времени и рассредоточенными по частоте, и поэтому их воздействие определяется только повышением общего фона электромагнитного излучения [3]. ФСШП сигналы занимают промежуточное положение между этими двумя крайними ситуациями.

Наряду с УКСШП сигналами, ФСШП сигналы позволяют преодолевать трудности, связанные с проблемой многолучевого распространения. ФСШП сигналы также могут оказаться эффективными при передаче больших (например, несколько сотен мегабайт) потоков информации на расстояния до нескольких километров.

Вместе с тем ФСШП сигналы имеют и недостатки. Как и остальные виды СШП сигналов, ФСШП сигналы требуют разработки принципиально новых методов генерации, излучения, приема и обработки, создания элементной базы соответствующих технических средств и, а практическая реализация разработок – использования современной компьютерной базы для обеспечения оперативности создаваемых систем. Для ФСШП, как и СШП сигналов, сильно выражены дисперсионные искажения в аппаратуре и канале распространения [2, 7].

Несмотря на указанные недостатки, развитие идеи применения ФСШП представляется целесообразным, поскольку ожидаемые преимущества могут оказаться весомее существующих и, по-видимому, временных недостатков.

#### Выводы

1. ФСШП сигналы относятся к новому виду СШП сигналов, сочетающих достоинства как фрактальных, так и СШП сигналов.
2. Разработаны вещественные аналитические и численные модели ФСШП сигналов.
3. Применение ФСШП сигналов в различных областях науки и техники представляется целесообразным и перспективным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Астанин Л. Ю., Костылев А. А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. Москва, Радио и связь, 1989, 192 с.
2. Лазоренко О. В., Черногор Л. Ф. Дисперсионные искажения высокочастотных сверхширокополосных радиосигналов в ионосфере // Геомагнетизм и аэрономия. 1997, т. 37, №6, с. 80 – 90.
3. Дмитриев А. С., Кузьмин Л. В., Панас А. И., Пузиков Д. Ю., Старков С. О. Успехи современной радиоэлектроники, 2003, №9, с. 40 – 56.
4. Захаров К. А., Мейланов Р. П. О дискретизации сигнала с фрактальной структурой // Известия вузов. Радиофизика. 2001, т. 44, №8, с. 709 – 711.
5. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. Москва, Постмаркет, 2000, 352 с.
6. Daubechies I. Ten lectures on wavelets, CBMS-NSF conference series in applied mathematics. SIAM Ed., 1992, 335 p.
7. Лазоренко О. В., Лазоренко С. В., Черногор Л. Ф. Применение вейвлет-анализа к задаче обнаружения сверхширокополосных сигналов на фоне помех // Радиофизика и радиоастрономия, 2002, т. 7, № 1, с. 46 – 63.