

621.396(06)
P15

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР
ХАРЬКОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ им. М. К. ЯНГЕЛЯ

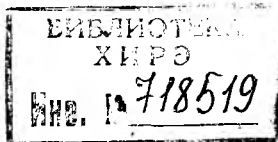
РАДИОТЕХНИКА

Республиканский
межведомственный
научно-технический
сборник

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 94

ЭЛЕКТРОНИКА



КС

ХНУРЕ Radvotekhnika



718519

Харьков
Издательство «Основа» при Харьковском
государственном университете
1991

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований в области формирования, синтеза и анализа радиосигналов, радиотехнических устройств различного назначения. Рассмотрены вопросы измерения параметров СВЧ-приборов и устройств. Изложены данные изучения радиопоглощающих материалов.

Для преподавателей, научных работников, специалистов.

Редакционная коллегия: д-р техн. наук проф. А. И. Терещенко (отв. ред.), канд. техн. наук проф. В. Д. Кукуш (зам. отв. ред.), канд. техн. наук доц. Ж. Ф. Пащенко (отв. секр.), д-р техн. наук проф. Ю. И. Волощук, д-р техн. наук проф. Б. Л. Кашеев, д-р физ.-мат. наук проф. В. М. Кузьмичев, д-р техн. наук проф. Н. Д. Колпаков, канд. техн. наук доц. Е. М. Кулешов, д-р физ.-мат. наук проф. О. А. Третьяков, д-р физ.-мат. наук проф. Н. А. Хижняк, д-р техн. наук проф. А. Г. Шейн, акад. АН УССР В. П. Шестопалов, д-р техн. наук проф. Я. С. Шифрин.

Ответственный за выпуск д-р техн. наук проф. Б. Л. Кашеев

Адрес редакционной коллегии: 310726 Харьков, пр. Ленина, 14, институт радиоэлектроники, тел. 40-93-66

Редакция научно-технической литературы
Зав. редакцией Л. А. Гаврилова

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

РАДИОТЕХНИКА

Выпуск 94

Редактор В. В. Арнаутова
Художественный редактор Т. П. Короленко
Технический редактор Г. П. Александрова
Корректор Л. А. Емельянова

ИБ № 13219

Сдано в набор 22.11.90. Подписано в печать 11.01.91. Формат 60×90/16. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 8,75. Усл. кр.-отт. 9. Уч.-изд. л. 10,1. Тираж 1000 экз. Изд. № 1909. Зак. 1348. Цена 1 р. 40 к.

Издательство «Основа» при Харьковском государственном университете. 310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

Харьковская городская типография № 16.
310003 Харьков, ул. Университетская, 16.

В. Г. ВОРОНОВ, С. Р. ПЕРЕПЕЛКИН, Н. Р. ПОПОВ, И. Н. ПОПОВ

ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНЫЙ МОДУЛЯТОР КАК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ
ВЗАИМНО-ОБРАТНЫХ ФУНКЦИЙ

Процесс преобразования непрерывного сигнала $U_1(t)$ в широтно-импульсный сигнал $U_2(t)$ в однополярном широтно-импульсном модуляторе (ШИМ) показан на рис. 1. Полагаем, что статическая

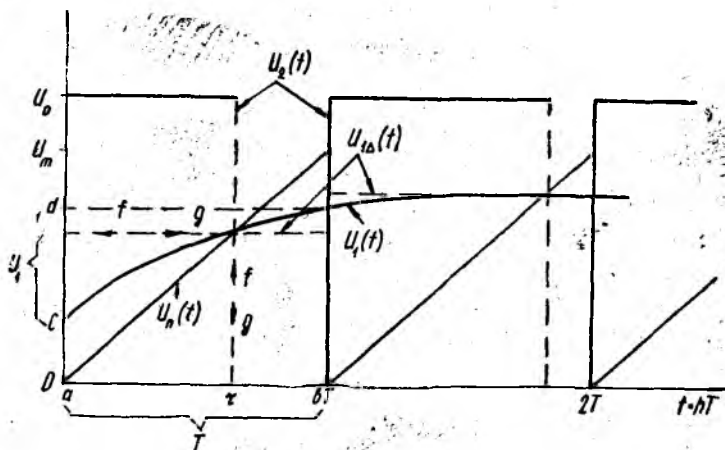


Рис. 1

характеристика компаратора ШИМ является идеальной релейной однополярной; $U_n(t)$ — периодическое опорное однополярное напряжение треугольной формы с амплитудой U_m ; область значений $U_1(t)$ по всей ее области определения $t \in]-\infty; \infty[$ не выходит за пределы отрезка $[0; U_m]$. При этих условиях в ШИМ осуществляется односторонняя однополярная широтно-импульсная модуляция. Покажем, что $U_2(t)$ — обратная функция $U_1(t)$, а также условия обратимости $U_1(t)$.

Бесконечная область определения функции $U_1(t)$ с помощью $U_n(t)$ квантуется по времени на бесконечное множество конечных областей определения T . На рис. 1 в каждом интервале квантования по времени T непрерывная функция $U_1=f(t)$ представлена областью определения $D(f)=T$ и множеством значений $E(f)=V_1$. Области T, V_1 есть отрезки $[a, \delta], [c, d]$ соответственно. Если трактовать функцию как отображение множества T на множество V_1 , то значение $U_1=f(t)$ называют образом точки t , а t — прообразом точки U_1 при отображении f . Отображение f показано стрелками, идущими «вверх — налево». Если функция $U_1=f(t)$ задает инъективное отображение, это эквивалентно тому, что образ

$U_1 \in V_1$ имеет единственный прообраз $t \in T$, а геометрически тому, что любая горизонтальная прямая может пересекать график $U_1(t)$ только в одной точке. Такое свойство присуще монотонным функциям (возрастающим и убывающим). С помощью функции $U_1 = f(t)$, обладающей этим свойством, можно построить новую функцию $t = g(U_1)$, у которой область определения — множество значений исходной функции $P(g) = V_1 = E(f)$; каждому $U_1 \in V_1$ функция g ставит в соответствие его прообраз при отображении f . Функция $t = g(U_1)$ называется обратной к функции $U_1 = f(t)$. Отображение g изображено стрелками, идущими «направо — вниз». Очевидно, функция $U_1 = f(t)$, в свою очередь, обратна к $t = g(U_1)$, и можно говорить о паре взаимно обратных функций

$$P(f) = E(g); E(f) = P(g);$$

$$U_1 = f(t) \leftrightarrow t = g(U_1).$$

Чтобы найти выражение для обратной непрерывной функции, надо решить уравнение $U_1 = f(t)$ относительно t , используя только решения, принадлежащие множеству T . В ШИМ осуществляется дискретизация непрерывных функций $U_1 = f(t)$, поэтому на каждом T вместо выражений функций (отображения непрерывных множеств) определяются их дискретные выборки $U_1^* = U_1(\tau_n)$, преобразуемые в дискретные пропорциональные значения обратных функций

$$\tau_n(t) = K_\tau \sum_{n=0}^{\infty} U_1(nT - \tau_n),$$

где $U_1(\tau_n)$ — дискретные значения $U_1(t)$ в моменты τ_n на каждом T . Коэффициент пропорциональности $K_\tau = T/U_m$ дискретного отображения множества U_1^* на T в обратной функции $\tau_n(t)$ является обратным коэффициенту пропорциональности $K_n = U_m/T$ дискретного отображения множества T на множество U_1 непрерывной функции $U_1 = f(t)$, устанавливаемому в неизвестной $U_1 = f(t)$ с помощью известного опорного периодического напряжения $U_n(t) = K_n \sum_{n=0}^{\infty} (t - nT)$ путем их совместного решения (сравнения, измерения), $|U_1(t) - U_n(t)| = 0$, осуществляемому с помощью компаратора.

Запишем обратную функцию разрешенной относительно переменной напряжения:

$$\begin{aligned} U_2(t) &= U_0 \sum_{n=0}^{\infty} [1(t - nT) - 1(t - \tau_n - nT)] = \\ &= U_0 \sum_{n=0}^{\infty} [1(t - nT) - 1(t - K_\tau U_1(\tau_n) - nT)]. \end{aligned} \quad (1)$$

Поскольку на каждом интервале квантования T входной непрерывный сигнал $U_1(t)$ линейно отражается одним дискретным значением длительности импульса τ_n , то это, с одной стороны, соответству-

ет приближению (интерполированию) его на каждом T константами (полиномами нулевого порядка)

$$U_1(t) \approx U_{1\Delta}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} U_1(\tau_n) \delta_{\Delta}(t - nT) T,$$

где $\delta_{\Delta}(t) = 1/T$ — единичный прямоугольный импульс длительностью T и амплитудой $1/T$; $U_{1\Delta}(t)$ — ступенчатая функция, интерполирующая $U_1(t)$ в соответствии с родом модуляции. Как известно, по точности приближения ШИМ делятся на модуляторы I—5 рода. Рассматриваемые ШИМ относятся к модуляторам второго рода.

С другой стороны, процесс дискретизации в ШИМ можно отразить с помощью δ -функции Дирака:

$$U_1'(t) = U_{1\Delta}(t) T \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT) = T \sum_{n=0}^{\infty} U_1(\tau_n) \delta(t - nT),$$

Здесь $\delta_T(t) = T \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT)$ — последовательность единичных дельта-функций.

Тогда выходной сигнал $U_2(t)$ ШИМ можно представить в виде дискретной интегральной свертки

$$U_2(t) = T \sum_{n=0}^{\infty} U_1(\tau_n) K_{ш}(t - nT). \quad (2)$$

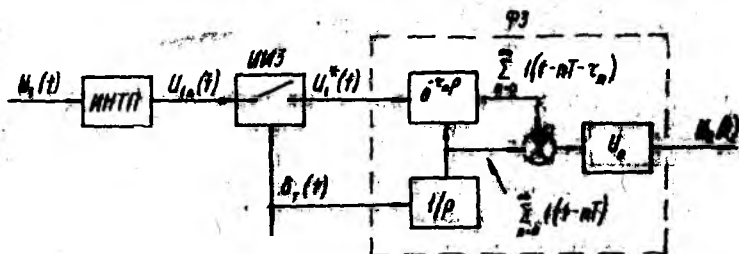


Рис. 2

На основании изложенного структурную схему ШИМ можно представить в виде последовательного соединения интерполирующего устройства (ИНТП), которое обычно не изображают, идеального импульсного звена ИИЗ (δ -ключа) и формирующего звена ФЗ (рис. 2).

Из равенства выражений (1), (2) следует, что весовая функция ФЗ ШИМ имеет вид

$$\begin{aligned} K_{ш}(t) &= \frac{U_0}{TU(\tau_n)} [1(t) - 1(t - \tau_n)] = \frac{K_a}{\tau_n} [1(t) - 1(t - \tau_n)] = \\ &= K_{\tau} \frac{U_0}{T\tau_n} [1(t) - 1(t - \tau_n)], \end{aligned}$$

где $\tilde{K}_u = \frac{U_{2cp}}{U_1} = \frac{U_0}{U_m}$ — статический коэффициент преобразования по напряжению; $U_{2cp} = K_u U_1 = \frac{U_0}{U_m} U_1(\tau_n)$ — среднее значение $U_2(t)$; $K_u = K_\tau \frac{U_0}{T}$, $\frac{U_0}{T} = \text{const}$ — масштабный коэффициент,

устанавливающий отношение области значений обратной функции $U_2(t)$ к области значений обратной функции $\tau_n(t)$.

Чаще всего в качестве доказательства о принципиальной нелинейности широтно-импульсной модуляции применяют метод, заимствованный из работы [1], заключающийся в следующем. Пусть на входе модулятора действует сигнал $U_1 = U_{11} + U_{12}$. При действии сигнала U_{11} длительность импульса на выходе τ_1 , при действии U_{12} — длительность τ_2 . При суммарном сигнале U_1 длительность $\tau = \tau_1 + \tau_2$.

Соответствующие напряжения на выходе ШИМ

$$U_{21}(t) = U_0 \sum_{n=0}^{\infty} [1(t - nT) - 1(t - \tau_1 - nT)],$$

$$U_{22}(t) = U_0 \sum_{n=0}^{\infty} [1(t - nT) - 1(t - \tau_2 - nT)],$$

$$U_2(t) = U_0 \sum_{n=0}^{\infty} [1(t - nT) - 1(t - \tau - nT)].$$

И далее говорят, что, так как при суммировании $U_{21}(t) + U_{22}(t) \neq U_2(t)$ амплитуда результирующего сигнала $U_2(t)$ не изменилась прямопропорционально входному, следовательно, принцип суперпозиции не выполняется и ШИМ является нелинейным звеном, независимо от характера функциональной зависимости τ_n от U_1 ; поэтому и системы с ШИМ в целом при линейной непрерывной части нелинейны.

Ошибочность такого утверждения состоит в неверном выполнении операции суммирования широтно-импульсных сигналов (ШИС). Так как ШИС $U_2(t)$ является обратной функцией по отношению к непрерывному входному сигналу $U_1(t)$, то все операций (в том числе и линейные) должны выполняться либо в классе обратных функций (т. е. в классе ШИС), либо в классе прямых функций после выполнения предварительного преобразования широтно-импульсного сигнала в сигнал с амплитудным информационным параметром. Правила выполнения математических операций с широтно-импульсными сигналами изложены, например, в [2]. Таким образом, неправильно выполняемая операция над ШИС не может быть доказательством о неприменимости принципа суперпозиции в ШИМ и его принципиальной нелинейности. Как следует из математической модели, структурная схема рассматриваемого

ШИМ включает линейные операторы, поэтому такие ШИМ — линейные импульсные устройства [3].

Итак, если отображение $U_1 = f(t)$, $U_1 \in U_m$ на каждом $T \in t$ не является инъективным, то обратной функции не существует, поскольку одному и тому же $U_1 \in U_m$ могут соответствовать различные значения t . Условием однозначности обратной функции служит монотонность исходной функции на каждом T . Значит, всякая непрерывная функция $U_1(t)$, имеющая область значений $E(f) \in U_m$ и удовлетворяющая условиям Дирихле при выбранных интервалах T , имеет обратную функцию $U_2(t)$, т. е. может преобразовываться с помощью ШИМ в обратную дискретную функцию — широтно-импульсный сигнал.

Список литературы: 1. Кунцевич В. М., Чеховой Ю. Н. Нелинейные системы управления с частотно- и широтно-импульсной модуляцией. К., 1970. 340 с.
2. Карпов Р. Г., Карпов Н. Р. Преобразование и математическая обработка широтно-импульсных сигналов. Л., 1977. 165 с. 3. Перепелкин С. Р., Попов Н. Р. К вопросу о линейности широтно-импульсных модуляторов и систем с ШИМ// Локальные автоматизированные системы автоматики. К., 1983. С. 54—59.

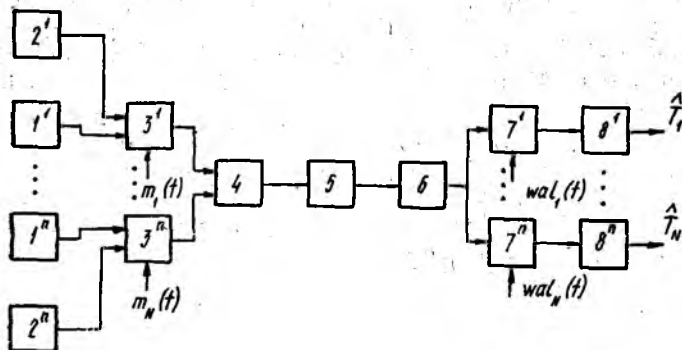
Поступила в редколлегию 15.02.89

УДК 621.391

В. И. АНТЮФЕЕВ, канд. техн. наук, В. Н. БЫКОВ, канд. техн. наук,
Ю. В. ОВСЯННИКОВ, А. С. СУЛТАНОВ, канд. техн. наук

ОЦЕНКА РЕАЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МНОГОКАНАЛЬНОГО РАДИОМЕТРА

Многоканальные матричные радиометры находят применение в системах, предназначенных для формирования радиометрических изображений. Для обеспечения требуемой высокой степени иден-



тичности коэффициентов передачи отдельных каналов такие радиометры могут строиться по схеме с линейным уплотнением сигналов. Это позволяет использовать общий для всех сигналов канал

усиления и тем самым решить проблему идентичности каналов. В одном из приемников этого класса — радиометре с периодической абсолютной калибровкой [1] — используется принцип временного уплотнения и разделения сигналов. При заданном времени формирования изображения увеличение числа каналов в таком приемнике приводит к резкому ухудшению чувствительности.

В статье решена задача анализа описанной в работе [1] структуры и оценки реальной чувствительности радиометра, в котором реализован принцип разделения сигналов по форме в результате применения ортогонального семейства демодулирующих функций, в качестве которого использована система функций Уолша.

Структурная схема многоканального приемника представлена на рисунке, где введены обозначения: $1^1, \dots, 1^N, 2^1, \dots, 2^N$ — источники полезных и эталонных шумовых сигналов соответственно, $3^1, \dots, 3^N$ — модуляторы-переключатели, 4 — сумматор, 5 — усилитель высокой частоты УВЧ, 6 — квадратичный детектор, $7^1, \dots, 7^N$ — синхронные детекторы, $8^1, \dots, 8^N$ — интеграторы.

Решение задачи проведено при следующих предположениях: Частотная характеристика УВЧ является прямоугольной, т. е.

$$G(f) = \begin{cases} G_0; & |f \pm f_0| \leq \Delta f/2; \\ 0; & |f \pm f_0| > \Delta f/2. \end{cases}$$

Двусторонняя спектральная плотность относительных флуктуаций $g(t) = \Delta G/G_0$ коэффициента усиления УВЧ по мощности подчиняется фликкерному закону [2]

$$S_g(f) = \begin{cases} A/f^\gamma; & |f| \geq F; \\ 0; & |f| < F; \end{cases} \quad \gamma \in (1, 3),$$

а процесс $g(t)$ является нормальным стационарным случайным процессом с нулевым средним.

Напряжения входных сигналов $\tilde{u}_{Ai}(t)$, эталонных сигналов $\tilde{u}_{\epsilon i}(t)$ и собственного шума УВЧ $\tilde{u}_{\text{ш}}(t)$ являются стационарными случайными процессами с нулевыми средними значениями и спектральными плотностями

$$S_{\tilde{u}_{Ai} \tilde{u}_{\epsilon i} \tilde{u}_{\text{ш}}}(f) = \begin{cases} kT_{Ai(\epsilon i \text{ ш})}, & |f \pm f_0| \leq \Delta f/2, \\ 0, & |f \pm f_0| > \Delta f/2. \end{cases}$$

где k — постоянная Больцмана, T_{Ai} , $T_{\epsilon i}$, $T_{\text{ш}}$ — антенная температура по i -му входу, эквивалентные температуры i -го источника шумового напряжения и собственного шума УВЧ соответственно.

Процессы $\tilde{u}_A(t)$, $\tilde{u}_{\epsilon i}(t)$ ($i = \overline{1, N}$), $\tilde{u}_{\text{ш}}(t)$, $g(t)$ статистически независимы.

Задано семейство коммутирующих функций $\{m_i(t)\}_{i=1}^N = \left\{ \frac{1}{2} (1 + \text{wal}_i(\theta, t)) \right\}$, где $\text{wal}_i(\theta, t)$ — функция Уолша номера

i периода θ , который будем считать кратным интервалу усреднения τ .

При указанных допущениях сигнал на выходе УВЧ можно записать в виде

$$\tilde{u}(t) = \sqrt{1+g(t)} \left\{ \sum_{l=1}^N [V m_l(t) \tilde{u}_{Al}(t) + V \overline{1-m_l(t)} \tilde{u}_{s1}(t)] + \tilde{u}_{ш}(t) \right\}.$$

Переходя к нормированным относительно $\sqrt{k\Delta f}$ напряжениям, получим

$$u(t) = \sqrt{1+g(t)} \left\{ \sum_{l=1}^N [V m_l(t) u_{Al}(t) + V \overline{1-m_l(t)} u_{s1}(t)] + u_{ш}(t) \right\}.$$

Дисперсия $u(t)$ определяется выражением $\sigma_u^2 = \sum_{l=0}^N m_l T_l$, (1),

где $T_l = T_{Al} - T_{s1}$ ($l = \overline{1, N}$), $T_0 = T_{ш} + \sum_{l=1}^N T_{s1}$, $m_0(t) \equiv 1$,

а спектральные плотности напряжений $u_i(t)$ имеют вид

$$S_i(f) = \begin{cases} T_i/\Delta f; & |f \pm f_0| \leq \Delta f/2; \\ 0; & |f \pm f_0| > \Delta f/2; \end{cases} \quad i = \overline{0, N}. \quad (2)$$

В соответствии со структурной схемой радиометра, выходной сигнал j -го канала определяется равенством $\hat{T}_j = \frac{2}{\tau} \int_0^\tau \text{wal}_j(t) \times$

$\times u^2(t) dt$. Математическое ожидание оценки \hat{T}_j с учетом соотношения (1) и ортогональности функций Уолша $\left(\frac{1}{\tau} \int_0^\tau \text{wal}_i(t) \times \right.$
 $\left. \times \text{wal}_k(t) dt = \delta_{ik}; i, k = \overline{1, N} \right)$ равно T_j . Следовательно, оценки параметров T_j ($j = \overline{1, N}$) являются несмещенными.

Ковариация оценок \hat{T}_j, \hat{T}_l описывается выражением $R_{jl} = R_{jl}^1 + R_{jl}^2 + R_{jl}^3$. (3). Здесь

$$R_{jl}^1 = \frac{1}{\tau^2} \int_0^\tau \int_0^\tau \text{wal}_j(t) \text{wal}_l(\xi) \sum_{i,k=0}^N m_i(t) m_l(\xi) m_k(t) m_k(\xi) \times \\ \times R_i(t-\xi) R_k(t-\xi) dt d\xi;$$

$$R_{jl}^2 = \frac{1}{\tau^2} \int_0^\tau \int_0^\tau R_g(t-\xi) \text{wal}_j(t) \text{wal}_l(\xi) \sum_{i,k=0}^N m_i(t) m_l(\xi) \times \\ \times m_k(t) m_k(\xi) R_i(t-\xi) R_k(t-\xi) dt d\xi;$$

$$R = \frac{4}{\tau^2} \int_0^\tau \int_0^\tau R_g(t-\xi) \sum_{i,k=0}^N m_i(t) m_k(\xi) T_i T_k dt d\xi,$$

$R_{ii}(\xi) = \langle u_i(t+\xi) u_i(t) \rangle - \langle u_i(t) \rangle^2$ — корреляционная функция процесса $u_i(t)$.

Для вычисления первого слагаемого путем замены переменных в двойном интеграле приведем его к виду

$$R_{ii}^1 = 8 \int_0^\tau (\tau - \eta) \sum_{i,k=0}^N R_i(\eta) R_k(\eta) [B_{ii}^{ik}(\eta) + B_{ii}^{ik} - \eta], \quad (4)$$

где

$$B_{ii}^{ik}(\eta) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau m_i(t) m_k(t) \text{wal}_i(t) m_i(t+\eta) m_k(t+\eta) \text{wal}_i(t+\eta) dt.$$

Воспользуемся групповым свойством функций Уолша: $\text{wal}_i(t) \text{wal}_k(t) = \text{wal}_{i \oplus k}(t)$, где двоичное разложение числа $i \oplus k$ получается путем поразрядного сложения по модулю 2 двоичных разложений чисел i, k [3]. Ограничимся случаем $N = 2^m - 1$ ($m \in \mathbb{N}$), когда множество функций $\{\text{wal}_i\}_{i=0}^N = 1$ образует конечную группу относительно операции умножения. Тогда

$$\begin{aligned} B_{ii}^{ik}(\eta) + B_{ii}^{ik}(-\eta) = & \frac{1}{8} [B'_{ii}(\eta) + B'_{i \oplus i, i \oplus i}(\eta) + B'_{j \oplus k, j \oplus k}(\eta) + \\ & + B'_{j \oplus i, i \oplus k}(\eta) + B'_{i, i \oplus i}(\eta) + B'_{j \oplus i, i}(\eta) + B'_{j \oplus k, i}(\eta) + B'_{j \oplus k, i}(\eta) + \\ & + B'_{j \oplus i, i \oplus k}(\eta) + B'_{j \oplus i, i \oplus k}(\eta) + B'_{j \oplus k, i \oplus k}(\eta) + B'_{j \oplus i, i \oplus k}(\eta) + \\ & + B'_{j, i \oplus i \oplus k}(\eta) + B'_{j \oplus i, i \oplus k}(\eta) + B'_{j \oplus i, i \oplus k}(\eta) + B'_{j \oplus k, i \oplus i}(\eta)]. \end{aligned}$$

Здесь $B'_{ik}(\eta) = \frac{1}{2} [B_{ik}(\eta) + B_{ki}(\eta)]$ — четная часть взаимной

временной корреляционной функции $B_{ik}(\eta) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \text{wal}_i(t) \text{wal}_k(t) \times (t-\eta) dt$ и использовано свойство $B_{ik}(\eta) = B_{ki}(-\eta)$. Поскольку $B'_{ik}(\eta) = B_i(\eta) \delta_{ik}$, то

$$\begin{aligned} B_{ii}^{ik}(\eta) + B_{ii}^{ik}(-\eta) = & \delta_{i0} (1 - \delta_{k0}) [B_j(\eta) \delta_{ji} + B_k(\eta) \delta_{k,i} (1 - \delta_{ji})] + \\ & + 2\delta_{i0} \delta_{k0} \delta_{ji} B_j(\eta) + \delta_{k0} (1 - \delta_{i0}) [B_j(\eta) \delta_{ji} + B_i(\eta) \delta_{i, j \oplus i} (1 - \delta_{ji})] + \\ & + \frac{1}{2} (1 - \delta_{i0}) (1 - \delta_{k0}) [B_j(\eta) \delta_{ji} + B_{i \oplus k}(\eta) \delta_{i \oplus k, j \oplus i} + B_i(\eta) \delta_{i, j \oplus i} + \\ & + B_k(\eta) \delta_{k, j \oplus i}]. \end{aligned} \quad (5)$$

Разложим, каждую из функций Уолша в ряд Фурье по косинусам на интервале $[0, \theta]$:

$$\text{wal}_i(t) = \sum_{r \in \mathbb{Z}} b_{ir} \cos(\pi r f t / \theta), \quad b_{ir} = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \text{wal}_i(t) \cos(\pi r f t / \theta) dt.$$

Спектр функции $\text{wal}_i(t)$ определяется выражением $S_i(\omega) = \sum_{r \in Z} b_{ir}^2 \delta(f - r/\theta)$. Используя теорему Винера-Хинчина и учитывая равенство (5), соотношение (4) можно представить так:

$$R_{jl}^1 = \sum_{i, k=0}^N \sum_{r \in Z} [\delta_{i0}(1 - \delta_{k0}) [b_{ir}^2 \delta_{jl} + b_{kr}^2 \delta_{k,j \oplus l} (1 - \delta_{jl})] + 2b_{jr}^2 \delta_{i0} \delta_{k0} \delta_{jl} + \delta_{k0}(1 - \delta_{i0}) [b_{jr}^2 \delta_{jl} + b_{ir}^2 \delta_{i,j \oplus l} (1 - \delta_{jl})] + \frac{1}{2}(1 - \delta_{i0})(1 - \delta_{k0}) [b_{ir}^2 \delta_{jl} + b_{i \oplus k, r}^2 \delta_{i \oplus k, j \oplus l} + b_{ir}^2 \delta_{i,j \oplus l} + b_{kr}^2 \delta_{k,j \oplus l}]] \times \int_{E^1} S_{ik}(f - r/\theta) \sin^2 \pi f \tau df.$$

Здесь $S_{ik}(f) = \int_{E^1} S_i(f') S_k(f - f') df'$. Для низкочастотной компоненты спектральных плотностей типа (2) известно выражение [2]

$$S_{ik}(f) = \begin{cases} \frac{T_i T_k}{\Delta f} (1 - |f|/\Delta f); & |f| < \Delta f; \\ 0, & |f| > \Delta f. \end{cases}$$

Поскольку для реальных радиометров обычно выполняется неравенство $\theta^{-1} \ll \Delta f$, в полосе прозрачности фильтра нижних частот с частотной характеристикой $\sin^2 \pi f \tau$ приближенно будем иметь $S_{ik}(f) \cong S_{ik}(f - r/\theta) \cong S_{ik}(0) = T_i T_k / \Delta f$. Используя равенство Парсевала

$$\sum_{r \in Z} b_{ir}^2 = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \text{wal}_i^2(t) dt = 1 \quad (i = \overline{0, N}),$$

окончательно получаем

$$R_{jl}^1 \cong \frac{4T^2}{\Delta f \tau} [(1 + \bar{q}/2)^2 \delta_{jl} + q_{j \oplus l} (1 + \bar{q}/2) (1 - \delta_{jl}) + \frac{1}{4} \sum_{i, k \in I} q_i q_k], \quad (6)$$

где $q_i = T_i / T_0$ — отношение сигнал-шум по i -му входу, $\bar{q} = \sum_{i=1}^N q_i^2$,

$$I = \{(i, k) \in \overline{1, N} \times \overline{1, N} / i \oplus k = j \oplus l\}.$$

С помощью аналогичных выкладок находим

$$R_{jl}^2 \cong \sigma_g^2 R_{jl}^1; \quad R_{jl}^3 \cong T_0^2 [q_{j \oplus l} (1 - \delta_{jl}) (1 + \bar{q}/2) \sum_{r \in Z} b_{i \oplus l, r}^2 s_r + \delta_{jl} (1 + \bar{q}/2)^2 \sum_{r \in Z} b_{jr}^2 s_r + \frac{1}{4} \sum_{k, l \in I} q_i q_k]. \quad (7)$$

Здесь $s_r = \int_{E^1} S_g(f - r/\theta) \sin^2 \pi f \tau df$, $\sigma_g^2 = \int_{E^1} S_g(f) df = \frac{2A}{(\gamma - 1)\mu^2}$.

Из коэффициентов s_l наибольшее значение имеет s_0 , поскольку низкочастотные компоненты спектральной плотности фликкер-шума очень слабо подавляются фильтром с частотной характеристикой $\sin^2 \pi f \tau$. Эффективность подавления составляющих спектра фликкер-шума вблизи гармоник коммутирующего сигнала тем выше, чем больше отношение $L = \tau/\theta$.

Поскольку $b_{l0} = \delta_{l0}$, то в R^3 определяющее влияние имеет член $T_0^2 \sum_{l,k \neq l} q_l q_k b_{l0} b_{k0} s_0 \delta_{jl}$. В рассматриваемом случае множество

$$I = \text{diag} (\overline{1}, N \times \overline{1}, N) = \{(i, k) / i = k\}, \text{ поэтому } R_{jl}^3 = s_0 \delta_{jl} \sum_{i=1}^N T_i^2 \quad (8).$$

Коэффициент s_0 можно выразить через неполную гамма-функцию [4, с. 435]

$$s_0 = A \left\{ \frac{1}{\pi^2 \tau^2 (\gamma + 1) F_{\frac{1}{2}}^{\gamma+1}} - 2 (2\pi\tau)^{\gamma-1} [e^{i\pi(\gamma+1)/2} \Gamma(-\gamma-1, i2\pi F\tau) + e^{-i\pi(\gamma+1)/2} \Gamma(-\gamma-1, -i2\pi F\tau)] \right\},$$

где $\Gamma(\alpha, x) = \int_x^\infty e^{-t} t^{\alpha-1} dt$. В случае, когда эффективная ширина спектра фликкер-шума существенно меньше полосы пропускания фильтра нижних частот, $s_0 \approx \sigma_g^2$.

Таким образом, для ковариации канальных сигналов на основании равенств (3), (6), (7), (8) получаем следующее соотношение:

$$R_{jl} \approx s_0^2 \delta_{jl} \sum_{i=1}^N T_i^2 + \frac{4T_0^2}{\Delta f \tau} \left[(1 + \overline{q}/2) \delta_{jl} + q - (1 + \overline{q}/2) (1 - \delta_{jl}) \right] + \frac{1}{4} \sum_{i,k \neq l} q_i q_k (1 + \sigma_g^2). \quad (9)$$

Из формулы (9) при $j=l$ следует выражение для чувствительности многоканального радиометра по j -му входу:

$$\delta T_j \approx T_0 \left\{ \frac{4}{\Delta f \tau} \left[(1 + \overline{q}/2)^2 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N q_i^2 \right] (1 + \sigma_g^2) + \sigma_g^2 \sum_{i=1}^N q_i^2 \right\}^{1/2},$$

которая оказывается одинаковой для всех каналов.

Коэффициент взаимной корреляции канальных сигналов в соответствии с соотношением (9) равен $r_{jl} = 4T_0^2 (\Delta f \tau)^{-1} q_{\otimes l} (1 + \overline{q}/2) / (\delta T)^2$.

Пусть $q_1 = \dots = q_N = q$ и $q \ll 1$. Тогда $r_{jl} \approx (q^{-1} + N/2)^{-1}$. Следовательно, коэффициент взаимной корреляции канальных сигналов убывает с ростом числа уплотняемых каналов.

Таким образом, показана возможность разделения канальных сигналов по форме за счет использования ортогональности семейства коммутирующих функций Уолша. Как и в одноканальном мо-

дуляционном радиометре использование модуляции входных сигналов позволяет существенно ослабить влияние флуктуаций коэффициента передачи усилительного тракта приемника.

Список литературы: 1. *Hersman M. S., Poe G. A.* Sensitivity of the total power radiometer with periodic absolute calibration//IEEE Trans. on Microwave Theory and Techn. 1981. Vol. 29, N 1. P. 32—40. 2. *Гольнев В. Я., Корольков Д. В., Фридман П. А.* Адаптивный радиометр с пилот-сигналом//Астрофиз. исследования. Изв. спец. астрофиз. обсерватории. 1981. 13. С. 52—61. 3. *Ефимов А. В., Скворцов В. А.* Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения. М., 1987. 344 с. 4. *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962. 1100 с.

Поступила в редколлегию 15.02.89

УДК 621.391

В. С. ПОПЕНКО, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ СИГНАЛОВ

Разработка математической модели, адекватной системе сигналов, является весьма актуальной проблемой в задачах синтеза сигналов.

Для построения математической модели системы сигналов прежде всего необходимо разбить все сигналы на классы в соответствии с их математическими свойствами. Приведенные в работах [1—3] способы классификации сигналов не могут быть положены в основу построения модели, так как функции, обладающие одинаковыми математическими свойствами, относятся к разным классам, а имеющие разные математические свойства — к одному классу, в силу чего возникают сложности при определении натуральной математической структуры сигналов.

По мнению автора, наиболее естественными по математическим свойствам являются классы непрерывных, дискретных и кусочно-непрерывных на отрезке $[0; T]$ сигналов. При этом, сигнал $x(t)$ непрерывен на отрезке $[0; T]$, если в каждой точке этого отрезка выполняется равенство $\lim_{t \rightarrow t_0} x(t) = x(t_0)$, а сигнал $x(t)$ дискретный,

если он принимает конечное число значений.

Множества непрерывных и дискретных сигналов являются подмножествами кусочно-непрерывных сигналов. Кусочно-непрерывный сигнал — сигнал, для которого можно указать конечное покрытие отрезка $[0; T]$ — τ_k , и что на каждом элементе покрытия сигнал $x(t)$ непрерывен.

А. Модель систем непрерывных сигналов. Рассмотрим пространство моделей Φ , которое имеет вид

$$\Phi = \{ \varphi_1 = (\varphi_1(t); \varphi_2(t); \dots \varphi_n(t)) \}.$$

Элементами этого пространства являются все возможные наборы из n — нормированных функций пространства $C [0; T]$. $\varphi \in \Phi$ модель

системы ортогональных сигналов, если $\int_0^T \varphi_i(t) \varphi_j(t) dt = 0$, если $i \neq j$ (1).

Пусть $\{\varphi_k(t)\}$ — множество собственных нормированных функций задачи Штурма — Лиувилля на отрезке $[0; T]$

$$\varphi''(t) + [\lambda - q(t)] \varphi(t) = 0; \varphi(0) = \varphi(T) = 0,$$

где $q(t) \geq 0, q(t) \in C' [0; T]$.

Из работы [1] известно, что для функций-решений данной задачи выполняется условие (1). Следовательно, первые n собственных функций задачи (2) при каждом фиксированном $q(t)$ задают модель системы непрерывных ортогональных сигналов. Множество всех таких моделей обозначим Φ . Для каждого $\varphi \in \Phi$ рассмотрим дискретную функцию двух переменных $\rho\varphi(i, j) =$

$\int_0^T \varphi_i(t) \varphi_j(t) dt \neq j$ (3). Эта функция характеризует величину переходной помехи, она имеет место в случае использования линейно-независимых сигналов. Назовем элемент φ_ε моделью системы ε — квазиортогональных сигналов, если переходная помеха

элемента φ не превосходит заданной величины ε , т. е. $\rho\varphi_\varepsilon \rightarrow$

$\rightarrow (i, j) \leq \varepsilon$ (4). Обозначим множество всех моделей систем ε — квазиортогональных сигналов через Φ_ε . Множество Φ_ε можно

получить из первых n — собственных функций задачи Штурма — Лиувилля на полуоси при различных значениях $q(t)$

$\psi''(t) + [\lambda - q(t)] \psi(t) = 0; \psi(0) = 0, \psi(t) \in L_2 [0; \infty]$,

где $q(t) \geq 0; q(t) \in C' [0; \infty]$ (5). Так же, как и для задачи (2),

множество собственных функций задачи (5) ортогонально на полуоси. Если $l > 0$ некоторое число, то система собственных функций $\{\psi_k(t)\}$ нормирована в пространстве $L_2 [0; e]$ и функции вида

$\varphi_k(t) = \sqrt{\frac{l}{T}} \psi_k\left(\frac{l}{T} \cdot t\right)$ (6) будут ε — квазиортогональными $\rho\varphi_\varepsilon(i, j) =$

$= \rho\psi_\varepsilon(i, j)$. Это следует из рассмотрения соотношения (1). То есть при изменении длительности сигнала (6) величина переходной помехи не изменяется, при этом, если $\lim_{l \rightarrow \infty} \psi_k(t) = 0$ для всех k , то

при надлежащем выборе $e, \varphi \in \Phi$.

Следует отметить, что задача (2) является частным случаем задачи (5), при $l = T$, где l — граничная точка, правее которой функции тождественно равны нулю.

Таким образом, моделью систем непрерывных сигналов является система функций, определяемых согласно (6) через собственные функции задачи (5).

Б. Модель систем дискретных сигналов. В общем случае, функция, задающая дискретный сигнал, является кусочно-постоянной $\theta(t) = A_k$ при $t \in \tau_k$, где A_k — некоторое число, а τ_k — конечное

покрытие отрезка $[0; T]$, то есть $\tau_i \cap \tau_j = \emptyset \quad i \neq j \quad \bigcap_{k=1}^m \tau_k = [0; T]$.

здесь m — число значений, которое принимает сигнал. Так как τ_k — конечное, то можно выбрать такой отрезок времени Δt , что на каждом элементе покрытия отрезок Δt укладывается целое раз, т. е. любой дискретный сигнал можно представить в виде суммы конечного числа прямоугольных импульсов длительностью Δt и амплитудами $\{A_k\}$. При $T = N\Delta t$ сигнал $\theta(t)$ однозначно определяется n -мерным вектором $\theta = (\theta_1; \theta_2; \dots; \theta_N)$, где $\theta_k = \theta(t)$

при $t \in [(k-1)\Delta t; k\Delta t]$. Для дискретного сигнала $\int_0^T \theta(t) dt = \Delta t \sum_{k=1}^N \theta_k$

энергия сигнала $E_c = \Delta t \sum_{k=1}^N \theta_k^2$ (7), скалярное произведение

$\int_x^y x(t)y(t) dt = \Delta t \sum_{k=1}^N x_k y_k = \Delta t (\vec{x} \vec{y})$ (8), где Δt — общий отрезок

для двух сигналов $x(t)$ и $y(t)$. Рассмотрим систему функций $\{\theta_1(t); \theta_2(t) \dots \theta_N(t)\}$, задающих систему дискретных сигналов. Для этой системы можно задать минимальный отрезок Δt так, что он будет общим для всех сигналов, тогда каждый сигнал моделируется точкой арифметического N -мерного пространства R^N .

Система сигналов однозначно определяется матрицей порядка $n \otimes N$.

$$\|\theta_{ki}\| = \begin{pmatrix} \theta_{11}; \theta_{12} \dots \theta_{1N} \\ \theta_{21}; \theta_{22} \dots \theta_{2N} \\ \vdots \\ \theta_{n1}; \theta_{n2} \dots \theta_{nN} \end{pmatrix} \theta_{ik} = \theta_i(t); \quad i = 1, 2 \dots n; \\ t \in [\Delta t(k-1); \Delta t_k],$$

Из (7), (8) следует, что матрица $A = \Delta t \|\theta\| \cdot \|\theta\|^T$ (где $\|\theta\|^T$ — транспонированная матрица), задающая энергии всех сигналов системы (по главной диагонали) и все скалярные произведения (шумы неортогональности) сигналов.

Таким образом, матрица $\|\theta\| = \theta$ является моделью системы дискретных сигналов. Для этой модели задаются все операции, необходимые для исследования системы.

В. Модель систем кусочно-непрерывных сигналов. Кусочно-непрерывный сигнал в граничных точках покрытия может иметь разрывы как первого, так и второго рода.

Реальные сигналы ограничены по амплитуде, поэтому необходимо в $C_1 [0; T]$ выделить подмножество с разрывами только первого рода. Это подмножество образует пространство $C' [0; T]$ — пространство кусочно-гладких сигналов. Сигнал $x(t)$ гладкий, если функция, описывающая его, непрерывна на отрезке $[0; T]$ вместе со своей первой производной. Множество гладких сигналов образует линейное пространство $C^{(1)} [0; T]$. Сигнал $x(t)$ — кусоч-

но-гладкий, если можно указать такое конечное покрытие отрезка $[0; T]$ — $\{\tau_k\}$, что на каждом элементе этого покрытия функция, описывающая его, гладкая, т. е.

$\bigcup_{k=1}^m \tau_k = [0; T]$; $\tau_i \cap \tau_j = \emptyset$ ($i \neq j$), $x(t) \in C'[\tau_k]$. Ясно, что $C_1^{(1)}[0; T] \subset \subset L_2[0; T]$. Пусть $\{e_i(t) — \text{базис } L_2[0; T]$, тогда согласно теореме Дирихле любой кусочно-гладкий сигнал можно представить

в виде ряда $x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i e_i(t)$ (9). Такое задание является естественным, если $\{e_i(t)\}$ собственные функции линейного фильтра, правая часть соотношения (9) задает непрерывный сглаженный сигнал, который равен частичной сумме ряда (9), сходящегося

в среднем $k x(t)$, т. е. $\lim \|x(t) - \sum_{i=1}^n C_i e_i(t)\| = 0$.

Исходя из (9), каждый кусочно-гладкий сигнал при выбранном базисе однозначно определяется коэффициентами обобщенного ряда Фурье, т. е. задается бесконечномерным вектором $(C_1; C_2 \dots C_n \dots)$. Такое представление сигнала используется для анализа свойств сигналов при обработке (4). При синтезе системы сигналов задание в виде бесконечного вектора — одного сигнала и, следовательно, в виде бесконечномерной матрицы — модели системы сигналов не может быть использовано, поскольку построение регуляризатора для бесконечномерной матрицы весьма сложно.

Возможен другой подход к построению модели кусочно-гладких сигналов, который в основном совпадает с методом построения математической модели системы непрерывных сигналов. В этом случае модель системы кусочно-гладких сигналов может быть задана первыми n -собственными функциями краевой задачи Штурма — Лиувилля, только для $q(t) \in L_2[0; T]$. Для построенной таким образом модели сложным будет выбор множества U_0 , т. е. с точки зрения синтеза такая модель является неудобной. В реальных системах передачи дискретной информации кусочно-непрерывный сигнал формируется последовательно (вначале как дискретный, в кодере, а затем как кусочно-гладкий — в модуляторе), поэтому вполне естественно представить кусочно-гладкий сигнал в виде произведения двух сигналов дискретного $\theta(t)$ и непрерывного $\varphi(t)$, т. е. $x(t) = \theta(t) \varphi(t)$ и модель системы кусочно-гладких сигналов может быть задана парой моделей $x = (\theta; \varphi)$. Такая модель позволяет свести синтез систем кусочно-гладких сигналов к синтезу систем непрерывных и дискретных сигналов в отдельности.

Список литературы: 1. Варакин Л. Е. Теория сложных сигналов. М., 1970. 250 с. 2. Варакин Л. Е. Теория систем сигналов. М., 1978. 208 с. 3. Трахман А. М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. М., 1972. 120 с. 4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1974. 356 с.

Поступила в редколлегию 03.10.88

В. Н. МАНЖОС, д-р техн. наук, В. Н. КОКИН, канд. техн. наук,
А. А. АГАДЖАНОВ, А. К. ФЕДОРОВ

АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОЕКЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

Проблеме оптимальной пространственно-временной обработки сигналов в антенных решетках (АР) уделялось большое внимание в течение двух последних десятилетий, о чем свидетельствует большое количество публикаций на эту тему, приведенных например в работе [1]. В практических задачах радиолокационного наблюдения часто требуются не только оптимальные методы выделения полезного сигнала на фоне пространственно-коррелированных мешающих излучений, но и квазиоптимальные, в которых решение отыскивается в некоторой допустимой области. Последняя определяется налагаемыми ограничениями. В работе [2] показано, что для решения задач пространственной фильтрации можно использовать проекционную матрицу (проектор). Реализация проектирования существенно упрощает вычислительные затраты, так как для определения оптимального (по критерию МСШ) весового вектора $R(\alpha) = \Phi^{-1} X(\alpha)$ требуется обратить матрицу размером $(M \times M)$, где M — число элементов АР. Использование же проектора при нахождении весового вектора может, как будет показано ниже, значительно упростить обработку.

Проекционная матрица может быть вычислена с использованием собственных векторов корреляционной матрицы, однако для их вычисления необходимы существенные затраты. Существуют методы получения проекционной матрицы, позволяющие избежать вычисления собственных векторов. Они основаны на разложении Холецкого корреляционной матрицы после удаления диагональных шумовых компонент. [3]. Более простым является рассматриваемый в статье метод получения проекционной матрицы, использующий N строк корреляционной матрицы выходных сигналов АР. В статье рассматриваются выигрыш в вычислительных затратах и потери в отношении сигнал/помеха, обусловленные заменой обратной корреляционной матрицы Φ^{-1} проекционной P при нахождении весового вектора $R(\alpha)$.

Рассмотрим устройство обработки, имеющее линейную эквидистантную АР, состоящую из M идентичных ненаправленных излучателей. Пусть на ее раскрыв воздействует поле, создаваемое N независимыми источниками стационарного шума, находящимися в дальней зоне АР под углами θ_i , $i=1, N$; отсчитываемыми от нормали к решетке. Тогда амплитудно-фазовое распределение (АФР) i -го источника можно записать в виде

$$X(v_i) = \left\| \begin{matrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{matrix} \right\|_{M \times 1} \quad i=1, N;$$

где $\alpha_i = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta_i = \frac{2\pi}{N} U_i$ — набег фазы между двумя соседними элементами АР; $U_i = Nd \sin \theta_i / \lambda$ — обобщенная угловая координата, выраженная в долях полуширины согласованной диаграммы направленности (ДН) АР; d — расстояние между элементами АР; λ — рабочая длина волны. В таких условиях корреляционная матрица выходных сигналов АР может быть представлена в виде [4] $\Phi = \Phi_0 + \Lambda H \Lambda^{*T}$ (1), где Φ_0 — диагональная матрица спектральных плотностей мощностей независимых внутренних шумов каналов приема; H — $(N \times N)$ матрица спектральных плотностей мощности N постановщиков помех, причем в случае некоррелированных по времени источников $H = \text{diag} \|\sigma_{ci}^2\|$, $\Lambda \|X(v_1) X(v_2) \dots X(v_N)\|$ — $(M \times N)$ матрица векторов-столбцов АФР помех, создаваемых N источниками.

Записывая обратную к Φ матрицу Φ^{-1} в виде [4]

$$\Phi^{-1} = \Phi_0^{-1} - \Phi_0^{-1} \Lambda (I - \Lambda \Phi_0^{-1} \Lambda)^{-1} \Lambda \Phi_0^{-1} \Lambda^{*T} \Phi_0^{-1}$$

в предположении единичных в каналах внутренних шумов $\sigma_{ш}^2 = 1$ и временной некоррелированности колебаний источников излучения, получим

$$\Phi^{-1} = I - \Lambda (H^{-1} + \Lambda^{*T} \Lambda)^{-1} \Lambda^{*T}. \quad (2)$$

Сравнивая полученное для Φ^{-1} выражение с матрицей проектирования, определяемой в работах [2; 5] как

$$P_{M-N} = I - P_N = I - \Lambda (\Lambda^* \Lambda)^{-1} \Lambda^{*T}, \quad (3)$$

заметим, что $\Phi^{-1} = P_{M-N}$ при $h_i \rightarrow \infty$. При $h_i \neq \infty$ может быть записано приближенное равенство $\Phi^{-1} \approx P_{M-N}$. Как видно из (3), вычисление проекционной матрицы требует $N^3 + M^2N + 2MN^2$ операций комплексного умножения. В то же время обращение матрицы Φ методом Жордана—Гаусса требует M^3 операций. Выигрыш в числе производимых вычислений зависит от соотношения числа элементов АР и источников излучения.

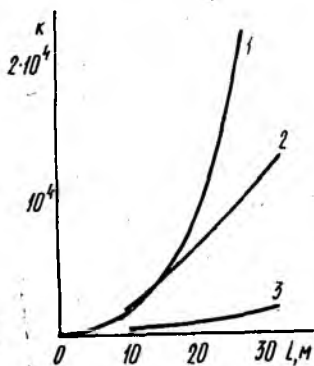


Рис. 1

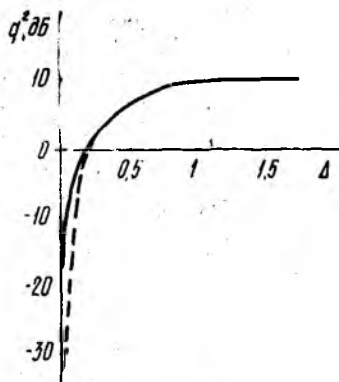


Рис. 2

Зависимость числа выполняемых комплексных умножений K от числа элементов АР M приведена на рис. 1. Здесь кривая 1 характеризует необходимое число умножений при обращении корреляционной матрицы, 2, 3 — при вычислении проекционной матрицы в случае воздействия двух и восьми источников помех соответственно. Как видно из кривых, выигрыш в числе операций возрастает с увеличением разности $M-N$.

Рассмотрим далее формирование проекционной матрицы с использованием любых N строк (или столбцов) корреляционной матрицы. Будем полагать, что внутренние шумы элементов АР значительно меньше интенсивности воздействующих источников помех. Данное допущение позволяет вместо матрицы Φ использовать матрицу $\Phi' = \Lambda N \Lambda^{*T} = \Phi - I$.

Составим $(N \times M)$ матрицу L из первых N строк матрицы Φ' . Такую матрицу L запишем в виде $L = D \Lambda^{*T}$ (4)

$$\text{где } D = \Lambda_N N \begin{vmatrix} X_1(v_1) & X_1(v_2) & \dots & X_1(v_N) \\ X_2(v_1) & X_2(v_2) & \dots & X_2(v_N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_N(v_1) & X_N(v_2) & \dots & X_N(v_N) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dots \\ h_N \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} h_1 X_1(v_1) & h_2 X_1(v_2) & \dots & h_N X_1(v_N) \\ h_1 X_2(v_1) & h_2 X_2(v_2) & \dots & h_N X_2(v_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_1 X_N(v_1) & h_2 X_N(v_2) & \dots & h_N X_N(v_2) \end{vmatrix}$$

Здесь Λ_N — усеченная $(N \times N)$ матрица.

Необходимо отметить, что столбцы $(N \times N)$ матрицы D соответствуют АФР N источников на первых N элементах АР. Следовательно, столбцы матрицы L линейно независимы, матрица D — полного ранга и существует обратная матрица D^{-1} .

Обозначив $Q = L^{*T}$, запишем проекционную матрицу $P_{M-N} = I - Q(Q^{*T}Q)^{-1}Q^{*T}$ (5). С учетом $Q = \Lambda_N N$ можно переписать (5) как

$$P_{M-N} = I - \Lambda D (D \Lambda^{*T} \Lambda D^{*T})^{-1} D \Lambda^{*T} = I - \Lambda (\Lambda^* \Lambda)^{-1} \Lambda^{*T}. \quad (6)$$

Таким образом, проекционную матрицу можно получить, используя первые N строк корреляционной матрицы. Анализируя далее выражение (6), заметим, что единственным требованием, предъявляемым к матрице D , является существование D^{-1} . Учитывая, что векторы АФР N источников излучения с различными угловыми координатами на любых N элементах АР линейно независимы [4], можно сделать вывод о справедливости (6) при использовании любых N строк (или столбцов) корреляционной матрицы Φ .

Проанализируем возможные потери при замене обратной корреляционной матрицы Φ^{-1} на проекционную матрицу P_{M-N} на примере задачи обнаружения. Для этого запишем отношение сигнал-помеха на выходе устройства пространственной обработки [1]

$$q^2 = |X^{*T}(a) \hat{\Phi}^{-1} X(a)|^2 / X^{*T}(a) \hat{\Phi}^{-1} \Phi \hat{\Phi}^{-1} X(a), \quad (7)$$

где в качестве оценки $\hat{\Phi}^{-1}$ используется либо матрица обратная максимально правдоподобной оценке Φ , либо оценка проекционной матрицы (например, полученная указанным методом).

Рассмотрим возможные потери $\gamma = \frac{q}{q_{\max}}$ в случае воздействия одного источника мешающего излучения $N=1$ и известной корреляционной матрицы, определяемой в соответствии с (1). Источник полезного сигнала находится в направлении нормали к апертуре АР ($\alpha=0$). В этой ситуации отношение сигнал—помеха, рассчитанное согласно (7):

$$q_{\text{опт}}^2 = \frac{M}{1 + Mh} [1 + Mh(1 - \rho^2(\nu))], \quad (8)$$

где $\rho^2(\nu) = |X^{*T}(0) \cdot X(\nu)/M|^2$ — квадрат модуля коэффициента пространственной корреляции колебаний полезного и мешающего сигналов, приходящих с направлений $\alpha=0$ и ν соответственно. Соответствующее выражение для q^2 при использовании проекционной матрицы P_{M-N} $q^2 = M [1 - \rho^2(\nu)]$ (9). С учетом выражений (8), (9) потери γ можно рассчитать следующим образом:

$$\gamma = [1 + Mh(1 - \rho^2)] / [(1 + Mh)(1 - \rho^2)] \geq 1. \quad (10)$$

Анализ выражения (10) показывает, что квазиоптимальная обработка при точной оценке корреляционной матрицы, которая использовалась при выводе (10), всегда хуже оптимальной, за исключением случаев $\rho(\nu)=0$ (т. е. $\nu = \pm 1, 2 \dots$). Максимальные потери в случае использования квазиоптимальной обработки наблюдаются при $\rho(\nu)=1$ (т. е. совмещении по направлению источников полезного и мешающего сигналов), в этом случае $\gamma \rightarrow \infty$. Существенные различия в $q_{\text{опт}}^2$ и q^2 (т. е. $\gamma > 3$ дБ) появляются только при $\nu < 0,1$. Однако при таких угловых расстояниях даже оптимальная обработка не позволяет выделять полезный сигнал на фоне мешающего ($q^2 < 0$) и ухудшение качества при квазиоптимальной обработке значительной роли не играет. Результаты аналитического расчета подтверждаются данными математического моделирования, приведенными на рис. 2. Здесь показаны кривые, характеризующие $q_{\text{опт}}^2$ (сплошная линия) и q^2 (штриховая линия) в зависимости от углового расстояния между источниками полезного и мешающего сигналов ($h=20$ дБ). При этом корреляционная матрица помех на выходах десяти элементной АР оценивалась по $l=80$ временным выборкам.

Кроме этого проводилось математическое моделирование с целью анализа влияния точности оценки корреляционной и проекционной матриц на качество пространственной обработки. С целью получения средних параметров значения $q_{\text{опт}}^2(l)$ и $q^2(l)$ усреднялись по 100 различным реализациям. При этом рассматривались два случая воздействия помех интенсивностью $h_i=20$ дБ, которые изображены на рис. 3. Случаю воздействия трех источников помех

по боковым лепесткам соответствуют кривые 1 (оптимальная обработка) и 2 (квазиоптимальная), а при воздействии одного из источников в пределах главного лепестка ($\nu=0,5$) значения отношения сигнал-помеха характеризуются кривыми 3, 4 соответственно. Из анализа этих кривых видно, что квазиоптимальная пространственная обработка по своей эффективности практически не уступает оптимальной.

Обобщая приведенные выше результаты, можно сделать следующие выводы. Возможна реализация квазиоптимальной пространственной фильтрации с использованием проекционной матрицы. Рассмотренный в статье метод вычисления проекционной матрицы требует значительно меньшее количество вычислительных затрат по сравнению с нахождением обратной корреляционной матрицы.

При этом выигрыш в количестве операций растет с увеличением разности между числом элементов решетки и числом воздействующих на АР источников помех. В то же время, как показали аналитические расчеты и математическое моделирование, эффективность пространственной обработки при применении квазиоптимального метода ухудшается незначительно.

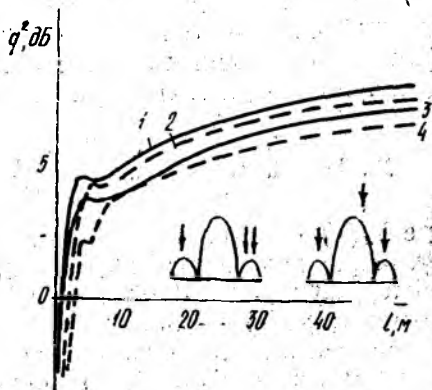


Рис. 3

Список литературы: 1. Монзиго Р. А., Миллер Т. У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию: Пер. с англ. М., 1986. 448 с. 2. Журавлев А. К., Лукошкин А. П., Поддубный С. С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. Л., 1983. 240 с. 3. Chien—Chung Geh, PhD. Simple computation of projection matrix for bearing estimations//AEE Proceedings. 1987, April. Vol. 134, Pt. F, N 2. P 96—101. 4. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех: М., 1981. 416. 5. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения. 1980. 454 с.

Поступила в редколлегию 24.03.89

УДК 621.372

М. А. ИВАНОВ, д-р техн. наук, И. А. ЯКОВЛЕВ, канд. физ.-мат. наук,
А. И. ЯКОВЛЕВА

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫХОДНОГО ОТКЛИКА НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Известно, что отсутствие строгой и полной теории нелинейных динамических преобразований стохастических сигналов существенно ограничивает возможности анализа, синтеза и идентификации

реальных радиосистем [1]. Поэтому цель исследования основных статистических характеристик сигнала на выходе нелинейных радиосистем вольтерровского типа, которые широко распространены на практике и обладают достаточно хорошо разработанным математическим аппаратом их аналитического описания [1; 2].

Запишем выходной отклик $y(\cdot)$ одномерной нелинейной инерционной системы с постоянными параметрами и аналитическими (или приводимыми к аналитическим) характеристикам в виде стационарного ряда Вольтерра от входного воздействия $x(\cdot)$ [2]:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) d\tau_i, \quad (1)$$

где $h_n(\cdot)$ — ядро Вольтерра n -го порядка, характеризующее импульсную переходную характеристику n -й подсистемы Вольтерра общей функциональной модели исследуемой нелинейной радиосистемы; $y_n(\cdot)$ — парциальный выходной отклик подсистемы Вольтерра n -го порядка указанной выше модели. Таким образом, описываемая формулой (1) общая функциональная модель исследуемой нелинейной динамической радиосистемы (далее — системы вольтерровского типа) представляет собой параллельное соединение не более чем счетной совокупности подсистем Вольтерра различных порядков.

Отметим, что из значительного количества статистических характеристик случайных процессов особое место занимает их стационарность. Поэтому представляется целесообразным в первую очередь исследовать влияние вольтерровских нелинейных инерционных преобразований стохастических сигналов на стационарные свойства последних. В этой связи сформулируем и докажем следующее утверждение.

Теорема 1. Для обеспечения стационарности m -го порядка выходного отклика $y_n(\cdot)$ n -й подсистемы Вольтерра достаточно стационарности ($m \cdot n$ -го порядка входного сигнала $x(\cdot)$).

Доказательство. В соответствии с известным определением [1], стационарности m -го порядка случайного процесса $y_n(\cdot)$ означает независимость всех его моментов порядка не выше m от начала отсчета времени, т. е.

$$M_k \{y_n(t_1) \cdot \dots \cdot y_n(t_k)\} = M_k \{y_n(t + \theta) \cdot \dots \cdot y_n(t_k + \theta)\} \stackrel{\Delta}{=} \stackrel{\Delta}{=} M_k \{y_n(\xi_1, \dots, \xi_{k-1})\}, \quad \forall k \in [1, m], \quad (2)$$

где $M_k\{\cdot\}$ — момент k -го порядка; θ — произвольный временной сдвиг;

$$\xi_i = t_{i+1} - t_1, \quad \forall i \in [1, (k-1)].$$

Используя формулу (1) с учетом отмеченного ранее постоянства параметров нелинейных систем исследуемого типа (подсистем

Вольтерра их общей функциональной модели), перепишем левую часть равенства (2) в виде

$$M_k \{y_n(t_1) \dots y_n(t_k)\} = M_1 \left\{ \left[\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_{11}, \dots, \tau_{n1}) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \prod_{i1=s}^n x(t_1 - \tau_{is}) d\tau_{i1} \right] \dots \left[\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_{1k}, \dots, \tau_{nk}) \prod_{ik=1}^n x(t_k - \tau_{ik}) d\tau_{ik} \right] \right\}.$$

Применяя известную теорему о среднем суммы [1], из соотношения (3) получаем

$$M_k \{y_n(t_1) \dots y_n(t_k)\} = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} M_1 \left\{ \prod_{j=1}^k \prod_{y=1}^n x(t_j - \tau_{ij}) \right\} \prod_{j=1}^k \left[h_n(\tau_{1j}, \dots, \tau_{nj}) \prod_{ij=1}^n d\tau_{ij} \right] \equiv \\ \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} M_{kn} \{x(t_1 - \tau_{11}), \dots, x(t_k - \tau_{kn})\} \prod_{j=1}^k h_n(\tau_{1j}, \dots, \tau_{nj}) \prod_{ij=1}^n d\tau_{ij}. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что для обеспечения независимости от начала отсчета времени k -го момента $M_k \{y_n(t_1) \dots y_n(t_k)\}$ выходного отклика $y_n(\cdot)$ требуется независимость от начала отсчета времени момента $(k \cdot n)$ -го порядка $M_{kn} \{x(t_1) \dots x(t_{kn})\}$ входного воздействия $x(\cdot)$, т. е.

$$M_{kn} \{x(t_1) \dots x(t_{kn})\} = M_{kn} \{x(t_1 + \theta) \dots x(t_{kn} + \theta)\} \stackrel{\Delta}{=} \\ \stackrel{\Delta}{=} M_{kn[\times]}(\eta_1, \dots, \eta_{kn-1}), \quad (5)$$

где $\eta = (t_{[i+1]^\#} - \tau_{i+1}) - (t_1 - \tau_1)$, $\forall i \in [1, (k_n - 1)]$;

$$[i+1]^\# \stackrel{\Delta}{=} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{i+1}{n} \right), \quad \forall \left(\frac{i+1}{n} \right) \in N \\ \left[\frac{i+1}{n} \right]^* + S, \quad \forall \left(\frac{i+1}{n} \right) \notin N \end{array} \right\}$$

где N — множество натуральных чисел; $[\cdot]^*$ — обозначение целой части числа, записанного в квадратных скобках.

Кроме того, поскольку равенство (2) должно выполняться при всех значениях k из множества натуральных чисел $[1, m]$, то для справедливости сформулированного выше утверждения о стационарности m -го порядка выходного отклика $y_n(\cdot)$ n -й подсистемы Вольтерра общей функциональной модели нелинейной инерционной системы вольтерровского типа достаточно обеспечить стационарность $(n \cdot m)$ -го порядка сигнала $x(\cdot)$ на входе данной системы, а следовательно, и на входе указанной подсистемы Вольтерра.

Таким образом, доказанное утверждение означает, что нелинейное вольтерровское преобразование n -го порядка случайного процесса понижает порядок его стационарности в n раз. Отсюда сле-

дует, в частности, что свойство стационарности в широком смысле (стационарности второго порядка) случайных процессов не сохраняется при их произвольных нелинейных преобразованиях вольтерровского типа. Можно показать также справедливость подобных утверждений и для случайных (нестационарных) процессов со стационарными приращениями [1]. В последнем случае теорему 1 можно сформулировать следующим образом.

Теорема 1. Для обеспечения стационарности m -го порядка приращений $dy_n(\cdot)$ выходного отклика $y_n(\cdot)$ n -й подсистемы Вольтерра достаточно стационарности $(m \cdot n)$ -го порядка приращений $dx(\cdot)$ выходного сигнала $x(\cdot)$.

Доказательство данного утверждения аналогично доказательству теоремы 1 с заменой $x(\cdot)$ и $y(\cdot)$ на $dx(\cdot)$ и $dy(\cdot)$ соответственно. Легко видеть, что утверждение 1 справедливо для приращений любых порядков стохастических процессов $x(\cdot)$ и $y_n(\cdot)$. Кроме того, из теоремы 1 вытекает почти очевидное следствие.

Следствие 1. Для обеспечения стационарности второго порядка (стационарности в широком смысле или, что эквивалентно, стационарности по А. Я. Хинчину) выходного сигнала $y_n(\cdot)$ n -й подсистемы Вольтерра достаточно стационарности $(2 \cdot n)$ -го порядка входного воздействия $x(\cdot)$.

Доказательство. Справедливость данного положения следует из приведенных выше формул (4) и (5) для $k=2$. Нетрудно показать также и корректность следующего утверждения.

Следствие 2. Для обеспечения строгой стационарности (стационарности в узком смысле) сигнала $y_n(\cdot)$ на выходе n -й подсистемы Вольтерра достаточно строгой стационарности входного воздействия $x(\cdot)$.

Доказательство. Как известно [1], строгая стационарность (стационарность в узком смысле) случайного сигнала $y_n(t)$ предполагает, что функции его распределения любых порядков инвариантны к временному сдвигу. С другой стороны, справедливость соотношения (2) для всех значений коэффициента k из полного счетного множества натуральных чисел N при выполнении достаточных условий Карлемана [3]

$$\sum_{k=1}^{\infty} (M_{2k|y_n|\{\cdot\}})^{-1/2k} = \infty \quad (6)$$

разрешимости классической проблемы моментов Чебышева (проблемы восстановления функции распределения стохастического процесса $y_n(\cdot)$ по его моментам)

$$M_{k|y_n|\{\cdot\}} = \int_{-\infty}^{\infty} y_n(t) dF_k\{y_n(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} y_n(t) f_k\{y_n(t)\} dy_n(t) \quad (7)$$

позволяет обоснованно утверждать о корректности переноса ранее указанного свойства (2) независимости всех моментов $M_{k|y_n|\{\cdot\}}$ от начала отсчета времени на функции распределения $f_k\{y_n(\cdot)\}$ любых порядков. Отметим также, что в формуле (7) символами $F\{\cdot\}$

и $f_k\{\cdot\}$ обозначены интегральная функция распределения и плотность вероятности k -го порядка. Кроме того, поскольку на максимальное значение величины m в формуле (2) никаких ограничений априори не налагалось, то справедливость следствия 2 теоремы 1 вытекает автоматически из формул (4) и (5) с учетом $k \in [1, m]$ при $m \rightarrow \infty$.

Для дальнейшего изложения потребуется следующая вспомогательная теорема.

Лемма 1. Для обеспечения стационарной связанности выходных откликов $y_{n_1}(\cdot)$ и $y_{n_2}(\cdot)$ подсистем Вольтерра любых двух различных (т. е. при $n_1 \neq n_2$) порядков необходимо и достаточно строгой стационарности входного сигнала $x(\cdot)$.

Доказательство. Согласно определению [1] два случайных процесса $y_{n_1}(\cdot)$ и $y_{n_2}(\cdot)$ являются стационарно связанными, если их совместные функции распределения любого порядка не зависят от положения начала отсчета времени. С учетом отмеченной при доказательстве следствия 2 теоремы 1 принципиальную возможность прямого (и, очевидно, обратного) переноса свойства инвариантности к началу временного отсчета всех моментов на функции распределения любого порядка, поставленная выше задача сводится к доказательству утверждения вида

$$M_l \{x(t_1) \cdot \dots \cdot x(t_l)\} = M_l \{x(t_1 + 0) \cdot \dots \cdot x(t_l + 0)\} = \\ = M_{l\{k\}} \{\xi_1, \dots, \xi_{l-1}\}, \forall l, \quad (8)$$

где $l = k_1 n_1 + k_2 n_2$, $k_1 k_2 \in N$. Однако справедливость выражения (8) легко показать, проделав с соотношением для определения момента $M_{k_1+k_2} \{y_{n_1}(t_1) \cdot \dots \cdot y_{n_1}(t_{k_1}) y_{n_2}(t_{k_1} + 1) \cdot \dots \cdot y_{n_2}(t_{k_1+k_2})\}$ выкладки, аналогичные проведенным при выходе формул (4) и (5). Кроме того, поскольку коэффициенты k_1, k_2 , а также величины n_1, n_2 могут принимать любые значения из N , то множество возможных значений l должно включать в себя весь ряд натуральных чисел, т. е. достаточное утверждение (8) является одновременно и необходимым. Таким образом, есть все исходные данные для строгого обоснования следующего утверждения, имеющего существенное самостоятельное значение.

Теорема 2. Для обеспечения строгой стационарности выходного сигнала $y(\cdot)$ нелинейной инерционной радиосистемы вольтерровского типа необходимо и достаточно строгой стационарности входного воздействия $x(\cdot)$.

Доказательство. Известно, что строгая стационарность выходного отклика $y(\cdot)$ будет обеспечена в том и только в том случае, когда все это парциальные составляющие $y_n(\cdot)$, $\forall n \in [1, \infty]$ являются строго стационарными и, кроме того, стационарно связанными (попарно — для всевозможных сочетаний) [1]. Однако первое из указанных выше условий доказывается следствием 2 из теоремы 1, а второе — леммой 1. При этом из последней вытекает и необходимость указанных в теореме 2 достаточных условий

строгой стационарности сигнала $y(\cdot)$ на выходе нелинейной динамической радиосистемы вольтерровского типа.

Итак, из доказанной теоремы 2 следует важный в теоретическом и практическом отношениях вывод о том, что свойство строгой стационарности случайных процессов сохраняется при их произвольных нелинейных инерционных преобразованиях вольтерровского типа, т. е. указанное свойство инвариантно к данным преобразованиям. Кроме того, факт стационарности выходного отклика нелинейной динамической радиосистемы вольтерровского типа подтверждает также и стационарность сигнала на входе этой радиосистемы (т. е. обратные описанным ранее результаты также справедливы).

Заметим, что для решения целого ряда теоретико-вероятностных и статистических задач существенна и эргодичность изучаемых строго стационарных случайных процессов. В связи с этим необходимо исследовать влияние вольтерровских нелинейных инерционных преобразований стохастических сигналов на эргодические свойства последних. Для достижения данной цели сформулируем и докажем следующее утверждение.

Теорема 3. *Достаточным условием эргодичности выходного отклика $y_n(\cdot)$ подсистемы Вольтерра n -го порядка является справедливость следующего предельного соотношения для входного воздействия $x(\cdot)$:*

$$\lim_{\{\xi_i\}_1^{2n-1} \rightarrow \infty} M_{2n|x}(\xi_1, \dots, \xi_{2n-1}) = 0, \quad (9)$$

где \lim —сходимость в среднем; $\{\cdot\}_1^{2n}$ —переборное множество стоящей в фигурных скобках величины с переменным подстроичным индексом, варьируемым в указанных нижнем и верхнем пределах изменения его значения, т. е. $\{\xi_i\}_1^{2n-1} = \{\xi_1, \dots, \xi_{2n-1}\}$, причем символ $\{\xi_i\}_1^{2n-1} \rightarrow \infty$ означает: $\xi_i \rightarrow \infty$; $\forall i \in [1, (2n-1)]$; (\cdot) —надстрочный символ, означающий центрирование случайного процесса, т. е.

$$\overset{\Delta}{x}(t) = x(t) - M_1\{x(t)\} = x(t) - M_{1|x}(t) \equiv x(t) - M_{1|x}. \quad (10)$$

Доказательство. В соответствии с известной эргодической теоремой [4], достаточным условием эргодичности строго стационарного стохастического процесса $y_n(\cdot)$ является выполнение предельного равенства

$$\lim_{\xi_1 \rightarrow \infty} M_2[y_n](\xi_1) = 0. \quad (11)$$

Повторяя затем выполнение при выходе формулы (5) рассуждения и учитывая при этом соотношение (10) и следствие 1 к теореме 1, получаем, что выражение (9) и (11) строго эквивалентны.

Используя далее теорему 3, покажем корректность следующего окончательного утверждения.

Теорема 4. *Достаточным условием эргодичности полного выходного сигнала $y(\cdot)$ нелинейной инерционной радиосистемы воль-*

вольтерровского типа является справедливость полной совокупности предельных соотношений следующего вида:

$$\lim_{(\xi_i)_1^{2n-1} \rightarrow \infty} M_{2n|k|}(\xi_1, \dots, \xi_{2n-1}) = 0; \quad \forall n \in [1, \infty]. \quad (12)$$

Доказательство. Из ранее доказанной теоремы 3 следует, что выполнение условия (2) означает эргодичность всех парциальных составляющих $y_n(\cdot)$ полного выходного отклика $y(\cdot)$ нелинейной динамической радиосистемы вольтерровского типа. Кроме того, в соответствии с известной теоремой о среднем суммирования [1], совокупность произвольного (но не более, чем счетного) количества эргодических случайных процессов также является эргодическим случайным процессом.

Необходимо отметить справедливость утверждений, обратных теоремам 3, 4. Таким образом, эргодичность сигнала на выходе произвольной нелинейной инерционной радиосистемы вольтерровского типа (или выходного отклика любой подсистемы Вольтерра общей функциональной модели данной радиосистемы) дает основание утверждать и об эргодичности входного воздействия. Вместе с тем, из теорем 3, 4 следует также, что обеспечение эргодичности выходного сигнала нелинейной динамической радиосистемы вольтерровского типа предъявляет более жесткие требования к статистическим характеристикам сигнала на ее входе, чем для эргодичности собственно этого входного сигнала. Итак, теорема 4 — это обобщение известной эргодичной теоремы 4 для достаточно широкого класса нелинейных инерционных систем вольтерровского типа.

Аналогично можно оценить и другие вероятностные характеристики выходного отклика указанных радиосистем. Анализ результатов работы позволяет достаточно обоснованно утверждать, что предложенное направление открывает вполне реальную возможность строгого построения общей статистической теории нелинейных инерционных радиосистем вольтерровского типа.

Список литературы: 1. Левин Б. Р. // Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1-я. М., 1974. 552 с. 2. Макаренко Б. И., Иванов М. А. Функциональный метод исследования нелинейных радиотехнических систем // Радиотехника. 1980. Т. 30, № 4. С. 13—24. 3. Ахизер Н. И. Классическая проблема моментов. М., 1961. 310 с. 4. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., 1957. 660 с.

Поступила в редколлегию 06.07.88

АНСАМБЛЕВЫЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИГНАЛОВ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ТИПА

Один из путей повышения эффективности радиоканалов является создание частотной избыточности с применением фазоманипулированных широкополосных сигналов (ФМШПС). При этом к манипулирующим (расширяющим спектр) сигналам предъявляется ряд требований. Они должны обладать хорошими автокорреляционными свойствами, иметь относительно равномерный спектр, допустимый уровень максимальных пиков взаимокорреляционных функций, иметь большой объем, существовать для большого числа значений длительностей. Подходя с этих позиций к различным системам сигналов, можно выделить, как наиболее отвечающие перечисленным требованиям, M -последовательности, последовательности с трехуровневой функцией взаимной корреляции. Вместе с тем M -последовательности обладают малым объемом, определяемым из соотношения $M = \varphi(L)/m$ (1), где $\varphi(\cdot)$ — функция Эйлера; L — число элементов последовательности; m — степень примитивного полинома, в соответствии с которым построен линейный рекуррентный регистр сдвига — формирователь M -последовательности.

Кроме того, M — последовательности существуют лишь для значений L , определяемых из условия $L = 2^m - 1$. (2).

В настоящее время возрастает интерес к нелинейным сигналам характеристического типа (НСХТ). Теоретические основы построения таких сигналов изложены в [1].

В статье приводятся исследования ансамблевых, статистических и спектральных свойств НСХТ. Анализ ансамблевых свойств НСХТ может быть проведен на основе использования разностных множеств. Множество коэффициентов разностного множества $T_k = \{t\}$ (наибольший общий делитель t и L равен 1) разбивается на $\varphi(L)/n$ не пересекающихся классов, каждый из которых содержит n коэффициентов (n — степень расширения поля $GF(p^n)$). При этом для каждого коэффициента $t_{k,i}$ ($k=2, 3, \dots, \varphi(L)/n, i=0, 1, 2, \dots, n-1$) может быть найден такой коэффициент $t_i \in T_k$, что $t_{k,i} + t_i \equiv 0 \pmod{L}$. Классы T_k, T_l являются инверсно-изоморфными. Взяв по одному коэффициенту из каждого инверсно-изоморфного класса, получим множество T инверсно-изоморфных коэффициентов, производящим к $\varphi(L)/2n$ инверсно-изоморфным разностным множествам сбалансированным на два уровня. Таким образом, объем системы, составленной из НСХТ, составляет $M = \varphi(L)/n$. (3). Природа изоморфизмов связана с использованием для построения разностных множеств различных первообразных элементов поля $GF(P)$ или различных первообразных непри-

вводимых над полем $GF(P)$ полиномов степени n , которые существуют для чисел вида $[2, 4] P; P^n (n > 1)$ [2]; НСХТ могут быть построены для значений L , определяемых из условий $L=Lx = P^n - 1, L=Lx+2=P^n - 1$ (4), где $x=1, 2, \dots, P$ — характеристика поля $GF(P)$ (простое число), n — степень расширения поля $GF(P)$.

Таблица 1

ΔL	Число значений L		Объем системы	
	НСХТ	M -последовательностей	НСХТ	M -последовательностей
$0 - 10^2$	30	6	456	8
$0 - 10^3$	186	9	29291	54
$0 - 10^4$	1269	13	2152943	602

В табл. 1 (в соответствии с (1) — (4)) приведены значения L , для которых могут быть построены НСХТ в простых ($n=1$) и расширенных ($n > 1$) полях Галуа, значения объема системы для случаев простого и расширенного поля Галуа и соответствующие характеристики для M -последовательностей.

Анализ данных табл. 1 показывает, что объем системы, составленной из НСХТ в интервале длительностей $\Delta L = 8 - 10^5$, более, чем на три порядка превышает объем системы, составленной из M -последовательностей. Согласно таблице, НСХТ могут быть построены для более, чем на два порядка большего числа значений L , по сравнению с M -последовательностями.

При выборе систем сигналов существенное значение имеет выбор сигналов со статистическими свойствами, близкими к свойствам чисто случайных последовательностей (ЧСП). Такие последовательности содержат оптимальное число блоков [3]: $K_0 = L/2$ или $K_0 = L/2 \pm 1$ (5), причем половина всех блоков имеет длительность один элемент (δ_1), одна четвертая всех блоков — два элемента (δ_2) и т. д. Число символов «0» примерно равно числу символов «1». Если обозначить число блоков одинаковой длины v через δ_v , то для последовательности длины L , состоящей из v блоков, имеют место два равенства

$$L = \sum_{v=1}^{v_{\max}} v \delta_v \quad (6); \quad K = \sum_{v=1}^{v_{\max}} \delta_v \quad (7)$$

где v_{\max} — длина максимального блока. Считая v_{\max} постоянной величиной, усредняя обе части равенства (7), обозначая среднее значение δ_v через $\bar{\delta}_v$, получаем

$$K_0 = \sum_{v=1}^{v_{\max}} \bar{\delta}_v$$

Если положительные и отрицательные символы последовательности равновероятны, вероятность появления блока, состоящего из v

символов равна $P_v = 1/2^v$ (9). Если последовательность имеет K_0 блоков, то среднее число блоков длиной v будет

$$\delta_v = K_0 \cdot P_v = K_0 \cdot 2^{-v}. \quad (10)$$

В табл. 2 приведены значения вероятностей появления блоков различной длины в случайных двоичных последовательностях (взяты выборки из 1000 символов) и НСХТ.

Таблица 2

Длина блока v	P_v для случайных последовательностей	P_v для НСХТ	P_v , рассчитанные по (9)	Длина блока v	P_v для случайных последовательностей	P_v для НСХТ	P_v , рассчитанные по (9)
1	0,485	0,490	0,5	7	0,010	0,0135	0,0078
2	0,268	0,269	0,25	8	0,000	0,0039	0,0039
3	0,133	0,130	0,125	9	0,0005	0,000	0,002
4	0,052	0,062	0,0625	10	0,000	0,019	0,001
5	0,027	0,028	0,0312	11	0,0025	0,000	0,0005
6	0,015	0,0147	0,0156				

Из табл. 2 следует, что вероятности появления блоков длины v близки к вероятностям появления блоков длины v ЧСП и близки к теоретическим значениям, полученным по (9). НСХТ содержит одинаковое число символов «0» и «1». Это утверждение вытекает из теоретических основ построения НСХТ. Правило построения НСХТ основывается на вычислении двухзначного характера мультипликативной группы поля $GF(P^n)$ [1]:

$$W_i = \psi(\theta^i + 1), \text{ если } \theta^i + 1 \equiv 0 \pmod{P};$$

$$W_i = 0, \text{ если } \theta^i + 1 \not\equiv 0 \pmod{P}. \quad (11)$$

где W_i — символы НСХТ, θ — первообразный элемент поля $GF(P^n)$.

Поскольку θ — первообразный элемент, степени θ^i , $i = \overline{0, P^n - 2}$ пробегает все $P^n - 1$ ненулевые элементы поля $GF(P^n)$, а элементы $\theta^i + 1$, $i = \overline{0, P^n - 2}$ — нулевой и все ненулевые элементы поля $GF(P^n)$, кроме 1, потому что для некоторого i $\theta^i + 1 \equiv 0 \pmod{P}$ и ни для какого i $\theta^i + 1 \not\equiv 0 \pmod{P}$, так как $\theta^i \not\equiv 0 \pmod{P}$. Учитывается также, что $\psi(1) = 1$, легко заключить, что среди $P^n - 2$ ненулевых элементов $\theta^i + 1$ поля $GF(P^n)$ имеется $[1/2(P^n - 1) - 1]$ элементов, для которых $\psi = 1$ и $1/2(P^n - 1)$ элементов, для которых $\psi = -1$. Поэтому для правила кодирования (11) число символов последовательности, принимающих значение +1, равно

$$\mu^+ = 1/2(P^n - 1) - 1 + 1 = 1/2(P^n - 1) = 1/2L.$$

Таким образом, на полном периоде НСХТ содержится одинаковое число символов, принимающих значения 1 и 0 (+1 и -1).

Многочисленные расчеты, проведенные с использованием ЭВМ, показали, что НСХТ содержат оптимальное число блоков, отвечающее условию (6), а это означает, что такие сигналы обладают малыми боковыми пиками автокорреляционной функции (ФАК). Кроме того, расчеты показали, что НСХТ удовлетворяют условиям (6) — (10). Тогда можно постулировать следующее утверждение: статистические характеристики их авто- и взаимокорреляционных функций будут лучше, чем статистические характеристики полного кода [3], поскольку такие последовательности являются наиболее вероятным представителем случайной последовательности. Подтверждением этому может служить результаты исследований корреляционных спектральных свойств НСХТ.

Значение максимальных боковых пиков ФАК НСХТ в периодическом режиме для $L=4x+2$ не превышает значения $R_6 \leq 2$ и, таким образом, отвечают одной из границ плотной упаковки [1]:

$$R_{\max} > \begin{cases} 0, & \text{если } L \equiv 0 \pmod{4}; \\ 1, & \text{если } L \equiv 1 \pmod{4}; \\ 2, & \text{если } L \equiv 2 \pmod{4}; \\ -1, & \text{если } L \equiv 3 \pmod{4}, \end{cases}$$

т. е. НСХТ являются, по минимаксному критерию, оптимальными. Результаты исследований ВКФ НСХТ приведены в [4]. Показано, в частности, что статистические характеристики, значения максимальных боковых пиков ВКФ близки по значениям к соответствующим характеристикам случайных последовательностей, M -последовательностей. Кроме того, найдены пары НСХТ, значения максимальных боковых пиков ВКФ которых меньше, чем у последовательностей с трехуровневыми ВКФ. Известно, чем меньше уровень боковых пиков ФАК, тем более равномерный спектр имеют сигналы [3].

Таблица 3

Характеристики спектра	Длительность НСХТ L				М-последовательности
	16	30	108	256	
Математическое ожидание	0,753	0,88	0,94	0,94	0,94
Дисперсия	0,09	0,04	0,01	0,0007	0,0017
Пик-фактор	1,32	1,13	1,06	1,06	1,06

В таблице 3 приведены статистические характеристики амплитудночастотного спектра НСХТ. Анализ данных табл. 3 показывает, что с увеличением числа элементов L , спектр НСХТ становится более равномерным и приближается к характеристикам M -последовательностей.

Таким образом, результаты исследований свойств НСХТ показывают, что последние могут быть использованы в качестве рас-

ширяющих спектр в широкополосных системах связи. При этом могут быть улучшены отдельные качественные показатели функционирования радиоканалов.

Список литературы: 1. Свердлик М. Б. Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с. 2. Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов/Л. В. Вариченко, Л. В. Лабунец, М. А. Раков. 1986. 248 с. 3. Варихин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. 1985. 384 с. 4. Горбенко И. Д., Замула А. А., Кулешов В. Л. Корреляционные свойства систем характеристических дискретных сигналов//Радиотехника. Вып. 85. С. 96—100.

Поступила в редколлегию 27.12.88

УДК 621.372.72

А. М. ТИТАРЕНКО

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Изучение колебательных процессов при параметрическом возбуждении представляет большой интерес для современной электротехники, радиотехники и радиофизики в связи с широким применением нелинейных параметрических систем в устройствах усиления, генерирования, преобразования сигналов, в контрольно-измерительных комплексах.

В работе [1] рассмотрена колебательная система, описываемая уравнением Матве с нелинейной правой частью. При исследовании нелинейных параметрических систем с большой глубиной модуляции энергоемного параметра (индуктивности или емкости) необходимо учитывать большое число гармоник при модуляции параметра, т. е. рассматривать уравнение Хилла с нелинейной правой частью

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \left[p^2 + \sum_{m=1}^N (-1)^m k_m \varepsilon^m \cos(m\tau) \right] y = k \varepsilon y^3. \quad (1)$$

В уравнении (1) $\tau = \omega_n t$, ω_n — частота накачки, ε — малый параметр, k — коэффициент, характеризующий степень нелинейности и тип системы, $p = \omega/2\omega_n$ — регулируемая величина, пропорциональная собственной частоте ω , k_m — коэффициенты при гармонических составляющих, N — число (конечное или бесконечное) осциллирующих членов. Частота изменения параметра (например, нелинейной индуктивности или емкости) предполагается постоянной. Переменная y может обозначать, в частности, напряжение на обмотках резонансного контура нелинейной системы.

Будем искать решение уравнения (1) в виде [2]

$$y = a \cos(p\tau - \varphi) + \varepsilon U_1 + \varepsilon^2 U_2 + \varepsilon^3 U_3 + \dots + \varepsilon^n U_n \quad (2)$$

где $a=a(\tau)$, $\varphi=\varphi(\tau)$ — по предположению, медленно меняющиеся функции τ .

Подставив (2) в (1), получим

$$\begin{aligned}
 & \left[2pa \frac{d\varphi}{d\tau} + \frac{d^2 a}{d\tau^2} - a \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 \right] \cos(p\tau - \varphi) + \left(-2p \frac{da}{d\tau} + 2 \frac{da}{d\tau} \frac{d\varphi}{d\tau} + a \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} \right) \times \\
 & \times \sin(p\tau - \varphi) + \varepsilon \left(\frac{d^2 U_1}{d\tau^2} + p^2 U_1 \right) + \varepsilon^2 \left(\frac{d^2 U_2}{d\tau^2} + p^2 U_2 \right) + \\
 & + \varepsilon^3 \left(\frac{d^2 U_3}{d\tau^2} + p^2 U_3 \right) + \dots + \varepsilon^n \left(\frac{d^2 U_n}{d\tau^2} + p^2 U_n \right) = \\
 & = \varepsilon \frac{k_1 a}{2} \cos[(p+1)\tau - \varphi] + \varepsilon \frac{k_1 a}{2} \cos[(p-1)\tau - \varphi] + \\
 & + \varepsilon \frac{3}{4} ka^3 \cos(p\tau - \varphi) + \varepsilon \frac{1}{4} ka^3 \cos[3(p\tau - \varphi)] + \\
 & + \varepsilon^2 \frac{3}{2} ka^2 U_1 + \varepsilon^2 \frac{3}{2} ka^2 U_1 \cos[2(p\tau - \varphi)] - \\
 & - \varepsilon^3 \frac{k_2 a}{2} \cos[(p+2)\tau - \varphi] - \varepsilon^3 \frac{k_2 a}{2} \cos[(p-2)\tau - \varphi] + \varepsilon^3 k_1 U_1 \cos \tau + \\
 & + \varepsilon^3 \frac{3}{2} ka^2 U_2 + \varepsilon^3 3ka U_1^2 \cos(p\tau - \varphi) + \varepsilon^3 \frac{3}{2} ka^2 U_2 \cos[2(p\tau - \varphi)] + \\
 & + \varepsilon^3 \frac{k_3 a}{2} \cos[(p-3)\tau - \varphi] + \varepsilon^3 \frac{k_3 a}{2} \cos[(p+3)\tau - \varphi] + \\
 & + k_1 \varepsilon^3 U_2 \cos \tau - \varepsilon^3 k_2 U_1 \cos 2\tau + \varepsilon^4 k U_1^3 + \varepsilon^4 \frac{3}{2} ka^2 U_3 + \\
 & + \varepsilon^4 \frac{3}{2} ka^2 U_3 \cos[2(p\tau - \varphi)] + \varepsilon^4 6ka U_1 U_2 \cos(p\tau - \varphi) - \\
 & - \varepsilon^4 \frac{k_4 a}{2} \cos[(p+4)\tau - \varphi] - \varepsilon^4 \frac{k_4 a}{2} \cos[(p-4)\tau - \varphi] + \\
 & + \varepsilon^4 k_1 U_3 \cos \tau - \varepsilon^4 k_2 U_2 \cos 2\tau + \varepsilon^4 k_3 U_1 \cos 3\tau + \dots \quad (3)
 \end{aligned}$$

В работе [1] для первых трех зон параметрического возбуждения уравнения Матье с кубической правой частью получены инварианты движения, связывающие амплитуду и фазу колебаний. Получим инварианты движения уравнения (1) для первых четырех зон в случае, когда $N=4$. При этом для анализа колебаний в первой зоне достаточно первого приближения, во второй зоне — второго и т. д. Из (3) для определения $a(\tau)$ и $\varphi(\tau)$ имеем

системы нелинейных дифференциальных уравнений вблизи резонансных частот $p = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2$ соответственно:

$$2pa \frac{d\varphi}{d\tau} + \frac{d^2a}{d\tau^2} - a \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 = \varepsilon \frac{3}{4} ka^3 + \varepsilon \frac{k_1 a}{2} \cos \psi_1;$$

$$-2p \frac{da}{d\tau} + 2 \frac{da}{d\tau} \frac{d\varphi}{d\tau} + a \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = -\varepsilon \frac{k_1 a}{2} \sin \psi_1; \quad (4)$$

$$2pa \frac{d\varphi}{d\tau} + \frac{d^2a}{d\tau^2} - a \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 = \varepsilon \frac{3}{4} ka^3 + \varepsilon^2 \frac{k_1^2 a}{2(4p^2 - 1)} -$$

$$-\varepsilon^2 \frac{3k^2 a^5}{128p^2} + \varepsilon^2 a \left[\frac{k_1^2}{4(2p-1)} - \frac{k_2}{2} \right] \cos \psi_2;$$

$$-2p \frac{da}{d\tau} + 2 \frac{da}{d\tau} \frac{d\varphi}{d\tau} + a \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} = -\varepsilon^2 a \left[\frac{k_1^2}{4(2p-1)} - \frac{k_2}{2} \right] \sin \psi_2; \quad (5)$$

$$2pa \frac{d\varphi}{d\tau} + \frac{d^2a}{d\tau^2} - a \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 = \varepsilon \frac{3}{4} ka^3 + \varepsilon^2 \frac{k_1^2 a}{2(4p^2 - 1)} -$$

$$-\varepsilon^2 \frac{3k^2 a^5}{128p^2} + \varepsilon^3 \frac{3kk_1^2 a^3 (4p^2 + 3)}{4(4p^2 - 1)^2} + \varepsilon^3 \frac{3k^3 a^7}{512p^4} +$$

$$+ \varepsilon^3 a \left[\frac{k_1^3}{32(p-1)(2p-1)} - \frac{k_1 k_2 (4p-3)}{8(p-1)(2p-1)} + \frac{k_3}{2} \right] \cos \psi_3;$$

$$-2p \frac{da}{d\tau} + 2 \frac{da}{d\tau} \frac{d\varphi}{d\tau} + a \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} =$$

$$= -\varepsilon^3 a \left[\frac{k_1^3}{32(p-1)(2p-1)} - \frac{k_1 k_2 (4p-3)}{8(p-1)(2p-1)} + \frac{k_3}{2} \right] \sin \psi_3; \quad (6)$$

$$2pa \frac{d\varphi}{d\tau} + \frac{d^2a}{d\tau^2} - a \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 = \varepsilon \frac{3}{4} ka^3 + \varepsilon^2 \frac{k_1^2 a}{2(4p^2 - 1)} -$$

$$-\varepsilon^2 \frac{3k^2 a^5}{128p^2} + \varepsilon^3 \frac{3kk_1^2 (4p^2 + 3) a^3}{4(4p^2 - 1)^2} + \varepsilon^3 \frac{3k^3 a^7}{512p^4} +$$

$$+ \varepsilon^4 \frac{3k^2 k_1^2 a^5 (251904p^8 + 42880p^6 - 5328p^4 - 96p^2 - 1)}{2048p^4 (4p^2 - 1)^3 (16p^2 - 1)} -$$

$$-\varepsilon^4 \frac{195k^4 a^9}{131072p^6} + \varepsilon^4 \frac{k_1^4 (8p^2 + 1) a}{32(4p^2 - 1)^2 (p^2 - 1)} +$$

$$+ \varepsilon^4 \frac{k_1^2 k_2 (2p^2 - p - 4)}{16(4p^2 - 1)(p^2 - 1)} + \varepsilon^4 a \left[\frac{k_1^4}{192(2p-1)(p-1)(2p-3)} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{k_1^2 k_2 (4p-3)}{96(p-1)(2p-1)(2p-3)} + \frac{k_1 k_3}{12(2p-3)} - \frac{k_4}{2} \Big] \cos \psi_4 \\
& - 2p \frac{da}{d\tau} + 2 \frac{da}{d\tau} \frac{d\varphi}{d\tau} + a \frac{d^2 \varphi}{d\tau^2} = \\
= & - \varepsilon^4 a \left[\frac{k_1^4}{192(2p-1)(p-1)(2p-3)} - \frac{k_1^2 k_2 (4p-3)}{96(p-1)(2p-1)(2p-3)} + \right. \\
& \left. + \frac{k_1 k_3}{12(2p-3)} - \frac{k_4}{2} \right] \sin \psi_4. \quad (7)
\end{aligned}$$

В системах уравнений (4)–(7) ψ_n — обобщенная фаза,

$$\psi_n = \psi_n(\tau) = 2 \left(\frac{n}{2} - p \right) \tau + 2\varphi(\tau), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Из (4) — (7) по методике, изложенной в работе (1), находим $\frac{d\psi_n}{d\tau}$, $\frac{da}{d\tau}$, после чего получаем инварианты движения, связывающие амплитуду и фазу колебаний. Эти инварианты для первых четырех зон параметрического возбуждения уравнения (1) с учетом соответствующих приближений имеют вид

$$\rho \left(1 - 2p + \varepsilon \frac{3kp}{8p} + \varepsilon \frac{k_1}{2p} \cos \psi_1 \right) = C_1; \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\rho \left\{ 2(1-p) + \varepsilon \frac{3kp}{8p} + \varepsilon^2 \frac{k_1^2}{2p(4p^2-1)} + \varepsilon^2 \frac{5k^2 p^2}{128p^3} + \right. \\
\left. + \varepsilon^2 \left[\frac{k_1^2}{4p(2p-1)} - \frac{k_2}{2p} \right] \cos \psi_2 \right\} = C_2; \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho \left\{ 2 \left(\frac{3}{2} - p \right) + \varepsilon \frac{3kp}{8p} + \varepsilon^2 \frac{k_1^2}{2p(4p^2-1)} + \right. \\
\left. + \varepsilon^2 \frac{5k^2 p^2}{128p^3} + \varepsilon^3 \frac{3kk_1^2(16p^4 + 16p^2 - 1)}{32p^3(4p^2-1)^2} \rho + \varepsilon^3 \frac{51k^3 p^3}{4096p^5} + \right. \\
\left. + \varepsilon^3 \left[\frac{k_1^3}{32(2p-1)(p-1)p} - \frac{k_1 k_2 (4p-3)}{8p(2p-1)(p-1)} + \frac{k_3}{2p} \right] \cos \psi_3 \right\} = C_3; \quad (10)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho \left\{ 2(2-p) + \varepsilon \frac{3k}{8p} \rho + \varepsilon^2 \frac{k_1^2}{2p(4p^2-1)} \left[1 + \varepsilon^2 \frac{k_2(2p^2-p-4)}{8(p^2-1)} + \right. \right. \\
\left. \left. + \varepsilon^2 \frac{k_1^2(8p^4 + 3p^2 - 2)}{16p^2(4p^2-1)(p^2-1)} \right] + \varepsilon^2 \frac{5k^2}{128p^3} \rho^2 + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \varepsilon^3 \frac{3kk_1^2(16p^4 + 16p^2 - 1)}{32p^3(4p^2 - 1)^2} p + \varepsilon^3 \frac{51k^3}{4096p^5} p^3 + \\
& + \varepsilon^4 \frac{k_1^2 k^2 (301056p^8 + 81792p^6 - 25872p^4 + 2112p^2 - 69)p^2}{2048p^5(4p^2 - 1)^3(16p^2 - 1)} + \\
& + \varepsilon^4 \frac{2703k^4}{655360p^7} p^4 + \varepsilon^4 \left[\frac{k_1^4}{192p(2p-1)(p-1)(2p-3)} - \right. \\
& \left. - \frac{k_1^2 k_2(4p-3)}{96p(2p-1)(p-1)(2p-3)} + \frac{k_1 k_3}{12p(2p-3)} - \frac{k_4}{2p} \right] \cos \psi_4 \} = C_4. \quad (11)
\end{aligned}$$

В уравнениях (8) — (11) ρ — квадрат амплитуды колебаний, $\rho = a^2(\tau)$; C_1, C_2, C_3, C_4 — произвольные постоянные, определяемые начальными условиями. Из (8) — (11) видно, что наличие нелинейности ограничивает амплитуду параметрически возбуждаемых колебаний. Зная инварианты движения, можно построить всевозможные семейства фазовых портретов в координатах (U, V) , где

$$U = \sqrt{\rho} \cos \frac{\psi_n}{2}, \quad V = \sqrt{\rho} \sin \frac{\psi_n}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Подставив (12) в (8) и взяв $n=N=1$, получим

$$(U^2 + V^2)^2 + \frac{8p}{3k\varepsilon} \left(1 - 2p - \frac{k_1\varepsilon}{2p} \right) (U^2 + V^2) + \frac{8k_1}{3k} U^2 = \frac{8p}{3k\varepsilon} C_1. \quad (13)$$

Уравнение (13) — уравнение семейства алгебраических кривых четвертого порядка на плоскости (U, V) , называемых в теории кривых овалами Кассини [3]. Для второй, третьей, четвертой и т. д. зон возбуждения получаются алгебраические кривые шестого, восьмого, десятого и т. д. порядков.

Рассмотрим случай, когда $k < 0$ (жесткая нелинейная система). При анализе уравнения (13) и инвариантов движения будем предполагать, что для всех m $k_m = 1$ или мало отличается от 1. Посмотрим, как влияет количество осциллирующих членов в левой части уравнения (1) на положение фазовых портретов. Если в уравнении (1) присутствует только один осциллирующий член $-k_1 \varepsilon \cos \tau$, то фазовые портреты для колебаний в первой и высших зонах возбуждения качественно ничем не отличаются друг от друга. Это следует из анализа уравнений (8) — (11). Рассмотрим более подробно уравнение (13). Для него возможны три вида фазовых портретов в зависимости от того, какие координаты имеет точка, лежащая в плоскости (p, ε) . Если в плоскости (p, ε) точка находится внутри зоны возбуждения (или на ее левой границе) соответствующего линейного уравнения Матье (в дальнейшем для сокращения письма будем называть эти зоны просто зонами Матье), то фазовые портреты имеют вид, изображенный на рис. 1. Это

так называемый мягкий режим параметрического возбуждения колебаний, при котором в плоскости (U, V) есть три особые точки, из них начало координат является седлом, а две другие — центрами. Если точка находится левее левой границы зоны Матье, то получаются фазовые портреты, изображенные на рис. 2. Это

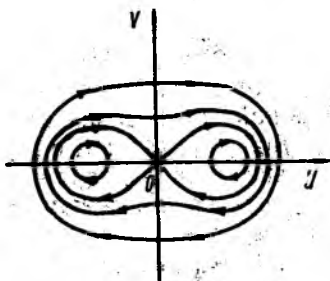


Рис. 1

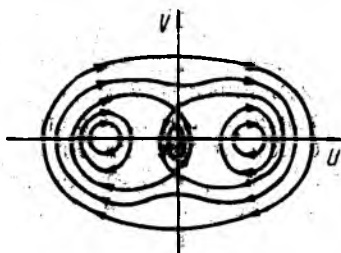


Рис. 2

жесткий режим возбуждения, когда в плоскости (U, V) существует пять особых точек, а именно: центр в начале координат, два центра на оси U и два седла на оси V . Наконец, если точка в плоскости (p, ε) находится на правой границе зоны Матье или правее ее, то получаются кривые, изображенные на рис. 3. В этом случае положение покоя является устойчивым стационарным состоянием и в плоскости (U, V) начало координат является единственной особой точкой типа центра.

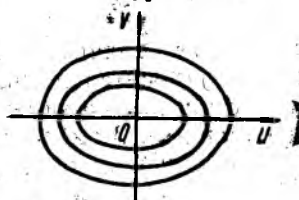


Рис. 3

Если в уравнении (1) из осциллирующих членов оставить только два, т. е. $(-k_1 \varepsilon \cos \tau + k_2 \varepsilon^2 \cos 2\tau)u$, то это приведет к повороту на 90° семейств фазовых портретов для второй и всех последующих зон параметрического возбуждения. Это видно из уравнений (9) — (11).

При удержании в уравнении (1) первых трех осциллирующих членов наблюдаем следующее: все семейства фазовых портретов, начиная с третьей зоны, поворачиваются на 90° по сравнению с предыдущим случаем.

Из обнаруженной закономерности следует, что если в уравнении (1) оставить, например, шесть осциллирующих членов, то это приведет к тому, что семейства фазовых портретов для 1, 3, 5 зон будут качественно отличаться от соответствующих семейств для 2, 4, 6, 7, 8, 9, ... зон только поворотом на 90° .

Вообще каждое удержание N первых ($N > 1$) осциллирующих членов в уравнении (1) приводит к повороту на 90° всех семейств фазовых портретов, начиная с номера N , и сохраняет неизменным последовательное чередование положений фазовых портретов для предыдущих зон параметрического возбуждения.

Очевидно, что в случае наличия бесконечного числа осциллирующих членов в уравнении (1) ($N = \infty$) семейства фазовых портретов для четных зон качественно отличаются от соответствующих семейств для нечетных зон только поворотом на 90° .

Анализ уравнения (1) для случая $k > 0$ (мягкая нелинейная система) показывает, что в этом случае семейства фазовых портретов для каждой зоны возбуждения исходного нелинейного уравнения качественно отличаются от рассмотренных выше соответствующих семейств при $k < 0$ только поворотом на 90° . Таким образом, в дальнейшем для мягкой нелинейной системы предполагается, что запись рис. 1, 2, 3 означает рисунки, приведенные в данной статье, но повернутые на 90° относительно начала координат. При этом рис. 1 соответствует точкам плоскости (p, ϵ) , лежащим внутри зоны Матье или на ее правой границе, рис. 2 — точкам правее правой границы зоны Матье, а рис. 3 — точкам в плоскости (p, ϵ) , лежащим на левой границе или левее ее.

Необходимо отметить, что если в уравнении (1) под знаком суммы отсутствует множитель $(-1)^m$ и если все k_m одного знака, то и для четных, и для нечетных зон возбуждения фазовые портреты будут одни и те же (т. е. поворота на 90° не будет), но в любом случае семейства фазовых портретов для жесткой системы будут отличаться от семейств для мягкой системы поворотом на 90° относительно начала координат.

Результаты работы могут использоваться при расчете и проектировании нелинейных колебательных систем, работающих в первой и высших зонах параметрического возбуждения.

Список литературы: 1. Титаренко А. М., Зуев Н. Г., Чередников П. И. О зонах возбуждения одного нелинейного дифференциального уравнения с периодически-ми коэффициентами. Х., 1985. 21 с. Деп. в УкрНИИНТИ 23.07.85, № 1502. 2. Блэкьер О. Анализ нелинейных систем. М., 1969. 400 с. 3. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справ. по математике. М., 1986. 544 с.

Поступила в редколлегию 27.12.88

УДК 621.371

В. В. БАВЫКИНА, канд. техн. наук, Ю. А. КОВАЛЬ, канд. техн. наук,
А. В. ПОПОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ ВЕСОВОЙ ОБРАБОТКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ РАДИОМЕТЕОРНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ШКАЛ ЭТАЛОНОВ ВРЕМЕНИ

Одним из направлений повышения точности информационно-измерительных систем является совершенствование алгоритмов статистической обработки измерительной информации. Это в полной мере относится и к радиометеорным системам синхронизации (РМСС) территориально разнесенных шкал хранителей времени.

Одним из недостатков используемых в настоящее время алгоритмов статистической обработки информации в РМСС является отсутствие учета неравноточности результатов измерений как в пределах каждого метеора, так и на различных метеорах [1]. Как показано в [2], при совместной обработке неравноточных рядов измерений целесообразно использовать весовую статистическую обработку, при этом веса могут быть выбраны прямо пропорциональными количеству наблюдений в отдельных рядах и обратно пропорциональными их дисперсиям.

Хотя о принципиальной возможности применения весовой обработки результатов измерений в РМСС упоминалось в работах [3; 4], сопоставительный анализ различных алгоритмов и оценки выигрыша в точности с учетом особенностей радиометеорного метода синхронизации эталонов времени отсутствуют. Решению перечисленных задач и посвящена настоящая работа.

Причинами неравноточности результатов измерений в РМСС являются флуктуации амплитуд принимаемых сигналов как в пределах метеорного следа, так и при переходе от следа к следу; изменение уровня помех; случайные вариации времени задержки в трактах аппаратуры. О количественной оценке неравноточности результатов можно судить по значениям среднеквадратических отклонений (СКО) результатов единичных измерений σ , полученным при обработке экспериментальных результатов и результатов моделирования работы РМСС.

Таблица 1

Номер группы	Пределы изменения амплитуд в группе	Относительное СКО единичного измерения
1	0—10	2,98
2	10—20	1,94
3	20—30	1,33
4	30—40	1,00

В табл. 1 приведены оценки значений σ для четырех групп измерений, отличающихся уровнями амплитуд принимаемых сигналов. Следует отметить, что в пределах каждой группы амплитуды сигналов изменяются в определенных пределах.

Существенно различаются значения СКО для различных метеоров, поскольку метеорные эхо-сигналы отличаются не только уровнем амплитуд сигналов, но и продолжительностью, а значит, числом наблюдений.

Анализ результатов наблюдений, полученных на 110 метеорах, и такого же объема наблюдений на модели РМСС показал, что размах СКО составляет 27,4 раза для реальных измерений и 31,8— для модели.

Была проведена проверка гипотезы о неравноточности наблюдений на i -м и j -м метеорах по критерию Фишера, основанному на распределении статистики:

$$F = \max [\sigma_i^2/\sigma_j^2; \sigma_j^2/\sigma_i^2].$$

Эта гипотеза подтверждается в 60 % случаев с уровнем значимости 0,01.

Проведенный количественный анализ неравноточности результатов измерений в РМСС убедительно показывает, что статистическая апостериорная обработка результатов наблюдений сдвига шкал должна быть весовой.

Обозначим результат единичного измерения (наблюдения) сдвига шкал времени ΔT_{ij} , где i — номер метеорного радиозеха в сеансе ($i=1, m$), j — номер измерения в пределах метеорного зеха ($j=1, n_i$), k — номер импульса в кодовой последовательности ($k=1, M$). Здесь m — количество метеоров за сеанс, n_i — число измерений на i -м метеоре; M — количество импульсов в «пачке».

В настоящее время в существующих образцах аппаратуры результаты наблюдений по каждому из импульсов кодовой последовательности аппаратурно усредняются, что приводит к регистрируемым результатам измерений

$$\Delta T_{ij} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \Delta T_{ijk}. \quad (1)$$

Одним из возможных вариантов выбора значений весовых коэффициентов, учитывая известное соотношение между СКО результата измерения и соотношением сигнал-помеха, может быть

$$p_{ij} = \left(\frac{A_{ij}}{A_{\max}} \right)^2,$$

где A_{ij} — амплитуда принимаемой кодовой последовательности; A_{\max} — максимальное значение амплитуды за сеанс. При этом оценку сдвига шкал можно производить или в один этап по всему массиву ΔT_{ij} , или в два этапа — вначале по каждому метеору, а затем по результатам обработки по каждому метеору выполняется вычисление оценок сдвига шкал за сеанс.

Для весовой обработки по всему массиву наблюдений используются соотношения:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta T} &= \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} p_{ij} \Delta T_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} p_{ij}}; \\ \sigma^2 &= \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} p_{ij} (\Delta T_{ij} - \overline{\Delta T})^2}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} p_{ij}}, \end{aligned}$$

где ΔT — среднее арифметическое результатов наблюдений, принимаемое за оценку сдвига шкал времени; σ^2 — оценка дисперсии результата наблюдения.

При весовой обработке в два этапа для наблюдений, полученных на i -ом метеоре, вычисляются оценка сдвига шкал

$$\Delta T_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} p_{ij} \Delta T_{ij}}{\sum_{j=1}^{n_i} p_{ij}}; \quad (2)$$

оценка дисперсии результата наблюдения

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} p_{ij} (\Delta T_{ij} - \Delta T_i)^2}{\sum_{j=1}^{n_i} p_{ij}}; \quad (3)$$

оценка дисперсии результата измерения

$$\sigma_{\Delta T_i}^2 = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n_i} M/\sigma_{ij}^2}, \quad (4)$$

весовой коэффициент измерения на i -м метеоре

$$p_i = \frac{n_i}{\sigma_i^2}. \quad (5)$$

Далее определяются характеристики измеряемой величины за сеанс: оценка сдвига шкал, оценка дисперсии результата наблюдения и оценка дисперсии результата измерения соответственно

$$\Delta \bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^m p_i \Delta T_i}{\sum_{i=1}^m p_i}; \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m p_i (\Delta T_i - \Delta \bar{T})^2}{\sum_{i=1}^m p_i}; \quad (7)$$

$$\sigma_{\Delta T}^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^m n_i / \sigma_i^2}. \quad (8)$$

Для проверки рассмотренных алгоритмов была проведена весовая статистическая обработка массива реальных наблюдений с известным значением измеряемой величины (табл. 2). Для сравнения приведены результаты невесовой статистической обработки в один и в два этапа.

Таблица 2

Вид обработки		СКО результата наблюдения, нс
Обработка в один этап	невесовая	118
	весовая	78
Обработка в два этапа	невесовая	42
	весовая	29

При обработке в один этап без учета веса наблюдений использовались соотношения

$$\Delta \bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \Delta T_{ij}}{\sum_{i=1}^m n_i};$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (\Delta T_{ij} - \Delta \bar{T})^2}{\sum_{i=1}^m n_i - 1}.$$

Невесовая обработка в два этапа производилась по формулам

$$\Delta T_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} \Delta T_{ij}}{n_i}; \quad (9)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (\Delta T_{ij} - \Delta T_i)^2}{n_i - 1}; \quad (10)$$

$$\sigma_{\Delta T_i}^2 = \frac{\sigma_i^2}{n_i} \quad (11); \quad \Delta \bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^m \Delta T_i}{m}; \quad (12)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\Delta T_i - \Delta \bar{T})^2}{m - 1} \quad (13); \quad \sigma_{\Delta \bar{T}}^2 = \frac{\sigma^2}{m}. \quad (14)$$

Очевидно, что обработка в два этапа по сравнению с обработкой в один этап, а также весовая обработка по сравнению с невесовой дают выигрыш в точности определения сдвига шкал времени.

Обработка результатов реальных измерений показывает, что выбор весовых коэффициентов прямо пропорционален квадрату нормированной амплитуды принимаемой кодовой последовательности, хотя в целом и приводит к повышению точности измерения сдвига шкал при статистической обработке, однако не в такой степени, как можно было ожидать, исходя из диапазона изменения полученных p_{ij} . Это объясняется большими отклонениями результатов измерений в начале и конце радиометеорного эха, хотя амплитуды принимаемых сигналов, а значит, и p_{ij} при этом сравнительно велики. Кроме этого, возможно изменение уровня помех в течение длительных сеансов измерений. Поэтому более объективными могут быть значения весовых коэффициентов, полученные в результате статистической обработки результатов наблюдений за период сличения, т. е. по «пачке» импульсов:

$$p_{ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}^2}, \quad (15)$$

$$\text{где } \sigma_{ij}^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^M (\Delta T_{ijk} - \Delta T_{ij})^2. \quad (16)$$

Аппаратурная реализация таких измерений и вычислений, учитывая широкое использование средств вычислительной техники в современных РМСС, не вызывает принципиальных затруднений. При этом целесообразно сохранить измерение амплитуд принимаемых сигналов с целью диагностики канала и аппаратуры.

В зависимости от того, на каких этапах вводить весовую обработку результатов наблюдений, можно предложить четыре алгоритма обработки (табл. 3).

Таблица 3

Алгоритм	1	2	3	4
Весовая обработка в течение метеора	нет	нет	есть	есть
Весовая обработка за сеанс	нет	есть	нет	есть
Используемые формулы	(1), (16) (9)–(14)	(1), (16), (9)–(11), (6)–(8)	(1), (15), (16), (2)–(5), (12)–(14)	(1), (15), (16), (2)–(8)

Таблица 4

Алгоритм	1	2	3	4
Относительное значение	37	9,95	7,4	1

Рассмотренные четыре алгоритма статистической обработки были проверены на результатах наблюдений известной величины, полученных в результате моделирования работы РМСС (табл. 4).

Расчеты показали, что наиболее перспективна полная (двойная) весовая обработка результатов измерений и в пределах радиометеорного эха, и за сеанс (алгоритм 4) / Практическое использование двойной весовой обработки потребует, помимо используемого в настоящее время аппаратурного усреднения результатов наблюдения в «пачке», реализовать вычисление σ_{ij} в соответствии с формулой (16).

Список литературы: 1. *Новый комплекс аппаратуры для сличения эталонов времени и частоты по радиометеорному каналу* / Б. С. Дудник, Б. Л. Кашеев, Ю. А. Коваль и др. // Измер. техника. 1986, № 4. С. 15—16. 2. *Бурдун Г. Д., Марков Б. Н. Основы метрологии*. М., 1985. 256 с. 3. *Сидоров В. В. Управление шкалами времени при измерениях по метеорным отражениям* // Метеор. распространение радиоволн. 1979, № 14. С. 89—103. 4. *Анализ путей совершенствования радиометеорной системы синхронизации эталонов времени Госстандарта СССР* / С. Б. Пушкин, Б. Л. Кашеев, Б. С. Дудник и др. // Докл. VII науч.-техн. конф. «Метрология в радиоэлектронике». М., 1988. С. 307—308.

Поступила в редколлегию 13.04.89

УДК 621.392.82

И. И. СНЫТКИН, канд. техн. наук

ПОМЕХОЗАЩИЩЕННАЯ АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА СВЯЗИ С ШПС НЕЛИНЕЙНОЙ СТРУКТУРЫ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

В существующих системах связи с ШПС для повышения помехоустойчивости используются методы регулярного, равномерного кодирования информационных посылок кодовыми формами симплексных циклических словарей, ортогональных кодовых словарей оптимальных дискретных сигналов [1—3]. При этом длительности используемых кодовых форм одинаковы, а число возможных кодовых словарей ограничено. Однако в настоящее время к большинству систем связи с ШПС стали предъявляться высокие требования по комплексному обеспечению помехозащищенности от естественных и преднамеренных помех, скрытности передачи информации, адаптивности к изменяющейся помеховой обстановке [1; 2]. Решение данных задач известными методами регулярного кодирования становится или весьма затруднительным или (в большинстве случаев) невозможным. Известно, например, что посредством корреляционного анализа радиолинии действующей традиционной системы с ШПС, использующей линейные рекуррентные последовательности (ЛРП), легко установить моменты сверки сигналов, длительности кодовых форм, на основе чего создавать эффективные преднамеренные помехи [2]. Осо-

бенно остро эти задачи стоят по отношению к многоканальным системам связи с ШПС, где эффективное использование частотно-энергетических ресурсов систем является важнейшим вопросом их практического использования.

Одним из эффективных путей комплексного обеспечения помехозащищенности, скрытности, имитостойкости связи с ШПС является построение таких систем с ШПС, которые используют кодовые словари ШПС переменной длительности кодовых форм в программно-управляемом режиме, т. е. используют методы нерегулярного, неравномерного кодирования. Возможности данных методов связаны прежде всего с использованием свойств нелинейных рекуррентных последовательностей (НЛРП) в виде характеристических кодов, кодов квадратичных вычетов, существующих для практически произвольных длительностей $L = p, p-1, p^n-1$, где p — простое число, $n = 2, 3, \dots$ [3].

Ниже рассматриваются некоторые вопросы построения, функционирования и эффективности подобного рода систем связи с ШПС.

Принципы функционирования. По существу системы такого рода являются адаптивными, гибко реагирующими к внешним и внутренним условиям функционирования путем изменения длительности кодовых форм. Рассмотрим некоторые возможные режимы работы таких систем.

Автоматический режим следящей адаптации к изменяющейся активности каналов. В период функционирования многоканальной системы активность различных каналов (или групп каналов) изменяется. В этом случае для повышения помехоустойчивости связи важно равномерно распределять и полностью использовать частотно-энергетические ресурсы (ЧЭР) системы. Так, в период малой активности по потоку определенных групп каналов можно передавать информационные послыки кодовыми формами большей длительности, тем самым отдавая ЧЭР «неработающих» каналов «работающим». А в период значительной активности большинства групп каналов с той же целью имеет смысл передавать информационные послыки кодовыми формами меньшей длительности, но с лучшими корреляционными свойствами, равномерно распределяя ЧЭР системы и уменьшая внутрисистемные помехи. Для обеспечения данного режима необходимо динамично реагировать на эти изменения активности каналов путем ее интегрированной оценки по импульсам и по потоку, вычисляя следующие значения: 1) среднее значение активности по импульсам каждого канала в группе:

$$M_{и_i} = \frac{\sum_j n_j}{\sum_j t_j},$$

где n_j — число информационных импульсов во время j -го сеанса связи, t_j — время j -го сеанса связи; 2) среднее значение активности по потоку каждого i -го канала в группе:

$$M_{п_i} = \frac{\sum_j t_j}{t_{\text{дан}}}$$

где $t_{\text{ан}}$ — время анализа; 3) средние значения M_{N_p} , M_{Π_p} для каждой p -й группы каналов:

$$M_{N_p} = \sum_{i=1}^p M_{N_i} / k; \quad M_{\Pi_p} = \sum_{i=1}^p M_{\Pi_i} / \sum_{i=1}^p t_{\text{ан}}$$

где k — число каналов в группе.

Затем необходимо осуществлять сравнение M_{N_p} и M_{Π_p} , если $M_{\Pi_p} \gg M_{N_p}$, то данная группа каналов считается неактивной, и наоборот. Таким образом подсчитывается число $n_{\text{акт}}$ активных и число $n_{\text{н. акт}}$ неактивных групп каналов. Величина $\eta = (n_{\text{н. акт}} / n_{\text{акт}}) \cdot 100\%$ является выходным управляющим сигналом соответствующего блока интегрированной оценки активности каналов. На основании этого сигнала решающее устройство принимает решение, как изменить и на сколько увеличить или уменьшить длительность L кодового словаря или оставить L той же, но значительно улучшить свойства (ансамблевые) кодового словаря с точки зрения внутрисистемных и структурных помех. При этом изменение помехоустойчивости каждого канала оценивается следующим образом. Если за помехоустойчивость принять отношение энергии сигнала в период свертки информационной кодовой формы к энергии шума в тот же период [1] $\kappa/\psi = (P_c \cdot t_c) / (P_{\text{ш}} \cdot t_{\text{св}})$, где P_c , $P_{\text{ш}}$ — мощности сигнала и шума, $t_{\text{св}}$ — время свертки, t_c — время существования сигнала, то абсолютное приращение отношения сигнал-шум в каждом канале будет оцениваться как $\Delta(\kappa/\psi) = (P_c \cdot \Delta t_c) / (P_{\text{ш}} \cdot t_{\text{св}})$, а относительное — как $\eta = \Delta(\kappa/\psi) / (\kappa/\psi) = \Delta t_c / t_c$. В связи с нелинейной зависимостью вероятности ошибки $P_{\text{ош}}$ на бит информации от отношения сигнал-шум существенное увеличение $P_{\text{ош}}$ обеспечивается уже при незначительных увеличениях η [1].

Режим программной адаптации к изменяющейся помеховой обстановке. В процессе функционирования системы связи с ШПС возможна различная внешняя помеховая обстановка, например, могут возникнуть мощные энергетические преднамеренные и непреднамеренные помехи. Это потребует от системы «закрытия» некоторых каналов и предоставления всего ЧЭР только самым важным каналам по принципу приоритета. В таких условиях необходимо значительно удлинять информационные кодовые формы, повышая энергию сигнала в каждом приоритетном канале. Для обеспечения данного режима следует постоянно производить анализ внешней помеховой обстановки по сигналам о вероятностях ошибочного приема $P_{\text{ош}}$ каждого канала в некотором программно-управляющем блоке, который в соответствии с программой (в случае необходимости) будет «закрывать» одни каналы и предоставлять ЧЭР системы другим приоритетным каналам, а также давать команды на формирование соответствующих новых кодовых словарей с измененной длительностью кодовых форм. В данном режиме приращение $\Delta L = \Delta t_c$ кодовых форм ликвидиру-

ет приращение мощности шума $\Delta P_{ш}$ таким образом, что отношение сигнал-шум для приоритетных каналов должно оставаться неизменяемым:

$$c/ш = \frac{P_c(t_c + \Delta t_c)}{(P_{ш} + \Delta P_{ш}) \cdot t_{св}} = \frac{P_c \cdot t_c}{P_{ш} \cdot t_{св}} = \text{const.}$$

При таком условии необходимое приращение длительности Δt_c кодовых форм равно $\Delta t_c = (\Delta P_{ш}/P_{ш}) \cdot t_c$.

Алгоритм оценки $\Delta P_{ш}$ и, следовательно, Δt_c закладывается в программно-управляющий блок, и при достижении определенного порогового значения $\Delta P_{шн}$ в системе производится смена длительности кодовых форм.

Режим обеспечения скрытности, имитостойкости связи. Смена кодовых форм в любом из режимов обеспечивает и достижение такой важной цели, как повышение скрытности, имитостойкости связи, один из параметров которых (скрытность S_v арсенала сменных параметров) оценивается как [4] $S_v = \log V$, где V — объем сменных параметров, в нашем случае — объем возможно используемых кодовых форм. Однако в первых двух режимах повышение скрытности и имитостойкости достигается при значительном перераспределении ЧЭР, «закрытии» отдельных каналов, т. е. снижении информативности системы.

В то же время достижение высокой помехозащищенности от структурных помех и скрытности можно обеспечить при незначительном изменении длительности L на величину $|\Delta L| \leq 10$, оставляя все остальные характеристики системы (например, число одновременно работающих каналов) практически постоянными. Так, если каждому i -му из « k » каналов ставится в соответствие одна из N кодовых форм определенной длительности L_i , то средняя длина используемых кодовых слов определяется как

$$L_{срj} = \sum_{i=1}^N L_{ij} \cdot P_{ij},$$

где P_{ij} — вероятность появления информационной посылки L_i из j -го канала.

В свою очередь

$$P_j = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{1}{T_{jcp}(t)} \right) \sum_{i=1}^k \frac{1}{T_{jcp}(t)} \cdot dt,$$

где $T_{jcp}(t)$ — средний период выдачи информационных посылок из канала; T — время сеанса связи.

Среднюю длину используемых кодовых слов в системе в процессе большого числа сеансов связи можно оценить как

$$L_{ср.общ.} = \left(\sum_{j=1}^{Ck} L_{срj} \right) / C_N^k.$$

Модуль среднего отклонения длительности кодового слова от средней длительности $L_{\text{ср. общ.}}$ оценивается как

$$|\Delta L_{\text{ср}}| = |L_{\text{ср. общ.}} - \left(\sum_{i=1}^N L_i \right) / N|.$$

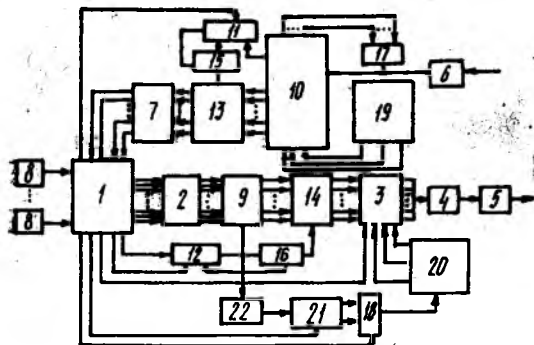
Отсюда средние энергетические потери в каждом канале оцениваются как

$$\eta = |\Delta L_{\text{ср}}| / L_{\text{ср. общ.}} = \left| 1 - \left(\sum_{i=1}^N L_i \right) \cdot C_N^k / N \cdot \left(\sum_{j=1}^{C_k} L_{\text{ср}j} \right) \right|.$$

Так, при $|\Delta L_{\text{ср}}| \ll 10$, и $L_{\text{ср}} \gg 100$ имеем $\eta \leq 5\%$.

Таким образом, при незначительных уменьшениях длин L кодовых слов в словаре потери энергии в каждом канале невелики, в то время имеет место повышение помехозащищенности и скрытности системы в целом.

Построение и порядок работы системы. Рассмотрим построение и порядок работы подобных систем связи с ШПС на примере работы [5]. На рисунке приведена структурная электрическая схема



системы, включающая блок 1 управления и коммутации, блок 2 статистического уплотнения, кодово-адресную матрицу 3, преобразователь 4, передатчик 5, приемник 6, блок разделения каналов, оконечные абонентские комплекты 8, блок 9 образования групп каналов, блок 10 выделения каналов, генераторы 11 и 12 рекуррентных последовательностей, блоки 13 и 14 коммутации, дешифраторы 15 и 16, блоки 17 и 18 формирования команд управления, формирователи 19 и 20 групп сигналов, решающий блок 21, блок 22 оценки активности групп каналов.

Перед началом связи с помощью блока 1 управления и коммутации по соответствующим выходам для каждой линии связи устанавливается определенное начальное состояние генераторов 11 и 12, а также псевдослучайный во времени закон моментов перекоммутации соответствий между состояниями групп каналов, образуемых блоком 9, и кодово-адресными группами, согласованный с работой системы таким образом, что выдача сигнала о перекоммутации сигнала считывания на генератор 12 и сигнала управления на соответствующий вход кодово-адресной матрицы 3 для выдачи маркера перекоммутации осуществляется только в моменты времени после выдачи информационной кодово-адресной группы из матрицы 3. После этого выдается сигнал о начальной установке коммутации — сигнал «Начальное считывание» из блока 1,

обеспечивающий считывание начально установленной рекуррентной последовательности из генератора 12 в дешифратор 16 и следующую за этим выдачу из дешифратора 16 на управляющий вход блока 14 коммутации сигнала установки начального соответствия между состояниями групп каналов и кодово-адресными группами матрицы 3. В тот же момент со второго выхода дешифратора 16 на соответствующий вход генератора 12 поступает сигнал о сдвиге начальной рекуррентной последовательности на один такт для формирования новой последовательности. Посредством блока 1 на соответствующий вход 18 подается сигнал выбора кодового словаря. Блок 18 на вход формирователя 20 выдает команду на формирование определенного кодового словаря.

Формирователь 20 формирует определенный словарь рекуррентных последовательностей определенной длительности и выдает эти последовательности в кодово-адресную матрицу 3. При этом сигнал по другому выходу формирователя 20 регулирует моменты записи каждой последующей последовательности в кодово-адресную матрицу 3. По окончании формирования словаря формирователь 20 по своему третьему выходу в матрицу 3 выдает сигнал «Конец формирования словаря», являющийся разрешающим на выдачу из матрицы 3 маркерной последовательности.

Считанная маркерная последовательность из матрицы 3, пройдя преобразователь, 4, передатчик 5, линию связи, приемник 6, поступает в блок 10 выделения каналов. Блок 10 выделяет маркерную последовательность и выдает по одному своему выходу на второй вход генератора 11 сигнал «Считывание», обеспечивающий считывание начально установленной рекуррентной последовательности на вход дешифратора 15, который выдает на управляющий вход блока 13 коммутации сигнал установки начального соответствия между состояниями групп информационных каналов блока 10 и выходами блока 7 разделения каналов; выдает также на третий вход генератора 11 сигнал о сдвиге начальной рекуррентной последовательности на один такт, тем самым формируя новую рекуррентную последовательность, идентичную последовательности на передающей стороне. В тот же момент по одному из дополнительных выходов блока 10 поступает сигнал в блок 17, который выдает управляющую команду в формирователь 19. Формирователь 19 также формирует определенный кодовый словарь, идентичный словарю, сформированному формирователем 20, и выдает по своим трем выходам сигналы и рекуррентные последовательности, при этом сигнал «Конец формирования словаря» является сигналом, разрешающим блоку 10 прием информационных сигналов. После этого система готова к сеансу связи.

В режиме сеанса связи система работает следующим образом. Блок 1 осуществляет управление и коммутацию оконечных абонентских комплектов 8 к передающей и приемной частям системы, управление и коммутацию выделенных в приемной части каналов на передачу (режим ретрансляции). В результате этого в блок 2 статистического уплотнения по раздельным каналам по-

ступают информационные посылки. В последнем проводится статистическое уплотнение передаваемой информации.

В блоке 9 образования групп каналов осуществляется параллельный опрос p групп каналов, каждый из которых содержит K каналов, и каждому состоянию каждой группы ставится случайное соответствие, установленное к данному моменту времени посредством блока 14 коммутации, т. е. соответствующая кодово-адресная группа матрицы 3, в которой записан действующий в данный период времени кодовый словарь. С кодово-адресной матрицы 3 производится параллельное считывание кодово-адресных групп (рекуррентных последовательностей) на вход преобразователя 4, который вместе с передатчиком 5, обеспечивает последовательную передачу кодово-адресных групп в магистральную линию связи. Из линии связи кодово-адресные группы поступают в приемник 6, а затем в блок 10, в котором каждой кодово-адресной группе ставится в соответствие определенное состояние группы каналов. Пособством блока 13 коммутации на основании принимаемого и обрабатываемого блоком 10 сигнала-маркера подключаются соответствующие входы блока 7 разделения каналов. Последний осуществляет разделение каналов и восстановление в них информационных посылок, которые поступают на конечные абонентские комплексы 8 или в передающую часть системы в режиме ретрансляции.

При этом в период действия в системе определенного кодового словаря система обеспечивает по случайному закону во времени, устанавливаемому в блоке 1, перекоммутацию соответствий между состояниями групп каналов блоков 9 и 10 и входами матрицы 3 и блока 7. Для этого из блока 1 на второй вход генератора 12 поступает сигнал «Считывание» на основании которого в дешифратор 16 считывается новая рекуррентная последовательность, последний дешифрирует ее и выдает соответствующий сигнал о перекоммутации в блок 14 коммутации. В тот же момент из блока 1 на соответствующий вход матрицы 3 поступает сигнал на выдачу маркерной последовательности, которая выделяется блоком 10. Последний выдает по своему первому выходу сигнал «Считывание» на второй вход генератора 11. Считываемая с последнего на дешифратор 15 последовательность дешифрируется и в блок 13 коммутации поступает соответствующий сигнал о перекоммутации, идентичный сигналу на передающей стороне. При этом в генераторах 11 и 12 на основании сигналов, поступающих из дешифраторов 15 и 16, обеспечивается сдвиг предыдущей рекуррентной последовательности на один такт. Причем при выделении маркерной последовательности блок 10 выдает сигнал и по определенному дополнительному выходу, соответствующему действующему словарю, однако данный сигнал блоком 17 не воспринимается как «Маркер нового словаря», т. е. блок 17 хранит в себе сигнал о маркере действующего словаря.

Практическая реализация и использование подобного рода систем предполагает предварительное решение одной весьма важной

задачи в теории и практике систем с ЦПС — построение достаточно простых средств генерирования кодовых словарей нелинейных рекуррентных последовательностей оптимальных свойств с произвольными длительностями. Исследование и решение данных вопросов представляет собой отдельное направление в теории и практике систем с ЦПС и выходит за рамки данной статьи.

Список литературы: 1. *Варакин Л. Е.* Система связи с шумоподобными сигналами. М., 1985, 384 с. 2. *Диксон Р. К.* Широкополосные системы: Пер. с англ./ Под ред. Журавлева В. И. М., 1979, 302 с. 3. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975, 201 с. 4. *Каневский З. М.* Энтропийная оценка крытности радиопередачи//Радиотехника. 1980. № 4. С. 32. 5. А. с. 856027. СССР. Устройство для уплотнения и коммутации каналов связи/И. И. Сныткин// Открытия. Изобретения. 1981. № 30. С. 298.

Поступила в редколлегию 17.06.88

УДК 621.391

Ю. Н. АЛЕКСАНДРОВ, канд. техн. наук, *В. Н. ГАПОНЕНКО*,
В. Н. ИГНАТЕНКО, *А. В. ТОВАРНИЦКИЙ*, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО МЕТОДА ПРИЕМА ДВОИЧНО-КОДИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ С ИЗБЫТОЧНОСТЬЮ

Существует два основных метода обработки двоично-кодированных сигналов с избыточностью: метод приема сигналов «в целом» и традиционный метод «поэлементного приема» с дальнейшим декодированием второй решающей схемой — декодером. Традиционный метод приема таких сигналов уступает приему «в целом» по помехоустойчивости, но выигрывает в простоте реализации. Синтез методов, которые, с одной стороны, допускали бы техническую реализацию более простую, чем при идеальном приеме «в целом», а с другой — обеспечивали бы большую верность приема, чем при «поэлементном приеме», является важной задачей. Рассмотрим один из возможных методов улучшения качественных показателей приема двоично-кодированных сигналов с избыточностью за счет незначительного усложнения традиционного метода их приема [1]. Реализация данного метода представлена на рис. 1 в виде приемника двоичных сигналов. Данный приемник состоит из первой решающей схемы 1, декодера 2 (вторая решающая схема), третьей решающей схемы 3, состоящей из устройства задержки 4, коррелятора 5, автокоррелятора 6, сравнивающего устройства 7, логического устройства 8 и устройства управления 9, модулятора 10.

Проведем анализ помехоустойчивости квазиоптимального приема составных сигналов при следующих условиях: — передача

дискретных сообщений ведется избыточным (n, k) кодом, обнаруживающим ошибки кратностью $\omega_e \leq 2t$ и имеющим кодовое расстояние $d_{\min} = 2t + 1$; — сигналы $S_M(t)$ представляют на интервале $(t_0, t_0 + T)$ кодовые блоки одинаковой энергии

$$E_c = \int_0^T S_M^2(t) dt; \quad (1)$$

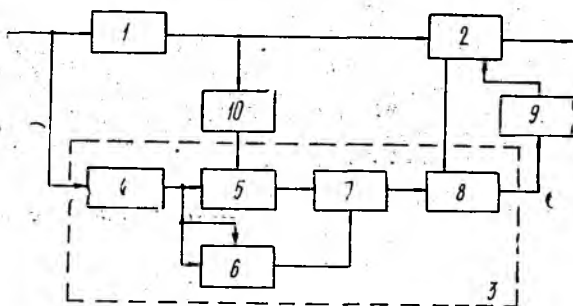


Рис. 1

— аналоговая часть канала является гауссовой, так что

$$y(t) = S(t) + n(t) \quad (2)$$

представляет собой некоррелированную смесь сигнала с помехой на входе приемника;

— третья решающая схема и регенератор, осуществляющий оптимальный «поэлементный прием» на интервале τ , представлены когерентной структурой и работают по максимуму апостериорной вероятности.

На основе анализа работы приемника с тремя решающими схемами получаем выражения для выходных вероятностей:

$$P_{\text{пп}} = P_{\text{пнII}} (1 - P_{\text{лсIII}}); \quad (3)$$

$$P_{\text{ош}} = P_{\text{ошII}} \cdot P_{\text{ошIII}}, \quad (4)$$

где $P_{\text{ош}}$, $P_{\text{ошII}}$ и $P_{\text{пн}}$, $P_{\text{пнII}}$ — соответственно вероятности ошибки и вероятности правильного приема кодовых слов квазиоптимальным приемником и декодером; $P_{\text{лсIII}}$ — вероятность ложного стирания третьей решающей схемой правильно декодированного блока.

На вход устройства корреляционной свертки «в целом» поступает входная реализация $y(t) = S(t) + n(t)$. При этом на входе нормирующего канала связи «в целом» формируется пронормированная по энергии кодового слова случайная величина

$$\xi = \frac{1}{E_c} \int_0^T [y(t)]^2 dt = 1 + \frac{P_{\text{ш}}}{P_c} + \frac{2}{E_c} \int_0^T S(t) n(t) dt, \quad (5)$$

где $P_c = \frac{E_c}{T}$ — мощность сигналов, используемых для передачи кодовых блоков; $\frac{1}{T} \int_0^T n^2(t) dt = \sigma_n^2 = P_n$ — дисперсия шумового процесса $n(t)$, являющаяся числовой характеристикой на нагрузке 1 Ом. Случайная величина, определяемая соотношением (5) для принятой модели канала связи, является нормально-распределенной случайной величиной с математическим ожиданием

$$m_{\xi_1} = M[\xi_1] = 1 + \frac{P_n}{P_c} \text{ и дисперсией } D_{\xi_1} = \frac{2P_n}{P_c}. \quad (6)$$

На выходе канала взаимокорреляционной обработки в результате свертки входной реализации $y(t)$ с гипотетическим сигналом $S_r(t)$ (канальная несущая, модулированная двоичной последовательностью с выхода регенератора) будет получена нормированная по E_c случайная величина ξ_2 :

$$\xi_2 = \frac{1}{E_0} \int_0^T S_r(t) y(t) dt = \rho + \frac{1}{E_0} \int_0^T S_r(t) n(t) dt, \quad (7)$$

где $\rho = \frac{1}{E_c} \int_0^T S(t) S_r(t) dt$ — коэффициент взаимной корреляции двоично-кодированных сигналов $S(t)$ и $S_r(t)$.

Случайная величина ξ_2 , как и ξ_1 , является нормально-распределенной случайной величиной с математическим ожиданием

$$m_{\xi_2} = M[\xi_2] = \rho \text{ и дисперсией } D_{\xi_2} = \frac{P_r \cdot P_n}{2P_c}. \quad (8)$$

Очевидно, что при отсутствии ошибок на выходе регенератора случайная величина $\xi_2 = \xi_2$ изменит свое математическое ожидание до значения

$$m'_{\xi_2} = 1 \text{ и дисперсию до } D_{\xi_2} = \frac{P_n}{2P_c}.$$

При использовании третьей решающей схемы в канале без помех ($P_{\text{ом}}=0$) выходные значения нормирующего и гипотетического каналов будут иметь значения:

$$m'_{\xi_1} = 1; D_{\xi_1}' = 0; m_{\xi_2} = \rho; D_{\xi_2} = 0. \quad (9a)$$

Это означает, что при отсутствии помех выходные сигналы корреляторов синтезированной схемы являются не случайными (их распределение превращается в δ -функцию) функционально связанными величинами.

При наличии помех ($P_{\text{ом}} \neq 0$) разность между ξ_1 и ξ_2 будет случайной, так как дисперсии распределений этих случайных ве-

личин будут отличны от нуля. Однако математическое ожидание разности ξ_1 и ξ_2 будет определяться выражением (9а), в связи с чем значение ω_e/n можно выбирать в качестве пороговой величины k_1 .

Очевидно, что

$$P_{\text{лсIII}} = P(\xi_1 - k_1 \geq \xi_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi_2) \int_{\xi_2 + k_1}^{\infty} \varphi(\xi_1) d\xi_1 d\xi_2. \quad (10)$$

Подставляя в последнее выражение параметры законов распределения для случая $P_{\text{ш}} \neq 0$ и отсутствии ошибок с выхода регенератора, представляем вероятность ложного стирания в результате применения третьей решающей схемы в виде

$$P_{\text{лсIII}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\xi_2}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\xi_2 - \rho)^2}{2\sigma_{\xi_2}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\xi_1}}} \int_{\xi_2 + k_1}^{\infty} e^{-\frac{(\xi_1 - (1 + \frac{P_{\text{ш}}}{P_c}) + k_1)^2}{2\sigma_{\xi_1}^2}} d\xi_1 d\xi_2 =$$

$$= 1 - F \frac{\omega_e}{n} \left(\sqrt{0,2\lambda_{12} \frac{P_c}{P_{\text{ш}}}} \right), \text{ где } F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (11)$$

Вероятность ошибки третьей решающей схемы $P_{\text{ошIII}}$ можно записать как

$$P_{\text{ошIII}} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi_1) \int_{\xi_1 - k_1}^{\infty} \varphi(\xi_2) d\xi_2 d\xi_1, \quad (12)$$

так что с учетом законов, параметров распределения $\varphi(\xi_1)$, $\varphi(\xi_2)$ при наличии ошибок с выхода регенератора

$$\rho = \lambda_{12} - (1 - \lambda_{12}) \frac{\omega_e}{n} = m_{\xi_2}; \quad D_{\xi_2} = \frac{P_{\text{ш}}}{2P_c}; \quad m_{\xi_1} = 1 + \frac{P_{\text{ш}}}{P_c};$$

$$D_{\xi_1} = \frac{2P_{\text{ш}}}{P_c}; \quad k_1 = \frac{\omega_e}{n},$$

где λ_{12} — коэффициент различимости двоичных сигналов [2].
Выражение (12) представим в виде

$$P_{\text{ошIII}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\xi_1}}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\xi_1 - (1 + \frac{P_{\text{ш}}}{P_c}))^2}{2\sigma_{\xi_1}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\xi_2}}} \int_{\xi_1 - \frac{\omega_e}{n}}^{\infty} e^{-\frac{(\xi_2 - (1 + \frac{2\omega_e}{n}))^2}{2\sigma_{\xi_2}^2}} d\xi_2 d\xi_1. \quad (13)$$

После аналогичных математических преобразований последнего выражения, применяемых ранее, получим

$$P_{\text{ошIII}} = 1 - F \left(\frac{\omega_e}{n} \sqrt{0,2\lambda_{12} \frac{P_c}{P_{\text{ш}}}} \right). \quad (14)$$

Реальные каналы являются частотно-ограниченными, поэтому для бинарного канала связи скорость передачи элемента примем равной $V = \frac{1}{\Delta F_k}$. В силу независимости принятия решения второй и третьей решающей схемой с учетом (14) вероятность ошибки и правильного приема кодовых слов длины n квазиоптимальным приемником для кодов, обнаруживающих ошибки, в случае ортогональных сигналов определяется выражением

$$P_{\text{ошIII}} = P_{\text{плIII}} = 1 - F \left(\frac{\omega_e}{n} \sqrt{0,2nh_s^2 \lambda_{12}} \right), \quad (15)$$

где h_s^2 — отношение мощности сигнал-шум на длительности одного элемента.

Исследуем помехоустойчивость предложенного метода приема сигналов при некогерентной структуре третьей решающей схемы в гауссовых локально-стационарных каналах.

Известно, что случайная величина ξ_2 в аддитивных гауссовых каналах с некоррелированным «белым» шумом будет подчинена обобщенному Релеевскому закону со следующими параметрами [3]:

$$m_{\xi_2} = \sqrt{\rho^2 + \frac{4}{nh_s^2 \lambda_{12}}}, \quad \sigma_{\xi_2}^2 = \frac{P_{\text{ш}}}{P_c}. \quad (16)$$

Закон распределения плотности вероятности и числовые характеристики величины ξ_1 определены ранее. Вероятность ошибки через законы распределения можно записать как

$$P_{\text{ошIII}} = 1 - \int_0^{\xi_2} \varphi(\xi_2) \varphi(\xi_1 - k_1) d\xi_1 d\xi_2, \quad (17)$$

что верно для случая появления ошибок с выхода регенератора. Обозначив $\xi_1 - k_1 = \xi_1$ с учетом законов распределения ξ_1 , ξ_2 и выполнив интегрирование по ξ_2 , выражение (17) приведем к виду

$$P_{\text{ошIII}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{j=0}^{2j+1} \sum_{t=0}^{2j+1} (-1)^{j+t} \frac{\alpha^{t/2} j^{j-1}}{j!(2j+1)!} C_{2j+1}^{j+t} e^{-\frac{t^2+\beta^2}{2}} I_0(\beta t) dt, \quad (18)$$

где $\frac{m_{\xi_1}}{\sigma_{\xi_1}} = \alpha$; $\frac{\xi_2}{\sigma_{\xi_2}} = t$; $\frac{m_{\xi_2}}{\sigma_{\xi_2}} = \beta$; $\frac{\sigma_{\xi_2}}{\sigma_{\xi_1}} = a$;

$$F(ta - \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k!} (-1)^j \frac{(ta - \alpha)^{2j+1}}{(2j+1)!}. \quad (19)$$

Представляя затем модифицированную функцию Бесселя как $I_0(\beta t) = J_0(j\beta t)$ и производя ряд преобразований, получаем

$$P_{\text{ош III}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \frac{1}{j!(2j+1)} (a\beta - \alpha)^{2j+1} = F(a\beta - \alpha), \quad (20)$$

что для указанных выше законов распределения позволяет $P_{\text{ош III}}$ представить так:

$$P_{\text{ош III}} = 1 - F\left(\frac{\omega_e}{n} \sqrt{\lambda_{12} n h_s^2}\right). \quad (21)$$

Выполняя аналогичные преобразования, получаем соотношение вероятности ложного стирания третьей решающей схемой:

$$P_{\text{лс III}} = P(\xi_1 - k_1 > \xi_2) = 1 - F\left(\frac{\omega_e}{n} \sqrt{\lambda_{12} n h_s^2}\right). \quad (22)$$

Анализ выражений (15) — (22) показывает, что вероятности ошибки и ложного стирания третьей решающей схемой является функциями от параметров: $\frac{\omega_e}{n}$ — относительной избыточности;

n — базы составных сигналов; h_s^2 — математического ожидания

отношения энергии сигнала к спектральной плотности помех на длительности одного элемента; λ_{12} — коэффициента различимости двоичных сигналов. Графики зависимости $P_{\text{ош III}}$ и $P_{\text{лс III}}$ от параметра ω_e для $n=15, 63, 255$ и $h_s^2=2-10$ приемников некогерентной и когерентной структуры при соответствующих видах модуляции представлены на рис. 2.

Таким образом, с ростом величины $\frac{\omega_e}{n}$ вероятность ошибки и вероятность ложного стирания при $h_s^2 = \text{const}$ и $n = \text{const}$ уменьшаются; увеличение базы составных сигналов или h_s^2 приводит к уменьшению $P_{\text{ош III}}$ и $P_{\text{лс III}}$; при равных условиях вероятности $P_{\text{ош III}}$ и $P_{\text{лс III}}$

когерентной для выбранного типа модуляции; применение в традиционных схемах обработки третьей решающей схемы позволяет для реальных кодов $n=15, 23, 255$ даже при $h_s^2=2$ получить выигрыш в помехоустойчивости до четырех порядков.

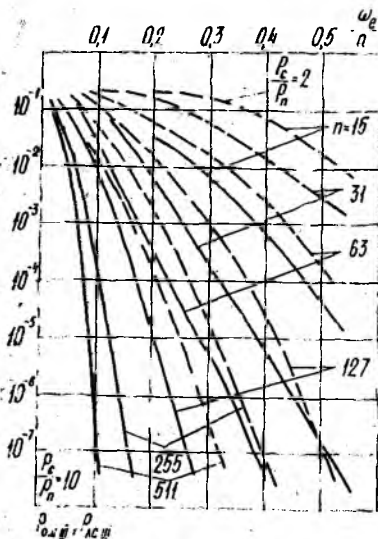


Рис. 2

Список литературы: 1. *Обобщенное спектральное разложение сигналов и его применение в системах связи*/Ю. Н. Александров, А. К. Курьшин, В. С. Скляров, А. В. Товарнический//Радиотехника. 1988. Вып. 87. С. 3—9. 2. *Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений*. М., 1970. 727 с. 3. *Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов*. М., 1983. 320 с.

Поступила в редколлегию 17.04.89

УДК 681.326.0

В. Н. ТУПКАЛО, канд. техн. наук

СИГНАТУРНЫЙ КОНТРОЛЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНЫХ СХЕМ

Проблема создания отказоустойчивых цифровых систем управления требует эффективного решения задачи оперативного контроля функциональных элементов систем. При этом основными количественными мерами эффективности являются достоверность и быстродействие контроля, достигаемые за счет приемлемой величины аппаратурной избыточности [1].

Широко используемый метод контроля счетчиков и сдвигающих регистров функциональных элементов цифровых систем — метод предсказания четности (нечетности) количества единиц в коде двоичного числа результата [2]. Данный метод позволяет сформировать контрольную характеристику результата счета (сдвига) до его получения или одновременно с ним. Однако достоверность известного метода низка, поскольку он является реализацией кодового контроля по модулю два. Кроме того, область использования известного метода предсказания четности ограничена только теми узлами с памятью, для которых функция четности результата должна изменять свое значение в течение времени контроля.

Один из путей эффективного решения задачи оперативного контроля узлов с памятью — развитие идеи предсказания контрольных характеристик на более качественной (с точки зрения достоверности контроля) основе, в частности, на основе линейного полиномиального сжатия двоичных кодов.

В случае использования линейного полиномиального сжатия общее соображение по повышению достоверности контроля операции арифметического сложения можно сформулировать следующим образом: если для чисел a и b поставлены в соответствие их контрольные характеристики $R(a)$ и $R(b)$, то существует некоторая контрольная характеристика взаимного соответствия этих чисел $R(a, b)$, при которой справедливо равенство

$$R(a + b) = R(a) * R(b) * R(a, b), \quad (1)$$

где $*$ — операция, выполняемая контролирующим устройством. Таким образом, согласно (1) необходимым и достаточным условием успешного контроля является как принадлежность слагаемых к своим классам контрольных характеристик, так и принад-

лежность их к определенному классу контрольной характеристики взаимного соответствия. Другими словами, равенство (1) требует дополнительного (в отличие от метода предсказания четности) однозначного разбиения исходных множеств слагаемых на разрешенное и запрещенное подмножества, что в принципе дает возможность повысить достоверность контроля.

В работе [3] показано, что если в качестве контрольных характеристик операндов a и b используются их сигнатуры $\text{sig } a$ и $\text{sig } b$, то равенство (1) имеет вид

$$\text{sig}(a + b) = \text{sig } a \oplus \text{sig } b \oplus \text{sig } H(a + b), \quad (2)$$

где $H(a + b)$ — взаимная характеристика кодов a и b при вступлении a и b в операцию арифметического сложения. Код $H(a + b)$ — есть код перехода единиц переноса, возникающих при сложении чисел a и b .

В случае двоичного n -разрядного суммирующего счетчика с учетом справедливости суперпозиции сигнатур равенства (2) и отсутствия переполнения в счетчике имеем $a + 1 = a \oplus 1 \oplus \hat{H}(a + 1)$ (3), где a — содержимое счетчика на $(i-1)$ -м такте счета; $\hat{H}(a + 1)$ — значение n младших разрядов взаимной полиномиальной характеристики $H(a + 1)$.

Переходя от чисел к их сигнатурам, получим правило предсказания

$$\text{sig } a_i = \text{sig } a_{i-1} \oplus \text{sig } f \oplus \text{sig } \hat{H}(a_{i-1} + f), \quad (4)$$

где $f = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \dots 0 \ 1]_n$ — константа разрядной сетки счетчика.

В случае, если двоичный счетчик используется для формирования последовательного ряда чисел, в котором каждое предыдущее число отличается от последующего на некоторую постоянную величину c , то правило предсказания сигнатур по аналогии с (3) и (4) будет иметь вид

$$\text{sig } a_i = \text{sig } a_{i-1} \oplus \text{sig } c \oplus \text{sig } \hat{H}(a_{i-1} + c). \quad (5)$$

Из (4) и (5) следует, что скорость предсказания контрольных сигнатур результата счета определяется временем выполнения цепочки операций, которая состоит из следующих операций:

операция формирования n -разрядной взаимной полиномиальной характеристики $\hat{H}(a_{i-1} + f)$ или $\hat{H}(a_{i-1} + c)$;

операция формирования m -разрядных сигнатур n -разрядных ($m < n$) параллельных кодов a_{i-1} и $\hat{H}(\dots)$;

операция свертки по модулю для трех m -разрядных кодов.

Техническая реализация операции свертки по модулю два известна и в данном случае сводится к построению комбинационного узла свертки пирамидального типа с числом ступеней равным трем. При этом время выполнения операции составит тройную величину задержки двухвходного элемента свертки по модулю два.

В отличие от последней операции первые две операции цепочки — новые и отражают специфику контроля предсказанием сигнатур.

Основой синтеза формирователей взаимной полиномиальной характеристики и формирователей сигнатур параллельного типа является следующее. Если полиномы слагаемых a_{i-1} и c имеют вид

$$a_{i-1}(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x;$$

$$c(x) = c_n x^n + c_{n-1} x^{n-1} + \dots + c_1 x,$$

то полином их взаимной характеристики при n -разрядном счетчике должен быть ограничен степенью n , поскольку случай переполнения счетчика квалифицируется как сбой, и имеет вид

$$\hat{H}(x) = h_n x^n + h_{n-1} x^{n-1} + \dots + h_2 x^2.$$

Отсутствие члена первой степени в $\hat{H}(x)$ объясняется тем, что при сложении чисел перенос в самый младший разряд отсутствует. Тогда переход единицы переноса из j -го разряда счетчика в $(j+1)$ -й разряд возможен, если $a_j \vee c_j = 1$ и есть перенос из $(j-1)$ -го разряда или $a_j c_j = 1$. Например, $h_2 = 1$, если $a_1 c_1 = 1$; $h_3 = 1$, если $(a_2 \vee c_2) a_1 c_1 \vee a_2 c_2 = 1$; $h_4 = 1$, если $(a_3 \vee c_3) (a_2 \vee c_2) \wedge \vee a_1 c_1 \vee a_2 c_2 \vee a_3 c_3 = 1$ и т. д.

Таким образом, задача формирования взаимной полиномиальной характеристики слагаемых сводится к синтезу комбинационного устройства, реализующего на своих выходах булевые функции

$$h_1 = 0; h_2 = a_1 c_1; h_{i, i > 2} = h_{i-1} (a_{i-1} \vee b_{i-1}) \vee a_{i-1} b_{i-1}, i = \overline{3, n+1}. \quad (6)$$

Пример реализации схемы формирования взаимной полиномиальной характеристики для n -разрядных слагаемых представлен на рис. 1. Время выполнения операции формирования n -разрядной характеристики $\hat{H}(a_{i-1} + c)$ составляет три, а в случае операции

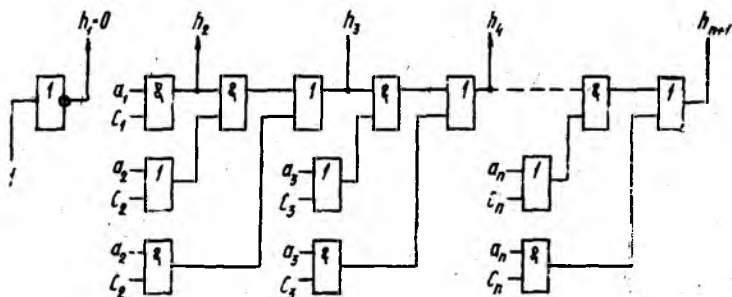


Рис. 1

формирования характеристики $\hat{H}(a_{i-1}+f)$ одну величину задержки двухвходового булевого элемента.

В основе синтеза формирователей сигнатур параллельного типа (n -входов, m -выходов, $n > m$) лежит учет линейности преобразования двоичных n -разрядных последовательных кодов в m -разрядные коды сигнатур с помощью классического сдвигающего регистра с обратными связями, которые описываются образующим примитивным неприводимым полиномом $P(x)$ степени m .

На рис. 2 в качестве примера показан процесс формирования 4-х разрядной сигнатуры 9-ти разрядного последовательного кода в случае полинома $P(x) = x^4 + x^3 + 1$. Признаком линейности преобразования является равенство кода очередного содержимого сдвигающего регистра с кодом последовательного содержимого первого (младшего) разряда регистра за количество тактов, равное разрядности сигнатуры. Таким образом, эти коды составляют равные катеты некоторого воображаемого треугольника, гипотенуза которого есть единственный либо нулевой код той же разрядности. Следовательно, связи входов и выходов формирователя сигнатур параллельного типа определяются булевым описанием для каждой из m точек катета последнего треугольника. Из рис. 2 видно, что описание каждой точки сводится к описанию некоторого ветвящегося процесса в соответствии с видом полинома $P(x)$.

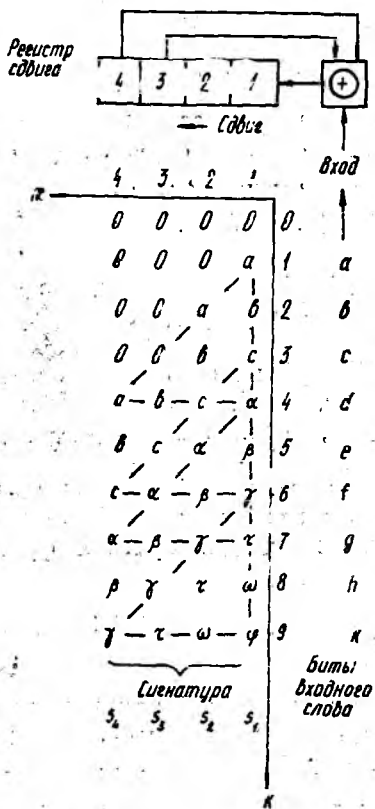


Рис. 2

элементарные преобразования в случае образующего полинома m -й степени $P(x) = \delta_m x^m + \delta_{m-1} x^{m-1} + \dots + \delta_1 x + 1$, общую формулу связей выходов $S_j (j=1, \overline{m})$ со входами $X_k (k=1, n)$ формирователей сигнатур параллельного типа записываем

$$S_j = X_{n+1-j} \oplus \sum_{\substack{i,r,p,\dots,s=1 \\ n+1-j-i-r-p-\dots-s>1}}^m \{ \delta_i X_{n+1-j-i} \oplus \delta_r X_{n+1-j-i-r} \oplus \delta_p X_{n+1-j-i-r-p} \oplus \dots \oplus \delta_s X_{n+1-j-i-r-p-\dots-s} \}. \quad (7)$$

Для рассматриваемого примера $P(x) = x^4 + x^3 + 1$, $n=9$, $m=4$, $\delta_3 = \delta_4 = 1$ и связи между выходами и входами формирователя сигнатур согласно (7) имеют вид

$$S_1 = X_9 \oplus X_6 \oplus X_5 \oplus X_3 \oplus X_1; \quad S_3 = X_7 \oplus X_4 \oplus X_3 \oplus X_1;$$

$$S_2 = X_8 \oplus X_5 \oplus X_4 \oplus X_2; \quad S_4 = X_6 \oplus X_3 \oplus X_2.$$

Таким образом, задача синтеза формирователей сигнатур параллельного типа сводится к построению комбинационного узла свертки пирамидального типа, число ступеней (а следовательно, время выполнения операции формирования сигнатур) которого зависит от соотношения между n и m , т. е. определяется требуемой степенью достоверности сигнатурного анализа.

Контроль вычитающих счетчиков. В случае вычитающего счетчика с учетом суперпозиции (2) имеем $a - 1 = a + (-1) = a \oplus$

$\oplus (-1) \oplus \hat{H}[a + (-1)]$ (8) и задача контроля предсказанием сигнатур сводится к задаче контроля суммирующего счетчика с той разницей, что второе слагаемое (-1) должно быть представлено в виде, например, дополнительного кода. При этом знаковый разряд числа (-1) , представленного в дополнительном коде, из операции сложения исключается, так как всегда старое содержимое вычитающего счетчика $a_{i-1} \geq 1$.

По аналогии с (4) для (8) имеем

$$\text{sig } a_i = \text{sig } a_{i-1} \oplus \text{sig } d \oplus \text{sig } \hat{H}(a_{i-1} + d), \quad (9)$$

где $d = [\text{III} \dots \text{II}]_n$ — константа разрядной сетки счетчика; $\hat{H}(a_{i-1} + d)$ — значение n младших разрядов взаимной полиномиальной характеристики $\hat{H}(a_{i-1} + d)$.

В случае, если двоичный счетчик используется для формирования последовательного ряда чисел, в котором каждое последующее число меньше предыдущего на некоторую величину c , то дополнительный код мантиссы c есть

$$c_{\text{доп}} = c \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(c \oplus d) + f]; \quad (10)$$

$$a_i = a_{i-1} \oplus c \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(c \oplus d) + f] \oplus \hat{H}\{a_{i-1} + [c \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(c \oplus d) + f]]\}. \quad (11)$$

Поскольку $c_{\text{доп}} = \text{const} = p$, то, переходя от чисел к их сигнатурам, получаем правило предсказания сигнатур результата вычитающего счетчика

$$\text{sig } a_i = \text{sig } a_{i-1} \oplus \text{sig } p \oplus \text{sig } \hat{H}(a_{i-1} + p). \quad (12)$$

Из сравнения (4) и (9) следует, что правила предсказания сигнатур для суммирующего и вычитающего счетчиков с точностью до константы совпадают. Это позволяет объединить эти правила

с целью получения правил предсказания сигнатур результата реверсивного счетчика. После объединения имеем

$$\text{sig } a_i = \text{sig } a_{i-1} \oplus \text{sig } (rf \vee \bar{r}d) \oplus \hat{H}[a_{i-1} + (rf \vee \bar{r}d)], \quad (13)$$

$r = \begin{cases} 1 & \text{— операция сложения;} \\ 0 & \text{— операция вычитания.} \end{cases}$

Контроль сдвигающих регистров. Существует несколько реализаций сдвигающих регистров. Рассмотрим основные из них.

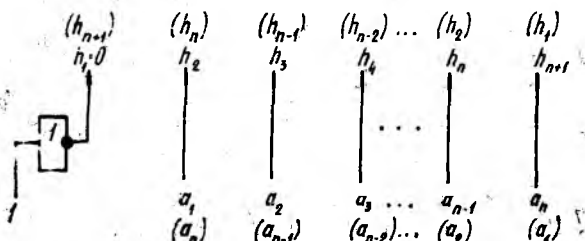


Рис. 3

1. Сдвигающий регистр влево (в сторону старших разрядов) без потери информации. Поскольку сдвиг операнда a влево на один разряд равноценен увеличению его значения вдвое, то для каждого i -го такта сдвига справедливо

$$\vec{a}_i = \vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1} = \hat{H}(\vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1}) \quad (14)$$

и правило предсказания сигнатур имеет вид

$$\text{sig } \vec{a}_i = \text{sig } \hat{H}(\vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1}). \quad (15)$$

Из (15) легко заметить, что в качестве формирователя характеристики $\hat{H}(\vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1})$ может быть использована комбинационная схема рис. 1, которая для данного случая упрощается и имеет вид рис. 3.

2. Сдвигающий регистр вправо (в сторону младших разрядов) без потери информации. Сдвиг операнда a вправо на один разряд соответствует уменьшению его значения вдвое. Поэтому для каждого i -го такта сдвига справедливо

$$\vec{a}_i = \vec{a}_{i+1} + \vec{a}_{i+1} = \hat{H}(\vec{a}_{i+1} + \vec{a}_{i+1}) = \vec{a}_{i+1} - \vec{a}_i. \quad (16)$$

С учетом соотношения (10) для (19) имеем

$$\vec{a}_{i-1} - \vec{a}_i = \vec{a}_{i-1} \oplus \vec{a}_i \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(\vec{a}_i \oplus d) + f] \oplus \oplus \hat{H}\{\vec{a}_{i-1} + [\vec{a}_i \oplus d \oplus f \oplus \hat{H}[(\vec{a}_i \oplus d) + f]]\}. \quad (17)$$

Введем следующие понятия: транспонированный операнд a^T — если операнд a описывается полиномом $a(x) = a_n x^n +$

+ $a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x$, то соответствующий ему a^T описывается полиномом $a^T(x) = a_1x^n + a_2x^{n-1} + \dots + a_nx$; транспонированный операнд a^T относительно операнда b — если операнд b описывается полиномом $b(x) = b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + \dots + b_1x + b_0$, то a^T относительно b обозначим как $a^{T \rightarrow b}$ и $a^{T \rightarrow b} = a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$. Тогда правая часть равенства (17) с учетом данных понятий есть транспонированная взаимная полиномиальная характеристика транспонированных операндов \vec{a}_{i-1} относительно \vec{a}_i , т. е.

$$\vec{a}_{i-1} - \vec{a}_i = \widehat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{\vec{a}_i} + \vec{a}_{i-1}^{\vec{a}_i}). \quad (18)$$

Таким образом, для (16) имеем

$$\vec{a}_i = \widehat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{\vec{a}_i} + \vec{a}_{i-1}^{\vec{a}_i}) = \widehat{H}(\vec{a}_{i+1} + \vec{a}_{i+1}). \quad (19)$$

Переходя от чисел к их сигнатурам, получаем правило предсказания сигнатур результата сдвига в сторону младших разрядов

$$\text{sig } \vec{a}_i = \text{sig } \widehat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{\vec{a}_i} + \vec{a}_{i-1}^{\vec{a}_i}). \quad (20)$$

Из (20) легко заметить, что в качестве формирователя характеристики $\widehat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{\vec{a}_i} + \vec{a}_{i-1}^{\vec{a}_i})$ может быть использована комбинационная схема рис. 3 (результаты транспонирования показаны в скобках).

3. Сдвигающий регистр влево с потерей информации. Для каждого i -го такта сдвига справедливо

$$a_i = a_{i-1} + a_{i-1} - a_{(i-1)_n} 2k, \quad (21)$$

где $k = [100 \dots 00]_n$ — константа разрядной сетки регистра; $a_{(i-1)_n}$ — значение старшего (крайнего левого) разряда старого содержимого регистра.

Используя представление мантисы числа $(-k)$ в дополнительном коде, имеем

$$\begin{aligned} a_{i-1} - k &= \vec{a}_{i-1} \oplus k \oplus d \oplus f \oplus \widehat{H}[(k \oplus d) + f] \oplus \\ &\oplus \widehat{H}\{a_{i-1} + [k \oplus d \oplus f \oplus \widehat{H}[(k \oplus d) + f]]\} = \\ &= \vec{a}_{i-1} \oplus k \oplus \widehat{H}(\vec{a}_{i-1} + k) = \vec{a}_{i-1} \oplus k. \end{aligned} \quad (22)$$

Тогда

$$a_i = \widehat{H}[(\vec{a}_{i-1} \oplus a_{(i-1)_n} k) + (\vec{a}_{i-1} \oplus a_{(i-1)_n} k)] = \widehat{H}(\vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1}) \quad (23)$$

и, следовательно, правило предсказания сигнатур на каждом i -м такте сдвига будет

$$\text{sig } \vec{a}_i = \text{sig } \hat{H}(\vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1}). \quad (24)$$

4. Сдвигающий регистр вправо с потерей информации. Для каждого i -го такта сдвига справедливо

$$\vec{a}_i = \vec{a}_{i+1} + \vec{a}_{i+1}. \quad (25)$$

Тогда на основании (16) и (19)

$$\vec{a}_i^n = \hat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{nT} \vec{a}_i^n + \vec{a}_{i-1}^{nT} \vec{a}_i^n). \quad (26)$$

и правило предсказания сигнатур определяется равенством

$$\text{sig } \vec{a}_i = \text{sig } \hat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{nT} \vec{a}_i^n + \vec{a}_{i-1}^{nT} \vec{a}_i^n). \quad (27)$$

5. Сдвигающий регистр влево с циклическим переносом из старшего разряда в младший. Для данного регистра справедливо

$$\vec{a}_i = \vec{a}_i + \vec{a}_{(i-1)_n} f. \quad (28)$$

С учетом (23) имеем

$$\begin{aligned} \vec{a}_i &= \hat{H}(\vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1}) \oplus \vec{a}_{(i-1)_n} \{f \oplus \hat{H}[\hat{H}(\vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1}) + f]\} = \\ &= \hat{H}(\vec{a}_{i-1} + \vec{a}_{i-1}) \oplus \vec{a}_{(i-1)_n} f. \end{aligned} \quad (29)$$

Таким образом, правило предсказания сигнатур имеет вид

$$\text{sig } \vec{a}_i = \text{sig } \hat{H}(\vec{a}_{i-1} \oplus \vec{a}_{i-1}) \oplus \vec{a}_{(i-1)_n} \text{sig } f. \quad (30)$$

6. Сдвигающий регистр вправо с циклическим переносом из младшего разряда в старший. При данном виде сдвига i -й результат равен

$$\vec{a}_i = \vec{a}_i + \vec{a}_{(i-1)_0} k, \quad (31)$$

где $\vec{a}_{(i-1)_0}$ — значение младшего (крайнего правого) разряда старого содержимого регистра.

С учетом (26) имеем

$$\begin{aligned} \vec{a}_i &= \hat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{T} \vec{a}_i + \vec{a}_{i-1}^{T} \vec{a}_i) \oplus \vec{a}_{(i-1)_0} \{k \oplus \hat{H}[\hat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{T} \vec{a}_i + \vec{a}_{i-1}^{T} \vec{a}_i)] + k\} = \\ &= \hat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{T} \vec{a}_i + \vec{a}_{i-1}^{T} \vec{a}_i) \oplus \vec{a}_{(i-1)_0} k. \end{aligned} \quad (32)$$

Тогда правило предсказания сигнатуры результата сдвига представим как

$$\text{sig } \vec{a}_i = \text{sig } \hat{H}^T(\vec{a}_{i-1}^{T} \vec{a}_i + \vec{a}_{i-1}^{T} \vec{a}_i) \oplus \vec{a}_{(i-1)_0} \text{sig } k. \quad (33)$$

Необходимо отметить, что высокое быстродействие контроля последовательных схем по методу предсказания сигнатур достигается за счет наличия принципиальной возможности реализации узла формирования предсказываемых сигнатур в виде некоторой комбинационной схемы без памяти. Из анализа правил (4)—(5), (9), (12), (15), (20), (24), (27), (30) и (33) следует, что величина задержки узла формирования контрольной характеристики определяется соотношением между разрядностью контролируемой последовательной схемы и требуемой разрядностью сигнатур, т. е. устанавливаемой для данного объекта контроля достоверностью сигнатурного анализа (достоверностью преобразования n -разрядного параллельного кода старого содержимого a_{i-1} в параллельный m -разрядный код сигнатуры предсказываемого нового содержимого $\text{sig } a_i$).

Из сопоставления группы правил (4), (5), (9), (12) с группой правил (15), (20), (24), (27), (30), (33) видно, что основу их реализации составляют одинаковые типовые комбинационные схемы: n — входовой формирователь взаимной полиномиальной характеристики с n выходами, n — входовой формирователь сигнатур параллельного типа с m ($m < n$) выходами и двухвходовой сумматор по модулю два. Последнее является следствием используемой методики синтеза правил предсказания результата, когда зависимость между старым и новым результатом устанавливается в виде формальной арифметической суммы.

Список литературы: 1. Волков А. Ф., Ведешенков В. А., Семенов Г. Б. Проблемы построения отказоустойчивых вычислительных систем // Измерения, контроль, автоматизация. 1981. № 2. С. 47—52. 2. Селлерс Ф. Методы обнаружения ошибок в работе ЭЦВМ. М., 1972. 320 с. 3. Тупкало В. Н. Использование сигнатур при контроле операций ЭВМ//АСУ и приборы автоматизации. 1989. Вып. 89. С. 108—116.

Поступила в редколлегию 12.06.89

УДК 621.396

И. Д. ГЛАДКОСКОК, П. Л. ТОКАРСКИЙ, канд. техн. наук

ПОЛЕ РАССЕЯНИЯ ОТРАЖАТЕЛЯ ТИПА СПИРАФАЗНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Создание плоских управляемых радиолокационных отражателей волн круговой поляризации на основе спирафазных антенных решеток представляется весьма перспективным. Как отмечено в работе [1], формирование максимума переизлучения в заданном направлении в этих решетках обеспечивается соответствующим выбором ориентации отдельных переизлучающих элементов (ПЭ) (рис. 1). Отсутствие традиционных фазовращателей значительно упрощает их конструкцию. Вместе с тем направленные свойства спирафазных антенных решеток к настоящему времени исследованы недостаточно.

Предложена методика анализа плоских отражателей волн круговой поляризации, построенных на основе спирафазной антенной решетки, приведены результаты расчета поля рассеяния.

Рассмотрим радиолокационный отражатель, состоящий из идентичных тонкопроволочных ПЭ произвольной формы, которые рас-

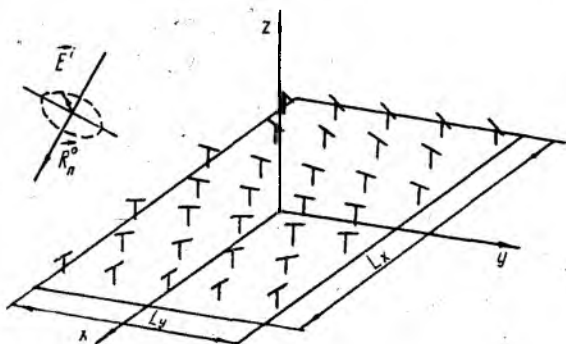


Рис. 1

положены над конечным металлическим экраном. Пример конструкции такого отражателя показан на рис. 1. Ориентация каждого ПЭ задается углом поворота α_{nm} вокруг нормали к экрану. Отражатель облучается плоской электромагнитной волной, распространяющейся в направлении единичного вектора \vec{R}_n^0 , напряженностью \vec{E}^i . Для расчета характеристик направленности применим аппарат поляризационных матриц рассеяния [2]. Искомое поле рассеяния отражателя \vec{E}^s представим в виде суперпозиции полей, переизлученного дискретной системой ПЭ- \vec{E}_p^s и отраженного от конечного экрана- \vec{E}_s^s . Поле рассеяния отражателя связано с полем падающей волны соотношением

$$\vec{E}^s = \vec{E}_p^s + \vec{E}_s^s = ([S]_p + [S]_s) \vec{E}^i \chi(R), \quad (1)$$

где $[S]_p$, $[S]_s$, поляризационные матрицы рассеяния дискретной системы ПЭ и экрана соответственно; $\chi(R) = \exp(-j\beta R)/R$; $\beta = 2\pi/\lambda$; λ — длина волны; R — расстояние до точки наблюдения. Угловая зависимость элементов ПМР отражателя характеризует его направленные свойства в заданном поляризационном базисе (например, кругополяризованном).

Для определения ПМР дискретной системы тонкопроволочных ПЭ воспользуемся методом интегральных уравнений [3]. Разобьем проводники, образующие дискретную систему ПЭ, на сегменты и представим распределение токов в виде разложения по конечномерной системе базисных функций подобластей $\{g_m(l)\}$. Да-

лее, применив процедуру Галеркина, получим систему уравнений Кирхгофа относительно амплитуд токов на клеммах этих сегментов. Поле рассеяния в дальней зоне решетки, возбуждаемой плоской волной, описывается выражением

$$\vec{E}_p^s = j \frac{Z_0}{2\lambda} \langle \vec{\Phi}(\vec{R}^0) [Z]^{-1} \vec{\Phi}(\vec{R}_n^0) \rangle \vec{E}^i \chi(\vec{R}), \quad (2)$$

где Z_0 — характеристическое сопротивление свободного пространства; $[Z]$ — матрица собственных и взаимных сопротивлений сегментов, в которой учтены включенные в структуру ПЭ сосредоточенные и распределенные нагрузки (в том числе и сопротивление потерь); $\vec{\Phi}$ — матрица-столбец функций направленности сегментов $\vec{\Phi}_m$, определяемых соотношением

$$\vec{\Phi}_m(\vec{R}^0) = j \int_{L_m} [\vec{R}^0 \cdot \vec{R}^0 \cdot \vec{g}_m(l)] e^{j\beta(\vec{R}^0 \cdot \vec{r})} dl, \quad (3)$$

где L_m — контур, задающий геометрию m -го сегмента; \vec{R}^0 — единичный вектор, характеризующий направление (θ, φ) на точку наблюдения; \vec{r} — радиус-вектор текущей точки интегрирования. Сравнивая (1) и (2), получаем соотношение для расчета ПМР дискретной системы тонкопроволочных ПЭ:

$$[S]_p = j \frac{Z_0}{2\lambda} \langle \vec{\Phi}(\vec{R}^0) [Z]^{-1} \vec{\Phi}(\vec{R}_n^0) \rangle. \quad (4)$$

Можно показать [2], что полученное соотношение инвариантно относительно выбора поляризационного базиса.

Поляризационную матрицу рассеяния плоского металлического экрана конечных размеров вычисляем, решая задачу дифракции плоской волны в приближении Гюйгенса—Кирхгофа [4]. В этом приближении соотношение для расчета поля рассеяния экрана \vec{E}_s^s имеет вид

$$\vec{E}_s^s = j \frac{\chi(\vec{R})}{\lambda} \int_S [\vec{R}^0 [\vec{R}^0 [n [\vec{R}_n^0 \vec{E}^i]]]] e^{j\beta(\vec{R}^0 + \vec{R}_n^0) \cdot \vec{r}} dS,$$

где \vec{n} — единичный вектор нормали к поверхности S . Поскольку экран плоский, то последнее соотношение можно переписать следующим образом:

$$\vec{E}_s^s = j \frac{\chi(\vec{R})}{\lambda} [\vec{R}^0 [\vec{R}^0 [n [\vec{R}_n^0 \vec{E}^i]]]] \int_S e^{j\beta(\vec{R}^0 + \vec{R}_n^0) \cdot \vec{r}} dS. \quad (5)$$

Выражение, стоящее перед интегралом, определяет поляризационную структуру поля рассеяния, а интеграл — диаграммную функцию, зависящую только от размеров, формы металлического экра-

на, направлений прихода падающего поля (θ_n, φ_n) и на точку наблюдения (θ, φ). В базисе кругополяризованных волн соотношение (5) представим в виде

$$\begin{pmatrix} E_R^s \\ E_L^s \end{pmatrix} = \kappa(R) \begin{bmatrix} S_{RR}^s & S_{RL}^s \\ S_{LR}^s & S_{LL}^s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_R^i \\ E_L^i \end{pmatrix},$$

где

$$S_{RR}^s = j \frac{A}{4\lambda} [(\cos \theta + 1)(\cos \theta_n - 1) e^{-j(\varphi - \varphi_n)} - (\cos \theta - 1)(\cos \theta_n + 1) e^{j(\varphi - \varphi_n)}]; \quad (6)$$

$$S_{LR}^s = -\frac{A}{4\lambda} [(\cos \theta + 1)(\cos \theta_n + 1) e^{-j(\varphi - \varphi_n)} - (\cos \theta - 1)(\cos \theta_n - 1) e^{j(\varphi - \varphi_n)}].$$

$$S_{RL}^s = S_{LR}^{s*}; \quad S_{LL}^s = S_{RR}^{s*}; \quad A = jS_0 \cdot F_s(\vec{R}^0, \vec{R}_n^0);$$

$$F_s(\vec{R}^0, \vec{R}_n^0) = \frac{1}{S_0} \int_S \exp [j\beta(\vec{R}^0 + \vec{R}_n^0) \vec{r}] dS, \quad (7)$$

где S_0 — площадь поверхности экрана; R, L — индексы, указывающие на принадлежность величины к поляризации правого или левого вращения.

Воспользуемся полученными соотношениями (1), (4), (6)–(7) для исследования угловых зависимостей ПМР отражателя с ПЭ простейшего типа. С этой целью рассмотрим ПМР дискретной

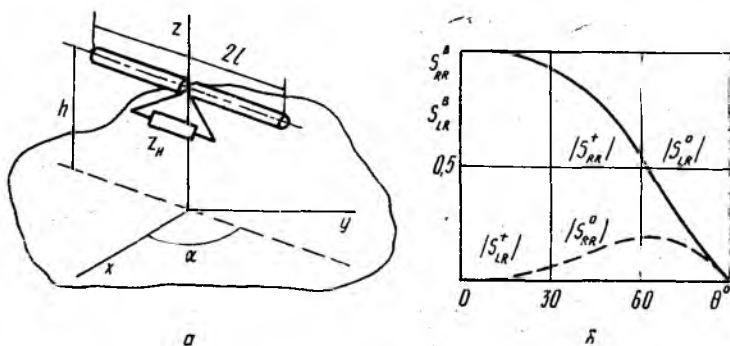


Рис. 2

периодической системы ПЭ в виде прямолинейных проволочных нагруженных вибраторов, расположенных параллельно конечному металлическому экрану прямоугольной формы. Общий вид ПЭ показан на рис. 2, а. Согласно (4) поляризационная матрица этого ПЭ в кругополяризованном базисе

$$[S^s] = \frac{Z_0}{2\lambda(Z_A + Z_n)} \begin{bmatrix} \Phi_R(\vec{R}^0) \Phi_R(\vec{R}_n^0) & \Phi_R(\vec{R}^0) \Phi_L(\vec{R}_n^0) \\ \Phi_L(\vec{R}^0) \Phi_R(\vec{R}_n^0) & \Phi_L(\vec{R}^0) \Phi_L(\vec{R}_n^0) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где Φ_R, Φ_L — составляющие диаграммы направленности ПЭ в кругополяризованном базисе; Z_A — его собственное сопротивление; Z_n — сопротивление нагрузки. Предполагая синусоидальный закон распределения тока на поверхности ПЭ и используя (3), вычисляем $\vec{\Phi}$ сначала в линейно-поляризованном базисе ортов сферической системы $\vec{\theta}^0, \vec{\varphi}^0$:

$$\vec{\Phi} = \vec{\theta}^0 \Phi_\theta + \vec{\varphi}^0 \Phi_\varphi, \quad (9)$$

где $\Phi_\theta = -jI_d \cos \theta \cos(\varphi - \alpha) T(\theta, \varphi)$; $\Phi_\varphi = jI_d \sin(\varphi - \alpha) T(\theta, \varphi)$;

$$T(\theta, \varphi) = \frac{\cos |\beta l \cos(\varphi - \alpha) \sin \theta| - \cos \beta l}{(1 - \cos \beta l)(1 - \cos^2(\varphi - \alpha) \sin^2 \theta)}$$

I_d — действующая длина вибратора, $I_d = 2(1 - \cos \beta l) / \beta \sin \beta l$. Функция $T(\theta, \varphi)$ для вибраторов длиной $2l \leq 0,5 \lambda$ практически не зависит от θ, φ, l и принимает значения, близкие к 1, поэтому в дальнейшем полагаем $T(\theta, \varphi) = 1$. Преобразовав (9) в базис кругополяризованных волн, согласно работе [5] получим

$$\Phi_R(\theta, \varphi) = -j \frac{I_d}{2\sqrt{2}} [(\cos \theta + 1) e^{-j(\varphi - \alpha)} + (\cos \theta - 1) e^{j(\varphi - \alpha)}];$$

$$\Phi_L(\theta, \varphi) = -\frac{I_d}{2\sqrt{2}} [(\cos \theta + 1) e^{j(\varphi - \alpha)} + (\cos \theta - 1) e^{-j(\varphi - \alpha)}].$$

Эти соотношения подставим в (8) и вычислим элементы ПМР вибратора:

$$\left. \begin{aligned} S_{RR}^a \\ S_{LL}^a \end{aligned} \right\} = \mp jB [(\cos \theta + 1)(\cos \theta_n + 1) e^{\mp j(\varphi - \varphi_n) \pm j2\alpha} + (\cos \theta - 1)(\cos \theta_n - 1) e^{\pm j(\varphi - \varphi_n) \mp j2\alpha} + (\cos \theta + 1) \times (\cos \theta_n - 1) e^{\mp j(\varphi - \varphi_n)} + (\cos \theta - 1)(\cos \theta_n + 1) e^{\mp j(\varphi - \varphi_n)}]; \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{RL}^a \\ S_{LR}^a \end{aligned} \right\} = -B [(\cos \theta + 1)(\cos \theta_n - 1) e^{\mp j(\varphi - \varphi_n) \pm j2\alpha} + (\cos \theta - 1)(\cos \theta_n + 1) e^{\pm j(\varphi - \varphi_n) \mp j2\alpha} + (\cos \theta + 1) \times (\cos \theta_n + 1) e^{\mp j(\varphi - \varphi_n)} + (\cos \theta - 1)(\cos \theta_n - 1) e^{\pm j(\varphi - \varphi_n)}],$$

где $B = Z_0 \cdot I_d / 16\lambda (Z_A + Z_n)$. Учитывая, что $I_d = 2\sqrt{\sigma_{эф} \cdot R_A / Z_0}$ ($\sigma_{эф}$ — эффективная площадь ПЭ, $R_A = \text{Re}(Z_A)$), представим выражение для расчета B в виде $B = \sigma_{эф} R_A / [4\lambda (Z_A + Z_n)]$. Анализ элементов ПМР прямолинейного проволочного ПЭ показывает, что их значения зависят от эффективной площади ПЭ и нагрузки на клеммах. Как следует из (10), по характеру зависимо-

сти поля рассеяния ПЭ от угла поворота α матрицу $[S^b]$ можно рассматривать в виде суммы трех слагаемых

$$[S^b] = [S^0] + [S^+] e^{\pm j2\alpha} + [S^-] e^{\mp j2\alpha}. \quad (11)$$

Первое из этих слагаемых не зависит от угла α (формирует неуправляемую часть поля рассеяния), а два других $[S^+]$ и $[S^-]$ (управляемые) зависят от него. При повороте ПЭ изменяются только фазы управляемых слагаемых (следовательно, фазы рассеиваемых управляемых полей). Набег фазы управляемого поля в два раза больше угла поворота α . Исследуем угловые зависимости элементов ПМР прямолинейного вибратора, который облучается кругополяризованным полем правого вращения. В этом случае достаточно рассчитать элементы S_{RR}^B и S_{LR}^B . Наличие экрана учитываем соответствующим множителем $\Phi_s = -4 \sin(\beta h \cos \theta) \sin(\beta h \cos \theta_n)$, на который умножим каждый из элементов ПМР. На рис. 2, б приведены зависимости модулей S_{RR}^0 , S_{RR}^+ , S_{LR}^0 и S_{LR}^+ от θ , нормированные относительно максимального значения S_{LR}^0 . Предполагалось, вибратор расположен на высоте $h = 0,25 \lambda$ и возбуждается волной, приходящей из направления $\theta_n = 0^\circ$, $\varphi_n = 180^\circ$. Согласно (10) S_{RR}^- и S_{LR}^- в этом случае равны нулю, а при других θ_n их вклад в поле рассеяния решетки незначителен. Анализ приведенных на рис. 2, б зависимостей показывает, что поле рассеяния основной поляризации элементарного ПЭ определяется, главным образом, управляемым слагаемым S_{RR}^+ . Влияние неуправляемого слагаемого S_{RR}^0 , также участвующего в формировании поля этой поляризации, при $\theta < 30^\circ$ незначительно, при $\theta \approx 60^\circ$ примерно в три раза слабее управляемого. В кроссполяризационное поле рассеяния ПЭ, наоборот, наибольший вклад вносит неуправляемое слагаемое S_{LR}^0 , влияние же управляемого S_{LR}^+ проявляется лишь при θ , близких к 60° . Уровни основной и кроссполяризационной составляющих поля рассеяния элементарного ПЭ между собой равны. Наличие управляемого слагаемого в ПМР свидетельствует о возможности формирования любого фазового распределения поля основной поляризации в раскрыве отражателя. Рассмотрим теперь плоскую периодическую решетку из элементарных ПЭ, которые расположены в узлах прямоугольной координатной сетки. Решетка содержит N_x рядов с шагом d_x вдоль оси x и N_y рядов с шагом d_y вдоль оси y . Ориентация каждого ПЭ зависит от его положения в решетке. Поляризационную матрицу решетки запишем в виде

$$[S]_p = \sum_n \sum_m [S^b]_{nm} \exp [j\beta (\vec{R}^0 + \vec{R}_n^0) \vec{r}_{nm}],$$

где \vec{r}_{nm} — радиус-вектор, характеризующий положение ПЭ в решетке, $\vec{r}_{nm} = x^0 d_x (n - 1) + y^0 d_y (m - 1)$; x^0, y^0 — орты декартовой

системы координат. Пренебрегая взаимным влиянием и используя (11), получаем следующее выражение для ПМР решетки ПЭ:

$$[S]_p = N \{ [S^0] F^0 + [S^+] \cdot F^+ + [S^-] F^- \},$$

где N — общее количество ПЭ, равное $N = N_x N_y$; F^0 , F^+ , F^- — множители диаграммы направленности дискретной системы ПЭ по выделенным управляемым и неуправляемым слагаемым поля рассеяния:

$$F^0 = \frac{1}{N} \sum_n \sum_m \exp [j\beta (\vec{R}^0 + \vec{R}_n^0) \vec{r}_{nm}];$$

$$F^+ = \frac{1}{N} \sum_n \sum_m \exp [j\beta (\vec{R}^0 + \vec{R}_n^0) \vec{r}_{nm} + j2\alpha_{nm}];$$

$$F^- = \frac{1}{N} \sum_n \sum_m \exp [j\beta (\vec{R}^0 + \vec{R}_n^0) \vec{r}_{nm} - j2\alpha_{nm}]. \quad (12)$$

Следовательно, в соответствии с фазовым сдвигом, обусловленным поворотом ПЭ, поле рассеяния решетки по каждой из поляризаций можно рассматривать в виде трех слагаемых, каждое из которых характеризуется своей диаграммой направленности. Положение главных максимумов этих диаграмм можно определить, анализируя соответствующие множители направленности. По каждому лучу множитель направленности имеет форму, аналогичную множителю направленности двумерной антенной решетки подобной геометрии с линейным фазовым законом возбуждения. В частности, неуправляемое слагаемое ПМР всегда формирует луч, максимум которого наблюдается в направлении, зеркальном приходу падающего поля ($\theta_3 = \theta_n$, $\varphi_3 = \varphi_n + 180^\circ$). Если задано направление фазирования отражателя θ_0 , φ_0 , то, используя условие синфазного сложения полей основной поляризации

отдельных ПЭ $\beta (\vec{R}^0 + \vec{R}_n^0) \vec{r}_{nm} + 2\alpha_{nm} = 0$, получаем соотношение для расчета их углов поворота в решетке: $\alpha_{nm} = \alpha_x (n-1) + \alpha_y (m-1)$, где $\alpha_x = -0,5\beta d_x (\sin \theta_n \cos \varphi_n + \sin \theta_0 \cos \varphi_0)$; $\alpha_y = -0,5\beta d_y (\sin \theta_n \times \sin \varphi_n + \sin \theta_0 \sin \varphi_0)$. Положение максимума другого (паразитного) управляемого луча однозначно определяется из (12) при известных α_{nm} .

Фазовое распределение возбуждения в раскрыве плоского отражателя целесообразно описывать коэффициентами замедления вдоль осей координат ξ_x , ξ_y [5]. Для спирафазной периодической решетки эти коэффициенты приобретают особый смысл, так как непосредственно связаны с ее геометрией следующими соотношениями: $\xi_x = 2\alpha_x / \beta d_x$; $\xi_y = 2\alpha_y / \beta d_y$. Помимо этого легко устанавливается связь ξ_x и ξ_y с направлениями прихода падающего поля и фазирования:

$$\xi_x = -(\sin \theta_n \cos \varphi_n + \sin \theta_0 \cos \varphi_0); \quad \xi_y = -(\sin \theta_n \sin \varphi_n + \sin \theta_0 \sin \varphi_0).$$

Последнее соотношение позволяет сделать ряд интересных выводов. При условии, что направление прихода падающего поля и фазирования принадлежит одной плоскости (допустим, xOz) и $\xi_x=0$, θ_0 всегда равно θ_n . Направление максимума главного лепестка множителя направленности F^+ , $\theta_n < \theta_0$ при $\xi_x < 0$ и $\theta_n >$

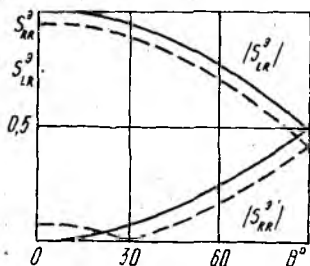


Рис. 3

$> \theta_0$ при $\xi_x > 0$. Существует некоторое значение ξ_x , равное $\sin \theta_n - 1$, при котором управляемый луч начинает скользить вдоль плоскости раскрыва решетки. Учитывая связь коэффициента замедления фазовой скорости возбуждения с ориентацией ПЭ в решетке, целесообразно использовать этот показатель при данных значениях θ_n , φ_n (например, $\theta_n=0^\circ$, $\varphi_n=180^\circ$) для характеристики переизлучательных свойств спирафазных отражателей.

Для исследования поляризационной структуры поля рассеяния экрана рассмотрим угловую зависимость ПМР бесконечно малой площадки dS . В этом случае исключается влияние диаграммной функции F_a , так как $F_a=1$. Полученные зависимости нормированных значений элементов S^a_{RR} , S^a_{LR} показаны на рис. 3. Здесь кривыми обозначено: (—) — $\theta_n=0^\circ$, (---) — $\theta_n=30^\circ$. Из рисунка видно, что поле рассеяния кругополяризованной волны в зеркальном направлении и обратном ему содержит только кроссполяризационную составляющую. В остальных направлениях поле рассеяния экрана представлено обеими составляющими, причем уровень основной возрастает, а кроссполяризационной снижается с увеличением θ . Функция $F_a(\vec{R}^0, \vec{R}^0_n)$ (7) — множитель направленности плоского раскрыва, возбуждаемого плоской электромагнитной волной. Независимо от формы экрана отраженное поле имеет максимум в направлении, зеркальном направлению прихода падающего поля. Анализ соотношений (6) и (10) с учетом влияния экрана показывает, что элементы ПМР S^a_{LR} и S^a_{LR} , отвечающие за формирование поля кроссполяризации, близки по уровню и характеру пространственного распределения, но противоположны по знаку. Это дает возможность заметно подавить кроссполяризационную составляющую поля отражателя путем соответствующего подбора размеров экрана и геометрии решетки ПЭ.

В качестве примера приведем результаты расчета поля рассеяния отражателя прямоугольной формы (рис. 1). Резонансные ПЭ в форме короткозамкнутых проволочных диполей расположены на высоте $h=0,25 \lambda$ в узлах гексагональной сетки, период которой вдоль оси x равен $d_x=0,588 \lambda$, вдоль оси y — $d_y=0,344 \lambda$. Количество рядов по оси $x=N_x=7$, по оси $y=N_y=11$. Размеры прямоугольного экрана: $L_x=4,11 \lambda$, $L_y=3,74 \lambda$. Отражатель возбужда-

ется кругополяризованным полем правого вращения. На рис. 4 показана диаграмма рассеяния отражателя, облучаемого из направления $\theta_{\text{п}}=0^\circ$, $\varphi_{\text{п}}=180^\circ$ по полю основной (рис. 4, а) и кросс-поляризаационных составляющих (рис. 4, б) для двух направлений фазирования, где сплошная кривая соответствует ($\theta_0=0^\circ$, $\varphi_0=0^\circ$; пунктирная — $\theta_0=30^\circ$, $\varphi_0=0^\circ$). Из графиков следует, что диаграмма направленности отражателя по полю основной поля-

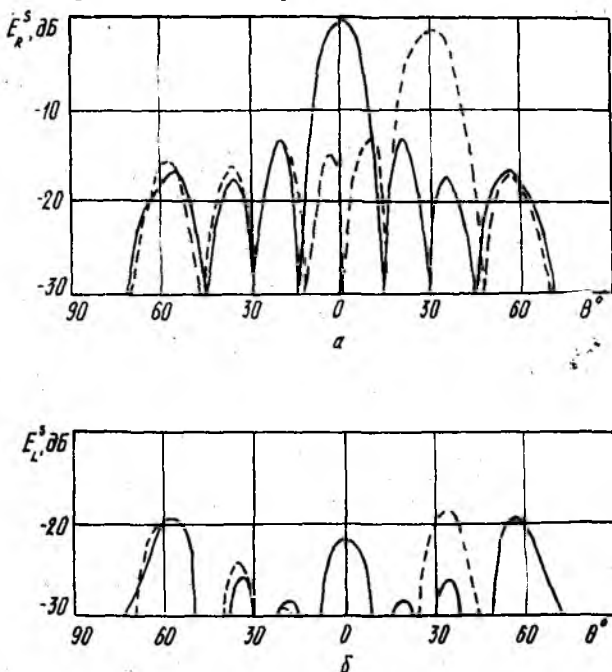


Рис. 4

ризации подобна диаграмме направленности аналогичной ФАР. Уровень поля кроссполяризации незначителен (благодаря подбору геометрии решетки и площади экрана) и практически не изменяется при сканировании. Следующий рисунок (рис. 5) иллюстрирует зависимость направления максимума поля основной поляризации θ_0 в плоскости падения от направления прихода падающего поля $\theta_{\text{п}}$, при заданных коэффициентах замедления ξ_{x0} (при этом $\xi_{y0}=0$). В качестве исходных данных приняты следующие значения ξ_{x0} : кривая 4 — $\xi_{x0}=0$, 3 — $\xi_{x0}=-0,258$; 2 — $\xi_{x0}=-0,5$; 1 — $\xi_{x0}=-0,707$. Как видно из рисунка, при $\xi_{x0}=0$ зависимость θ_0 от $\theta_{\text{п}}$ имеет линейный характер, т. е.

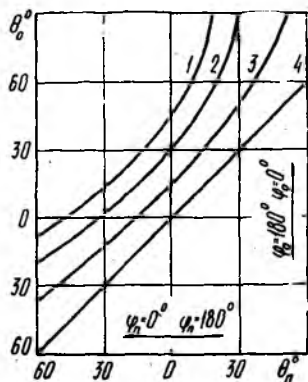


Рис. 5

отражатель работает как плоский металлический экран. При $|\xi_{x0}| > \theta$ эта зависимость становится нелинейной, причем крутизна ее возрастает с увеличением $|\xi_{x0}|$ и θ_p . Из приведенных графиков можно определить значения θ_p , при которых переизлученное поле начинает скользить вдоль плоскости раскрыва отражателя.

Таким образом, с помощью предложенной методики расчета получены соотношения, позволяющие изучить механизм формирования поля рассеяния отражателей, построенных на основе спиральных антенных решеток.

Список литературы: 1. Phelan H. R. Spiraphase — a new, low cost, lightweight phased array//Microwave I., 1976. N 12. P. 41—44. 2. Кобак В. О. Радиолокационные отражатели. М., 1975. 200 с. 3. Вычислительные методы в электродинамике/Под ред. Р. Митры; Пер. с англ. под. ред. Э. Л. Бурштейна. М., 1977. 485 с. 4. Жук М. С., Молочков Ю. Б. Проектирование антенно-фидерных устройств. М., 1966. 648 с. 5. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. М., 1975. 528 с.

Поступила в редколлегию 06.06.89

УДК 550.388.2

Л. Б. ВОЛКОВА, Ю. П. ФЕДОРЕНКО, канд. физ.-мат. наук

РЕГИОНАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ИОНОСФЕРЫ

В работе [1] предложен метод оперативного определения трехмерного распределения электронной концентрации $N(Z, \varphi, \lambda)$ (Z — высота над поверхностью Земли; φ, λ — географическая широта и долгота). Согласно этому методу по измерениям вертикального распределения электронной концентрации ионосферы $N_1(Z)$ в пункте с координатами φ_1, λ_1 и зенитным углом Солнца χ_1 возможно определить высотное распределение $N(Z)$ в любом другом пункте с координатами φ, λ и зенитным углом χ по формуле

$$N(Z, \varphi, \lambda) = N_1(Z) \cdot \cos \chi / \cos \chi_1 \cdot f(Z, \varphi, \lambda), \quad (1)$$

где $f(Z, \varphi, \lambda)$ — региональная зависимость электронной концентрации ионосферы.

Учет зависимости $f(Z, \varphi, \lambda)$ позволяет по измерениям $N_1(Z)$ экстраполировать значения $N(Z)$ на удаления до трех тысяч километров с погрешностью, которая в 2—6 раз меньше погрешности прогнозирования самых совершенных глобальных моделей ионосферы [2] и составляет летом 20 %, весной и зимой около 30 %. Поэтому исследование региональной зависимости электронной концентрации ионосферы является актуальным.

Впервые зависимость N от координат земной поверхности была обнаружена в акватории океанов [3]. В настоящее время установлены отдельные местоположения, где она проявляется наиболее сильно, ее природа во многом неясна.

Для выявления широтного хода $f(\varphi)$ были отобраны ионограммы всех пунктов вертикального зондирования ионосферы (ВЗ) СССР (интервал широт $\varphi=40-70^\circ$ СШ), которые имели примерно одинаковую долготу ($\lambda=30-40^\circ$ ВД). При этом время их измерений выбиралось таким, чтобы зенитный угол Солнца

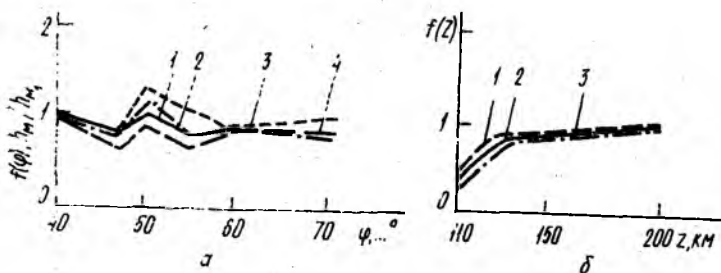


Рис. 1

во всех пунктах был одинаков (он выбран равным $\chi=46^\circ$). Ионограммы отобраны для июня 1976 г. Затем, вычислив среднемесячные профили $N(Z)$ в каждом пункте и проинтерполировав их на значения, относящиеся к пункту с минимальной широтой (в нашем случае $\varphi_{\min}=41^\circ 43'$), получили искомую зависимость $f(Z, \varphi)$.

На рис. 1, а (кривая 3) эта функция приведена для $Z=110$ км, где наблюдаются наибольшие ее отличия от единицы, которые дальше будем называть аномалиями. На рис. 1, б (кривая 3) иллюстрируется высотная зависимость аномалии $f(Z)$ для $\varphi=47^\circ$ СШ.

Функция $f(Z, \varphi, \lambda)$ получена также при помощи формулы (1). При этом профили $N(Z)$ определены в совпадающий момент времени в диапазоне высот от 100 км до высоты основного максимума ионосферы с шагом $\Delta Z=10$ км в Москве, Ленинграде, Мурманске, Киеве, Ростове, Горьком, Калининграде, Новосибирске (перечисленные пункты расположены в интервале северных широт $\varphi=42-69^\circ$ и восточных долгот $\lambda=20-83^\circ$).

Протяженность исследуемого региона вдоль параллели (около 55° СШ) и меридиана (около 37° ВД) составляет около 3000 км. Ионограммы (всего примерно 3000 шт.) из указанных пунктов отбирались в совпадающие моменты времени для полночи, полдня, восхода и захода Солнца в г. Москве. При этом были выбраны периоды летнего и зимнего солнцестояния (июнь, декабрь), весеннего равноденствия (март) при максимуме (1970 г.) и минимуме (1976 г.) солнечной активности (СА).

С целью уменьшения погрешности $N(Z)$ -профили рассчитывались только по ионограммам высокого качества, что уменьшило массив $N(Z)$ -профилей до 2000 шт. Значения N на каждой выбранной высоте нормировались на соответствующее значение N в пункте с минимальной широтой и умножались согласно

формуле (1) на $\cos \chi / \cos \chi_1$ (здесь χ_1 — значение зенитного угла Солнца в пункте с минимальной широтой, т. е. Тбилиси). Широтный ход $f(\varphi)$ среднемесячных значений для июня ($Z=110$ км) максимума СА (кривая 1), минимума СА (кривая 2) приведен на рис. 1, а, а на рис. 1, б — высотные зависимости его аномалии

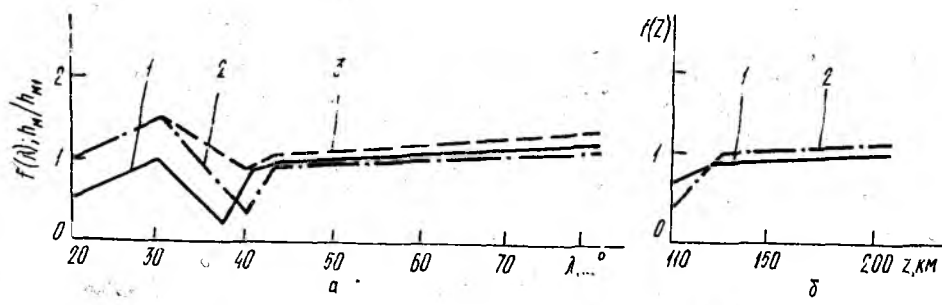


Рис. 2

при $\varphi=47^\circ$. Как видно, кривые, определенные первым и вторым методами, удовлетворительно согласуются между собой. Однако широтные и высотные зависимости $f(Z, \varphi)$ для декабря и июня не совпадают между собой.

Долготные зависимости $f(\lambda)$ для июня при максимуме СА иллюстрируются на рис. 2, а, высотные зависимости их аномалий — на рис. 2, б. Обозначения те же, что и на рис. 1, нормировка кривых выполнялась по измерениям в г. Горьком. Значения φ при этом изменялись в интервале $\varphi=54-56^\circ$ северной широты.

На рис. 1, а (кривая 4) для широтной цепочки пунктов приведены значения h_M/h_{MT} , где h_M — глубина слоя Мохо [4], h_{MT} — глубина слоя Мохо в выбранном пункте с минимальной широтой (в нашем случае Тбилиси — $\varphi=41^\circ 43'$). На рис. 2, а (кривая 3) приведена аналогичная зависимость для долготной цепочки пунктов. Значения h_M в ней нормировались на значения в г. Горьком ($\varphi=56^\circ 09'$ СШ; $\lambda=44^\circ 17'$). Как видно, зависимости $h_M/h_{MT}(\varphi)$ и $f(\varphi)$ (см. рис. 1, а), а также $h_M/h_{MT}(\lambda)$ и $f(\lambda)$ (см. рис. 2, а) являются подобными.

Приведенные результаты позволяют высказать предположение о том, что обнаруженные особенности $f(Z, \varphi, \lambda)$ объясняются совместным действием следующих причин: влиянием на ионизацию ионосферы электрических полей подземных электрических токов, пространственная (в данном случае региональная) модуляция которых происходит в результате их частичной экранировки земной корой различной толщины; сезонным изменением ионосферных дрейфов; аномалиями геомагнитного поля.

На связь ионосферных нерегулярностей со специфическими неоднородностями верхних слоев Земли указывается также в работе [5].

Итак, обнаружена зависимость электронной концентрации ионосферы от координат земной поверхности для региона СССР. Показано, что эта зависимость частично определяется глубиной залегания слоя Мохо. Показано, что $f(Z, \varphi, \lambda)$ практически не зависит от изменения солнечной активности, зенитного угла Солнца и уменьшается с увеличением высоты. На высоте главного максимума ионосферы она не прослеживается. Установлено, что $f(Z, \varphi, \lambda)$ зависит от сезона года.

Список литературы: 1. Волкова Л. Б., Федоренко Ю. П. Определение трехмерного распределения электронной концентрации ионосферы по измерениям в одном пункте//XIV Всесоюз. конф. по распространению радиоволн: Тез. докл. (Л., окт. 1984 г.), М., 1984. Ч. 1. С. 67—68. 2. International Reference Ionosphere URSI—COSPAR. 1978. 75 p. 3. Планетарное распределение поглощения радиоволн в ионосфере/Гвишвили Г. В., Флигель М. Д., Лещенко Л. Н./Геомagnetизм и астрономия. 1980. Т. XX, № 1, С. 275—279. 4. Борисов А. А. Глубинная структура СССР по геофизическим данным. М., 1962. 342 с. 5. Duhau S., Osella A. M. Evidence of mutual induction between the ionosphere and the Earth at equatorial latitudes//J. Geophys. Res. 1985. A 90, N 5. P. 4434—4438.

Поступила в редколлегию 01.02.89

УДК 621.391

Т. А. СКВОРЦОВ, канд. техн. наук

ВОЗМОЖНОСТИ СИНТЕЗА ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ МАРКОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛА, ПРОШЕДШЕГО ТУРБУЛЕНТНУЮ ТРОПОСФЕРУ

Как показано в работе [1], процесс $\psi(t) = \{\psi_1(t), \psi_2(t)\}$, описывающий флюктуации фазы сигнала, прошедшего тропосферу и наблюдаемого в двух точках, не является в общем случае марковским. Поэтому представляет интерес выяснить: является ли немарковость только свойством математической модели процесса, разработанной в работе [1], или в ее основе лежат более глубокие физические причины; можно ли приближенно считать процесс марковским и какова допускаемая при этом погрешность; возможности использования модели [1] для синтеза марковской фильтрации.

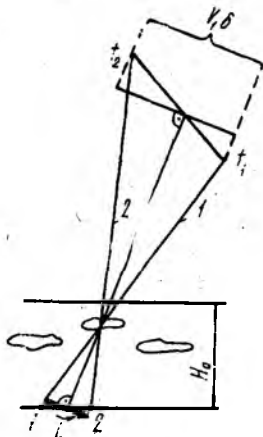
Физическая сущность модели. Рассмотрим для примера случай неподвижного источника излучения ($c_v = 0, c_u \neq 0$). Пусть $\Delta u = -\cos(\hat{lu}_\perp) = 1$, что соответствует ветровому сносу неоднородностей в плоскости, проходящей через базу, от первой точки ко второй. Тогда из (20) (см. работу [1]) при $l_1 = 0$ получаем ПВКФ

$$R^\psi(l_1, \tau) = \langle \psi^2 \rangle f_2(|u_\perp \tau + l|) \quad (1)$$

так, что взаимная корреляция фаз $\psi_1(t)$ и $\psi_2(t)$ определяется временным сомножителем $f_2(\cdot)$, причем при сдвиге на время $\delta = \frac{T}{c} = -\frac{l}{u_\perp}$, необходимое для поперечного перемещения неоднородностей на величину эффективной базы l , взаимная корреляция

ляция (1) достигает значения дисперсии $R^\psi(l_1 - \delta) = R^\psi(0, 0) = \langle \psi^2 \rangle$.

При этом из работы [1] следует, что $\psi_2(t) = \lambda_2(t + \frac{l}{u_\perp})$. В совокупности все это отражает физический факт, что в первой точке наблюдается тот же самый процесс, что и во второй точке, но с опережением во времени на величину l/u_\perp .



Следовательно, будущее значение компоненты ψ_2 в точности равно прошлому значению компоненты ψ_1 в соответствующий момент времени. Аналогичным образом во всех случаях, когда $\Delta \neq 0$, будущее значение ψ_2 зависит от прошлого значения ψ_1 (или наоборот), что противоречит определению непрерывного марковского процесса [2].

Если среда неподвижна, а источник перемещается ($c_u = 0, c_v \neq 0$), то взаимная корреляция (20) [1] достигает максимума при условиях

$$\Delta_V = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\widehat{V}_\perp) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tau = \delta = \frac{3z_0 l}{2V_\perp H}.$$

Физически это происходит, если в момент t_2 источник, двигаясь в плоскости базы, находится в таком положении (рис. 1), что луч 2 от второй точки пересекает те же неоднородности (находящиеся на дальности $\frac{2H}{3}$), которые пересекал луч 1 от

первой точки в момент $t_1 = t_2 + \delta$. Таким образом, физическая причина немарковской связи между прошлым и будущим процесса $\psi(t)$ в этом случае иная, как и смысл сдвиги во времени δ .

При этом взаимная корреляция $R^\psi(l_1, -\delta) = \langle \psi^2 \rangle f_1(l_{1/2})$ не достигает значения дисперсии, что физически вполне объяснимо. Действительно, при отсутствии ветрового сноса не существует таких двух моментов времени, чтобы луч 2 пересекал те же неоднородности, что и луч 1, по всей толщине тропосферы.

Погрешность марковского приближения. Как показано в работе [1], при $\Delta = 0$ существует марковская модель флюктуаций

$\psi(t)$, которую можно использовать для синтеза фильтрации. Если $\Delta \neq 0$ (наличие продольной составляющей скорости), то можно при синтезе попытаться принять оценку $\tilde{\Delta} = 0$. Такая модель, естественно, будет неточна, однако станет возможным использование теории марковской фильтрации.

Как видно из (18) (см. работу [1]), введение оценки $\tilde{\Delta} = 0$ равносильно использованию оценки ПВКФ

$$\tilde{R}^\psi(l_1, \tau_1) = R^\psi(l_1, \tau_1, \Delta = 0) = \langle \psi^2 \rangle \{1 - (l_1^2 + \tau_1^2)\}. \quad (2)$$

Если на самом деле $\Delta \neq 0$, то будет допущена погрешность в оценке ПВКФ

$$x_1 = |R^\psi(l_1, \tau_1) - \tilde{R}^\psi(l_1, \tau_1)| = \langle \psi^2 \rangle 2l_1 |\tau_1 \Delta|. \quad (3)$$

Чтобы понять, допустима ли такая погрешность для решения практических задач, учтем, что внешний масштаб неоднородностей L_0 обычно точно не известен так, что на практике приходится пользоваться оценкой \tilde{L}_0 . При этом допускается погрешность

$$x_2 = |R^\psi(l_1, \tau_1) - R^\psi(\tilde{l}_1, \tilde{\tau}_1)| = \langle \psi^2 \rangle \left| 1 - \left(\frac{\tilde{L}_0}{L_0} \right) \right| (l_1^2 + \tau_1^2 + 2l_1 \tau_1 \Delta), \quad (4)$$

где $\tilde{l}_1 = \frac{L_0}{\tilde{L}_0} l_1$; $\tilde{\tau}_1 = \frac{L_0}{\tilde{L}_0} \tau_1$ получены заменой L_0 на \tilde{L}_0 в ПВКФ.

Отношение этих погрешностей

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{2l_1 |\tau_1 \Delta|}{\left| 1 - \left(\frac{\tilde{L}_0}{L_0} \right)^2 \right| (l_1^2 + \tau_1^2 + 2l_1 \tau_1 \Delta)} \quad (5)$$

зависит от Δ . В соответствии с (17) (см. работу [1]) для случая $\tau = t_1 - t_2 < 0$ и для неподвижной среды отношение достигает максимума при $\Delta = \Delta_V = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $l_1 = |\tau_1|$, который равен

$$\left(\frac{x_1}{x_2} \right)_{\max} = \frac{0,46}{\left| 1 - \left(\frac{\tilde{L}_0}{L_0} \right)^2 \right|} \quad (6)$$

так, что при $\tilde{L}_0 = 0,72 L_0$ отношение равно единице.

Таким образом, в худшем случае приближение $\tilde{\Delta} = 0$ в модели ПВКФ при неподвижной среде и работе по движущемуся источнику равносильно небольшому занижению оценки масштаба неоднородностей, которое можно считать допустимым.

Для обратного случая неподвижного источника и движущейся среды $\Delta_V = 0$, $\Delta_u = -\cos(\widehat{l u}_\perp)$ так, что при ветровом снесе неоднородностей вдоль базы ($\Delta_u \rightarrow 1$) отношение (5) может быть как угодно большим (для $\tau > 0$ это происходит при $\Delta_u \rightarrow -1$).

Поэтому приближение $\tilde{\Delta} = 0$, которое означает гипотезу поперечного к базе сноса неоднородностей, может привести к существенной некорректности модели ПВКФ и, как следствие, к потере оптимальности марковских алгоритмов фильтрации.

Так, при достаточно больших базах l_1 и $\tilde{\Delta} = 0$ из модели ПВКФ следует, что процессы $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ слабо коррелированы, в то время как реально может оказаться, что $\Delta = 1$ и процессы

(с учетом задержки во времени) не только коррелированы, но и идентичны.

Примеры синтеза марковской фильтрации. Пусть имеется $N+1$ — элементная приемная антенная система, причем на выходе i -го модуля (элемента) наблюдается аддитивная смесь

$$y_i(t) = S_i(t) + n_i(t) \quad (7)$$

сигнала

$$S_i(t) = A_i(t) \cos(\omega t + \varphi_i(t) + \psi_i(t)) \quad (8)$$

и «белого» гауссового шума $n_i(t)$ с нулевым средним и спектральной плотностью N_0 , где $\varphi_i(t)$ — регулярная фаза, а $\psi_i(t)$ — случайная фаза сигнала, которая порождена неоднородностями среды, причем шумы $n_i(t)$ взаимно некоррелированы.

Если фронт волны в пределах апертуры модуля считать плоским, то для описания флуктуаций вектора $\vec{\psi} = \{\psi_{-N/2} \dots \psi_{N/2}\}$ можно использовать процесс $\vec{\lambda} = \{\lambda_{-N/2} \dots \lambda_{N/2}\}$ [1]. Чтобы избежать громоздкости записей, рассмотрим конкретный случай $m \ll \frac{2}{m}$.

В этом случае приращения процесса $\vec{\lambda}(t)$ на примыкающих интервалах времени Δt , удовлетворяющих неравенствам $\frac{1}{m} \gg \Delta t \gg \frac{m}{2}$, приближенно независимы [2] и можно перейти от $2(N+1)$ мерной к $N+1$ мерной модели вида

$$\frac{d\lambda_i(t)}{dt} + m c \lambda_i(t) = \xi_i(t), \quad i = \left\{ -\frac{N}{2} \dots \frac{N}{2} \right\}, \quad (9)$$

с матрицей диффузии $\vec{B} = \left(\frac{m}{2c} \right)^2 \vec{\beta}$, имеющей размер $(N+1)(N+1)$ с диагональными элементами $\beta_i \approx 8c^3 \langle \psi^2 \rangle / m$ и недиагональными $\beta_{ij} = \beta_i f_1(l'_{ij})$, где $l'_{ij} = |\rho_i - \rho_j|$ [1]; $l_{ij} = l_{ij} \sqrt{1 - \Delta_{ij}^2}$,

$$\Delta_{ij} = \begin{cases} -\cos(l_{ij} \hat{u}_\perp), & V_\perp = 0; \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos(l_{ij} \hat{V}_\perp), & u_\perp = 0; \end{cases} \quad (10)$$

$$c = \begin{cases} c_u, & V_\perp = 0; \\ c_v, & u_\perp = 0, \end{cases}$$

где l_{ij} — эффективное расстояние между фазовыми центрами модулей (видимое расстояние со стороны источника).

Пусть точечный источник перемещается в поперечной к линии визирования плоскости и имеет угловое положение $\theta(t)$, отсчитываемое от нормали к оси линейной эквидистантной антенной системы с шагом d так, что $\varphi_i(t) = ikd \sin \theta(t)$ (11). В соот-

ветствии с динамической моделью можно описать движение источника с помощью СДУ:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V_{\perp}^0}{r_0}, \quad \frac{dV_{\perp}^0}{dt} = W(t), \quad \frac{dW}{dt} = -\gamma_W W(t) + n_W(t), \quad (12)$$

где $\gamma_W = \frac{1}{\tau_W}$, τ_W — время корреляции углового ускорения W ; $n_W(t)$ — порождающий шум с плотностью $N_W/2$ и дисперсией $\sigma_W^2 = N_W/4\gamma_W$; $V_{\perp}^0 = V_{\perp} \cos(\hat{l}V_{\perp})$.

Рассмотрим сначала случай быстроперемещающегося источника при малом ветровом сносе ($c_u \ll c_v$). Тогда можем положить $\psi(t) = \lambda(t)$. Считая амплитуду $A_i(t) = A_0$ и частоту ω известными и используя теорию марковской фильтрации [3], получаем уравнения для оценок вектора $\bar{X} = \{\psi, \theta, V_{\perp}^0, W\}$:

$$\frac{d\tilde{\psi}_i}{dt} = -\tilde{m}c_v\tilde{\psi}_i(t) - \frac{2A_0}{N_0} \left[\sum_{i=-N/2}^{N/2} k_i^{\psi} F_i^{\psi}(t) + k_i^{\psi 0} F^0(t) \right]; \quad (13)$$

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dt} = \frac{V_{\perp}^0}{r_0} - \frac{2A_0}{N_0} \left[\sum_{i=-N/2}^{N/2} k_i^{\theta} F_i^{\psi}(t) + k^{\theta 0} F^0(t) \right]; \quad (14)$$

$$\frac{d\tilde{V}_{\perp}^0}{dt} = \tilde{W} - \frac{2A_0}{N_0} \left[\sum_{i=-N/2}^{N/2} k_i^{\psi V} F_i^{\psi}(t) + k^{\psi V 0} F^0(t) \right]; \quad (15)$$

$$\frac{d\tilde{W}}{dt} = -\gamma_W \tilde{W} - \frac{2A_0}{N_0} \left[\sum_{i=-N/2}^{N/2} k_i^{W\psi} F_i^{\psi}(t) + k^{W\psi 0} F^0(t) \right]; \quad (16)$$

где $F_i^{\psi}(t) = y_i(t) \sin(\omega t + ikd \sin \tilde{\theta} + \tilde{\psi}_i); \quad (17)$

$$F^0(t) = kd \cos \tilde{\theta} \sum_{i=-N/2}^{N/2} i F_i^{\psi}(t). \quad (18)$$

Полученные соотношения можно интерпретировать так, что выражение (17) описывает выход фазового детектора, а (18) — выходной эффект углового дискриминатора с противофазным питанием половин антенной системы и нарастающим к краям по линейному закону амплитудным распределением. Выражение (13) описывает взаимосвязанные системы фазовой автоподстройки, а соотношения (14) — (16) — следящие измерители угла, угловой скорости и ускорения. Алгоритм предусматривает измерение формы случайных искажений фронта волны $\psi(t)$ и введение

оценок этих искажений в угломерный канал для повышения точности измерений. Поскольку $\tilde{c}_v = \tilde{V}_\perp H / 2\sqrt{3}L_0 r_0$, $\tilde{V}_\perp = V_\perp^0 / \cos(l\tilde{V}_\perp)$, то оказывается, что ширина полосы систем ФАП (13) автоматически регулируется в зависимости от оценки скорости V_\perp^0 источника. Она зависит и от других параметров, в частности, от масштаба неоднородностей L_0 и зенитного угла ϵ , поскольку для плоской Земли $H = H_0 / \cos \epsilon$, где H_0 — толщина неоднородного слоя. Зависимость от ϵ при углах, близких к горизонту, еще более заметна, если учесть неизотропность неоднородностей, с помощью, например, выражения $L_0 = L_r(\cos^2 \epsilon + Q \sin^2 \epsilon)$, где L_r — горизонтальный масштаб, $Q \leq 1$. Таким же образом можно проводить синтез по известной методике и для других случаев, когда можно пренебречь ветровым сносом неоднородностей.

Если это сделать нельзя, например, в случае $c_u \gg c_v$ при $\Delta \neq 0$, то следует принять $\psi_i(t) = \lambda_i(t + \delta_i)$, где для эквидистантной линейной системы $\delta_i = -T_i/c = i \frac{l}{u_\perp} \cos(l\tilde{V}_\perp)$, где $l = d \cos \theta$.

В случае $c_u \gg c_v$ можно использовать теорию марковской фильтрации, если перейти от задачи фильтрации процесса $\psi(t)$ к задаче фильтрации процесса $\lambda(t)$. Для этого в принимаемые реализации $y_i(t)$ необходимо ввести задержку на время $t_0 + \delta_i$, где $t_0 = \max(\delta_i)$ так, что принимаемые сигналы

$$S_i(t) = A_0 \cos[\omega t - \omega(t_0 + \delta_i) + \varphi_i(t - t_0 - \delta_i) + \lambda_i(t - t_0)]. \quad (19)$$

Поскольку условие $c_u \gg c_v$ означает пренебрежимо малое угловое движение источника, то можно положить, что

$$\varphi_i(t - t_0 - \delta_i) \approx \varphi_i(t) = ikd \sin \theta.$$

Таким образом, использовав модель (11), (12) для достаточно малых V_\perp^0 , W , можно перейти к задаче оценки вектора $\bar{X} = \{\lambda, \theta, V_0, W\}$ по наблюдению задержанных реализаций $y_i(t)$. При этом формально соотношения (13)–(18) сохранятся с заменой ψ на λ и с учетом введения в аргументы (17), (18) известных смещений по фазе на величину $\omega(t_0 + \delta_i)$.

Однако матрица апостериорных дисперсий $\bar{K} = \|\bar{k}_{ij}\|$, входящая в уравнения фильтрации в качестве весовых коэффициентов, при суммировании будет зависеть от направления ветрового сноса неоднородностей. Действительно, усредненное по реализациям значение этой матрицы для стационарного состояния определяется уравнением [3]

$$\bar{A}\bar{K}^T + \bar{K}\bar{A}^T - \bar{B} + \bar{K}\bar{D}\bar{K}^T = 0, \quad (20)$$

где

$$\vec{K} = \begin{pmatrix} \vec{K}^\psi & \vec{K}^{\psi\theta} & \vec{K}^{\psi V} & 0; \\ \vec{K}^{\theta\psi} & k^\theta & k^{\theta V} & 0; \\ \vec{K}^{V\psi} & k^{V\theta} & k^V & k^{VW} \\ 0 & 0 & k^{WV} & k^W \end{pmatrix},$$

а с учетом $c_u \gg c_V$ можно принять

$$A = \begin{pmatrix} \vec{\alpha}_1 & 0 \\ 0 & \vec{\alpha}_2 \end{pmatrix}; \quad \vec{\alpha}_1 = mc_u \vec{I}; \quad \vec{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\gamma_w \end{pmatrix}; \quad (21)$$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} \vec{\beta} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{D} = \|D_{ij}\|; \quad D_{ij} = \frac{2}{N_0} \sum_{\alpha} \frac{\partial S_{\alpha}}{\partial x_i} \frac{\partial S_{\alpha}}{\partial x_j}.$$

В соответствии с (10) элементы матрицы диффузий β_{ij} зависят от $\Delta = -\cos(lu_{\perp})$ так, что, например, при $\Delta = 1$ оказывается $\beta_{ij} = \beta_1$. Можно показать, решая (20), что при этом $k_{ij}^{\psi} = k^{\psi}$ и выражение (13) описывает уже не взаимосвязанные системы ФАП, а одну систему ФАП, подключенную к суммарному выходу антенной системы. Это и понятно, поскольку процессы $\lambda_i(t-t_0) = \lambda(t-t_0)$ оказываются идентичными на выходе всех элементов (модулей). Наоборот, если $\Delta = 0$, то для достаточно большого шага $d > L_0/\cos\theta$ может оказаться, что $f_1(l_{ij}) \ll f_1(0)$ при $i \neq j$ и $k_{ij}^{\psi} \ll k_{ii}^{\psi}$. В этом случае, с учетом отбрасывания знака суммы в (13), приходим к устройству, состоящему из $N+1$ независимых систем ФАП.

Список литературы: 1. Скворцов Т. А. Марковская модель пространственно-временных флуктуаций фазы сигнала, прошедшего турбулентную тропосферу// Радиотехника. 1990. Вып. 93. С. 10—16. 2. Тихонов В. Н., Миронов М. А. Марковские процессы. М., 1977. 206 с. 3. Тихонов В. Н., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М., 1975. 704 с.

Поступила в редколлегию 12.06.89

УДК 621.372

Ю. М. ПЕНКИН, канд. физ.-мат. наук, Л. П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук

ТЕНЗОР ГРИНА ВЕКТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА ДЛЯ ПРОСТЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕМОВ СО СФЕРИЧЕСКИМИ ГРАНИЦАМИ

Тензорная функция Грина широко используется при решении внутренних и внешних задач электродинамики. Особо важную роль она играет, когда необходимо найти поле в области источ-

ника. Очень часто такие задачи сводятся к решению векторного уравнения Гельмгольца:

$$\Delta \vec{F} + k^2 \vec{F} = \vec{f}. \quad (1)$$

Здесь $\Delta \vec{F} = \text{grad div } \vec{F} - \text{rot rot } \vec{F}$, \vec{f} — вектор, обусловленный наличием сторонних токов, $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ — волновое число, ω — круговая частота, ϵ и μ соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемости среды. В качестве неизвестной векторной функции \vec{F} в (1) могут рассматриваться электрический (\vec{P}^e) или магнитный (\vec{P}^m) векторы Герца, либо векторы электрического (\vec{E}) или магнитного (\vec{H}) полей [1]. В первом случае $\vec{f} = -\vec{j}^{(e(m))} / i\omega\epsilon(\mu)$, во втором $\vec{f} = -i\omega\mu(\epsilon) \vec{j}^{(e(m))} + \text{grad}(\text{div } \vec{j}^{(e(m))}) / i\omega\epsilon(\mu) \mp \text{rot } \vec{j}^{(e(m))}$. Здесь и далее $\epsilon(\mu)$ обозначает либо ϵ , либо μ . Поскольку при решении волнового уравнения (1) для полей в его правой части фигурируют комбинации дифференциальных операторов, действующих на сторонние токи $\vec{j}^{(e(m))}$, в большинстве задач предпочтительным оказывается использование уравнения Гельмгольца для векторных потенциалов, решение которого рассматривается в работе.

Для координатных задач, когда компоненты тензора Грина удовлетворяют на граничных поверхностях тем же однородным граничным условиям, что и искомая векторная функция, решение уравнения (1) может быть представлено интегралом:

$$\vec{P}^{e(m)}(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi i \omega \epsilon(\mu)} \int_V \vec{j}^{e(m)}(\vec{R}') \hat{G}^{e(m)}(\vec{R}/\vec{R}') dV. \quad (2)$$

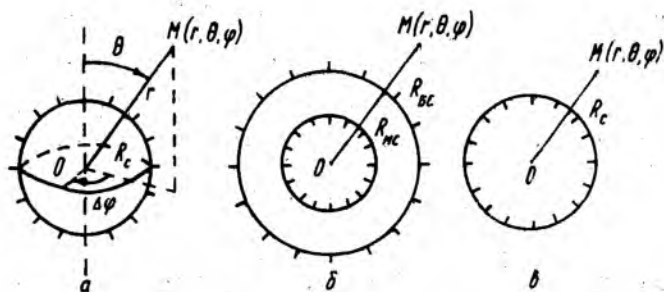
Здесь V — электродинамический объем, в котором распределены сторонние токи, а $\hat{G}^{e(m)}(\vec{R}/\vec{R}')$ — тензорная функция Грина соответственно электрического или магнитного типов, удовлетворяющая тензорному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \hat{G}(\vec{R}/\vec{R}') + k^2 \hat{G}(\vec{R}/\vec{R}') = -4\pi \hat{I} \delta(\vec{R}, \vec{R}'), \quad (3)$$

где \hat{I} — единичный тензор; $\delta(\vec{R}, \vec{R}')$ — трехмерная дельта-функция Дирака, записанная в используемой системе координат.

В работах [2; 3] построены тензорные функции Грина уравнений Гельмгольца для замкнутых и открытых областей, границы которых образованы комбинациями координатных поверхностей обобщенных криволинейных ортогональных цилиндрических систем координат (в том числе прямоугольных). В случае областей, границы которых имеют сферическую форму, выражения для компонент тензора Грина в литературе отсутствуют. Известные решения задачи возбуждения идеально проводящего шара [1; 4] получены методом собственных функций. Для решения более

широкого класса задач целесообразно построение тензорной функции Грина для областей с идеально проводящими сферическими границами, такими как сферический резонатор и резонатор, ограниченный двумя concentрическими сферами (рисунок, позиции, а, б соответственно); безграничное пространство вне



сферы—рисунок, позиция в. На первом этапе имеет смысл принять упрощающее предположение о том, что рассматриваемые объемы заполнены однородной изотропной средой. Этому и посвящено настоящее сообщение.

Для построения тензорной функции Грина воспользуемся методом, разработанным в работе [5]. Известно [5], что полная система собственных векторных функций уравнения Гельмгольца, с помощью которой и строятся компоненты тензора Грина, в сферической системе координат имеет вид

$$\begin{aligned}\vec{L}(\vec{R}) &= \text{grad } \varphi(\vec{R}); \\ \vec{M}(\vec{R}) &= \text{rot}(\vec{r}^0 r \psi(\vec{R})); \\ \vec{N}(\vec{R}) &= \frac{1}{k} \text{rot rot}(\vec{r}^0 r \chi(\vec{R})),\end{aligned}\quad (4)$$

где \vec{R} — радиус-вектор, определяющий положение точки наблюдения; коэффициент $1/k$ введен для сохранения размерности функции; орт \vec{r}^0 направлен вдоль радиуса; скалярные функции $\varphi(\vec{R})$, $\psi(\vec{R})$, и $\chi(\vec{R})$ удовлетворяют идентичным однородным скалярным уравнениям Гельмгольца. Граничные условия для $\varphi(\vec{R})$, $\psi(\vec{R})$ и $\chi(\vec{R})$ диктуются граничными условиями, которым должны удовлетворять собственные векторные функции (4).

Если скалярные функции $\varphi(\vec{R})$, $\psi(\vec{R})$ и $\chi(\vec{R})$ представить в виде произведений радиальных функций $\varphi(r)$, $\psi(r)$, $\chi(r)$, зависящих только от координаты r , на функции $\varphi_*(\theta, \varphi)$, $\psi_*(\theta, \varphi)$

и $\chi_*(\theta, \varphi)$, которые зависят только от угловых координат, и подставить эти произведения в (4), то можно получить три типа векторных функций:

$$[\nabla_* \chi_*(\theta, \varphi), \vec{r}^0], \nabla_* \chi_*(\theta, \varphi), \vec{r}^0 \chi_*(\theta, \varphi). \quad (5)$$

Они составляют полную систему собственных двумерных векторных функций, зависящих только от угловых координат [5].

Здесь $\nabla_* u = \frac{\partial u}{\partial \theta} \vec{\theta}^0 + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \vec{\varphi}^0$. При этом функции (5) строятся на базе только одной скалярной функции χ_* , поскольку две другие оказываются ей тождественно равными. Эта функция удовлетворяет однородному уравнению

$$\Delta_* \chi_*(\theta, \varphi) + n(n+1) \chi_*(\theta, \varphi) = 0, \quad (6)$$

где

$$\Delta_* \chi_*(\theta, \varphi) = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \chi_*(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \chi_*(\theta, \varphi)}{\partial \varphi^2},$$

которое решается методом разделения переменных.

Положив $\chi_*(\theta, \varphi) = \chi_1(\theta) \chi_2(\varphi)$, из (6) получим

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\chi_1(\theta)}{d\theta} \right) + \left(n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right) \chi_1(\theta) = 0; \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \chi_2(\varphi)}{d\varphi^2} + m^2 \chi_2(\varphi) = 0. \quad (7a)$$

Параметры $n(n+1)$ и m , являющиеся постоянными разделения, определяются из физического требования однозначности и ограниченности поля в любой точке пространства. Функция $\chi_2(\varphi)$ должна быть периодической функцией φ с периодом 2π , следовательно, целыми числами $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Решением уравнения (7a) являются присоединенные функции Лежандра первого и второго рода. Условию ограниченности поля при всех углах θ , включая $\theta=0$ и $\theta=\pi$, удовлетворяют функции первого рода $P_n^m(\cos \theta)$. Таким образом,

$$\chi_*(\theta, \varphi) = \sum_{n,m} \chi_{nm}(\theta, \varphi) = \sum_{n,m} P_n^m(\cos \theta) \begin{Bmatrix} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{Bmatrix}, \quad (8)$$

где $n=0, 1 \dots \infty$, $m=0, 1 \dots \infty$. При этом учитываются только линейно не зависящие решения.

Следует сказать, что при решении уравнения (6) в качестве граничных условий мы использовали только условия периодичности функций $\chi_2(\varphi)$ и конечности функций $\chi_1(\theta)$, поэтому для построения компонент тензора Грина как электрического, так и магнитного типов, будет использоваться одна и та же система двумерных векторных функций (5).

Согласно [5], тензорную функцию Грина ищем в виде

$$\hat{G}(\vec{R}/\vec{R}') = \sum_{n,m} \{ \vec{F}_{nm}(\vec{R}', r, r') \cdot [\nabla_* \chi_{nm}(\theta, \varphi), \vec{r}^0] + \vec{G}_{nm}(\vec{R}', r, r') \circ \nabla_* \chi_{nm}(\theta, \varphi) + \vec{H}_{nm}(\vec{R}', r, r') \cdot \vec{r}^0 \chi_{nm}(\theta, \varphi) \}, \quad (9)$$

где « \circ » — символ тензорного перемножения. Неизвестные векторные коэффициенты \vec{F}_{nm} , \vec{G}_{nm} и \vec{H}_{nm} зависят от штрихованных угловых координат \vec{R}' и координат r и r' . Отметим, что используемые в (9) векторные функции (5) удовлетворяют условиям ортогональности

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [\nabla_* x_{nm}(\theta, \varphi), \vec{r}^0] \vec{r}^0 x_{nm}(\theta, \varphi) ds = 0;$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \nabla_* x_{nm}(\theta, \varphi) \vec{r}^0 x_{nm}(\theta, \varphi) ds = 0;$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [\nabla_* x_{nm}(\theta, \varphi), \vec{r}^0] \nabla_* x_{nm}(\theta, \varphi) ds = 0; \quad (10)$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \vec{r}^0 x_{nm}(\theta, \varphi) \vec{r}^0 x_{lk}(\theta, \varphi) ds = N \delta_{ln} \delta_{km};$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \nabla_* x_{nm}(\theta, \varphi) \nabla_* x_{lk}(\theta, \varphi) ds = N \delta_{ln} \delta_{km} C;$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} [\nabla_* x_{nm}(\theta, \varphi), \vec{r}^0] [\nabla_* x_{lk}(\theta, \varphi), \vec{r}^0] ds = N \delta_{ln} \delta_{km} C,$$

где ds — элемент сферической поверхности; N — норма соответствующих функций (8); C — постоянный коэффициент.

Для определения коэффициентов \vec{F}_{nm} , \vec{G}_{nm} и \vec{H}_{nm} поступаем стандартным образом. Подставим функцию Грина (9) в уравнение (3). Оператор Δ представим в виде суммы радиального и углового операторов:

$$\Delta = \Delta_r + \frac{1}{r^2} \tilde{\Delta}_*, \quad \text{где } \Delta_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right);$$

$\tilde{\Delta}_*$ — угловой оператор. Изменяя порядок суммирования и дифференцирования, а также последовательность действия операторов ∇_* и $\tilde{\Delta}_*$, получаем с учетом (6) следующее равенство:

$$\sum_{n,m} \left\{ \left(\Delta_r + k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) \vec{F}_{nm}(\vec{R}', r, r') \circ [\nabla_* x_{nm}(\theta, \varphi), \vec{r}^0] + \right.$$

$$+ \left(\Delta_r + k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) \vec{G}_{nm}(\vec{R}', r, r') \circ \nabla_* x_{nm}(\theta, \varphi) +$$

$$\left. + \left(\Delta_r + k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) \vec{H}_{nm}(\vec{R}', r, r') \circ \vec{r}^0 x_{nm}(\theta, \varphi) \right\} =$$

$$= -4\pi \tilde{\Delta} (r - r') \delta(\theta - \theta') \delta(\varphi - \varphi') / (r^2 \sin \theta). \quad (11)$$

Используя условия ортогональности (10) собственных векторных функций (5), в результате стандартной процедуры из работы [5] получаем равенства для определения неизвестных векторных коэффициентов \vec{F}_{nm} , \vec{G}_{nm} и \vec{H}_{nm} . Представим эти коэффициенты в следующем виде:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{nm}(\vec{R}_*, r, r') &= \vec{F}_{nm}(\vec{R}_*) f_{nm}(r, r'); \quad \vec{G}_{nm}(\vec{R}_*, r, r') = \\ &= \vec{G}_{nm}(\vec{R}_*) g_{nm}(r, r'); \quad \vec{H}_{nm}(\vec{R}_*, r, r') = \vec{H}_{nm}(\vec{R}_*) h_{nm}(r, r'). \end{aligned} \quad (12)$$

Из полученных равенств находим вид векторных функций $\vec{F}_{nm}(\vec{R}_*)$, $\vec{G}(\vec{R}_*)$, $\vec{H}(\vec{R}_*)$. Неизвестные скалярные функции f_{nm} , g_{nm} и h_{nm} являются решениями уравнения

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \left[k^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right] r^2 u = 4\pi \delta(r-r') \quad (13)$$

при необходимых граничных условиях для $u = u(r, r')$, которые оказываются одного типа для функций f_{nm} и g_{nm} и другого — для функций h_{nm} . Это ведет к тому, что $f_{nm} = g_{nm} = u_2$, а $h_{nm} = u_1$.

Подставляя найденные векторные коэффициенты (12) в представление для тензорной функции Грина (9), после ряда несложных преобразований получаем компоненты тензора Грина

$$\begin{aligned} G_{11}^{(M)} &= - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{u_1^{(M)}(2 - \delta_{0m})}{2C_{nm}} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') \cos m(\varphi - \varphi'); \\ G_{22}^{(M)} &= - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{u_2^{(M)}(2 - \delta_{0m})}{2C_{nm} \sin \theta \sin \theta'} \left[m^2 P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') + \right. \\ &\quad \left. + \sin \theta \sin \theta' \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} \frac{dP_n^m(\cos \theta')}{d\theta'} \right] \frac{\cos m(\varphi - \varphi')}{n(n+1)}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} G_{23}^{(M)} &= - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{m u_2^{(M)}}{n(n+1) C_{nm}} \left[\frac{1}{\sin \theta'} \frac{dP_n^m(\cos \theta)}{d\theta} P_n^m(\cos \theta') + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sin \theta} P_n^m(\cos \theta) \frac{dP_n^m(\cos \theta')}{d\theta'} \right] \sin m(\varphi - \varphi'); \end{aligned}$$

$$G_{32}^{(M)} = -G_{23}^{(M)}; \quad G_{33}^{(M)} = G_{22}^{(M)}.$$

Здесь

$$C_{nm} = \frac{2\pi}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}.$$

Универсальность выражений (14) заключается в том, что они содержат зависимости $u_{1(2)}^{э(м)}$ от радиальных координат (r, r') в неявном виде. Их следует находить из уравнения (13), формулируя граничные условия в соответствии с поведением на граничных сферических поверхностях тангенциальных и нормальных компонент искомого векторного поля. Из (11) следует, что функции u_2 описывают зависимости от координат (r, r') тангенциальных компонент поля, а u_1 — нормальных.

Вид граничных условий для тангенциальных и нормальных составляющих электрического и магнитного векторов Герца находим исходя из того, что на идеально проводящей поверхности

S должны выполняться условия $E_{\tau}|_s = 0$ и $\left. \frac{\partial H_{\tau}}{\partial n} \right|_s = 0$ (индексом « τ »

обозначены тангенциальные составляющие векторов \vec{E}, \vec{H}). На основании этих граничных условий формулируем граничные условия для скалярных функций $u_1^{э(м)}, u_2^{э(м)}$:

$$\left. \frac{\partial u_1^{э}}{\partial r} \right|_s = u_2^{э}|_s = 0; \quad u_1^{м}|_s = \left. \frac{\partial (ru_2^{м})}{\partial r} \right|_s = 0.$$

Следовательно, уравнение (13) относительно u мы должны решить для трех типов однородных граничных условий, сформулированных для искомой функции на идеально проводящих сферических поверхностях: I — $u=0$; II — $\partial u/\partial r=0$; III — $\partial(ru)/\partial r=0$. При этом в случае сферического резонатора накладываются также условия ограниченности функции u в его центре, в случае бесконечного пространства вне сферы — условия излучения на бесконечности.

Приведем решение уравнения (13) для рассматриваемых краевых задач (рисунок) при удовлетворении граничных условий I, II и III на сферических граничных поверхностях.

Сферический резонатор (рисунок, позиция а)

$$I \quad u = \begin{cases} 4\pi k j_n(kr) \gamma(R_c, r') / j_n(kR_c), & r < r'; \\ 4\pi k [\gamma(r', r) + j_n(kr) \gamma(R_c, r') / j_n(kR_c)], & r > r'; \end{cases} \quad (15)$$

$$II \quad u = \begin{cases} -4\pi k j_n(kr) \gamma'(r', R_c) / j'_n(kR_c), & r < r'; \\ 4\pi k [\gamma(r', r) - j_n(kr) \gamma'(r', R_c) / j'_n(kR_c)], & r > r'; \end{cases} \quad (15a)$$

$$III \quad u = \begin{cases} \alpha j_n(kr), & r < r'; \\ 4\pi k \gamma(r', r) + \alpha j_n(kr), & r > r', \end{cases} \quad (15b)$$

где

$$\alpha = 4\pi k \left[y_n(kr') - j_n(kr') \frac{ny_n(kR_c) - kR_c y_{n-1}(kR_c)}{nj_n(kR_c) - kR_c j_{n-1}(kR_c)} \right].$$

Здесь и далее приняты обозначения:

$$j_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} I_{n+1/2}(kr); \quad y_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} N_{n+1/2}(kr);$$

$$h_n^{(2)}(kr) = j_n(kr) - iy_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} H_{n+1/2}^{(2)}(kr),$$

где $I_{n+1/2}(kr)$ — функция Бесселя; $N_{n+1/2}(kr)$ — функция Неймана; $H_{n+1/2}^{(2)}(kr)$ — функция Ханкеля; $f' = df/dr$ (конкретные

значения аргументов функции, указанные в скобках, следует вносить в выражения после взятия производной);

$$\gamma(R_1, R_2) = j_n(kR_1) y_n(kR_2) - y_n(kR_1) j_n(kR_2);$$

$$\gamma'(R_1, R_2) = j_n(kR_1) y'_n(kR_2) - y_n(kR_1) j'_n(kR_2).$$

Резонатор между двумя сферами (рисунок, позиция б)

$$I \quad u = \begin{cases} 4\pi k \gamma(r', R_{6c}) \gamma(r, R_{mc}) / \gamma(R_{mc}, R_{6c}), & r < r'; \\ 4\pi k [\gamma(r', r) + \gamma(r', R_{6c}) \gamma(r, R_{mc}) / \gamma(R_{mc}, R_{6c})], & r > r'; \end{cases} \quad (16)$$

$$II \quad u = \begin{cases} 4\pi k \gamma'(r', R_{6c}) \gamma'(r, R_{mc}) / \gamma''(R_{mc}, R_{6c}), & r < r'; \\ 4\pi k [\gamma'(r', r) + \gamma'(r', R_{6c}) \gamma'(r, R_{mc}) / \gamma''(R_{mc}, R_{6c})], & r > r'; \end{cases} \quad (16a)$$

где

$$\gamma''(R_{mc}, R_{6c}) = j'_n(kR_{mc}) y'_n(kR_{6c}) - j'_n(kR_{6c}) y'_n(kR_{mc});$$

$$III \quad u = \begin{cases} \alpha j_n(kr) + \beta y_n(kr), & r < r'; \\ 4\pi k \gamma(r', r) + \alpha j_n(kr) + \beta y_n(kr), & r > r'; \end{cases} \quad (166)$$

где

$$\alpha = \frac{4\pi k f(y, R_{mc}) [y_n(kr') f(j, R_{6c}) - j_n(kr') f(y, R_{6c})]}{f(j, R_{6c}) f(y, R_{mc}) - f(j, R_{mc}) f(y, R_{6c})},$$

$$\beta = -\frac{4\pi k f(j, R_{mc}) [y_n(kr') f(j, R_{6c}) - j_n(kr') f(y, R_{6c})]}{f(j, R_{6c}) f(y, R_{mc}) - f(j, R_{mc}) f(y, R_{6c})},$$

$$f(Z, R) = kR Z_{n-1}(kR) - n Z_n(kR).$$

Пространство вне сферы (рис. в).

$$I \quad u = \begin{cases} 4\pi k \gamma(r, R_c) h_n^{(2)}(kr') / h_n^{(2)}(kR_c), & r < r'; \\ 4\pi k \gamma(r', R_c) h_n^{(2)}(kr) / h_n^{(2)}(kR_c), & r > r'; \end{cases} \quad (17)$$

$$II \quad u = \begin{cases} 4\pi k \gamma'(r, R_c) h_n^{(2)}(kr') / \left[\frac{n}{R_c} h_n^{(2)}(kR_c) - k h_{n+1}^{(2)}(kR_c) \right], & r < r'; \\ 4\pi k \gamma'(r', R_c) h_n^{(2)}(kr) / \left[\frac{n}{R_c} h_n^{(2)}(kR_c) - k h_{n+1}^{(2)}(kR_c) \right], & r > r'; \end{cases} \quad (17a)$$

$$\text{III} \quad u = \begin{cases} 4\pi k h_n^{(2)}(kr') [h_n^{(2)}(kr) \alpha - y_n(kr)], & r < r' \\ 4\pi k h_n^{(2)}(kr) [h_n^{(2)}(kr') \alpha - y_n(kr')], & r > r' \end{cases} \quad (176)$$

где

$$\alpha = (kR_c \nu_{n-1}(kR_c) - n y_n(kR_c)) / (kR_c h_{n-1}^{(2)}(kR_c) - n h_n^{(2)}(kR_c)).$$

Таким образом, подставляя соответствующие выражения для $u_{n(2)}^{(M)}$ из (15) — (17) в (14), получаем в окончательном виде компоненты тензора Грина для данных электродинамических объемов.

Правильность полученных выражений проверена в случае бесконечного пространства вне сферы (рисунок, позиция в). При этом рассмотрено возбуждение сферической антенны аксиально симметричным магнитным током, расположенным на поверхности антенны в экваториальной плоскости. Полученные выражения для полей тождественно совпадают с результатами решения аналогичной задачи [4] методом собственных функций. Отметим, что сравнение полученных с помощью функции Грина (14) выражений для полей при решении задач возбуждения пространства вне сферы (шара) диполями и щелью с результатами работы [1] затруднено, поскольку в работе [1] они представлены в виде суммы первичного (падающего) и вторичного (отраженного от шара) полей. При использовании функции Грина такое разделение отсутствует.

В работе [1] показано, что формулы (14) оказываются удобными при определении векторов Герца, а следовательно, и электромагнитных полей для рассмотренных электродинамических объемов со сферическими границами небольших электрических диаметров (соизмеримых с длиной волны). Для сфер с большими электрическими диаметрами получающиеся в (14) ряды сходятся медленно, что приводит к необходимости их модификации. Однако для ряда задач анализа резонансных антенных СВЧ устройств, накладываемые на размеры диаметров сфер ограничения (в смысле удовлетворительной сходимости рядов в (14)) выполняются.

Список литературы: 1. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.; Л., 1967. 376 с. 2. Марков Г. Т., Панченко Б. А. Тензорные функции Грина прямоугольных волноводов и резонаторов//Изв. вузов. Радиотехника. 1964. Т. 7. С. 34—41. 3. Панченко Б. А. Тензорные функции Грина уравнений Максвелла для цилиндрических областей//Радиотехника. 1970. Вып. 15. С. 82—91. 4. Рамо С., Уиннери Д. Поля и волны в современной радиотехнике. М.; Л. 1948. 631 с. 5. Морс Ф. М., Фейбах Г. Методы теоретической физики. В М., 1958. Т. 1. 520 с.

Поступила в редколлегию 24.03.89

В. А. КОРОБКИН, канд. физ.-мат. наук, А. Г. ЮЩЕНКО, канд. физ.-мат. наук

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДНО-ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА

В работе [1] методом интегральных уравнений макроскопической электродинамики решена задача рассеяния основной волны на частично заполненном волноводно-диэлектрическом резонаторе

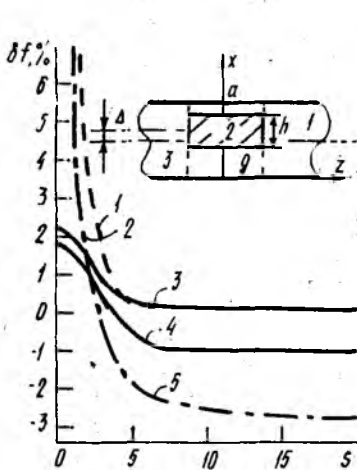


Рис. 1

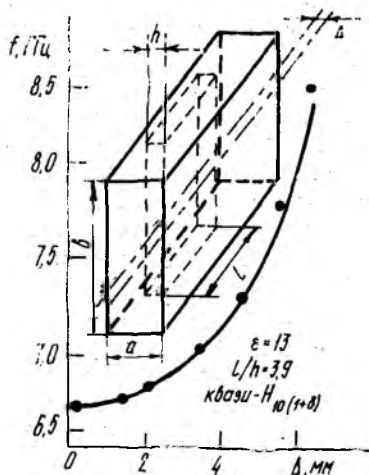


Рис. 2

наторе (ВДР). Решение получено в строгой постановке, поэтому ограничения на значение диэлектрической постоянной не накладываются; показана возможность регулировки связи ВДР по высшему типу волны квази- H_{20} , который реализуется в виде участка режекции в полосе частот согласования неоднородности при резонансе основного типа волны квази- H_{10} . Представляет интерес решение данной электродинамической задачи для случая собственных колебаний, когда экранирующий волновод (без диэлектрика) является запредельным. Анализ динамики спектра собственных колебаний и оптимизация его имеют важное практическое значение.

Решение краевой задачи методом частичных областей (МЧО). Геометрия структуры изображена на рис. 1 и содержит бесконечный прямоугольный волновод с идеально проводящими стенками, внутри которого расположен диэлектрический параллелепипед без потерь, заполняющий полностью поперечное сечение

волновода по высоте и частично по ширине. Волновод является запертым для всех типов волн, поэтому колебания «заперты» в области диэлектрика. Согласно МЧО в структуре выделены смежные области: 1, 2, 3 (рис. 1). Кривые 1, 2 получены для $m=10,1$, $g=0,6$, $\Delta=6,3$; 3, 4 — для $m=1$, $g=6,4$, $\Delta=0,5$. Ограничимся рассмотрением наиболее значимого для практики случая установившегося собственных колебаний типа квази- $H_{m_0(j+\delta)}$. Тогда электрическое поле имеет лишь единственную отличную от нуля компоненту, которую представим в виде ряда по собственным функциям задачи Штурма—Лиувилля:

$$E_y^{(2)} = \sum_m \psi_m(x) [A_m \cos \Gamma_m z + B_m \sin \Gamma_m z];$$

$$E_y^{(1),(3)} = \sum_s R_s^{(1),(3)} \sin \frac{s\pi}{a} x \exp \{ \mp \gamma_s (z \mp l/2) \},$$

где

$$\psi_m = \begin{cases} [(\sin t_m g + \alpha_m \cos t_m g) / \sin r_m g] \cdot \sin r_m x; \\ \sin t_m x + \alpha_m \cos t_m x; & x, z \in 2 \\ [\sin t_m (g+h) + \alpha_m \cos t_m (g+h)] / \sin r_m g. \end{cases}$$

Здесь $\alpha_m = (t_m \operatorname{tg} r_m g - r_m \operatorname{tg} t_m g) / (r_m + t_m \operatorname{tg} r_m g \operatorname{tg} t_m g)$,

Γ_m — постоянная распространения m -й моды волновода, частично заполненного диэлектриком;

$$\gamma_s = V(\overline{s\pi/a^2 - k^2}); r_m^2 = -\Gamma_m^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2; t_m^2 = k^2 \varepsilon - \Gamma_m^2;$$

$q = a - h - g$; индексы m, s принимают значения 1, 2, 3, ...; A_m, B_m, R_s — спектральные коэффициенты; $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны.

Используя граничные условия при $z = l/2$ и традиционную проекционную методику, приходим к двум бесконечным системам линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \sum_m P_{sm} \left(A_m \cos \Gamma_m \frac{l}{2} + B_m \sin \Gamma_m \frac{l}{2} \right) = \frac{a}{2} R_s; \\ -A_m \Gamma_m \sin \Gamma_m \frac{l}{2} + B_m \Gamma_m \cos \Gamma_m \frac{l}{2} = -\sum_s P_{sm} \gamma_s R_s. \end{cases}$$

Принимая во внимание граничные условия при $z = -l/2$, окончательно имеем

$$\begin{vmatrix} A_m \Gamma_m \cos \Gamma_m \frac{l}{2} \\ B_m \Gamma_m \sin \Gamma_m \frac{l}{2} \end{vmatrix} \pm \sum_n \begin{vmatrix} A_n \sin \Gamma_n \frac{l}{2} \\ B_n \cos \Gamma_n \frac{l}{2} \end{vmatrix} Q_{mn}^s = 0. \quad (1)$$

Здесь верхняя строчка отвечает противофазным колебаниям, а нижняя — синфазным, которые в одиночном ВДР не связаны. Матричные коэффициенты Q_{mn}^s определяются выражением

$$Q_{mn}^s = \frac{2}{a} \sum_s P_{sm} P_{sn}^* \gamma_s; \quad P_{sm} = P_{sm}^* / N_m;$$

$$P_{sn}^* = \int_0^a \psi_n(x) \sin \frac{s\pi}{a} x dx,$$

где N_m — норма Ψ_m .

Условия существования нетривиальных решений системы (1) выполняются на частотах реализации колебаний квази- $H_{m_0(1+\delta)}$ в структуре.

Расчет резонансных частот и его экспериментальная проверка. Как известно, к СЛАУ второго рода вида (1) часто приводят проекционные алгоритмы, поэтому они достаточно хорошо исследованы [2] и применимость к ним метода редукции не вызывает сомнений. При этом ясна актуальность вопроса о порядке усечения СЛАУ и выбора членов ряда по внутренней сумме. Согласно работе [3] решение данного вопроса носит частный характер.

На рис. 1 приведены зависимости ошибки расчета резонансной частоты ВДР, определяемой по формуле

$$\delta f = \frac{f_{(60)}^{(30)} - f_{(s)}^{(m)}}{f_{(60)}^{(30)}} \cdot 100\%,$$

где m, s — определяют порядок усечения СЛАУ (1) и число членов ряда по внутренней сумме.

В расчете размер широкой стенки волновода равнялся 17 мм; значение диэлектрической постоянной характерно ($\epsilon=13$) для ВДР; поперечный размер вкладыша $h/a=0,2$ ($l/a=0,7$) взят таким, что обеспечивает возможность изменения геометрии структуры за счет смещения параллелепипеда от оси волновода Δ (рис. 1) на значительную величину $\Delta/a=0,35$. Выбранные параметры обеспечивают резонанс квази- $H_{10(1+\delta)}$ в частотном диапазоне, типичном для широкого использования резонаторов данного класса, а также возможность проведения экспериментальной проверки численных результатов.

Из рис. 1 видно, что δf для одноволнового приближения СЛАУ (1) существенно повышается (до 5 %) по мере роста Δ . Характерно, что увеличение числа учитываемых типов нормальных колебаний в диэлектрике (рис. 1, частичная область 2) при небольшом количестве нормальных волн ($s \leq 3$) в пустом волноводе (области 1, 3) только несколько ухудшает точность расчета (до 0,3 %) по сравнению с одноволновым приближением. Обратная ситуация ($m=1$ и $s \leq 10$) приводит к меньшим ошибкам расчета, например при $m=10, s=1-7,6\%$ ($g=0,6$) и 2,2 %

($g=6,4$) против 2,9 % и 1 % при $m=1$, $s=10$, т. е. различаются более чем в два раза. Отметим, что в первом случае происходит «занижение» значения частоты от принятого за точное (f_{60}^{30}), во втором — «завышение». Очевидно, это можно объяснить так. Увеличение количества типов волн s для представления поля ближней зоны ВДР позволяет учесть точнее «экранирующее» влияние на его реальное поле стенок волновода, а увеличение числа типов колебаний m — влияние диэлектрика. Количественное соотношение ошибок расчета частот в рассмотренных случаях отражает известный факт существенного влияния стенок волновода на поле ВДР. В то же время, когда влияние экрана учитывается полно ($s \geq 4$), с ростом m точность расчета повышается. Из рис. 1 видно также, что десяти гармоник достаточно для описания поля в каждой области, чтобы учесть в расчете оба фактора (δf 0,3 %).

На рис. 2 точками представлены экспериментальные результаты, расчет — сплошной линией; их различие не превышает 1 % во всем диапазоне параметров ВДР. Для эксперимента использовалась запердельная волноводная секция ($17 \times 8 \times 60$ мм³), подключенная к основному тракту «на проход». Относительная погрешность установки вкладыша в волновод контролировалась с помощью микроскопа МБС-9 и была равна 0,01 мм.

Анализ спектра колебаний основной моды. Важнейшей характеристикой резонатора является «густота» спектра колебаний, т. е. «расстояния» по частоте от рабочего резонанса до ближайших паразитных. На рис. 3 приведены данные расчета ($m=1$ и $s=3$) частот колебаний основной моды ВДР различной геометрии при $\Delta=0$. Здесь $a=17$ мм; $v=60$ мм; $\epsilon=3$; 15 (позиции а, б);

$l = \frac{v}{h}$. В расчете объем диэлектрического материала полагался равным постоянной величине, а изменялось лишь соотношение продольного и поперечного размеров вкладыша. Частотные кривые для различных типов колебаний, за исключением квази- $H_{10\delta}$ имеют идентичный характер. Их поведение легче всего объяснить с точки зрения распределения электрического поля собственных колебаний. Колебание квази- $H_{10\delta}$ отличается тем, что на границах ($|z|=l/2$) имеет меньшую, чем в центре вкладыша, напряженность электрического поля. Напряженности электрических полей высших типов колебаний достаточно высоки в указанных граничных точках. Поэтому на изменение продольного размера вкладыша l резонансы «реагируют» по-разному: чем выше напряженности их электрических полей, тем больше. В поперечном же направлении по координате (x) анализируемый класс колебаний одинаков по структуре: электрическое поле максимально при $x=a/2$ и обращается в ноль при $x=a$ и $x=0$. Следовательно, при уменьшении l ($l = \text{const}/h$) собственные частоты колебаний квази- $H_{10(1+\delta)}$ растут, поскольку диэлектрический материал как бы «перемещается» из области с высокой напряженностью элект-

рического поля (по координате z) в область, где ее значение меньше (по координате x). И чем больше число вариаций поля (j) в продольном направлении, тем выше напряженность электрического поля в окрестности границ и, следовательно, выше крутизна функции перестройки частоты. Интересно, что для колебаний квази- $H_{10\delta}$ вначале характерно понижение частоты с ростом h

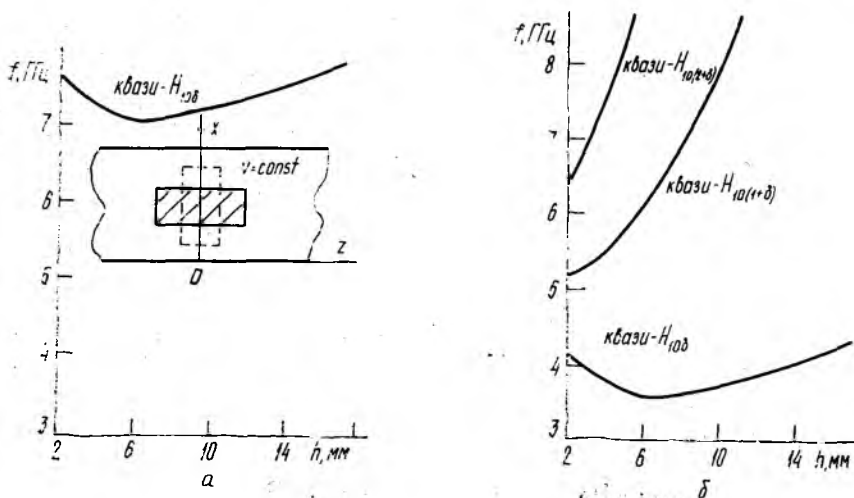


Рис. 3

И только начиная с некоторого значения h поведение этой кривой аналогично рассмотренным ранее. Конечно, объясняется этот факт уже отмечавшейся нами особенностью в распределении электрического поля колебаний квази- $H_{10\delta}$. Другими словами, с ростом h диэлектрический материал как бы «перемещается» теперь из области с более слабым электрическим полем ($|z| = l/2$) в область с более высоким значением его напряженности по координате x . Эта закономерность сохраняется до тех пор, пока в поперечном направлении не станет существенным «экранирующее» влияние на диэлектрик узких стенок волновода. Когда это произойдет ($h \geq 6$, рис. 3), ситуация изменится на обратную, и частота колебаний квази- $H_{10\delta}$ с ростом h будет повышаться. Отсюда следует, что существуют возможности: (1) реализации полосового фильтра на низшем типе колебаний квази- $H_{10\delta}$ при двух различных состояниях спектра паразитных резонансов и (2) оптимального выбора геометрии ВДР, обеспечивающей резонанс на рабочей частоте при наименьшем объеме диэлектрического материала. Кроме того, есть все основания считать, что при частичном заполнении диэлектриком поперечного сечения волновода вследствие диэлектрического эффекта [4], можно повысить собственную добротность резонатора Q_0 . Экспериментальными результатами, полученные в трехсантиметровом диапазоне волн для вкладышей из лейкосапфира показывают,

что в данной простой структуре достижимы значения $Q_0 \sim [17 \times 10^3]$. При этом важно отметить, что соотношение между размерами стенок волновода выбирается обратным традиционному (рис. 2), как и для случая высокодобротного резонатора, частично заполненного по высоте [5].

Таким образом, частичное заполнение запредельного волновода по ширине позволяет оптимизировать геометрию ВДР по спектру колебаний квази- $H_{m0(j+\delta)}$ и их добротности.

Решение граничной задачи с помощью МЧО можно сформулировать в форме СЛАУ второго рода, обладающих высокой скоростью равномерной сходимости численных результатов.

Динамика спектра резонансных частот изучаемых структур объяснена с точки зрения распределения в них полей собственных колебаний, что дало возможность найти простую и наглядную физическую интерпретацию исследуемых закономерностей.

Список литературы: 1. Коробкин В. А., Хижняк Н. А. Волноводно-диэлектрический резонанс диэлектрического образца в прямоугольном волноводе // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 4. С. 558—565. 2. Шестопалов В. П., Кирилленко А. А., Магдалов С. А. Матричные уравнения типа свертки в теории дифракции. К., 1984. 292 с. 3. Митра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М. 1974. 327 с. 4. Егоров Ю. В. Частично-заполненные прямоугольные волноводы. М. 1967. 216 с. 5. Двадненко В. Я., Коробкин В. А., Юрченко Ю. П. Экспериментальное исследование высокодобротного экранированного диэлектрического резонатора // Радчотехника. 1986. № 8. С. 22—24.

Поступила в редколлегию 24.03.89

УДК 621.317

В. Ф. ПАВЛОВ, канд. техн. наук,
В. Д. САХАЦКИЙ, канд. техн. наук

ПРОСТОЙ МЕТОД ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ

Экспериментальное определение коэффициента отражения (R) различных материалов, в том числе материалов, из которых состоят «освещенные» поверхности радиолокационных объектов, представляет практический интерес. Особенно важно определение R в свободном пространстве в природных и лабораторных условиях для решения задач электромагнитной совместимости и помехозащищенности. Нередко возникает необходимость быстрого определения R всей или части поверхности объекта на небольших расстояниях от этой поверхности. Ограниченность расстояния может быть обусловлена рядом причин, например, наличием вблизи интересующей поверхности объектов с высокой отражающей способностью, отсутствием безэховой камеры и измерительных антенн с требуемыми характеристиками. Измерения на малых расстояниях от «освещенной» поверхности объекта можно проводить, например, с помощью установки, состоящей

в основном из генератора, приемника, направленного ответвителя (ферритового циркулятора) и приемно-передающей антенны.

В работе [1] предложен метод быстрых измерений путем использования подобной установки для определения коэффициента отражения. При этом экспериментально определяются коэффициенты стоячей волны в волноводном тракте, когда перед антенной на расстоянии 23—25 см находится сначала исследуемый образец, а затем металлический лист. На основании этих измерений вычисляется коэффициент отражения. Для более точного нахождения коэффициента стоячей волны и, соответственно, R в работе [1] предлагается выполнять несколько измерений на разных расстояниях от исследуемого образца. Последнее обстоятельство не полностью обосновано и делает определение R менее оперативным.

Цель статьи — разработка простого обоснованного и оперативного метода оценки коэффициента отражения материалов, расположенных в ближней зоне излучения антенны измерительной установки. Поскольку рассматриваемые измерения проводятся вблизи от поверхности объектов, то сами объекты часто находятся в ближней зоне излучения антенны установки. Характерной особенностью ближней зоны излучения является сильная осцилляция плотности потока мощности вдоль направления главного максимума излучения до расстояния $0,2 L^2/\lambda$, где L — максимальный размер раскрыва антенны; λ — длина волны [2]. Поэтому располагать исследуемый образец от антенны на расстоянии менее $0,2 L^2/\lambda$ не желательно. В противном случае результаты измерений сложно интерпретировать. На расстояниях, превышающих отмеченную выше границу, амплитуда поля спадает монотонно, и закон ее изменения можно учесть. Следовательно, в интересах получения достаточно достоверных результатов расстояние между измерительной антенной и исследуемым образцом должно быть не менее $0,2 L^2/\lambda$.

При измерениях следует учитывать, что влияние отражений от окружающих исследуемый образец объектов может быть весьма значительным. Для снижения интегрального уровня нежелательных отражений применяют беззховые камеры или покрывают поглотителями электромагнитных волн участки с наиболее высокой отражающей поверхностью. Кроме того, желательно использовать измерительные антенны с достаточно узкой диаграммой направленности, чтобы облучать края исследуемой поверхности образца на уровне менее — 10 дБ по сравнению с центром этой поверхности.

Допустим, что приведенные рекомендации выполнены и необходимо определить коэффициент отражения некоторого материала, который расположен в ближней зоне излучения измерительной антенны. Пусть приемно-передающая антенна имеет прямоугольный раскрыв $A \times B$ с главной оптической осью вдоль оси z .

Электромагнитная волна от антенны падает нормально на гладкую плоскую перекрывающую главный лепесток антенны

поверхность исследуемого материала. Для определения коэффициента отражения воспользуемся методом зеркальных изображений. В общем случае, когда исследуемый материал обладает комплексными диэлектрической и (или) магнитной проницаемостями, падающее электромагнитное поле будет создавать отраженную и прошедшую сквозь материал волны. Кроме того, будет иметь место поглощение части энергии в материале. Граничные условия на поверхности материала (на границе раздела сред) будут следующие:

$$E_{\text{пад}} + E_{\text{отр}} = E_{\text{пр}}, \quad (1)$$

где $E_{\text{пад}}$, $E_{\text{отр}}$, $E_{\text{пр}}$ — тангенциальные составляющие напряженности электрического поля падающей, отраженной и прошедшей в материал волн соответственно.

Согласно условиям, оценка коэффициента отражения в нашем случае производится при нормальном падении электромагнитной волны на исследуемый образец. Когда он находится в дальней зоне излучения антенны, то в пространстве антенна—образец на нормали к поверхности образца суммарное поле можно записать в виде

$$E_z = \dot{E}_{\text{пад}} + \dot{E}_{\text{отр}} \quad (2) \quad \text{или} \quad \dot{E}_z = \dot{E}_{\text{ст}} + \dot{E}_{\text{бег}} \quad (2a)$$

где $\dot{E}_{\text{ст}}$ — стоячая волна, образованная отраженной и одной частью падающей волн; $\dot{E}_{\text{бег}}$ — бегущая волна, образованная оставшейся частью падающей волны.

В ближней зоне излучения справедливость использования выражения (2 а) следовало бы проверить.

Качественно проверим справедливость выражения (2 а) в ближней зоне излучения расчетным и экспериментальным путями. Для ближней зоны излучения, в приближении Френеля можно записать падающее поле антенны с прямоугольным раскрытием $A \times B$ в направлении главной оптической оси (вдоль оси z) с учетом [2], в виде

$$E_{\text{пад}} = i \frac{E_0}{\lambda} \int_{-A/2}^{A/2} \int_{-B/2}^{B/2} f(x', y') e^{i\psi(x', y')} \exp \left[ik \left(z + \frac{(x')^2 + (y')^2}{2z} \right) \right] \frac{dx' dy'}{z + \frac{(x')^2 + (y')^2}{2z}} \quad (3)$$

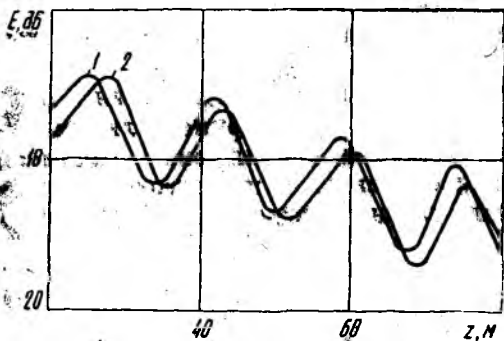
где E_0 — амплитуда напряженности электрического поля в центре раскрытия, $f(x', y')$ — амплитудное и $\psi(x', y')$ — фазовое распределение на поверхности раскрытия; x' , y' — координаты текущей точки на раскрытии; k — волновое число.

Отраженную волну (поле зеркального источника) в соответствии с выражением (3) и с учетом коэффициента отражения можно определить по следующей формуле:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{отр}} = iR \frac{E_0}{\lambda} \int_{-A/2}^{A/2} \int_{-B/2}^{B/2} f(x', y') e^{ik(x', y')} \times \\ \times \frac{\exp \left[-ik \left(z_2 + \frac{(x')^2 + (y')^2}{2z_2} \right) \right]}{z_2 + \frac{(x')^2 + (y')^2}{2z_2}} dx' dy', \end{aligned} \quad (4)$$

где $z_2 = 2l - z_1$; l — расстояние от источника до границы раздела; z_1, z_2 — расстояние по оси апертуры (оси z) между точкой наблюдения и источниками излучения реального и зеркального, соответственно.

По формулам (2) — (4) для реальной рупорной антенны и образца в виде листа оргстекла с идеально ровной передней поверхностью были рассчитаны зависимости изменения амплитуды поля от расстояния. На рисунке кривая 1 отражает расчетный материал. Были проведены также экспериментальные исследования зависимости E_z от расстояния между антенной и образцом (кривая 2). Образцом в последнем случае служил лист



реального оргстекла. Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей показывает вполне удовлетворительное качественное их совпадение. Расстояние между соседними минимумами (максимумами) в обоих случаях равно $\lambda/2$, что свидетельствует о наличии стоячей волны. Количественное отличие связано в

первую очередь с неточностями задания амплитудно-фазового распределения поля в раскрыве и отличием параметров расчетной модели оргстекла от реальных.

На основании анализа расчетных и экспериментальных данных можно сделать вывод о том, что в пространстве антенна—образец при расстоянии между этими объектами больше $0,2 L^2/\lambda$ существует стоячая и бегущая волны, а суммарное поле можно определить по формуле (2 а).

В данном случае следует обратить внимание на одно обстоятельство. В реальных условиях могут существовать еще волны, обусловленные многократным переотражением между антенной

и образцом, образцом и элементами измерительной установки. Таким образом, в пространстве антенна—образец возможна нежелательная интерференция ряда бегущих и стоячих волн, которые значительно изменяют общую картину. С целью снижения влияния этих побочных явлений желательна покрытие краев раскрыва и всей измерительной установки поглотителем электромагнитных волн.

Считаем, что приняты все меры для уменьшения амплитуд побочных волн, за исключением излученной антенной (падающей) и отраженной от образца. Следовательно, в пространстве образец—антенна будут существовать только бегущая и стоячая волны. Стоячая определится в основном коэффициентом отражения образца.

Как известно, коэффициент отражения R по полю определяется непосредственно у поверхности образца соотношением $R = E_{\text{отр}}/E_{\text{пад}}$ (5). В нашем случае измерение величин, определяющих $E_{\text{отр}}$, $E_{\text{пад}}$ происходит на некотором расстоянии от образца, что приводит к занижению величины R из-за затухания $E_{\text{отр}}$ в процессе распространения в свободном пространстве. При этом величина, определяющая $E_{\text{пад}}$, измеряется в питающем тракте. Обозначим измеренное заниженное значение коэффициента отражения $R_{\text{изм}}$, которое связано с истинным коэффициентом R следующим соотношением: $R_{\text{изм}} = nR$ (6), где n — некоторый поправочный коэффициент ($n < 1$).

Для образца с известными характеристиками и теми же геометрическими размерами, что и исследуемый, также верно соотношение $R_{1\text{изм}} = nR_1$ (7). Если условия эксперимента не меняются, то для отношения найденных посредством измерений коэффициентов отражения известного образца $R_{1\text{изм}}$ к исследуемому образцу $R_{\text{изм}}$ можно записать

$$\frac{R_{1\text{изм}}}{R_{\text{изм}}} = \frac{R_1}{R} = \frac{E_{1\text{отр}}}{E_{\text{отр}}} \quad (8)$$

Как известно, для отраженной волны в стоячей волне справедливо следующее соотношение

$$E_{\text{отр}} = E_{\text{max}} - E_{\text{min}}, \quad (9)$$

где E_{max} , E_{min} — максимальное и минимальное значения напряженности электрического поля, полученные в результате интерференции падающей и отраженной волн.

Подставив выражение (9) в (8), получим

$$\frac{R_1}{R} = \frac{E_{1\text{max}} - E_{1\text{min}}}{E_{\text{max}} - E_{\text{min}}} \quad (10)$$

Из выражения (10), зная E_{max} и E_{min} двух образцов и коэффициент отражения одного из них, можно определить коэффициент отражения второго образца. Величины, пропорциональные E_{max} и E_{min} , находят экспериментально с помощью указанной изме-

рительной установки. Для этого изменяется расстояние между антенной и образцом в пределах $\lambda/2$. Систематические погрешности измерений E_{\max} и E_{\min} при определении коэффициента отражения образца в основном устраняются за счет того, что в данном случае используется отношение разностей измеренных величин. Погрешность определения коэффициента отражения данным методом для различных образцов, в том числе и для поглотителей электромагнитных волн, в результате проверки не превысила 10 %. Интересно отметить, что эта же погрешность имеет место и в случае шероховатости передней поверхности образца, когда выбросы составляют величину $\lambda/4$.

Таким образом, используя эталонный образец с известным R и предлагаемый простой метод, можно оперативно и с достаточной для практики точностью определять коэффициент отражения исследуемого образца.

Список литературы: 1. *Однорупорный* рефлектомер для быстрых измерений диэлектрических характеристик в диапазоне СВЧ//Радиотехника. 1988. № 56. С. 39—45. 2. *Сканирующие* антенны системы СВЧ. В 3-х т.: Пер. с англ./Под ред. Г. Т. Маркова, А. Ф. Чаплина. М., 1966. Т. 1. 536 с.

Поступила в редколлегию 17.05.89

УДК 621.396

А. А. КОНТАРЬ, канд. техн. наук,
А. И. ТЕРЕЩЕНКО, д-р техн. наук,
Н. Г. ШАБАНОВ

РАДИОПОГЛОЩАЮЩИЕ МАТЕРИАЛЫ: ТЕРМИНОЛОГИЯ И ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ ТРЕБОВАНИЯ

Вопросы, связанные с поглощением электромагнитных волн (ЭМВ), интенсивно обсуждаются в научной литературе в течение почти сорока лет. За это время опубликованы сотни оригинальных, а также обзорные статьи, ряд монографий, сделаны десятки изобретений. И все же проблема далеко не исчерпана: авторы монографии [1, с. 3], изданной в 1982 г., имели основания заявить, что «в отечественной и зарубежной литературе практически отсутствуют труды, обобщающие исследования в области создания материалов, предназначенных для поглощения СВЧ-излучений». Скорее всего, такое положение объясняется разнообразием и широтой круга вопросов, касающихся поглощения ЭМВ. Сфера исследований включает электродинамические задачи, завершающиеся созданием математических моделей и алгоритмов для расчета изучаемых систем; вопросы применения поглотителей электромагнитных волн (ПЭВ) и вытекающие отсюда требования к подобным устройствам; определение и измерение параметров этих устройств; наконец, пути практической реализации ПЭВ и применяемые для их создания радиопоглощающие материалы (РПМ).

Перечисленные группы вопросов рассмотрены в литературе не одинаково. В одних работах строгий теоретический подход приводит к выводам слишком общего характера, мало пригодном для практического использования; в других ценность результатов снижается, из-за недостаточно обоснованных, упрощающих допущений; немало работ заявочного или рекламного типа, почти не содержащих научной информации. При таком объеме имеющихся сведений их систематизация, анализ и использование в значительной степени затруднены из-за нечеткости ряда определений и формулировок.

Считаем необходимым обсуждение и уточнение таких вопросов, учитывая их важность. При этом ограничимся терминологией и требованиями, предъявляемыми к радиопоглощающим материалам.

Как следует из самого термина, РПМ работают в диапазоне радиочастот. Сюда не должны включаться используемые в радиоэлектронных средствах субмиллиметровые волны, инфракрасноволновое и оптическое излучения. Практически же радиочастотный диапазон для подавляющего большинства РПМ еще более сужается, охватывая только дециметровые, сантиметровые и миллиметровые волны, т. е. то, что в зарубежной литературе принято называть микроволнами.

Начнем с задачи макроскопической электродинамики о распространении ЭМВ в материальных средах, обладающих определенными электрическими и магнитными свойствами. Анализ ее решения при заданных граничных условиях и параметрах, характеризующих свойства среды (ϵ — диэлектрическая, μ — магнитная проницаемости), показывает, что в некоторых случаях в среде имеют место потери, т. е. преобразование энергии ЭМВ в другие виды энергии. Во многих источниках, очевидно для строгости изложения, подчеркивается, что преобразование происходит, «в основном», в тепловую энергию, но другие виды энергии не называются. Вероятно, имеется в виду химическая энергия. Но такое преобразование означает настолько сильные изменения среды, что они должны быть исключены из рассмотрения. Итак, предлагается рассматривать только условия, при которых поглощение энергии ЭМВ не приводит к фазовым переходам и, тем более, к изменению химического состава вещества, образующего среду. В противном случае это будет переход к другой задаче — с иными значениями величин и характеристик параметров среды.

Теперь конкретизируем задачу (рис. 1, а): плоская волна, идущая из свободного пространства (среда I с параметрами ϵ_1 , μ_1), распространяется в направлении z , нормальном к плоскостям раздела, через слои толщины d (среда II с параметрами ϵ_2 , μ_2) в среду III (с параметрами ϵ_3 , μ_3). Такую систему можно охарак-

например, коэффициентами отражения $K_{отр}$, прохождения $K_{прох}$ и поглощения $K_{погл}$, где

$$K_{отр} = \frac{P_{отр}}{P_{пад}}; \quad K_{прох} = \frac{P_{прох}}{P_{пад}}; \quad K_{погл} = 1 - \frac{P_{отр}}{P_{пад}} - \frac{P_{прох}}{P_{пад}};$$

$P_{пад}$, $P_{отр}$, $P_{прох}$ — падающая, отраженная и прошедшая мощности соответственно.

Здесь $K_{отр}$, $K_{прох}$ учитывают отражения от плоскостей раздела I—II и II—III, а также поглощение в слое II, а точнее — бо-

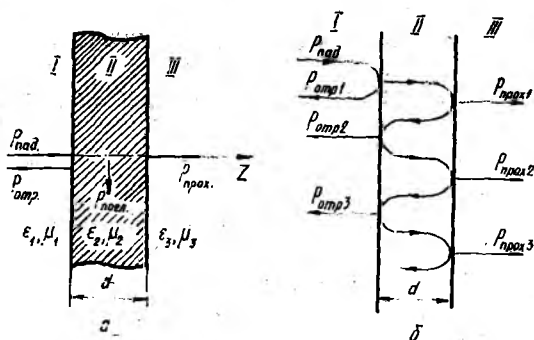


Рис. 1

лее сложную картину с многочисленными переотражениями в слое II (рис. 1, б). Теоретический анализ данной задачи вполне возможен, хотя для многослойной системы потребовалось бы применение ЭВМ (авторы работы [1, с. 36] считают подобный путь затруднительным и упрощают задачу).

Возможны и другие подходы к анализу структуры, представленной на рис. 1, а — например, методами теории цепей. Но, по сути, это только различные способы записи, не меняющие сущности задачи и получаемых результатов — разделения энергии падающей ЭМВ на отраженную, прошедшую и поглощенную.

Для дальнейшего исследования целесообразно выделить основные области применения РПМ. В первом из отечественных обзоров, посвященных РПМ [2], названы следующие: 1) радиолокационная маскировка; 2) облицовка внутренней поверхности безэховых камер (БЭК); 3) экранирование радиосредств от помех, вызванных нежелательным отражением сигналов; 4) экранирование персонала от вредного излучения радиосредств; 5) поглощающие вставки в волноведущих трактах.

Нам представляется, что включать пп. 3, 4 в этот перечень нет оснований, так как наиболее эффективное экранирование осуществляется не с помощью РПМ, а леем проводника — металла, полностью отражающего ЭМВ (за исключением, может быть, случаев, когда необходимо обеспечить эластичность — при создании средств индивидуальной защиты от излучения, а также

средств радиолокационной маскировки наземных объектов). С другой стороны, к приведенному перечню можно добавить поглотители, устраняющие переотражения ЭМВ внутри экранированных радиосредств и помещений; поглотители, служащие для подавления нежелательных титнов колебаний в резонансных структурах электровакуумных приборов; поглощающие элементы калориметрических измерителей мощности.

Во всех названных случаях применения к РПМ предъявляется первое основное требование: полное и реально максимально возможное поглощение энергии ЭМВ. При этом в структуре (рис. 1, а) для обеспечения непрохождения ЭМВ в среду III необходимо, чтобы она была идеально (достаточно хорошо) проводящей и отражала ЭМВ, прошедшую через слой II. В таком случае задача приводится к рассмотрению поглотителя толщины d на металлической подложке. Последняя может и отсутствовать, если толщина поглотителя достаточно велика и обеспечивает непрохождение волны через границу сред II—III.

Второе основное требование к РПМ: полное отсутствие отражения, реально-минимальное отражение ЭМВ от границы раздела I—II в среду I (учитывая, как было сказано выше, и результат переотражений в среде II).

Выполнение первого из этих требований обеспечивается за счет параметров среды II — омических, диэлектрических и магнитных потерь, приводящих к преобразованию энергии ЭМВ в тепловую. Для выполнения второго необходимы не только определенные параметры среды II, но и соответствующий закон их изменения вдоль направления распространения волны, т. е. структура поглощающей среды, обеспечивающая согласование на границе раздела I—II — вхождение ЭМВ без отражения в среду II (поглотитель). Это может быть осуществлено тремя способами, которые представлены на рис. 2. Первый реализуется в поглотителе, параметры которого вдоль оси z плавно изменяются по не-



Рис. 2

которому закону от значений ϵ_1, μ_1 (среда I, свободное пространство). Такая структура РПМ (рис. 2, а) называется градиентной. Ввиду больших трудностей ее практического осуществления она

может быть заменена слоистой структурой (рис. 2, б), где требуемый результат получается при некотором числе слоев N и соответствующих толщине каждого слоя d_i и его параметрах ϵ_i, μ_i . Однако возможен и третий вариант — согласование поглощающего материала с параметрами ϵ_2, μ_2 (существенно отличающимися от ϵ_1, μ_1) со свободным пространством посредством выбора формы границы раздела I и II. Частный случай — клиновидная форма границы раздела — показан на рис. 2, в.

Варианты рис. 2, а, б отличаются структурой материала, тогда как на рис. 2, в показан поглотитель электромагнитных волн (ПЭВ), т. е. устройство, выполненное из однородного по структуре РПМ. Поэтому целесообразно уточнить терминологию, отличая радиопоглощающий материал (РПМ) от поглотителя электромагнитных волн (ПЭВ) как устройства, сделанного из РПМ и выполняющего функции поглотителя.

К сожалению, по этим вопросам в литературе нет четких формулировок. Например, дается следующая классификация РПМ: 1) узкодиапазонные материалы интерференционного типа; 2) широкодиапазонные многослойные материалы; 3) широкодиапазонные шиповидные материалы; 4) ферритовые материалы. Здесь в п. 1 определяется физическое явление, обуславливающее поглощение; в п. 2 — структура РПМ; в п. 3 — форма поверхности РПМ, обеспечивающая его согласование со средой, откуда падает излучение; наконец, в п. 4 — химический состав материала. Таким образом, делается нелогичная попытка классификации по разным признакам. Заметим, что шиповидный «материал» может быть в то же время ферритовым, да и в многослойном могут быть слои из феррита [3].

В работе [4], посвященной новым РПМ для противорадиолокационной маскировки, рассматриваются 1) покрытия; 2) конструкционные материалы; 3) управляемые структуры. При этом в п. 1 включены покрытия из ферритов, покрытия из пластмасс и радиоизотопные покрытия. Если ферритовые или пластмассовые покрытия представляют собой РПМ, нанесенный на металл, то радиоизотопное покрытие — это лишь средство для создания плазменного слоя, поглощающего ЭМВ. Именно этот слой (а отнюдь не создающий его радиоизотоп) и выполняет функции РПМ. Иной вопрос — насколько правомерно называть плазму материалом (но об этом будет сказано ниже). Далее, управляемые структуры — это тоже материалы, свойства которых меняются из-за некоторых внешних воздействий. Такой материал может быть нанесен и как радиопоглощающее покрытие. С другой стороны, вводя (без необходимости) термин «покрытие», автор [4] не отмечает, что материал для выполнения покрытия тоже должен иметь определенную структуру, в частности, градиентную или сложную.

Можно было бы привести и другие примеры из источников, где нет четкости в определении термина «материал». Не выходя из положения и попытка в новейшей работе [5] употреблять

то о «РПМ и ПЭВ», то о «РПМ или ПЭВ», то без каких-либо оснований заменять один термин другим. Дополнительная неясность вносится добавлением слова «композиционный» («композиционные РПМ и ПЭВ»), что заслуживает специального суждения.

Так, в работе [6] со ссылкой на работу [7] дается следующее определение: «Композиционными называются материалы, обладающие следующей совокупностью признаков: не встречаются в природе, поскольку созданы человеком; состоят из двух или более компонентов, различающихся по своему химическому составу и разделенных выраженной границей; имеют новые свойства, отличающиеся от свойств составляющих их компонентов; неоднородны в микромасштабе и однородны в макромасштабе; состав, форма и распределение компонентов «запроектированы» заранее; свойства определяются каждым из компонентов, которые в связи с этим должны быть в материале в достаточно больших количествах (больше некоторого критического содержания).

Такое определение вполне подходит для большинства РПМ, за исключением признака «неоднородны в микромасштабе и однородны в макромасштабе». Ему не соответствует, например, РПМ из какого-либо термопласта со все увеличивающимся вдоль направления распространения ЭМВ содержанием поглощающей компоненты (угольного или ферритового порошка). С одной стороны, это, несомненно, композиционный РПМ — но при этом неоднородный и в микро-, и в макромасштабе. С другой стороны, его можно рассматривать как ПЭВ — устройство для поглощения ЭМВ (но тогда — выполненное из какого или каких материалов?). Впрочем, согласно работе [6] существуют и слоистые композиционные материалы (КМ), структура которых образует явную неоднородность в макромасштабе.

А теперь возвратимся к «шиповидному» материалу. В нем шипы выполнены из КМ, неоднородного в микро- и однородного в макромасштабе (например, пенопласта с равномерно распределенной углеродной добавкой). Если считать от плоскости, соответствующей вершинам шипов, то вдоль оси z происходит постепенное (градиентное) увеличение одной компоненты (пенопласта) и уменьшение другой (воздуха). Такая структура тоже подходит под определение композиционного материала.

В работе [2] кратко рассматривается классификация РПМ. Разделение их на диэлектрические и магнитоэлектрические понятно. Разделение по диапазону работы на узкодиапазонные и широкодиапазонные также не вызывает сомнений, хотя требуется конкретизация границы между одними и другими. Сложнее обстоит дело с разделением по принципу работы. Предлагается разбиение на две группы. «К первой группе относятся материалы интерференционного типа, вызывающие гашение электромагнитных волн за счет их интерференции... Ко второй группе относятся материалы, в которых энергия электромагнитных волн

превращается в тепловую энергию за счет наведения рассеянных слабых токов, магнитно-гистерезисных или высокочастотных диэлектрических потерь» [2]. А что означает «гашение» ЭМВ за счет интерференции?

Из закона сохранения энергии следует, что в любом РПМ поглощаемая энергия ЭМВ должна преобразовываться в тепловую. В материалах с малыми потерями для этого требуется многократное прохождение ЭМВ через РПМ в результате переотражения. В материалах с большими потерями поглощение происходит при однократном прохождении слоя толщины d , которая в данном случае не связана с длиной распространяющейся волны. Таким образом, разделение по принципу работы может быть сведено к разделению по свойствам, а именно — по величине потерь.

Выше были указаны два главных требования к РПМ: минимальное отражение и максимальное поглощение ЭМВ. Если рассматривать поглощающий слой на металле, что исключает прохождение ЭМВ, то второе из этих свойств следует из первого: если энергия не отражается, то она поглощается. В таком случае требование максимального поглощения должно рассматриваться как требование максимальной величины удельной мощности, которую может выдержать РПМ без его теплового повреждения (разрушения).

Что касается других основных требований к РПМ [2], а именно — широкого диапазона поглощаемых длин волн, высоких механических свойств, минимальных габаритов и массы, способности работать в широких пределах температур — этот перечень следовало бы несколько дополнить.

При производстве РПМ существенное значение имеет технологичность. Например, изготовление слоистой структуры с определенными параметрами каждого слоя значительно проще, чем изготовление градиентной структуры, где параметры материала должны плавно меняться по определенному закону. Изготовление большого листа РПМ, однородного по параметрам в плоскости, перпендикулярной направлению падающей волны, значительно труднее, чем изготовление такого же листа из составных частей небольшого размера.

И еще одно важнейшее требование — это малая стоимость РПМ. Можно получить исключительно хорошие значения одних параметров РПМ за счет других, но в любом случае разумный компромисс должен находиться обязательно с учетом расходов на изготовление материала.

Заканчивая обсуждение рассматриваемых вопросов, мы приходим к заключению о необходимости более детального их анализа, что выходит за пределы возможностей данной статьи. Первоочередной представляется необходимость введения четких терминов и определений.

Список литературы: 1. Ковнеристый Ю. К., Лазарева И. Ю., Раваев А. А. Материалы, поглощающие СВЧ-излучение. М., 1982. 166 с. 2. Шнейдерман Я. А. Радиопоглощающие материалы//Зарубеж. радиоэлектроника. 1965. № 4. С. 115—135. 3. Торгованов В. А. Безэховые камеры//Там же. 1974. № 12. С. 20—46. 4. Шнейдерман Я. А. Радиопоглощающие материалы//Там же. 1975. № 2. С. 93—113. 5. Алимин Б. Ф. Современные разработки поглотителей электромагнитных волн и радиопоглощающих материалов//Там же. 1989. № 2. С. 72—82. 6. Композиционные материалы. Справ./Под ред. Д. М. Капиноса. К., 1985. 592 с.

Поступила в редколлегию 06.07.88

УДК 537.312.62

А. И. СПИЦЫН, канд. физ.-мат. наук,
В. М. ВАНЦАН, канд. физ.-мат. наук

СВЕРХПРОВОДЯЩИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ПОДВЕС В ПОЛЕ КАТУШКИ С ТОКОМ, ПОМЕЩЕННОЙ ВНУТРИ ЕГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

Сверхпроводящие подвесы имеют широкое применение в различных областях науки и техники. Особую актуальность они приобретают в настоящее время, когда после открытия высокотемпературной сверхпроводимости появилась возможность изготовления сверхпроводящих подвесов, работающих при азотных температурах.

Проводится расчет для одного из типов подвесов в виде полого цилиндра, изготовленного из сверхпроводящего материала, в полость которого помещена катушка (рис. 1). Между основа-

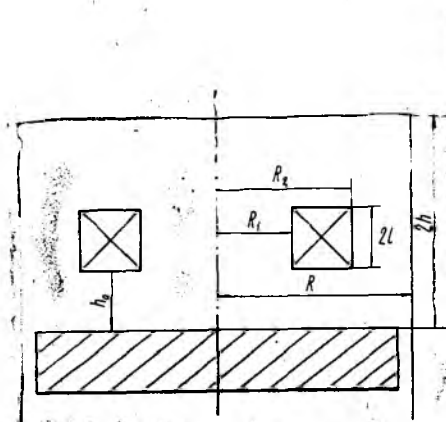


Рис. 1

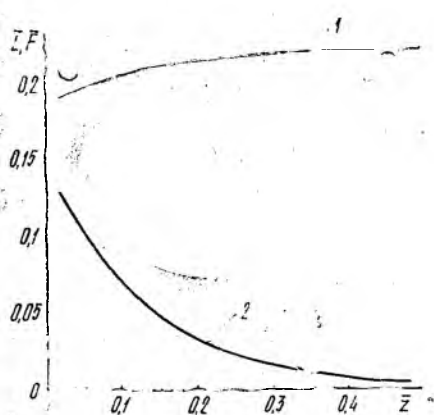


Рис. 2

нием и цилиндрической поверхностью подвеса имеется небольшой зазор, что дает возможность свободного перемещения верхней части относительно катушки и неподвижного основания. По-

лучим аналитическое соотношение для силы, действующей на подвес, коэффициент жесткости и механических частот колебаний для двух режимов работы подвеса. Первый режим характеризуется пропусканием постоянного тока через витки катушки, а второй постоянством замороженного магнитного потока в катушке $\Phi = \text{const}$ (сверхпроводящая катушка, концы которой замкнуты между собой). В работе [1] приведены некоторые результаты для такого подвеса, однако аналитические соотношения для силовых характеристик такого подвеса в литературе отсутствуют. Пусть катушка, обладающая прямоугольным сечением и равномерным распределением тока по нему, отстоит на расстоянии h_0 от основания (рис. 1). Радиус подвеса, обозначим через R , его длину $2h$, длину соленоида $2l$, а его внутренний и внешний радиусы через R_1 и R_2 , соответственно. Начало цилиндрической системы координат поместим на оси симметрии системы на расстоянии h_0 от нижнего основания цилиндра.

Не нарушая общности, векторный потенциал A на поверхностях внутренней полости сверхпроводящего цилиндра в случае осесимметричной системы можно положить равным нулю. Уравнение Пуассона для векторного потенциала имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \frac{A}{r^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = -\mu_0 i \quad (1)$$

с граничными условиями

$$A|_{r=R} = A|_{z=-h_0} = A|_{z=2h-h_0} = 0. \quad (2)$$

Здесь $i = \frac{I_b W}{2l(R_2 - R_1)}$ — плотность тока по сечению соленоида,

I_b — ток, текущий по виткам соленоида; W — количество витков в нем; μ_0 — магнитная проницаемость вакуума или среды, заполняющей полость.

Уравнение (1) с граничным условием (2) можно решить с помощью интегрального преобразования Лапласа [2] или как это проделано в работе [3]. В случае соленоида конечных размеров соотношения для векторного потенциала в области значений $0 \leq z \leq 2l$ имеет вид

$$A = \frac{2\mu_0 i}{R^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_1(\lambda_k r)(U_{k2} - U_{k1})}{\lambda_k^4 J_0^2(x_k) \text{sh } 2\lambda_k h} [\text{sh } 2\lambda_k h - \text{sh } \lambda_k (2h - h_0 - z) \times \\ \times \text{ch } \lambda_k h_0 - \text{sh } \lambda_k (z + h_0) \text{ch } \lambda_k [2(h - l) - h_0]]. \quad (3)$$

Здесь

$$U_{kn} = \int_0^{\lambda_k R_n} t I_1(t) dt, \quad n = 1, 2; \quad \lambda_k = \frac{x_k}{R}; \quad x_k - k\text{-й корень функ-}$$

ции Бесселя первого порядка $I_1(x_k) = 0$, I_0 — функция Бесселя нулевого порядка.

Энергия, запасенная в магнитном поле соленоида

$$\omega = \frac{1}{2} LI_b^2 = \frac{1}{2} \int A_i dV, \quad (4)$$

где L — индуктивность катушки, а интегрирование ведется по объему, где протекает ток. Из соотношений (3) и (4) для индуктивности катушки, размещенной внутри цилиндрической полости, непосредственно следует

$$L = \frac{2\pi\mu_0 W^2}{R^2 (R_2 - R_1)^2 l} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(U_{k2} - U_{k1})^2}{\lambda_k^6 I_0^2(x_k) \operatorname{sh} 2\lambda_k h} \left\{ \operatorname{sh} 2\lambda_k h - \frac{\operatorname{sh} \lambda_k l}{\lambda_k l} [\operatorname{sh} \lambda_k (2h - l) + \operatorname{sh} \lambda_k l \cdot \operatorname{ch} 2(h - h_0 - l) \lambda_k] \right\}, \quad (5)$$

При перемещении подвеса вдоль оси z на элемент dz при $I_b = \text{const}$, из закона сохранения энергии получаем

$$F dz + \frac{1}{2} I_b^2 dL = I_b d\Phi; \quad d\Phi = I_b dL;$$

$$F = \frac{1}{2} I_b^2 \frac{dL}{dz} = \frac{1}{4} I_b^2 \frac{dL}{dh}, \quad (6)$$

где $d\Phi$ — изменение потока магнитного поля через катушку, а F — сила, действующая на подвес в точке z . Продифференцировав (5) по h , найдем

$$F = \frac{2\pi\mu_0 W^2 I_b^2}{R^2 (R_2 - R_1)^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(u_{k2} - u_{k1})^2 \operatorname{sh}^2 \lambda_k (l + h_0) \operatorname{sh}^2 \lambda_k l}{\lambda_k^4 I_0^2(x_k) \operatorname{sh}^2 2\lambda_k h (\lambda_k l)^2}. \quad (7)$$

Продифференцировав (7) по h , найдем коэффициент осевой жесткости подвеса в состояниях устойчивого равновесия в режиме работы соленоида $I_b = \text{const}$:

$$K_I = -\frac{1}{2} \frac{dF}{dh} = \frac{4\pi\mu_0 W^2 I_b^2}{R^2 (R_2 - R_1)^2} \times \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(U_{k2} - U_{k1})^2 \operatorname{sh}^2 \lambda_k (l + h_0) \cdot \operatorname{ch} 2\lambda_k h \operatorname{sh}^2 \lambda_k l}{\lambda_k^3 I_0^2(x_k) \operatorname{sh}^3 2\lambda_k h (\lambda_k l)^2}, \quad (8)$$

а в случае сверхпроводящей обмотки катушки, когда ее концы замкнуты на себя, т. е. в режиме работы соленоида $\Phi = LI_b = \text{const}$:

$$K_{\Phi} = K_I + \frac{2}{L} \left(\frac{dL}{dz} \right)^2 I_b^2. \quad (9)$$

Собственные частоты осевых механических колебаний подвеса с весом $P=mg$ (эти величины определяются только точкой положения равновесия и явно не зависят от величины равновесного тока и массы тела) для одного и другого режимов работы соленоидов есть

$$f_I = \sqrt{\frac{K_I}{m}} = \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \sqrt{\frac{K_I}{F}}; \quad f_\Phi = \sqrt{\frac{K_\Phi}{m}} = \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \sqrt{\frac{K_I}{F} + LI_b^2}. \quad (10)$$

По соотношениям (5), (7) — (10) можно рассчитать все основные силовые характеристики цилиндрического подвеса в поле катушек с прямоугольным поперечным сечением.

Для случая дисковой катушки из соотношений (5), (7), (8) при $l \rightarrow 0$ получаем

$$L = \frac{4\pi\mu_0 W^2}{R^2 (R_2 - R_1)^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(U_{k2} - U_{k1})^2 \cdot \text{sh } \lambda_k h_0 \cdot \text{sh } \lambda_k (2h - h_0)}{\lambda_k^5 I_0^2(x_k) \text{sh } 2\lambda_k h};$$

$$F = \frac{2\pi\mu_0 W^2 I_b^2}{R^2 (R_2 - R_1)^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(U_{k2} - U_{k1})^2 \text{sh}^2 \lambda_k h_0}{\lambda_k^4 I_0^2(x_k) \text{sh}^2 2\lambda_k h}; \quad (11)$$

$$K_I = \frac{4\pi\mu_0 W^2 I_b^2}{R^2 (R_2 - R_1)^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(U_{k2} - U_{k1})^2 \text{sh}^2 \lambda_k h_0 \cdot \text{ch } 2\lambda_k h}{\lambda_k^3 I_0^2(x_k) \text{sh}^3 2\lambda_k h}.$$

Соответствующие соотношения для величин L , F и K_I в случае бесконечно тонкой катушки $R_1 = R_2 = R_0$ получаются из (5), (7), (8), заменой выражения $\frac{(U_{k2} - U_{k1})^2}{(R_2 - R_1)^2}$, входящего в эти соотношения, на $\lambda_k^4 R_0^2 I_0^2(\lambda_k R_0)$. Соотношения (9), (10) для K_Φ , f_I и f_Φ при этом остаются теми же.

Предельные соотношения для величин F , K_I и f при больших расстояниях подвеса от катушки можно легко найти, если в суммах (7) и (8) ограничиться первым членом при $k=1$ и заменить $\text{sh}^2 2\lambda_k h$ на $\frac{1}{2} \exp(4\lambda_k h)$.

Соотношения для f_I и f_Φ в этом случае особенно просты

$$f_I = f_\Phi = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{g x_1}{2R}}. \quad (12)$$

Таким образом, величины $f_I \sqrt{\frac{R}{g}}$ и $f_\Phi \sqrt{\frac{R}{g}}$ при больших значениях h не зависят ни от размеров источников поля, ни от размеров полости, где размещена катушка. Эта величина равна

$$\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{x_1}{2}} \approx 0,4406.$$

Отметим следующее обстоятельство. При вычислении интеграла $U_{k1} - U_{k2} = \int_{\pi R_2}^{\lambda k R_1} t I_1(t) dt$ при значениях пределов интегрирования меньших 20 можно воспользоваться таблицами интегралов $\int_0^a t J_1(t) dt$, приведенными в работе [4], или соотношением для интеграла через специальные функции

$$\int_0^a t I_1(t) dt = \frac{\pi a}{2} [I_1(a) H_0(a) - I_0(a) H_1(a)],$$

где H_0, H_1 — функции Струве, затабулированные, например, в работе [5]. Для больших значений a, b можно использовать предельное соотношение

$$\int_a^b t I_1(t) dt \approx -\sqrt{\frac{t}{\pi}} (\sin t + \cos t)|_a^b.$$

Характерные зависимости безразмерных величин $\bar{L} = \frac{F}{\mu_0 R W^2}$ (1)

и $\bar{F} = \frac{F}{\mu_0 W^2 l_b^2}$ (2) от $\bar{z} = \frac{z}{R}$, где $z = 2h - 2l - h_0$ — расстояния от верхнего торца катушки до горизонтальной грани сверхпроводящего подвеса, приведены на рис. 2 для $\frac{h_0}{R} = 0,2; \frac{l}{R}$

$= 0,5; \frac{R_1}{R} = 0,2; \frac{R_2}{R} = 0,7$. С возрастанием координаты z индуктивность монотонно возрастает, стремясь к своему предельному значению, а сила монотонно убывает, асимптотически приближаясь к нулю в соответствии с экспоненциальным законом $\exp\left(-\frac{2x_1 z}{R}\right)$. Характер зависимости этих величин при различных значениях h_0, R, R_1, R_2 и l не изменяется.

Расчетные зависимости $\bar{f}_I = f_I \sqrt{\frac{R}{g}}$ (пунктирные кривые) и $\bar{f}_\Phi = f_\Phi \sqrt{\frac{R}{g}}$ (сплошные кривые) от z для значений параметров $\frac{h_0}{R} = 0,2; \frac{l}{R} = 0,1; \frac{R_1}{R} = 0,2$ и двух значений внешнего радиуса $\frac{R_2}{R} = 0,3$ (1) и 0,8 (2) показаны на рис. 3. Величина f_Φ , в соответствии с соотношением (10), всегда больше, чем со-

ответствующие значения величины f_1 . Эти величины с возрастанием z монотонно убывают, приближаясь к одной и той же величине 0,4405.

Таким образом, используя приведенные соотношения, можно точно рассчитать параметры подвеса рассматриваемого типа при

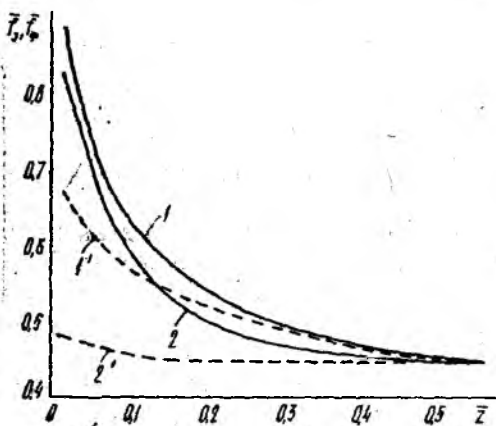


Рис. 3

любом его положении относительно катушки как в режиме $I_b = \text{const}$, так и в случае $\Phi = LI_b = \text{const}$. Одним из преимуществ такого подвеса является то, что он устойчив как в вертикальном, так и в радиальном направлениях в отличие от других типов подвесов, для которых существуют интервалы устойчивости [6].

Список литературы: 1. Менде Ф. Ф., Дубров Н. Н., Спицын А. И. К вопросу расчета цилиндрического сверхпроводящего электромагнитного подвеса // Журн. техн. физики, 1981. Вып. 51. С. 666—669. 2. Алиевский Л. А., Шерстюк А. Г. Плоскомеридианное поле областей с идеализированным ферро- и диамагнитными экранами // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1974. № 2. С. 86—93. 3. Цейтлин Л. А. Влияние электромагнитного экрана на параметры экранируемой катушки // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1972. № 6. С. 86—95. 4. Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А. Расчет индуктивностей. Л., 1986. 488 с. 5. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций. М., 1959. 420 с. 6. Спицын А. И., Личман Е. А. Сверхпроводящий сферический подвес в поле соленоида с током // Журн. техн. физики, 1989. Вып. 52, № 2. С. 193—196.

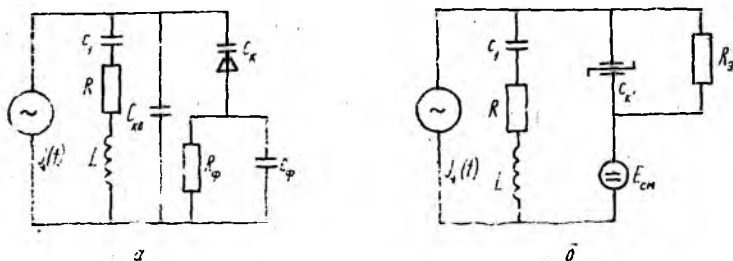
Поступила в редколлегию 29.05.89

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЧАСТОТНО-ГАРМОНИЧЕСКОГО ЭЛЕМЕНТА, СОДЕРЖАЩЕГО КВАРЦЕВЫЙ РЕЗОНАТОР

Одной из основных трудностей при создании многофункциональных частотных элементов на основе нелинейных резонансных цепей в гибридно-интегральном исполнении является изготовление катушки индуктивности. Такие индуктивности могут быть либо навесными, либо пленочными [1; 2]. Наличие этих элементов приводит к усложнению технологического процесса изготовления частотного элемента.

Одним из перспективных способов создания безиндуктивных многофункциональных элементов с частотным представлением информации является использование индуктивных эффектов, возникающих в твердых телах [1], а также применение избирательных усилительных схем с обратной связью [3].

Кварцевые резонаторные пластины определенных срезов по своей ответной реакции на воздействие внешнего электрического сигнала эквивалентны высокодобротному RLC-контуре [4], ре-



зонансная частота которого может перестраиваться с помощью подключенной параллельно нелинейной емкости. При этом в колебательной системе наблюдается возникновение нелинейных эффектов, проявляющихся в искривлении резонансной характеристики и появлении гистерезисных зон.

На рисунке приведены эквивалентные схемы кварцевого резонатора с подключенной параллельно емкостью $p-n$ перехода в режиме автоматического смещения. В схеме, приведенной на рисунке, позиция б, параллельно соединенные емкости кварцедержателя $C_{кв}$ и $p-n$ перехода C_k заменены эквивалентной емкостью $C_{к'}$, а цепь обратной связи — эквивалентным источником смещения $E_{см}$ и сопротивлением детекторной цепи [5].

Уравнение, описывающее схему на рисунке, позиция, б, составлено относительно заряда на нелинейной емкости c_k и имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = -P \cdot L \frac{d^3x}{dt^3} - Mx \frac{d^2x}{dt^2} - M \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - \left[\frac{1}{c_1} + \frac{Rk}{R_0 c_k} + \frac{Rk^3 x}{R_0 c_k} \right] P \frac{dx}{dt} - \omega^2 \frac{k^2 x^3}{2} + D \sin(\nu t + \alpha), \quad (1)$$

где $x = \frac{q}{2c_k(E_{см} + \varphi_k)}$ — нормированный заряд;

$\omega = \left[\frac{k}{c_1 c_k \left(R R_0 + k \frac{1}{c_k} \right)} \right]^{1/2}$ — эквивалентная резонансная частота системы;

$k = \frac{c_k}{c_k + c_{kb}}$; $c_k = c_{k0} \sqrt{\frac{\varphi_k}{E_{см} + \varphi_k}}$ — емкость перехода в рабочей точке;

$$P = \frac{R_0}{R R_0 + K \frac{L}{c_k}} < 1; \quad M = \frac{L k^3}{c_k R_0 R + k L} < 1;$$

$$D = \frac{R_0 I_m}{2c_k (E_{см} + \varphi_k) (R_0 R + K \frac{L}{c_k})} \left[\left(\frac{1}{c_1} - L \nu^2 \right)^2 + (R \nu)^2 \right]^{1/2},$$

где I_m — амплитуда; ν — частота внешнего воздействия; $\alpha = \arctg \left(\frac{R \nu}{\frac{1}{c_1} - L \nu^2} \right)$; $L, R, R_0, c_1, E_{см}$ — параметры схемы.

Для решения уравнения (1) воспользуемся комплексом программ моделирования и оптимизации частотных элементов на основе нелинейных резонансных цепей [6]. В области главного резонанса решение во втором приближении получено в форме

$$x = a \cos(\nu t + \psi) - \frac{k^2 a^2}{4} + \frac{a^2 (k^2 - 4M)}{12} \cos 2(\nu t + \psi) - \frac{P k^3 P \nu a^2}{6 R c_k \omega^2} \sin 2(\nu t + \psi). \quad (2)$$

Здесь амплитуда колебаний и их фаза определяются из системы укороченных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\frac{aP}{2} \left(\frac{1}{c_1} + k \frac{R}{R_3 c_k} - L\omega^2 \right) + \frac{D}{2\omega} \cos(a - \nu); \\ \frac{d\nu}{dt} &= \omega - \nu - \frac{a^2 \omega}{48} (k^2 - M)(6k^2 - 1) - \frac{P^2}{4\omega} \left(\frac{1}{c_1} + \frac{kR}{R_3 c_k} \right) \times \\ &\quad \times \left(\frac{1}{c_1} + \frac{kR}{R_3 c_k} - L\omega^2 \right) - \frac{D}{2a\omega} \sin(a - \nu) \end{aligned} \quad (3)$$

Учитывая условие стационарности, записываем уравнение амплитудно-частотной характеристики кварцевого резонатора с управляемой нелинейной емкостью

$$h_e^2(a) a^2 + [\omega_e^2(a) - \nu^2]^2 = \frac{D^2}{4a^2 \omega^2}. \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} h_e &= -\frac{aP}{2} \left(\frac{1}{c_1} + \frac{kR}{R_3 c_k} - L\omega^2 \right); \quad \omega_e = \omega - \frac{a^2 \omega}{48} (k^2 - M)(6k^2 - 1) - \\ &- \frac{P^2}{4\omega} \left(\frac{1}{c_1} + \frac{kR}{R_3 c_k} \right) \left(\frac{1}{c_1} + \frac{kR}{R_3 c_k} - L\omega^2 \right) - \end{aligned}$$

соответственно эквивалентный декремент затухания и эквивалентная частота.

Уравнение цепи обратной связи записывается в виде

$$\frac{dE_{cm}}{dt} = -\frac{E_{cm}}{R_{\Phi} c_{\Phi}} + \frac{U_{m+} - (E_{cm} + \varphi_k)}{R_i c_{\Phi}} \alpha_0, \quad (5)$$

где U_{m+} — амплитуда отпирающей полуволны напряжения на полупроводниковой емкости; φ_k — коэффициент, связанный с аппроксимацией вольтамперной характеристики $p-n$ перехода; R_i — внутреннее сопротивление $p-n$ перехода.

Используя выражение, связывающее U_{m+} с амплитудой заряда на контурной емкости

$$\begin{aligned} U_{m+} &= \left| -2a + \frac{a^2}{3} (3 - k^2 + 2M) + \frac{a^3}{3} (k^2 - 2M) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{a^4}{36} (k^2 - 2M)^2 \right| (E_{cm} + \varphi_k), \end{aligned} \quad (6)$$

преобразуем уравнение (5) к стандартной форме

$$\frac{dE_{cm}}{dt} = -\frac{E_{cm}}{R_{\Phi} c_{\Phi}} + \frac{F(a)(E_{cm} + \varphi_k) - (E_{cm} + \varphi_k)}{R_i c_{\Phi}} \alpha_0 \quad (7)$$

где

$$F(a) = \left| -2a + \frac{a^2}{3} (3 - k^2 + 2M) + \frac{a^3}{36} (k^2 - 2M) + \frac{a^4}{36} (k^2 - 2M)^2 \right|.$$

Применив методику, разработанную для исследования многофункциональных элементов на основе нелинейных контуров с емкостью $p-n$ перехода при автоматическом смещении, рассчитаем амплитудно-частотные характеристики путем совместного решения уравнений (4) и (7) при $\frac{dE_{см}}{dt}=0$. Для расчетов были использованы программы комплекса программ моделирования и оптимизации частотных элементов.

Теоретический анализ выражений (4) показывает, что при определенных соотношениях между параметрами схемы $h_e(a)=0$, $\omega_e(a)=\omega$, что приводит к исчезновению нелинейных эффектов в исследуемой системе.

При проведении экспериментальных исследований использовался кварцевый резонатор среза АТ с частотой последовательного резонанса 6,5 МГц. В качестве нелинейной емкости применялся микросплавной диод Д223 Б, работающий в режиме автоматического смещения, создаваемого на параллельно соединенных сопротивлении R_Φ и конденсаторе C_Φ .

Проведенный теоретический и экспериментальный анализ показывает, что в кварцевых резонаторных системах с управляемой полупроводниковой емкостью существуют нелинейные эффекты. Это открывает возможность для использования таких систем при построении многофункциональных элементов с частотным кодированием информации. Относительно небольшая ширина гистерезисных участков связана с малым интервалом по частоте между последовательным и параллельным резонансами, существующими в системе. Триггерные зоны увеличиваются с ростом интервала между двумя резонансами.

При изготовлении частотного элемента в микроэлектронном исполнении кварцевый резонатор может использоваться как подложка, на которой создается $p-n$ переход, а также формируются резисторы и конденсаторы.

Список литературы: 1. *Интегральные схемы: Принципы конструирования и производства*/Под. ред. А. А. Колосова. М., 1968. 264 с. 2. *Александров В. В., Карпучин А. В.* Особенности конструктивного расчета и технологии изготовления микроэлектронных устройств обмена информацией//Изв. вузов. Приборостроение. 1977. № 5. С. 120—124. 3. *Глюкман Л. И.* Пьезоэлектрические кварцевые резонаторы. М., 1969. 260 с. 4. *Математическое моделирование одноконтурных резонансных цепей с внутренней обратной связью*/А. А. Молчанов, В. И. Байтлер, Ю. Х., Лоза, Г. И. Яловега//Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1973. Т. 16, № 6. С. 119—127. 5. *Карпучин А. В., Лоза Ю. Х., Яловега Г. И.* Математическое моделирование и проектирование интегральных частотных элементов на основе нелинейных резонансных цепей//Автоматизация проектирования электронной аппаратуры. Таганрог, 1983. Вып. 2. С. 53—56.

Поступила в редколлегию 06.06.89

Ю. П. НИКИТИН, канд. техн. наук,
П. Ю. НИКИТИН, Г. С. ЯКИМЧУК, канд. техн. наук

ВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ СЕЛЕКТОР

Определенный интерес представляют линии с распределенной нелинейной емкостью, в качестве которой используются варикапы, работающие в режиме слабого сигнала [1]. Такие линии

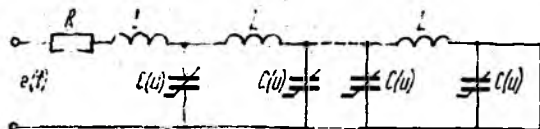


Рис. 1

можно использовать в качестве элементов высокочастотных селекторов, бесконтактных коммутаторов, логических элементов, преобразователей синусоидального напряжения в импульсное и т. д.

Рассмотрим последовательно соединенные активное сопротивление R и короткозамкнутую на конце двухпроводную линию без потерь с распределенной нелинейной емкостью $C(u)$ (рис. 1). На вход данного устройства действует синусоидальное напряжение $e(t) = E \sin \omega t$. Распределенная нелинейная емкость линии находится под напряжением $u = e(t) + u_0 + u_n$ (здесь u_0 — постоянное напряжение смещения; u_n — скачкообразное изменяющееся напряжение накачки). При $E \ll |u_0 + u_n|$ входное сопротивление рассматриваемой линии [2]

$$Z_1 = j\rho(u_0 + u_n) \operatorname{tg} \omega \sqrt{LC(u_0 + u_n)} l, \quad (1)$$

где $j = \sqrt{-1}$; $\rho(u_0 + u_n) = \sqrt{\frac{L}{C(u_0 + u_n)}}$ — волновое сопротивление линии; $L, C(u_0 + u_n)$ — соответственно погонные индуктивность и емкость линии; l — длина линии. Входное сопротивление данного устройства $Z = R + Z_1$ (2). При заданной частоте ω_1 входного сигнала выбираем $L, C(u_0)$ и l такими, чтобы

$$\omega_1 = \sqrt{LC(u_0)} l = \pi. \quad (3)$$

Тогда линия на частотах $\omega_1 = \frac{\pi}{\sqrt{LC(u_0)} l}$ имеет $|Z_1| \rightarrow 0$, а входное сопротивление устройства $Z = R$. Данное устройство пропускает входной сигнал $e(t)$ без искажений и ослаблений, этот сигнал выделяется на резисторе R .

Если распределенная нелинейная емкость линии находится под напряжением $u = u_0 + u_n$, при котором $\frac{1}{4}C(u_0) = C(u_0 + u_n)$, то при заданной частоте ω_2 входного сигнала и l

$$\omega_2 \sqrt{LC(u_0 + u_n)} l = \frac{\pi}{2}. \quad (4)$$

В этом случае на частотах $\omega_2 = \frac{\pi}{2\sqrt{LC(u_0 + u_n)} l}$ имеет

$|Z_1| \rightarrow \infty$ и входное сопротивление устройства $Z \rightarrow \infty$. Это устройство не пропускает входной сигнал и на резисторе R падение напряжения отсутствует.

Таким образом, рассматриваемое устройство при изменении напряжения накачки от 0 до u_n , обеспечивающего изменение погонной нелинейной емкости линии в 4 раза, пропускает или подавляет входной сигнал $e(t)$.

Данное устройство было реализовано в виде электрической схемы, содержащей резистор $R = \rho(u_0) = 300$ Ом и моделирующую параметрическую линию (ПЛ) искусственную линию, состоящую из $n = 10$ последовательно соединенных Г-образных $L_1, C_1(u_0 + u_n)$ — звеньев (рис. 2). Индуктивность каждого звена искусственной линии $L_1 = 1,5 \cdot 10^{-5}$ Гн, в качестве нелинейной емкости $C_1(u_0 + u_n)$ использовались варикапы VD типа КВ119А. Цепи напряжений смещения и накачки ПЛ содержат источники постоянного напряжения u_0 и u_n , токоограничивающие резисторы $R_1 = R_2 = 20$ Ом и постоянный конденсатор $C_1 = 5,1 \cdot 10^{-9}$ ф. При напряжении на варикапах $u = u_0 + u_n = 5$ В $C_1(u) = 4,1 \cdot 10^{-11}$ ф, время

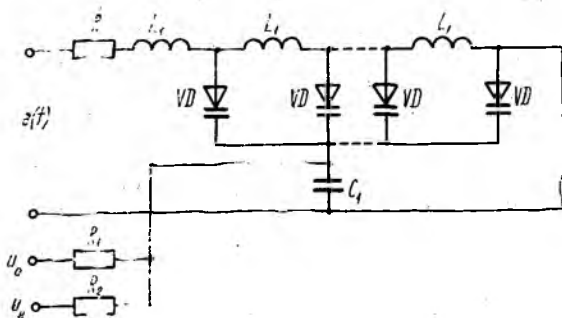


Рис. 2

задержки одного звена искусственной линии $t_3 = 8 \cdot 10^{-8}$ с; при напряжении на варикапах $u = u_0 = 2$ В $C_1(u) = 1,64 \cdot 10^{-10}$ ф, время задержки одного звена искусственной линии $t'_3 = 1,6 \cdot 10^{-7}$ с. При-

нимаем $\frac{1}{\sqrt{LC(u_0 + u_n)}} 2 \cdot 10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$, тогда при заданном $t_3 = 8 \cdot 10^{-8}$ с:

звено искусственной линии соответствует отрезку параметрической линии длиной $\Delta l = 16$ м с погонными параметрами $L = 9,5 \times 10^{-6}$ Гн·м⁻¹, $C(u_0 + u_n) = 2,5 \cdot 10^{-12}$ ф·м⁻¹ и $C(u_0) = 1 \cdot 10^{-11}$ ф·м⁻¹. При входном сигнале $e(t) = 1,41 \cdot 10^{-1} \sin 2\pi \cdot 10^6 t$ В и запорном напряжении на варикапах ПЛ $u = u_0 = 2$ В падение напряжения на резисторе $R |u_{\text{вых}}| = 1,11 \cdot 10^{-1}$ В, что составляет 78 % от величины амплитуды входного сигнала; при запорном напряжении на варикапах ПЛ $u = u_0 + u_n = 5$ В, падение напряжения на резисторе $R |u_{\text{вых}}| = 1,1 \cdot 10^{-2}$ В, что составляет 7,8 % от амплитуды входного сигнала. Расхождение между расчетными и экспериментальными данными удовлетворительное.

Рассмотренное устройство может являться элементом селектора высокочастотных сигналов; блок-схема селектора представлена на рис. 3. Этот селектор может выделять из полигармонического сигнала сигнал заданной амплитуды и частоты. Если на входы селектора Вх1 и Вх2 действуют два одинаковых по амплитуде и частоте сигнала $e_1(t)$ и $e_2(t)$, сигнал $e_2(t)$, пройдя фильтр 1, выпрямитель 2, усилитель постоянного тока 3, преобразуется в напряжение u_n ; это напряжение подается на один из двух входов логического элемента 4 «нет». На выходе 4 напряжение

$$u_n = \begin{cases} 0, & e_2(t) \neq 0; \\ u_n, & e_2(t) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Если на Вх2 не поступает сигнал $e_2(t)$, то с выхода логического элемента 4 на варикапы ПЛ подается напряжение накачки u_n и на резисторе R входной сигнал $e_1(t)$ не выделяется; если на Вх2 поступает сигнал $e_2(t)$, то с выхода логического элемента 4 на варикапы никакого напряжения не поступает и на резисторе R выделяется входной сигнал $e_1(t)$.

Рассмотренный в работе высокочастотный селектор предназначен для выделения высокочастотных гармонических сигналов заданной амплитуды и частоты из полигармонических сигналов сложной формы и достаточно прост по конструкции, работает в широком диапазоне частот и может найти широкое применение в различных областях радиоэлектронной техники.

Список литературы: 1. Жарков Ф. П., Соколов В. А. Цепи с переменными параметрами. М., 1976. 224 с. 2. Курилин Б. И. Колебательные системы из отрезков фидерных линий. К., 1969. 284 с.

Поступила в редколлегию 07.06.88

А. И. ЛУЧАНИНОВ, канд. техн. наук,
В. М. ШОКАЛО, канд. техн. наук,
А. А. ЩЕРБИНА

ДВУХПОЛУПЕРИОДНЫЕ ПРИЕМНО-ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ РЕКТЕНН

Реализация космических и наземных линий передачи энергии СВЧ лучом предполагает создание простых и технологичных конструкций ректенн, имеющих высокий КПД преобразования энергии СВЧ в энергию постоянного тока η и низкий уровень побоч-

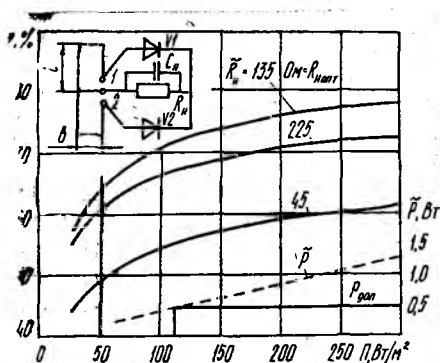


Рис. 1

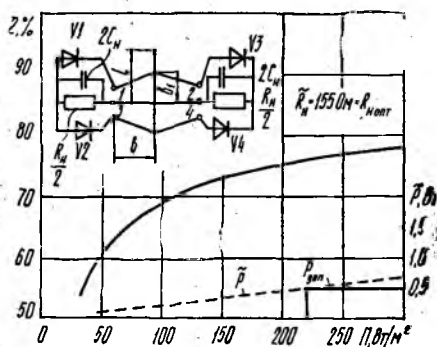


Рис. 2

ного излучения. Ректенны состоят из большого числа приемно-выпрямительных элементов (ПВЭ), объединенных схемой сбора мощности постоянного тока. Каждый из ПВЭ представляет собой излучатель, нагруженный схемой выпрямления на диодах Шоттки. Успех проектирования ректенны с улучшенными параметрами во многом зависит от правильного выбора типа и схемы ПВЭ, надежного выбора параметров этой схемы. Детальному рассмотрению этих вопросов посвящена работа, основное внимание в которой уделено однополупериодным схемам ПВЭ [1]. В последнее время, однако, разработчиков привлекают и двухполупериодные ПВЭ. Эти схемы обеспечивают лучшие возможности работы ректенны при больших уровнях падающей мощности. Привлекает также простота и технологичность двухполупериодных ПВЭ. На базе этих ПВЭ можно выполнить в едином технологическом цикле модули ректенн совместно со схемой сбора мощности постоянного тока.

Исследованы характеристики двухполупериодных ПВЭ. Анализируются два типа подобных ПВЭ, использующих расположенные

над экраном шунтовые или петлевые излучатели. Схемы этих ПВЭ и все необходимые для последующего анализа обозначения приведены в верхней части рис. 1, 2.

Двухполупериодные ПВЭ являются разновидностью многофазных антенн с нелинейными многополюсниками (АНМ), использующих многодиодные излучатели. Общие подходы к анализу таких антенн изложены в [1]. Используя результаты этой работы, можно получить для комплексного сопротивления излучателя на основной частоте и частотах гармоник $Z(nf_0) = R(nf_0) + jX(nf_0)$ следующие соотношения: на входах петлевого излучателя (точки 1, 2 на рис. 1):

$$Z(nf_0) = Z_{11} + Z_{12}, \quad n = 2, 4, 6, \dots; \quad (1)$$

$$Z(nf_0) = Z_{11} - Z_{12}, \quad n = 1, 3, 5, \dots; \quad (2)$$

на входах шунтового излучателя (точки 1, 3 и 2, 4 на рис. 2)

$$Z(nf_0) = Z_{11} + Z_{13} + Z_{12} + Z_{14}, \quad n = 2, 4, 6, \dots; \quad (3)$$

$$Z(nf_0) = Z_{11} - Z_{13} + Z_{12} - Z_{14}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (4)$$

В выражениях (1)–(4) Z_{ik} представляют собой элементы матрицы $[Z]$ собственных и взаимных сопротивлений эквивалентного линейного многополюсника, включающего излучатель и усредненную диффузионную емкость диодов C_d , подключенных ко входам излучателя.

Для выпрямления СВЧ энергии с максимальным КПД необходимо обеспечить такой режим работы ПВЭ, при котором излучатель извлекал бы из падающего поля максимальную мощность $\tilde{P} = e_x^2 / 4R(f_0)$, где e_x — ЭДС холостого хода на входных клеммах излучателя при заданной плотности потока мощности падающего поля Π ; $R(f_0) = \text{Re}[Z(f_0)]$.

Расчет матрицы $[Z]$ и вектора-столбца e_x для петлевого и шунтового излучателей проводился с учетом величины C_d по следующим выражениям:

$$[Z] = z_c E - z_c ([Z'] + z_c E)^{-1}; \quad (5)$$

$$e_x = z_c E ([Z'] + z_c E)^{-1} e'_x. \quad (6)$$

В соотношениях (5), (6) матрица $[Z']$ и вектор-столбец e'_x характеризуют излучатель без учета емкости диода; через E обозначена единичная матрица, а z_c — это реактивное сопротивление емкости диода C_d на расчетной частоте.

При проведении вычислений элементы матрицы Z_{ik} для излучателя с каждой конкретной геометрией определялись методом интегральных уравнений в тонкопроволочном приближении и условии, что излучатели расположены над идеально проводящим бесконечным экраном. Также предполагалось, что на поверхностях излучателей выполняются граничные условия Леонтовича—Щукина:

$$\vec{n}(\vec{r}) \times \vec{E}(\vec{r}) = Z_s [\vec{n}(\vec{r}) \times (\vec{n}(\vec{r}) \times \vec{H}(\vec{r}))], \quad (7)$$

где \vec{n} — нормаль к поверхности проводника в точке \vec{r} ; \vec{E} , \vec{H} — векторы напряженности электрического и магнитных полей; Z_{si} — поверхностное сопротивление i -го проволочного отрезка. В основу алгоритма расчета было положено интегральное уравнение относительно плотности поверхностного тока излучателя

$$\vec{n}(\vec{r}) \times \left[\iint \vec{E}(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}' - Z_s (\vec{n}(\vec{r}) \times \vec{J}(\vec{r})) \right] = -\vec{n}(\vec{r}) \times \vec{E}^{ст}(\vec{r}), \quad (8)$$

где $\vec{E}(\vec{r}, \vec{r}')$ — напряженность электрического поля в точке \vec{r} , создаваемая плотностью тока $\vec{J}(\vec{r}')$; $\vec{E}^{ст}(\vec{r})$ — напряженность поля стороннего источника в точке \vec{r} . Интегрирование в (8) проводится по поверхности всех проводников излучателя.

Для решения (8) использовался традиционный подход. Искомое распределение плотности тока $\vec{J}(\vec{r})$ представлялось в виде разложения по системе кусочно-синусоидальных функций и с применением метода Галеркина уравнение (8) сводилось к системе линейных уравнений

$$([Z''] + [Z_{экр}]) I = V, \quad (9)$$

где $[Z'']$ — матрица собственных и взаимных сопротивлений отрезков; $[Z_{экр}]$ — матрица, учитывающая наличие экрана; $I >$ — вектор-столбец коэффициентов в разложении токов; $V >$ — вектор-столбец возбуждающих воздействий.

Конкретные расчеты выполнялись в предположении, что в двухполупериодных ПВЭ используются диоды, типа 3А208А, а рабочая частота ректенны $f_0 = 2,45$ ГГц. Выбор размеров излучателей осуществлялся путем целенаправленного их перебора до достижения резонансных размеров, когда вычисленная величина $Im[Z(f_0)] = 0$. При вычислениях усредненная за период выпрямления диффузионная емкость диода Шоттки моделировалась в линейном приближении. Было принято типовое значение $C_d = 0,25$ пФ. В результате при расстоянии до экрана $kh_{экр} = 0,95$ определены следующие резонансные размеры излучателей (см. рис. 1, 2); петлевой вибратор — $kl = 1,36$, $kb = 0,205$; шунтовой

Таблица 1

Тип излучателя	n					
	1	2	3	4	5	6
Петлевой	89,7	18— j 5,3	14— j 77,4	10,5— j 35,6	3,7— j 52,5	1,5— j 38,5
Шунтовой	155	0,06— j 123	36,8— j 50	0,5— j 45	3,4— j 49	0,7— j 41,3

вibrator: $kl=1,61$; $kb=0,6$, $kb_1=0,35$. Радиус проводников излучателей в обоих случаях выбирался равным $ka=0,00314$, что соответствует условию тонкопроволочного приближения. Здесь $k=2\pi/\lambda$ — волновое число свободного пространства. Значения величины $Z(nf_0)$ при резонансных размерах вибраторов указаны в табл. 1.

При расчетах энергетических параметров ПВЭ, построенных на основе этих излучателей, выпрямительные диоды моделировались резистивным нелинейным элементом с вольт-амперной характеристикой (ВАХ) вида

$$I = I_s [\exp(\alpha u) - 1], \quad (10)$$

где I — ток через диод; u — напряжение на переходе; I_s — ток насыщения; $\alpha = q/(kT)$ — постоянный коэффициент; $q = 1,6 \times 10^{-19}$ — заряд электрона; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ — постоянная Больцмана; m — коэффициент неидеальности характеристики диода; T — температура перехода, К.

Использованные при расчетах диоды рассчитаны на максимально допустимый уровень входной мощности $P_{\text{доп}} = 0,5$ Вт, до-

Таблица 2

Тип ПВЭ	$R_{\text{н. опт.}}$ Ом	Π , Вт/м ²	$P_{\text{вх.}}$ Вт	$P_{\text{о.}}$ Вт	$P_{\Sigma n} / P_{\text{вх.}}, \%$ при n				
					2	3	4	5	6
Петлевой	67,5	77	0,64	0,43	5,6	0,69	0,084	0,03	0,01
Шунтовой	155	157	1,36	0,97	0,01	1,61	0,007	0,29	0,06

пустимое обратное напряжение $U_{\text{обр. доп}}$ не менее 20 В, их ВАХ характеризуется параметрами: $I_s = 3 \cdot 10^{-4}$ А, $\alpha = 3,7 \text{ В}^{-1}$.

Результаты численных экспериментов по исследованию зависимостей коэффициента полезного действия петлевого и шунтового ПВЭ от плотности падающего потока мощности представлены на рис. 1, 2 соответственно. С учетом указанных ограничений на допустимые входную мощность $P_{\text{доп}}$ и обратное напряжение $U_{\text{обр. доп}}$ использованных при расчетах диодов установлено, что ПВЭ с петлевым вибратором и этими диодами может функционировать (т. е. $P \leq P_{\text{доп}}$, $U_{\text{обр}} \leq U_{\text{обр. доп}}$ при $\Pi = \Pi_{\text{макс}} \leq \leq 110$ Вт/м², а с шунтовым — при $\Pi = \Pi_{\text{макс}} \leq 220$ Вт/м² (рис. 1, 2).

(Здесь через R_n обозначено сопротивление нагрузки эквивалентного однофазного приемно-выпрямительного элемента и его оптимальное значение $R_{\text{н. опт}}$). Некоторые энергетические параметры этих ПВЭ для двух конкретных значений $\Pi < \Pi_{\text{макс}}$ (при оптимальном сопротивлении нагрузки $R_n = R_{\text{н. опт}}$ даны в табл. 2

(для петлевого ПВЭ $R_{\text{н. опт}} = R_{\text{н. опт}}/2$, для шунтового $R_{\text{н. опт}} = R_{\text{н. опт}}$). Здесь приняты следующие обозначения: $P_{\text{вх}}$ — мощ-

ность, извлекаемая ПВЭ из поля падающей волны ($P_{\text{вх}} = NP$, где N — количество входов в излучателе), $P_{\text{пл}}/P_{\text{вх}}$ — уровень мощности побочного излучения, P_0 — отдаваемая в нагрузку мощность постоянного тока. Из представленных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Оба типа ПВЭ могут функционировать при значительных плотностях потока мощности падающего СВЧ пучка, обеспечивая при этом приемлемое для современной техники ректенн значение КПД.

2. ПВЭ с шунтовым вибратором является хорошим фильтром побочного излучения на четных гармониках, а ПВЭ с петлевым вибратором — на нечетных гармониках, что обусловлено величинами импедансов $Z(nf_0)$ соответствующих излучателей (см. табл. 1).

3. При значениях $P \leq 110$ Вт/м² более рационально использовать петлевой ПВЭ, так как он в этом случае имеет более высокий КПД выпрямления.

Известно, что с целью достижения высокого значения КПД перехвата апертура ректенны облучается СВЧ пучком неравномерно (например, по закону Гаусса со спаданием значения P от центра к краю на 10 дБ) [3]. В связи с этим по результатам проведенных исследований можно рекомендовать в центральных зонах апертуры ректенны устанавливать шунтовые ПВЭ, а в зонах, удаленных от центра, петлевые. Такая компоновка апертуры обеспечит достижение не только максимального КПД, но и минимального уровня побочного излучения, так как наиболее интенсивная вторая гармоника будет существенно подавляться шунтовыми ПВЭ.

Список литературы: 1. Шифрин Я. С., Лучанинов А. И., Шокало В. М. Приемно-выпрямительные элементы ректенных систем. Харьк. ин-т радиоэлектроники. 1988. 181 с. Деп. в УкрНИИТИ 31.03.89, № 941. 2. Егоров А. И. Об эффективности передачи энергии электромагнитным пучком и преобразования ее в ректенне // Радиотехника и электроника. 1985. Вып. 4. С. 805—811. 3. Губо, Шверинг. Передача пучков электромагнитных волн в свободном пространстве. СВЧ энергетика/Под ред. Э. Окреса. М., 1971. Т. 1. С. 331—350.

! Поступила в редколлегию 20.06.89

УДК 621.317

Ю. Е. ХОРОШАЙЛО, канд. техн. наук,
Н. Е. ХОРОШАЙЛО, О. И. СТОЯН

КОНТРОЛЬ ПОРИСТОСТИ ТОНКИХ НЕФЕРРОМАГНИТНЫХ ПЛЕНОК ВИХРЕТОКОВЫМ МЕТОДОМ

Развитие электронной микроскопии позволило получить наглядное представление о процессе образования тонких пленок на начальной стадии конденсации. Установлено, что пленки малой толщины представляют собой островковый конденсат, состоящий

из отдельных частиц [1]. В работах [2—7] показано, что в вихретоковом контроле неферромагнитных материалов такое несовершенство структуры пленок эквивалентно электрическим диполям.

Предлагается разработанный метод для контроля несплошности объекта контроля (ОК), который заключается в том, что на высоких частотах резонансный вихретоковый измерительный преобразователь (ВИП), имеющий катушки цилиндрической формы отлично от идеальной модели реагирует на тонкие неферромагнитные пленки, имеющие пористую островковую структуру. Это отличие заключается в следующем: у настроенного на полный резонанс ВИП выходной сигнал U_2 увеличивается, если в измерительный зазор между катушками помещать тонкие $\leq 0,01$ мкм пленки с несплошной структурой. Относительное превышение сигнала

$$\delta_{\text{отн}} = \frac{U_2 - U_{20}}{U_{20}} = N_0 - 1$$

составило величину до 10 %.

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, причина увеличения выходного сигнала ВИП не кроется в свойствах контуров.

Увеличение выходного сигнала при контроле несплошности тонкой пленки ОК цилиндрическим экраным ВИП можно объяснить следующим образом. У цилиндрических катушек при питании их переменным током в рабочем зазоре между катушками, по отношению к ОК, существует нормальный магнитный поток H , изображенный на рис. 1, а. Нормальный магнитный поток создает в рабочем зазоре тангенциальное электрическое поле E . При наличии дефектов в структуре металлической пленки (ОК), а именно, разрывов, между границами разрыва может возникнуть очень сильное электрическое поле под действием разности потенциалов φ_1 и φ_2 между границами разрыва

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_a^b E dl.$$

При этом напряженность между границами разрыва будет очень большой, если расстояние между границами d будет малым (рис. 1, б): $E \approx U/d$. Это же поле, как известно, является одним из факторов, вызывающих электронную эмиссию, которая обеспечивает проводимость очень тонких пленок.

Поскольку толщина, исследованных нами металлических пленок, была очень малой и исчислялась сотыми долями микрон, электрическое поле в разрыве E_1 имеет значительную нормальную составляющую электрического поля E_n (рис. 1, в). Плот-

ность тока электрического смещения выражается законом $\frac{\partial E}{\partial t} = E_n \frac{\partial E}{\partial t}$.

Ток электрического смещения вызывает магнитное поле. Магнитные силовые линии этого поля перпендикулярны магнитному полю катушек. Это поле наводит электродвижущую силу в вертикальных составляющих обмотки измерительной катушки (рис. 1, г).

Таким образом, увеличение связи между катушками ВИП при внесении ОК в рабочий зазор можно объяснить только дискретностью структуры металлической пленки (островковое, пористое, сегчатое и т. п. строение).

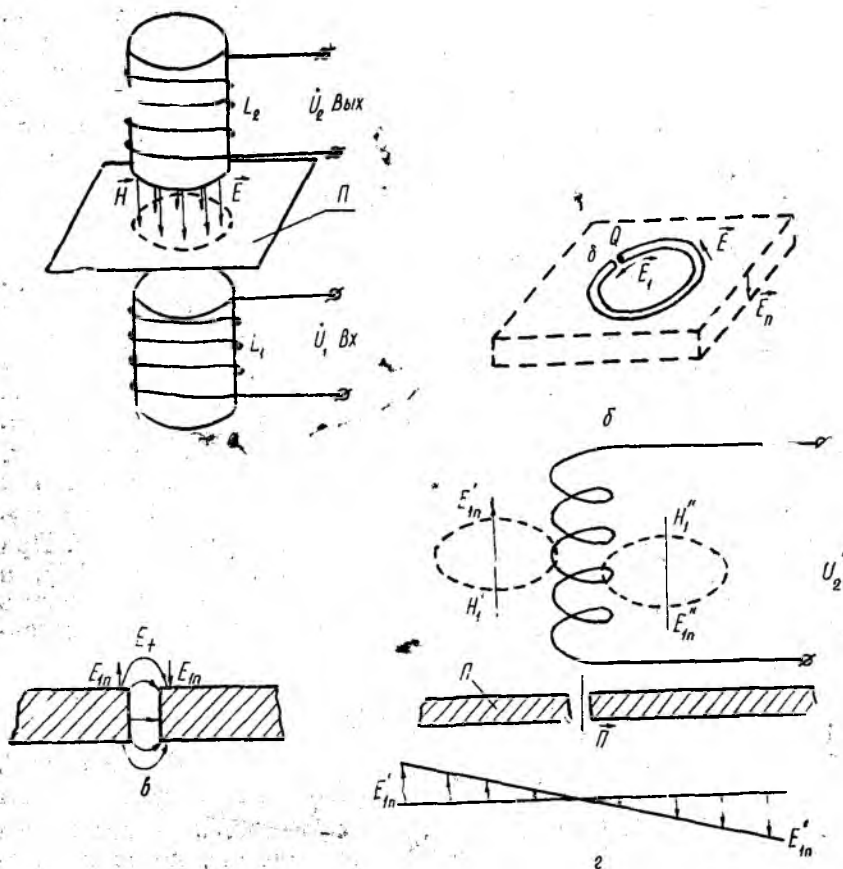


Рис. 1

Для подтверждения правильности настоящего объяснения были выполнены следующие экспериментальные исследования:

- 1) изменялась рабочая частота питающего тока;
- 2) применялись измерительные катушки различной высоты;
- 3) использовались три типа ВИП: с двумя плоскими катушками;

с двумя цилиндрическими катушками;
с комбинацией плоской и цилиндрической катушки.

На рис. 2, а представлены типовые характеристики преобразования ВИП с цилиндрическими катушками (кривая 1) и плоскими катушками (кривая 2). Как следует из рисунка, характеристика «2» для плоских катушек соответствует по своей форме

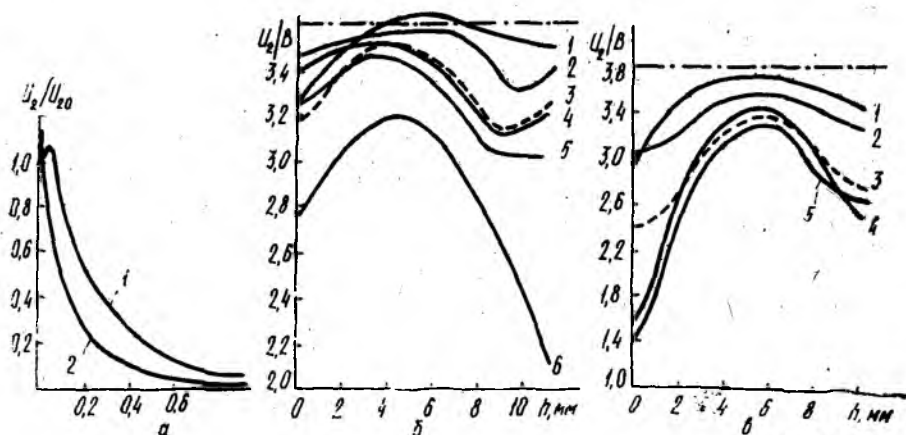


Рис. 2

теоретической, для цилиндрических «1» — имеет выше упомянутое увеличение U_2 в области малых толщин.

На рис. 2, б представлены функции для пяти образцов алюминиевых пленок распределения выходного сигнала ВИП вдоль измерительного зазора $U_2(h)$ при цилиндрических катушках. Видно, что из пяти образцов пленок увеличения выходного сигнала ($U_2 > U_{20}$) проявляется у наиболее тонкого образца № 1. Для сравнения на рис. 2, в даны функции распределения $U_2(h_1)$ для тех же образцов № 1—№ 5, но при плоских катушках. На этом рисунке ни одна из кривых не превосходит уровня U_{20} , отсюда следует, что ВИП с плоскими катушками практически не реагирует на погрешность.

Превышение выходного сигнала U_2 наблюдается до некоторой величины d , при которой пленка приобретает сплошную структуру. Экспериментально на 15 образцах алюминиевых пленок было установлено, что распределение становилось «пористым» при $d \approx 0,02—0,03$ мкм.

В процессе экспериментальных исследований было также обнаружено следующее явление, порожденное пористостью. Если изменять угол положение ОК в измерительном зазоре, то величина выходного — сигнала зависит от последнего. У сплошных пленок ОК это явление отсутствовало.

Таким образом, о наличии пористости в ОК вихретоковым методом можно судить по трем признакам:

превышение рабочего выходного напряжения U_2 по сравнению с исходным U_{20} ;

заметные изменения в форме функций распределения по сравнению с теоретическими («нормальными»);

наличие зависимости выходного напряжения от изменения угла положения ОК в измерительном зазоре.

Экспрессным и наиболее просто реализуемым для контроля пористости является метод, основанный на первом признаке $U_2 > U_{20}$. Однако установление факта $U_a > U_{20}$ не выполняется. Об отсутствии пористости можно судить при одновременном анализе всех трех признаков.

Перспективным и весьма интересным методом обнаружения пористости является метод, реализующий все три признака, основанный на следующем: как мы уже установили ВИП с цилиндрическими и плоскими катушками различно реагируют на наличие пор, плоские катушки на поры не реагируют. Поэтому суть метода может заключаться в сравнении двух выходных сигналов, полученных при контроле пористости ОК с помощью двух ВИП, одного — с плоской измерительной катушкой, второго — с цилиндрической. При отсутствии пористости оба сигнала будут одинаковыми, если в ОК имеются поры, то сигналы будут различаться.

В процессе экспериментальных исследований было установлено, что явление увеличения сигнала на выходе ВИП проявлялось тем сильнее, чем больше частота возбуждающего тока, больше высота измерительной катушки ВИП. Кроме того, явление рассматриваемого увеличения выходного сигнала при использовании в качестве возбуждающей катушки цилиндрической конструкции с ферритовым сердечником, оказалось более сильным, чем при использовании плоской катушки. Последнее можно объяснить тем, что у цилиндрической возбуждающей катушки поле в измерительном зазоре имеет большую концентрацию, что обеспечивает большую нормальную составляющую.

Список литературы: 1. Комнюк Ю. Ф. Физика металлических пленок. М., 1979. 262 с. 2. Мак-Мастер Р. Неразрушающие испытания: Пер. с англ./Под ред. Т. К. Зиловой, И. И. Кифера. М.; Л. 1965. Т. 2. 492 с. 3. Колодий Б. И., Орловский А. А. Некоторые способы вихретокового определения параметров локальных дефектов//Тез. докл. IX Всесоюз. науч.-техн. конф. «Неразрушающие физические методы и средства контроля», 26—28 мая 1981. Минск, 1981. С. 14—16. 4. Куров Г. А., Маркарян А. Б., Жильков Э. А. Микроскопические поры в тонких металлических пленках//Микроэлектроника. 1973. Т. 1, вып. 2. С. 145—153. 6. Федосенко Ю. К. Вопросы теории вихретоковой дефектоскопии накладными преобразователями. Строгое математическое решение двумерных задач//Дефектоскопия. Светловодск, 1982. № 2. С. 1. 7. Ошеров Р. Г., Хорошайло Ю. Е. Характеристики резонансных трансформаторных вихретоковых измерительных преобразователей//Радиотехника. 1982. Вып. 61. С. 59—70.

Поступила в редколлегию 13.04.89

В. М. КУЗЬМИЧЕВ, д-р физ.-мат. наук,
В. П. БАЛКАШИН, А. В. ЗОЛОТАЙКИН

БОЛОМЕТРИЧЕСКИЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ МОЩНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ВЫНУЖДЕННОГО КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОБМЕНА

Измеритель мощности лазерного излучения [1] в последние годы находит широкое применение в связи с использованием технологических лазеров в промышленности. Усовершенствование измерителя было направлено на уменьшение влияния изменений температуры окружающей среды и нижнего предела измерений. [2—4]. Однако в работе [2] рассмотрен вектор скорости воздушного потока, направленный к одним болометрическим элементам продольно относительно их оси, а к другим — поперечно, что приводит к различной чувствительности болометров и к увеличению поляризационной погрешности прибора. В работе [3] показано использование одинарной вращающейся решетки, элементы ее имеют различную линейную скорость и соответственно различную чувствительность. В работе [4] описано излучение, которое прерывается вращающимся зеркальным сектором и направляется в измеритель, что вносит значительные потери в основной лучок.

Задачей настоящего исследования является устранение отмеченных недостатков и дальнейшее совершенствование решетчатого болометрического измерителя. Разработанный измеритель изображен на рис. 1. Приемный элемент — это двойная болометрическая решетка, в которой элементы решетки 1 перпендикулярны к элементам другой решетки 4 и все они соединены последовательно. Размеры решеток 70×70 мм, расстояние между ними 10 мм, период решеток составляет 4 мм. Болометрическая решетка выполнена из платинового микропровода, диаметром 12 мкм. Болометрические элементы обдуваются воздушным потоком 3 со скоростью 10 м/с, направленной параллельно плоскостям решеток и под углом 45° к осям всех болометров. Воз-

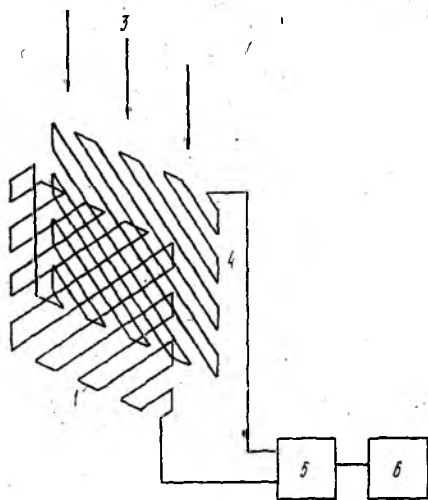


Рис. 1

дуваемый воздушный поток 3 со скоростью 10 м/с, направленной параллельно плоскостям решеток и под углом 45° к осям всех болометров. Воз-

душный поток с равномерной скоростью в объеме расположения элементов решеток создается турбовентилятором, имеющим на входе фильтр. Измеряемое излучение 2 направляется перпендикулярно плоскости решетки. Изменение сопротивления решетки под действием излучения регистрируется мостовой схемой 5 с цифровым индикатором 6. Сигнал с каждой решетки с погреш-

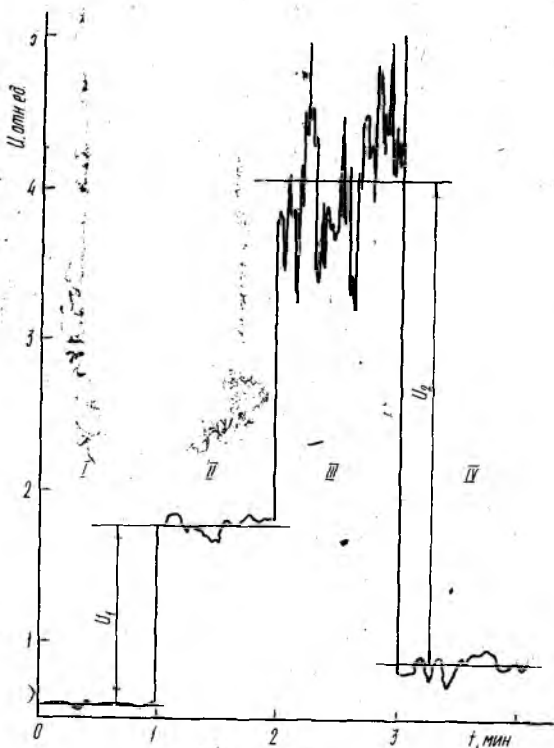


Рис. 2

ностью около 1 % пропорционален интегралу от распределения мощности в поперечном сечении пучка излучения с диаметром, превышающим 40 мм, а двойная решетка обеспечивает независимость приращения сопротивления от направления поляризации излучения.

Обдув проволочного болометрического элемента стационарным воздушным потоком позволяет существенно снизить шумовую составляющую полезного сигнала, возникающую за счет флуктуаций коэффициента теплообмена болометра с внешней средой. Этот эффект хорошо виден на рис. 2, где приведена запись сигнала с измерителя в двух режимах: с обдувом приемного элемента (I, II) и без обдува (III, IV). С целью исключения флуктуаций мощности источника излучения на результаты измерений нами был использован метод замещения. Разогрев приемного

элемента до температуры, соответствующей воздействию на приемник излучения с заданной мощностью, осуществлялся постоянным током, продуваемым через болометрическую решетку.

На участке I записи мостовая схема сбалансирована при токе питания моста I_0 . На участке II ток питания моста увеличивался до некоторого значения I_1 , который вызывал нагрев приемного элемента на 4 К, что эквивалентно воздействию излучения мощностью до 1 кВт. Амплитуда полезного сигнала равна U_1 при среднеквадратичной амплитуде шумов $U_{ш1}$. После этого обдув выключался и вследствие уменьшения коэффициента теплообмена температура болометров увеличилась до 10 К. Величина полезного сигнала U_2 (участок III) возросла за счет увеличения приращения сопротивления болометров, а среднеквадратичная амплитуда шумов $U_{ш2}$ — за счет увеличения амплитуды флуктуаций коэффициента теплообмена. На участке IV ток питания моста уменьшался до первоначального значения I_0 . Несовпадение нулевых сигналов при обдуве и его отсутствия объясняется различными температурами болометрических элементов за счет изменения их коэффициента теплообмена с внешней средой. Чувствительность мостовой схемы в обоих режимах работы сохранялась постоянной.

Соотношение сигнал-шум при обдуве приемного элемента воздушным потоком составляло 23,1, без обдува — 7,1. Таким образом, применение обдува приемного болометрического элемента позволяет расширить динамический диапазон измерений как в сторону нижнего предела за счет улучшения соотношения сигнал-шум, так и в сторону верхнего предела за счет увеличения лучевой стойкости болометров в результате повышения их коэффициента теплообмена, которое пропорционально отношению $U_2/U_1 = 2,8$ раз.

По методике, изложенной в работе [5], исследовалась характеристика преобразования приемного элемента измерителя в двух режимах конвективного теплообмена болометров от уровня мощности излучения лазера. В условиях вынужденной конвекции воздуха, т. е. при обдуве, чувствительность болометрического преобразователя составляла 36 Ом/кВт, при естественной конвекции — 100 Ом/кВт.

Разработанный измеритель использовался для контроля мощности излучения технологического лазера ЛТ-1 и показал надежность при работе в цеховых условиях. Технические характеристики измерителя: диапазон измеряемой мощности 0,1—5,0 кВт, диаметр входной апертуры — 65 мм, постоянная времени — 5 мс, основная погрешность — 10 %.

Список литературы: 1. Кузьмичев В. М., Перепечай М. П. Малоинерционный измеритель мощности излучения на двуокиси углерода // Квантовая электроника. 1974. Т. 1, № 11. С. 2407—2410. 2. А. с. 588833 СССР, МКИ² ГО1 1/24, Н01 3/00. Измеритель излучения ОКГ/В. И. Задорожный, В. М. Муругов, В. В. Понкратов, В. А. Хрусталева // Открытия. Изобретения. 1979. № 36.

С. 151—152. 3. Ситенков Ю. Л., Хохлов Ю. М. Измеритель проходящей мощности для технологического CO₂-лазера//Приборы и техника эксперимента. 1984. № 5. С. 172—174. 4. Скрипченко А. И., Сурков А. В. Проходной измеритель мощности излучения технологических CO₂-лазеров//Свароч. пр-во. М., 1984. № 3. С. 36—38. 5. Золотайкин А. В., Кузьмичев В. М., Балкашин В. П. Боллометрический приемник лазерного излучения//Квантовая электрон. 1983. Т. 10. С. 1260—1261.

Поступила в редколлегию 22.05.89

УДК 621.382

АШАНИН В. С., канд. физ.-мат. наук,
МАЛОФЕЙ О. П., канд. техн. наук,
СТЕПАНОВ А. А., канд. физ.-мат. наук

ФОРМИРОВАНИЕ УЧАСТКОВ ОТРИЦАТЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ВОЛЬТАМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ ДИОДОВ ГАННА В УСЛОВИЯХ УДАРНОЙ ИОНИЗАЦИИ

В работе [1] были сформулированы основные принципы расчета ударной ионизации в указанных в названии объектах. Для правильного понимания этого явления необходимо подходить к расчету с позиций разделения электронов в домене на быстрые и медленные. Причем под быстрыми понимаются электроны, имеющие скорость V_{n_1} , превышающую скорость домена V_D , а под медленными — обладающие скоростями $V_{n_2} < V_D$.

Обобщим модель расчета в [1], считая, что быстрые генерируют в сильном поле и медленные электроны. Кроме того, будем считать, что коэффициент ударной ионизации α зависит от координаты X .

Тогда вместо уравнения ([1, п. 21]) получим

$$\frac{S_0 d^2 I_2}{dx^2} - \left[\frac{S_2}{S_1} (\alpha_1 - \beta_1) + \frac{S_2}{\alpha_2 + \beta_1} \frac{d\alpha_2}{dx} - \beta_2 \right] \frac{dI_2}{dx} - \left[\frac{\beta_2 (\alpha_1 + \alpha_2)}{S_1} + \frac{\beta_2}{\alpha_2 + \beta_1} \frac{d\alpha_2}{dx} \right] I_2 = 0.$$

Здесь β_1, β_2 — коэффициенты, характеризующие интенсивность обмена электронами между двумя долинами полупроводника; α_1, α_2 — характеризуют величину умножения носителей в доменах.

Обозначения β_i, α_i отличаются от указанных в работе [1] тем, что разделены на соответствующие скорости:

$$S_1 = 1 - \frac{V_D}{V_{n_1}}, \quad S_2 = 1 - \frac{V_D}{V_{n_2}}.$$

Нетрудно видеть, что учет зависимости α_2 — коэффициента ударной ионизации, характеризующего генерацию быстрыми

электронами медленных от X , ничего существенного в решение уравнения (1) не вносит, если β_1 достаточно большая величина. Считаем также, что $\beta_1 \gg \alpha_1, \beta_2$ и α_2 . Тогда из (1) получаем

$$S_2 \frac{dI_2}{dx} = \frac{\beta_2(\alpha_1 + \alpha_2)}{\beta_1} I_2. \quad (2)$$

Обозначим $\beta_2(\alpha_1 + \alpha_2)/\beta_1 = \alpha$. Далее, в S_2 опустим индекс «2» у V_{n_2} , помня, что $V_{n_2} = V_n < V_D$.

Полученное уравнение (2) совпадает по виду с аналогичным уравнением (2) в [1], положенным там в основу расчета. Естественно, тогда, действуя так же, как в работе [1], мы придем к приведенному там решению (23) для полного тока

$$I = V_{n_{E1}} n_D / \left(1 - \frac{V_{n_{E1}} \cdot \tau_p}{L^*} \int_0^{L_D} \alpha e^{-\int_0^x \frac{V_n dx}{V_D - V_n}} dx \right). \quad (3)$$

В работе [1] приведена физическая интерпретация эффекта умножения, исходя из условия противоположного принятому в данном случае. Было принято, что $\alpha_1 \gg \beta_1$ и это вело к тому, что лавина частиц шла вперед, т. е. токи $I_1 I_2$ с ростом X нарастали, т. е. $dI_{1,2}/dx > 0$. Теперь, как видно из (2), $dI_{1,2}/dx < 0$. Физически этот результат можно объяснить таким образом. В отличие от работы [1], где быстрая частица порождала быструю и новая частица порождалась быстрее, чем старая уходила в долину медленных ($\alpha_1 > \beta_1$), теперь вновь возникающая частица или с самого начала рождается медленной, или быстро уходит в «медленную» долину из «быстрой» ($\alpha_1 < \beta_1$). Но медленные, будучи не в состоянии уйти из долины, скапливаются вблизи вершины домена. В этих условиях, очевидно, генерация электронно-дырочных пар происходит за счет последующего возврата медленных частиц в «быструю» долину, где они могут накапливать энергию ($V_{n_1} > V_D$). Важная особенность рассматриваемой генерации — эффект накопления медленных частиц в домене во время его движения. Медленные частицы не успевают уходить из домена и частично задерживаются в нем. В то же время, благодаря небыстрым переходам из медленных частиц «рождаются» и быстрые, способные создать пару. Таким образом, эффект задержки медленных частиц способствует развитию ударной ионизации. Из-за эффекта скопления электронов вблизи вершины домена (в силу $V_n < V_D$) концентрация дырок больше в области, соседней с вершиной, так что объемный заряд становится в домене еще более положительным (считаем домен прямоугольным). В связи с этим электрическое поле в домене устанавливается, темп ударной ионизации возрастает.

Для оценки области действия указанных эффектов обратимся к конкретным расчетам. Следует заметить, что формула (3)

дает вольтамперную характеристику в неявном виде, ибо дрейфовая скорость электронов вне домена V_{nE1} , длина кристалла L и длина домена L_D ($L^* = L - L_D$), а также скорость домена V_D — величины пока неизвестные.

Выпишем условия баланса частиц, считая, что $P_{вн} \gg P_n$, где P_n — первоначальная концентрация дырок в образце:

$$P_{вн} = \tau_p V_n \int_0^x \alpha_1 n dx. \quad (4)$$

Здесь τ_p — время жизни дырок; $P_{вн}$ — концентрация дырок вне домена; x — размеры области умножения.

Заметим, что концентрации дырок по обе стороны домена, вообще говоря, не равны между собой. Но это различие мало, если $\tau_p V_n / L > 1$. Это неравенство отвечает условию многопроходного режима, когда за время жизни дырок τ_p домен многократно успевает пройти через полупроводник. Если под $P_{вн}$ подразумевается концентрация дырок справа от домена, который движется слева направо, то строго вместо (4) следует писать:

$$P_{вн} = \frac{\tau_p V_n}{L} \int_0^x \alpha_1 n dx \left(1 - \frac{L}{2\tau_p V_n} \right). \quad (5)$$

Видно, что в случае $\tau_p V_n L > 1$ без большой ошибки можно пользоваться (4).

Условие нейтральности и равенство полного тока, например, для области справа от домена запишутся так:

$$n_{вн} = P_{вн} + n_D \quad (6); \quad I = V_{nE1} n_{вн}. \quad (7)$$

Тогда, принимая, что $n \sim \frac{I e^{-\frac{\alpha_1 x V_n}{V_D - V_n}}}{V_n}$ [1], и заменяя в (4),

после указанной подстановки

$$\alpha_1 e^{-\frac{\alpha_1 x V_n}{V_D - V_n}} = \alpha(x)$$

получаем из (4), (6), (7)

$$V_{nE1} = \frac{I}{n_D + \frac{I \tau_p}{L} \int_0^x \alpha(x) dx}; \quad (8)$$

$$n_{\text{вн}} = n_D + \frac{I\tau_p}{L} \int_0^{\bar{x}} \alpha(x) dx; \quad (9)$$

$$P_{\text{вн}} = \frac{I\tau_p}{L} \int_0^{\bar{x}} \alpha(x) dx. \quad (10)$$

Из [1] следует

$$V_D = \frac{I}{n_D + \bar{P}}, \quad (11)$$

причем

$$\bar{P} = \frac{\int_{L_1}^{E_m} \frac{P(x)}{n} dE}{\int_{E_1}^{E_m} \frac{dE}{n}}. \quad (12)$$

Здесь $P(x)$ взято справа от домена. Нетрудно показать, что $P \approx P_{\text{вн}}$ (13) и тогда

$$V_D = \frac{I}{n_D + P_{\text{вн}}} = V_{nE1} = \frac{I}{n_D + \frac{I\tau_p}{L} \int_0^{\bar{x}} \alpha(x) dx}. \quad (14)$$

Без большой ошибки можно принять

$$\int_0^{\bar{x}} \alpha(x) dx \approx \alpha(E_m \cdot \bar{x}) = \frac{V_D - V_n}{V_n} \left(1 - e^{-\frac{\sigma_1(E_m)\bar{x}V_n}{V_D - V_n}} \right). \quad (15)$$

Обозначая $E_{\text{кр}}$ — критическую напряженность поля, с которой начинается ударная ионизация, получаем

$$\bar{x} = \frac{\varepsilon}{4\pi l} \frac{(E_m - E_{\text{кр}})}{[P(x) - n(x) + n_D]}. \quad (16)$$

Здесь $[P(x) - n(x) + n_D]$ — среднее значение данной величины в слое умножения. Причем это среднее значение пропорционально $C_3 \cdot n_{\text{вн}}$, где $C_3 = 1 \div \frac{1}{2}$. Тогда

$$\bar{x} = x_0 \cdot \frac{n_D}{n_{\text{вн}}}, \quad (17)$$

где

$$x_0 = \frac{\varepsilon}{4\pi l} \frac{(E_m - E_{\text{кр}})}{C_3 n_D}, \quad (18)$$

Теперь, например, (9) принимает вид

$$n_{\text{вн}} = n_D \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{I \tau_p \alpha (E_m) x_0}{Ln_D}} \right), \quad (19)$$

далее из (17) находим

$$\bar{x} = \frac{x_0}{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{I \tau_p \alpha (E_m) x_0}{Ln_D}}}; \quad (20)$$

$$V_D = \frac{I}{n_D \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{I \tau_p \alpha (E_m) x_0}{Ln_D}} \right)}. \quad (21)$$

С другой стороны, исходя из работ [1; 2], условие устойчивости домена дает

$$V_D = V_n + \frac{B}{E_m}. \quad (22)$$

Приравняв (21) и (22), имеем

$$V_n + \frac{B}{E_m} = \frac{I}{n_D \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{I \tau_p \alpha (E_m) x_0}{Ln_D}} \right)}. \quad (23)$$

С учетом E_m , можно найти усредненную по времени вольтамперную характеристику домена

$$E_m(I) = \sqrt{A_2 U_D n_D \left[\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{I \tau_p \alpha (I) x_0}{Ln_D}} \right]}, \quad (24)$$

где $A_2 = e/4\pi l$, U_D — напряжение на домене.

Причем $U = U_D + U_0$, где U — внешнее напряжение; U_0 — напряжение на образце вне области домена. Если не делать различия между $n_{\text{вн}}$ справа и слева от домена, то

$$U_0 = \frac{IL}{\mu n_{\text{вн}}} = \frac{U_D L}{\mu}, \quad (25)$$

где μ — подвижность электронов вне домена.

Тогда (24) можно переписать так:

$$U = \frac{LU_D}{\mu} \left(1 + \frac{B}{U_n E_m} \right) + \frac{E_m^2(I)}{A_2 n_D \left[\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{I \tau_p \alpha (I) x_0}{Ln_D}} \right]}. \quad (26)$$

Как видно из (23), с ростом E_m скорость домена падает. Одновременно растет $\alpha(E_m)$. Пока падение скорости домена компенсируется ростом $\alpha(E_m)$, число генерируемых пар увеличивается и вследствие этого растет положительный заряд у вершины домена. Рост заряда приводит к увеличению E_m , а область сильного поля x сужается. В связи с этим, поскольку $U_D = E_m x$ и убывание x происходит быстрее, чем рост, E_m , U_D — падает. В этом случае на вольтамперной характеристике возникает S-образный участок отрицательного сопротивления. В последующем с падением скорости домена последний не может нагнать уходящие из домена электроны ($U_D \approx U_n$), их число там поэтому резко уменьшается, в итоге генерация носителей начинает замедляться. Сначала концентрация частиц перестает увеличиваться (в то время как E_m растет), а потом даже уменьшается. Таким образом, на вольтамперной характеристике возникает N-образный участок отрицательного сопротивления.

Отметим, что отказ от насыщения дрейфовой скорости электронов при больших E_m , а именно небольшой рост этой скорости во-первых, исключает возникновение N-образной вольтамперной характеристики, если этот рост ведет к тому, что скорость домена будет нарастать при увеличении E_m . И, во-вторых, в этой же ситуации напряжение вне домена будет также возрастающей функцией тока. В итоге окончание S-образного участка на вольтамперной характеристике образца объясняется преобладанием положительного дифференциального сопротивления области вне домена над отрицательным сопротивлением области умножения.

Список литературы: 1. Аваньяц Г. М., Арутюнян В. М. Умножение тока и сопутствующие ему явления при движении домена сильного электрического поля в полупроводниках. Ереван, 1973. 64 с. (Препр./АН Арм ССР. Ин-т радиоп физики и электроники; 1). 2. Щур М. С. Эффект Гаина. 1976. 73 с.

Поступила в редколлегию 13.04.89

СОДЕРЖАНИЕ

Воронов В. Г., Перепелкин С. Р., Попов Н. Р., Попов И. Н. Широкоимпульсный модулятор как преобразователь взаимно-обратных функций	3
Антюфеев В. И., Быков В. Н., Овсяников Ю. В., Султанов А. С. Оценка реальной чувствительности многоканального радиометра	7
Попенко В. С. Математическое моделирование систем сигналов	13
Манжос В. Н., Кокин В. Н., Агаджанов А. А., Федоров А. К. Адаптивный алгоритм пространственной обработки сигналов на фоне помех с использованием проекционной матрицы	17
Иванов М. А., Яковлев И. А., Яковлева А. И. Статистические характеристики выходного отклика нелинейных динамических систем	21
Замула А. А. Ансамблевые и статистические характеристики нелинейных сигналов характеристического типа	28
Титаренко А. М. Анализ параметрически возбуждаемой нелинейной консервативной колебательной системы	32
Бавыкина В. В., Коваль Ю. А., Попович А. В. Исследование возможностей применения весовой обработки измерительной информации при радиометеорной синхронизации шкал эталонов времени	38
Сныткин И. И. Помехозащищенная адаптивная система связи с ШПС нелинейной структуры переменной длительности	44
Александров Ю. Н., Гапоненко В. Н., Игнатенко В. Н., Товарницкий А. В. Исследование помехоустойчивости квазиоптимального метода приема двоично-кодированных сигналов с избыточностью	51
Тупкало В. Н. Сигнатурный контроль последовательностных схем	57
Гладкоскок И. Д., Токарский П. Л. После рассеяния отражателя типа спиральной антенной решетки	65
Волкэва Л. Б., Федоренко Ю. П. Региональная зависимость электронной концентрации ионосферы	74
Скворцов Т. А. Возможности синтеза пространственно-временной марковской фильтрации сигнала, прошедшего турбулентную тропосферу	77
Пенкин Ю. М., Яцук Л. П. Тензор Грина векторного уравнения Гельмгольца для простых электродинамических объемов со сферическими границами	83
Коробкин В. А., Юценко А. Г. Собственные колебания частично заполненного прямоугольного волноводно-диэлектрического резонатора	92
Павлов В. Ф., Сахацкий В. Д. Простой метод оценки коэффициента отражения	97
Контарь А. А., Терещенко А. И., Шабанов Н. Г. Радиопоглощающие материалы: терминология и предъявляемые требования	102
Спицын А. И., Ванцан В. М. Сверхпроводящий цилиндрический подвес в поле катушки с током, помещенной внутри его цилиндрической полости	109
Яловега Г. И., Лоза Ю. Х., Карпунин А. В., Слипченко Н. И. Математическое моделирование частотно-гармонического элемента, содержащего кварцевый резонатор	115
Никитин Ю. П., Никитин П. Ю., Якимчук Г. С. Высокочастотный селектор	119
Лучанинов А. И., Шалакин В. М., Щербина А. А. Двухполупериодные приемно-выпрямительные элементы ректенн	122
Хорошайло Ю. Е., Хорошайло Н. Е., Стоян О. И. Контроль пористости тонких ферромагнитных пленок вихретоковым методом	126
Кузьмичев В. М., Балакин В. П., Золотайкин А. В. Болومترический измеритель мощности лазерного излучения в условиях вынужденного конвективного теплообмена	131
Ашанин В. С., Малофеев О. П., Степанов А. А. Формирование участков отрицательного сопротивления на вольтамперной характеристике диодов Ганна в условиях ударной ионизации	134