

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУР С ПОЛЕМ СВЧ РЕЗОНАТОРА

В настоящее время все более широкое развитие получают неразрушающие методы контроля полупроводниковых структур. На основе акустических, радиоволновых, радиационных, магнитных и электромагнитных методов [1, 2, 3] разработано большое количество приборов.

Для бесконтактного оперативного неразрушающего контроля полупроводниковых структур перспективной представляется разработка СВЧ методов, основанных на теории взаимодействия СВЧ резонаторов с исследуемым образцом.

Специфика СВЧ диагностики полупроводниковых материалов выдвигает ряд новых достаточно сложных проблем, в частности разработки универсальных, высокочувствительных методов определения электрофизических параметров неоднородно легированных полупроводниковых структур. Для решения этой проблемы необходимо, прежде всего, обосновать математический аппарат взаимодействия полупроводниковых структур с полем СВЧ резонатора.

Разработанный алгоритм одномодового приближения [4] позволяет количественно оценить вызванное образцом изменение характеристик резонатора. Такой подход предполагает, что измеряемый образец полностью и идеально заполняет сечение резонатора. При этом не учитывается ряд факторов, которые могут внести существенную погрешность в одномодовое приближение.

При выводе характеристического уравнения одномодового приближения [4] непрерывно изменяющаяся функция электромагнитных параметров неоднородного слоя заменялась на ступенчатую функцию, предполагая, что неоднородный слой состоит из определенного числа однородных слоев, где при переходе от слоя к слою на расстоянии Δx свойства среды изменяются скачком. При аппроксимации плавно неоднородного слоя определенным числом однородных слоев важное значение, влияющее на точность одномодового приближения, имеет величина толщины Δx однородного слоя. Очевидно, что с уменьшением Δx погрешность, связанная с заменой непрерывной функции на ступенчатую, уменьшается. Однако следует заметить, что минимум величины Δx ограничен дебаевским радиусом экранирования, так как дальнейшее уменьшение Δx будет некорректным в рамках используемого описания электрофизических параметров полупроводника.

К числу факторов, влияющих на погрешность одномодового приближения, следует отнести реально возможное отклонение образца от плоскостности и равнотолщинности, а также нарушение параллельности расположения образца относительно торцов резонатора.

Известно, что реальные образцы могут иметь дефекты структуры в виде неплоскостности и прогибов. При этом прогиб пластины может достигать нескольких десятков микрон. Сильное влияние на прогиб пластины оказывают различные технологические операции. Так, например, влияет на прогиб операция снятия окисла со шлифованной стороны образца: окисел "стягивает" поверхность пластины, а шлифовка расширяет ее [2]. Суммарное действие окисла на полированной стороне и влияние нарушенного слоя на шлифованной стороне приводят к сильному прогибу, поэтому важно установить влияние отклонения образца от плоскостности его в резонаторе на характеристики ИП. Необходимо также оценить систематическую погрешность, обусловленную нарушением параллельности расположения образца относительно торцов резонатора.

Неучет дифракционных потерь также может существенно влиять на точность измерения. Боковые дифракционные потери в образце, располагаемом в зазоре между соосными частями резонатора с H_{012} видом колебаний, по экспериментальным оценкам не дают существенного вклада в уменьшение добротности резонатора, если фланцы зазора достаточно протяженные.

Известно, что параметры эпитаксиальных структур на сильнолегированной подложке целесообразно измерять с помощью ИП Е-типа, так как он обладает более высокой чувствительностью по сравнению с ИП Н-типа [1]. Поэтому важно выяснить влияние боковых дифракционных потерь для таких образцов.

В целом, необходимо оценить систематическую погрешность, обусловленную неучетом дифракционных явлений, реально возможным отклонением от плоскостности и равнотолщинности, а также нарушением параллельности их расположения относительно торцов резонатора. При условии малости систематической погрешности, связанной с этими факторами, одномодовое приближение может оказаться удобным и точным средством решения задачи определения характеристик преобразования резонаторных ИП и их оптимизации.

Наиболее эффективным путем повышения информативности и точности измерения является максимально полный учет перечисленных факторов на основе строгого электродинамического решения задачи в целом. Решение таких задач приводит к существенным трудностям математического характера.

Очень немногие простые задачи имеют решения в аналитическом виде. Средством нахождения приближенных представлений электромагнитного поля являются так называемые прямые методы, дающие возможность определять приближенные значения различных параметров краевых задач [5]. Особенность прямых методов заключается в представлении электромагнитных полей в функциональных базисах, которые сами допускают электродинамическое толкование. В сущности, сложная электродинамическая задача представляется в терминах систем более простых и аналитически изученных.

Развитию приближенных численных методов определения собственных частот нерегулярных резонаторов посвящено большое количество работ [6]. Значительно меньше разработан вопрос об определении комплексных собственных частот резонаторов, содержащих неоднородное заполнение.

Ниже будет изложен подход к решению задачи установления комплексных собственных частот резонатора с неоднородным заполнением, основанный на использовании вариационного метода, поскольку для этого метода разработаны алгоритмы [7], позволяющие определять комплексные частоты резонатора, заполненного образцом с потерями.

В основу большинства вариационных алгоритмов решения краевых задач электродинамики положено осуществление алгебраизации задачи путем вариации подходящих функционалов. Такой подход (или, как говорят, решение вариационной задачи), довольно гибок, поскольку в определенной мере снимаются конфигурационные и аналитические ограничения. Если основная область задачи относительно проста, то эта задача порождает доступную систему функций для представления электромагнитного поля, которое называется основным базисом. Если же основная область задачи имеет сложную геометрию, необходимо использовать базис расширенной области [7], которая может быть выбрана регулярной. Для упрощения представления полей функционалы записываются таким образом, чтобы граничные условия задачи для них были естественными. Тогда оказывается возможным разложение искомых полей по собственным функциям расширенной области, которую можно выбрать регулярной [7].

Так как магнитная проницаемость полупроводника близка к μ_0 , то в разложении магнитного поля достаточно учитывать только вихревую подсистему собственных функций. В связи с этим при исследовании воздействия полупроводника, помещенного внутрь резонатора, на комплексную резонансную частоту удобным является магнитный функционал вида [7]

$$\Phi_n = \frac{\int_{V_0} \varepsilon^{-1} \text{rot} \vec{H} \cdot \text{rot} \vec{H}^* dV}{\int_{V_0} \mu_0 \vec{H} \vec{H}^* dV}, \quad (1)$$

используя который возможно получение алгебраической формулировки вида

$$\Omega \hat{\mathcal{A}} \Omega d - (\omega^N)^2 \hat{M} d = 0,$$

или

$$\Omega^{-1} \hat{\mathcal{A}}^{-1} \Omega^{-1} \hat{M} d - (\omega^N)^{-2} Id = \Omega^{-1} \hat{\mathcal{A}}^{-1} \Omega^{-1} \hat{M} d - (\omega^N)^{-2} Id = 0, \quad (2)$$

где $\hat{\mathcal{A}}_{kn}$ – матрица с элементами $\hat{\mathcal{A}}_{kn} = \varepsilon_0^2 \int_{V_0} \varepsilon^{-1} \vec{e}_n \vec{e}_k^* dV$; M_{kn} – матрица с элементами

$M_{nk} = \mu_0^2 \int_{V_0} \mu h_n \vec{h}_k dV$; ω_k – собственные значения, соответствующие вихревому базису, Ω – диагональная матрица собственных частот; I – единичная диагональная матрица

Для оценки систематической погрешности одномодового приближения будем рассматривать возмущение основного поля цилиндрического резонатора неоднородно легированной структурой с экспоненциальным законом распределения электропроводности

$$\sigma(z) = \sigma_{усх} \left(1 + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_{усх}} e^{-\alpha z} \right).$$

В этом случае нерегулярность задачи обусловлена только неоднородностью внутренней среды и возможна в представлении поля основного базиса. При расположении образца параллельно торцевой стенке резонаторного ИП имеется азимутальная симметрия системы и возмущаемого поля, следовательно, возможно использование алгебраической формулировки (2).

Компоненты электромагнитного поля для резонатора с H_{01n} типом колебаний записаны в виде

$$\begin{aligned} E_\varphi &= D_n \omega \mu_0 \frac{\mu_{ni}}{R} J'_n \left(\frac{\mu_{0i_r}}{R} \right) \cos n\varphi \cdot \sin \beta z \equiv A_\varphi J'_n \left(\frac{\mu_{0i_r}}{R} \right) \cos n\varphi \cdot \sin \beta z, \\ H_r &= -D_n \beta \frac{\mu_{0i}}{R} J'_n \left(\frac{\mu_{0i_r}}{R} \right) \cos n\varphi \cdot \sin \beta z \equiv B_r J'_n \left(\frac{\mu_{0i_r}}{R} \right) \cos n\varphi \cdot \sin \beta z, \\ H_z &= -j D_n \left(\frac{\mu_{0i}}{R} \right)^2 J_n \left(\frac{\mu_{0i_r}}{R} \right) \cos n\varphi \cdot \sin \beta z \equiv B_z J_n \left(\frac{\mu_{0i_r}}{R} \right) \cos n\varphi \cdot \sin \beta z. \end{aligned} \quad (3)$$

Искомые поля представляются в виде разложения по собственным функциям пустого резонатора. При этом собственные функции ортонормированы, так что

$$\varepsilon \int_{V_0} E_i E_j dV = \mu \int_{V_0} H_i H_j dV. \quad (4)$$

Зададимся базисом, состоящим из N собственных функций, отвечающих полям пустого резонатора типа H_{01m} ($m = 1, 2, \dots, N$).

Используя условие ортонормировки (4) нетрудно найти неизвестные коэффициенты A_φ , B_z и B_r .

$$\begin{aligned} A_\varphi &= \frac{1}{\sqrt{\pi \varepsilon_0 l}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{2} [J_1^2(\mu_{01}) - J_0(\mu_{01}) J_2(\mu_{01})]}}, \\ B_r &= \frac{-\beta}{\omega \mu_0 \sqrt{\pi \varepsilon_0 l}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{2} [J_1(\mu_{01}) - J_0(\mu_{01}) J_2(\mu_{01})]}}, \\ B_z &= -j \frac{\frac{\mu_{01}}{R}}{\omega \mu_0 \sqrt{\pi \varepsilon_0 l}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{2} [J_1^2(\mu_{01}) - J_0(\mu_{01}) J_2(\mu_{01})]}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставив коэффициенты (5) в выражения для матричных элементов магнитного функционала получаем систему N линейных алгебраических уравнений, корни которой дают приближенные значения собственных комплексных частот резонатора с неоднородным заполнением.

При вычислении матрицы \mathcal{E}_{nk} интегрирование выполнялось в аналитическом виде. При произвольном законе распределения электропроводности такая возможность отсутствует, что существенно усложняет общий алгоритм решения и значительно увеличивает время счета, так как в этом случае приходится выполнять численное интегрирование.

Выражение для матрицы \mathcal{E}_{nk} в данном случае имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{nk} = & \frac{2}{l} \left\{ \frac{z_1}{2} + \frac{z_0 - z_2}{2} + \frac{\sin 2\beta z_2 - \sin 2\beta z_1}{4\beta} + \varepsilon_1 \left(\frac{z_2 - z_1}{2} - \frac{\sin 2\beta z_2 - \sin 2\beta z_1}{4\beta} \right) + \right. \\ & + j\varepsilon_1 \operatorname{tg} \delta \left[\frac{z_2 - z_1}{2} - \frac{\sin 2\beta z_2 - \sin 2\beta z_1}{4\beta} \right] + \frac{\Delta \delta}{\delta_{\text{всх}}} \left[\frac{1 - e^{\alpha(z_2 - z_1)}}{\alpha} - \frac{e^{\alpha(z_1 - z_2)}}{\alpha^2 + 4\beta^2} (-\alpha \cos 2\beta z_2 + \right. \\ & \left. \left. + 2\beta z_2 + 2\beta \sin 2\beta z_2) + \left(\frac{-\alpha \cos 2\beta z_1 + 2\beta \sin 2\beta z_1}{\alpha^2 + 4\beta^2} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma_{\text{всх}}}{\omega \varepsilon \varepsilon_0}$; $\beta = \frac{\pi \cdot n}{z_0}$; z_0, z_1, z_2 – координаты; l – длина резонатора.

Выражение для недиагональных элементов $n \neq k$ матрицы \mathcal{E}_{nk} имеет более громоздкий вид.

Вычисленные значения комплексной частоты позволяют определить добротность резонатора, имеющего неоднородное заполнение $Q = \omega' / 2\omega''$ как функцию электрофизических параметров исследуемой структуры. Очевидно, что сходимость вариационного метода будет определяться числом базисных функций N . Для исследования точности метода было проведено исследование зависимости добротности цилиндрического резонатора с H_{01m} типом колебаний от параметров образца при экспоненциальном законе распределения электропроводности.

Число базисных функций увеличивали от 10 до 90 и определяли величину добротности в точке $\beta_1 h = 0$. Полученные результаты приведены в таблице

Таблица

N	Q 10	$\delta Q = (Q_{N=90} - Q_N) / Q_{N=90}, \%$	Время счета
10	4.611	36	7 сек.
20	4.172	20	30 сек.
40	3.7188	7.2	1.3 мин.
50	3.598	3.7	2.5 мин.
60	3.4998	0.88	5 мин.
70	3.4751	0.18	12 мин.
80	3.4698	0.026	19 мин.
90	3.4689	0	40 мин.

Эти данные, иллюстрирующие сходимость процесса, графически представлены на рис. 1.

Анализ проведенных исследований показал, что хорошая сходимость метода достигается при $N = 60$, однако при этом значительно возрастает время расчета на ЭВМ. Необходимость использования столь большого числа базисных функций в разложении поля связано с малой фазовой толщиной исследуемых образцов.

На рис. 2 представлена зависимость добротности резонатора с H_{01m} видом колебаний от степени включения однородного образца ($\beta_1 h$) в поле ИП, рассчитанная с помощью одномодового приближения. Сплошными линиями показаны зависимости, которые рассчитываются по вариационному методу, а знаковыми точками – результаты численных оценок одномодового приближения. Анализ результатов показывает, что существует зависимость величины добротности как от электрофизических параметров образца, так и от степени включения образца в поле резонатора. Для образцов с $\operatorname{tg} \delta_2 < 1$ наблюдается хорошее совпадение результатов расчетов, полученных с помощью одномодового приближения и вариационного метода, а для образцов с $\operatorname{tg} \delta_2 > 1$ – их заметное расхождение. Очевидно, что для таких образцов в целях достижения необходимой точности результатов желательно увеличить число базисных функций, что, однако, влечет за собой значительное возрастание времени расчета на ЭВМ, а кроме того, в ряде случаев оно может быть ограничено возможностями вычислительных средств. Поэтому для повышения точности вычислений предложен следующий вариант решения задачи. Искомые поля представляются в виде разложения по собственным функциям резонатора, содержащего плоскопараллельный образец, полностью заполняющий поперечное сечение резонатора. Соответствующие комплексные собственные значения находят из характеристического уравнения вида

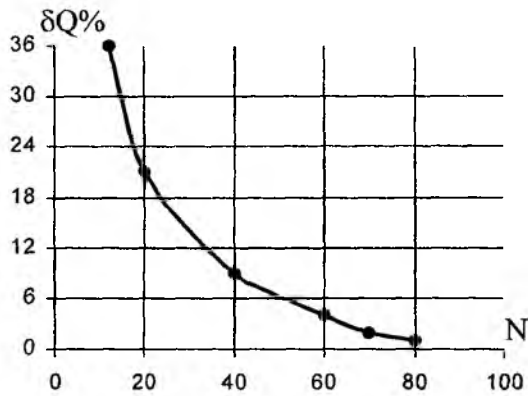


Рис. 1

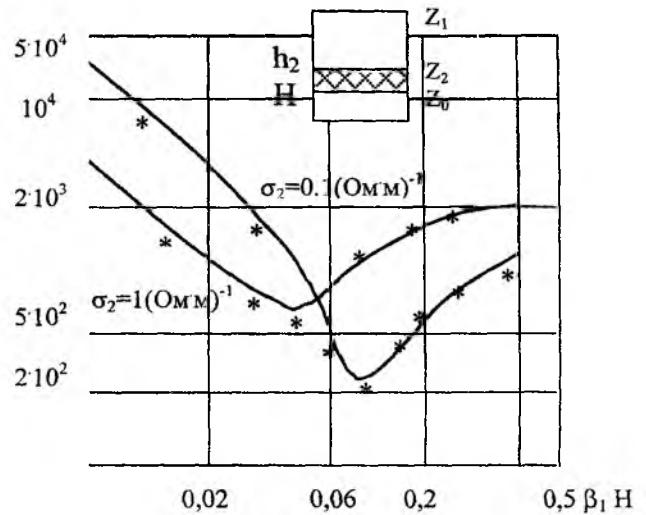


Рис. 2

$$th\gamma_1 z_1 = -\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \cdot \frac{th\gamma_2 h_2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_0} th\gamma_1 H}{1 + \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_0}\right) th\gamma_2 h_2 \cdot th\gamma_1 H}, \quad (7)$$

где γ_1, γ_2 – комплексные коэффициенты распространения в незаполненной части резонатора и образце соответственно.

Используя условие ортонормировки (4), из алгебраической формулировки (2) с учетом собственных частот, полученных из характеристического уравнения (7), можно получить систему алгебраических уравнений, которая дает возможность определить приближенные комплексные частоты резонатора, имеющего неоднородное заполнение. Полученные результаты свидетельствуют, что такой подход к решению задачи позволяет значительно улучшить сходимость результата, которая достигается при числе базисных функций $N = 40$.

Ввиду наличия неоднородности электропроводности по координате z возможно предположение о необходимости учета E собственных функций при использовании вариационного алгоритма. Для проверки этого предположения в точке $H = 0,1$ применялся базис H_{01n} - и $8 E_{02n}$ -функций (12). Анализ полученных результатов показал, что отклонения оценок в этом случае не наблюдалось.

Таким образом, изложенные выше вариационные принципы решения краевых задач электродинамики дают возможность построения универсальных алгоритмов, в результате реализации которых могут быть вычислены различные характеристические параметры нерегулярных электродинамических систем.

- Список литературы:** [1] Зацепин Н.Н. Неразрушающий контроль. – Минск: Наука и техника, 1979.– 192с. [2] Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий. Справочник / Под ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1976. – Вып.91. – 149 с. [3] Вылегжанин В.И. Контроль дефектов в полупроводниках при помощи растрового микроскопа. – М.: Электронная промышленность, 1971. – С.54. [4] Гордиенко Ю.Е. СВЧ диагностика слоистых полупроводниковых материалов: Дис... д-ра физ.-мат. наук. – Харьков, 1985. – 277 с. [5] Никольский В.В. Проекционный метод для задач дифракции на основе импедансной трактовки с выделенным полем // Тр. Московского института радиотехники, электроники и автоматики "Электродинамика, антенны и техника СВЧ". –1974. – Вып. 70. – С.112-120. [6] СВЧ резонаторный метод измерения удельного сопротивления и толщины эпитаксиальных пленок / М.В. Детинко, Ю.В. Медведев // Электронная техника. – Сер1. – 1982. – Вып.6. – С.16-19. [7] Никольский В.В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. – М.: Наука. 1987. – 460 с.

Харьковский государственный технический университет радиотехники

Поступила в редколлегию 13.12.1999