

В. В. ДОЛЖИКОВ, канд. физ.-мат. наук, А. В. СЕРБИН

О ФОКУСИРУЮЩИХ СВОЙСТВАХ КРУГЛОЙ АПЕРТУРЫ В МАТЕРИАЛЬНЫХ СРЕДАХ

Проблемы, возникающие при проектировании антенн для медицинского применения (аппликаторов), значительно отличаются от тех, что имеют место при создании антенн, излучающих в свободное пространство. Главная причина, порождающая эти отличия, заключается в том, что биологическая среда, в контакте с которой находятся антенны, является поглощающей и, кроме того, имеет большое значение вещественной части диэлектрической проницаемости.

Наличие заметного поглощения приводит, во-первых, к тому, что многие «традиционные» параметры теряют свой смысл, в частности понятие диаграммы направленности (ДН), коэффициента направленного действия и др. Во-вторых, появляется фундаментальное противоречие между глубиной проникновения и возможностью локализации поля внутри ткани. Так для концентрации поля в ограниченном объёме необходимо формировать узкий пучок электромагнитного поля, что в свою очередь требует создания аппликаторов с большой в единицах длины волны апертурой. Наиболее просто реализовывать такие аппликаторы на более высоких частотах. Однако с повышением частоты значительно уменьшается глубина проникновения поля в биологическую среду. В связи с быстрым затуханием поля в глубину существенно возрастает роль ближнего поля и поля в зоне Френеля. Особенно важна информация о распределении этого поля при проектировании аппликаторов, предназначенных для гипертермии.

Многообразие и противоречивость требований технического и медицинского характера, предъявляемых к аппликаторам, порождает большие сложности при выборе оптимального варианта конструкции и расчете их конструктивных параметров. Эта задача усложняется тем, что теория антенн, работающих в контакте с материальной средой или внутри её, достаточно хорошо разработана только для линейных антенн [1]. Для антенн других типов теория находится в стадии разработки и ни в коей мере не удовлетворяет потребностям практики. В первую очередь это касается вопросов расчета поля в ближней зоне и зоне Френеля, создания математических моделей аппликаторов, которые в максимальной степени учитывали бы их конструктивные особенности и реальные условия функционирования. Один из вопросов, а именно разработка математической модели аппликатора в виде круглой апертуры и исследование возможности и эффективности фокусировки его поля в материальной среде рассматривается в данной работе.

Общие соотношения

Пусть имеется круглая апертура, излучающая в однородную материальную среду с потерями (рис. 1). Плоскость апертуры располагается в плоскости XOY декартовой системы координат.

Выражение для напряженности электрического поля, создаваемого круглой апертурой S с радиусом R в точке наблюдения $P(\rho, \varphi, z)$ может быть записано следующим образом [2]:

$$\vec{E}(\rho, \varphi, \theta) = \frac{jk}{4\pi} \int_S \vec{E}_0(\rho', \varphi') \frac{e^{-jkr'}}{r'} \left(1 + \frac{z}{r'}\right) ds, \quad (1)$$

где $\vec{E}_0(\rho', \varphi')$ и $\vec{E}(\rho, \varphi, z)$ – напряженность поля на апертуре и в точке наблюдения P соответственно; r' – расстояние от произвольной точки Q в пределах апертуры до точки наблюдения P ; r – расстояние от начала координат до точки наблюдения, $k = k' - ik''$ – волновое число.

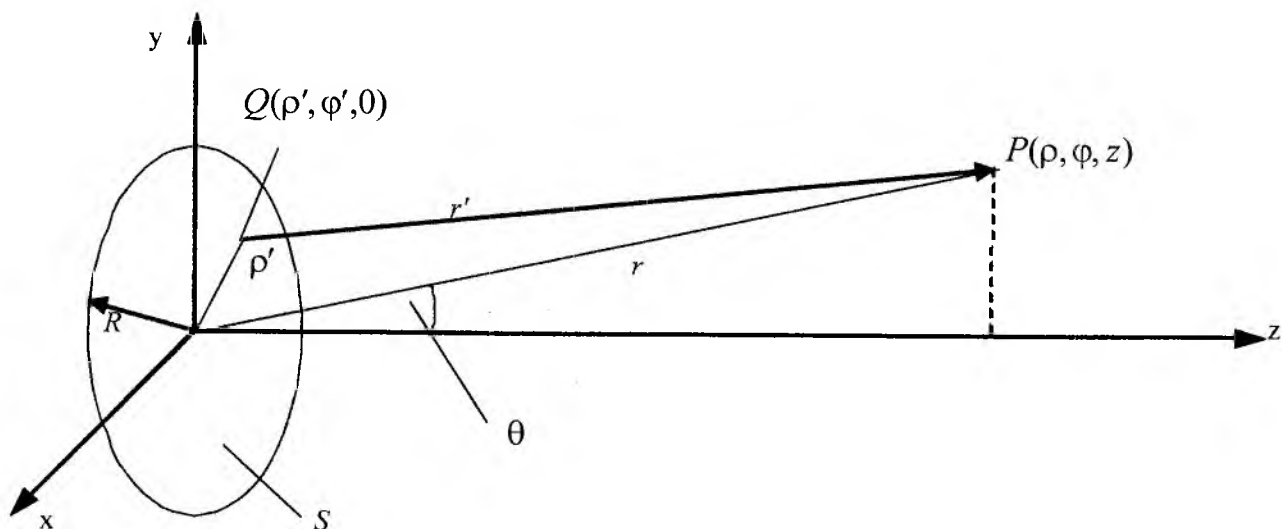


Рис. 1

Будем считать, что поле возбуждения \vec{E}_0 линейно поляризовано, аксиально-симметрично, имеет единичную амплитуду и опережающее квадратичное фазовое распределение, позволяющее сфокусировать поле апертуры в точку на оптической оси апертуры с продольной координатой z_0 :

$$\vec{E}_0(\rho', \varphi') = \vec{e}_0 e^{j \frac{k' \rho'^2}{2z_0}}. \quad (2)$$

Здесь $\vec{e}_0 = \frac{\vec{E}_0}{|\vec{E}_0|}$ единичный вектор.

Для дальнейшего удобно ввести ряд нормированных величин: относительные радиальные координаты на апертуре $u = \frac{\rho'}{R}$ и точки наблюдения $v = \frac{\rho}{R}$; относительные продольные координаты точки наблюдения $\chi = \frac{z\lambda}{8R^2}$ и фокуса $\chi_0 = \frac{z_0\lambda}{8R^2}$; обобщенная продольная координата $\zeta = \frac{\pi}{16\chi_0} \left(1 - \frac{\chi_0}{\chi}\right)$; $b = \frac{1}{16\chi_0}$, а также параметр, характеризующий потери $\delta = \frac{k''}{k'}$; $\alpha = \frac{\pi}{4\chi} (1 - j\delta)$. Параметр δ связан с тангенсом угла диэлектрических потерь $\text{tg}\Delta$ соотношением:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sqrt{\text{tg}^2 \Delta + 1} - 1}{\sqrt{\text{tg}^2 \Delta + 1} + 1}}.$$

Тогда (1) можно привести к виду:

$$\bar{E}(\rho, \varphi, z) = R^2 \bar{V}_0 \int_0^1 e^{j(2u^2 \zeta + j2u^2 b \delta)} \int_0^{2\pi} e^{juv_1 \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' u du, \quad (3)$$

где $v_1 = \alpha v$; $\bar{V}_0 = \frac{jk}{4\pi z} (1 + \cos \theta) e^{-jkz} e^{-j\frac{\alpha}{2} v^2} \bar{e}_0$.

Проведя интегрирование по φ' , после ряда преобразований получим:

$$E(\chi, v) = T(\chi, v) \int_0^1 e^{j2u^2(\zeta + jb\delta)} J_0(uv_1) u du, \quad (4)$$

где

$$T(\chi, v) = \frac{j\pi}{8\chi} (1 - j\delta)(1 + \cos \theta) e^{-\pi\delta \left(16R_1^2 \chi + \frac{v^2}{8\chi}\right)} e^{-j\pi \left(16R_1^2 \chi + \frac{v^2}{8\chi}\right)}.$$

Соотношение (4) является общим выражением для комплексной амплитуды поля, создаваемого круглой равномерно возбужденной и сфокусированной в точку на оптической оси апертурой.

Чтобы избежать осложнений при численном интегрировании, связанных с комплексностью аргумента функции Бесселя, можно воспользоваться теоремой умножения для бesselевых функций, предварительно записав её аргумент следующим образом:

$$uv_1 = u \frac{\pi}{4\chi} (1 - j\delta)v = \lambda_0 v'_0,$$

где

$$\lambda_0 = (1 - j\delta),$$

$$v'_0 = \frac{\pi}{4\chi} uv.$$

Тогда будем иметь:

$$E(\zeta, v) = T(\chi, v) \int_0^1 e^{j2u^2(\zeta + jb\delta)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[\delta(2j + \delta)]^n}{n!} \left(\frac{\pi}{8\chi} uv\right)^n J_n\left(\frac{\pi}{4\chi} uv\right) u du. \quad (5)$$

Продольное распределение поля. Пусть точка наблюдения Q расположена на оси z , т. е. $v = 0$, $\cos \theta = 1$. Тогда, учитывая, что $J_0(0) = 1$ и введя новую переменную $y = 2u^2 - 1$, можем интеграл в (4) свести к виду

$$\int_0^1 e^{j2u^2(\zeta + jb\delta)} u du = \frac{1}{4} e^{j(\zeta + jb\delta)} \int_{-1}^1 e^{jy(\zeta + jb\delta)} dy.$$

Выполнив интегрирование, после ряда преобразований получим следующее выражение для модуля напряженности поля:

$$|E(\zeta, 0)| = \frac{\pi\sqrt{1+\delta^2}}{8\chi} e^{-\pi\delta\left(16R_1^2\chi + \frac{1}{16\chi}\right)} \sqrt{\frac{\sin^2 \zeta \cdot ch^2 b\delta + \cos^2 \zeta \cdot sh^2 b\delta}{\zeta^2 + \delta^2 b^2}}. \quad (6)$$

Выражение (6) является основой для численных исследований продольного распределения электрического поля сфокусированной круглой апертуры.

Поперечное распределение поля в фокальной плоскости. Точка наблюдения Q расположена в фокальной плоскости. В этом случае $\zeta = 0, \chi = \chi_0$. Запишем (4) в виде

$$E(0, \nu) = T(\chi_0, \nu) \int_0^1 e^{-2u^2 b_0 \delta} J_0(u\nu_1) u du,$$

где

$$b_0 = \frac{\pi}{16\chi_0},$$

$$\nu_1 = \frac{\pi}{16\chi_0} (1 - j\delta)\nu.$$

Разложив экспоненту в степенной ряд, выполнив интегрирование и воспользовавшись затем теоремой умножения для бесселевых функций, подобно тому, как это было сделано выше, получим окончательно:

$$E(\chi_0, \nu) = T(\chi_0, \nu) \frac{4\chi_0}{\pi\nu} \sum_{m=0}^M \sum_{s=0}^m \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{m+n+s} \left(\frac{\pi\delta}{8\chi_0}\right)^m \times$$

$$\times m! \frac{(2s+1)\chi_0^{2s} (\chi_0^2 - 1)^s}{(m-s)!(m+s+1)!n!} \left(\frac{\pi\nu}{8\chi_0}\right)^n J_{2s+n+1}\left(\frac{\pi\nu}{4\chi_0}\right), \quad (7)$$

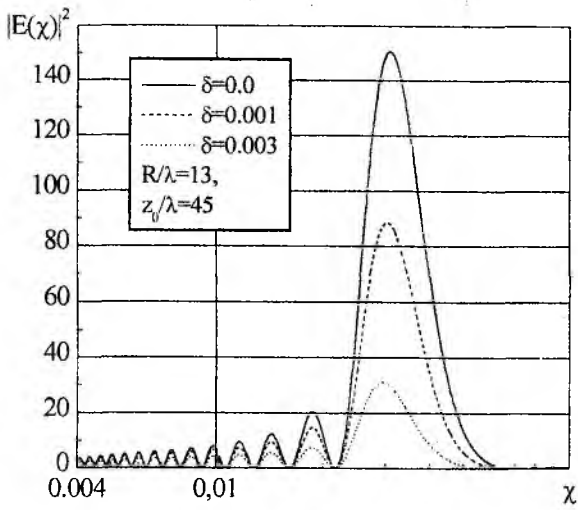
где λ_0 – определено выше, а

$$T(\chi_0, \nu) = \frac{i\pi}{8\chi_0} (1 - i\delta) \left(1 + \frac{\chi_0}{\sqrt{\chi_0^2 + \frac{\nu^2}{64R_1^2}}} \right) e^{-\pi\delta\left(16R_1^2\chi_0 + \frac{\nu^2}{8\chi_0}\right)} e^{-i\pi\left(16R_1^2\chi_0 + \frac{\nu^2}{8\chi_0}\right)}.$$

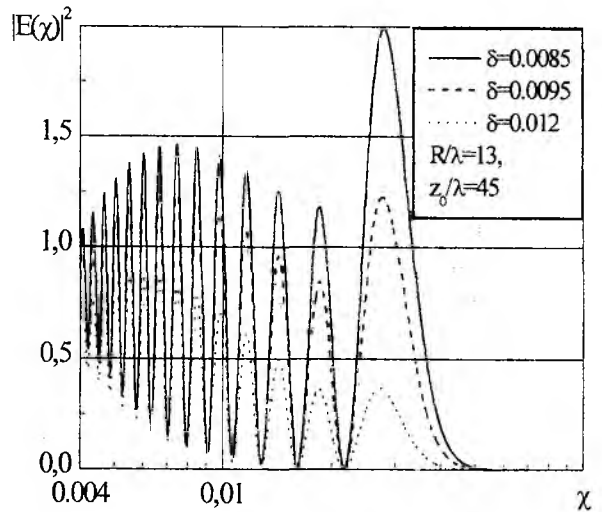
Основные результаты

Основные качественные выводы о характере влияния потерь на вид распределения интенсивности поля в зоне Френеля можно сделать на основании рис. 2а-в, на которых представлены зависимости квадрата модуля напряженности электрического поля круглой сфокусированной апертуры от относительной радиальной координаты χ . Поскольку поле в среде с потерями достаточно быстро убывает по величине при удалении от апертуры, то рассматривается случай глубокой фокусировки $\chi_0 < 0.125$.

При наличии затухания радиальное распределение сохраняет осциллирующий вид, типичный для зоны Френеля. Однако при изменении величины потерь характер осцилляций значительно меняется.



а)



б)

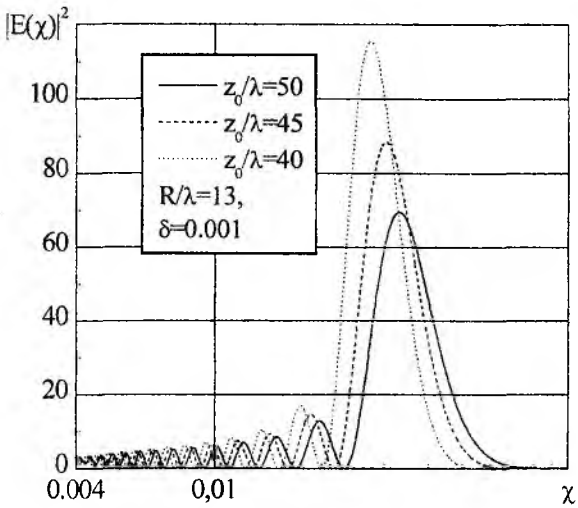


Рис. 2

В случае малых δ он очень близок к распределению в отсутствие потерь. В частности, имеется четко выраженный главный лепесток, соответствующий фокальному пятну, и его величина монотонно убывает с ростом δ . При этом уровень главного лепестка снижается быстрее, чем побочных, (рис. 2а). При достаточно больших δ главный лепесток сравнивается по величине с побочными и при дальнейшем росте потерь становится меньше и фокусировка, как таковая, фактически исчезает (рис. 2б). Увеличение фокусного расстояния также приводит к снижению эффективности фокусировки – уменьшению величины главного максимума (рис. 2в) и значения поля в фокусе.

Интенсивность поля в фокусе на основании (6) описывается соотношением:

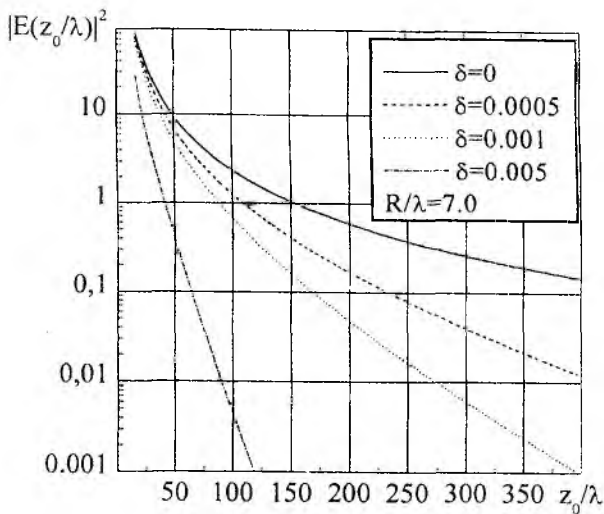
$$|E(R, z_0, \delta)|^2 = \left(1 + \frac{1}{\delta^2}\right) e^{-4\pi\delta z_1} \left(1 - e^{-\frac{\pi\delta R_1^2}{z_1}}\right)^2, \quad (8)$$

где $z_1 = z_0/\lambda$, $R_1 = R/\lambda$.

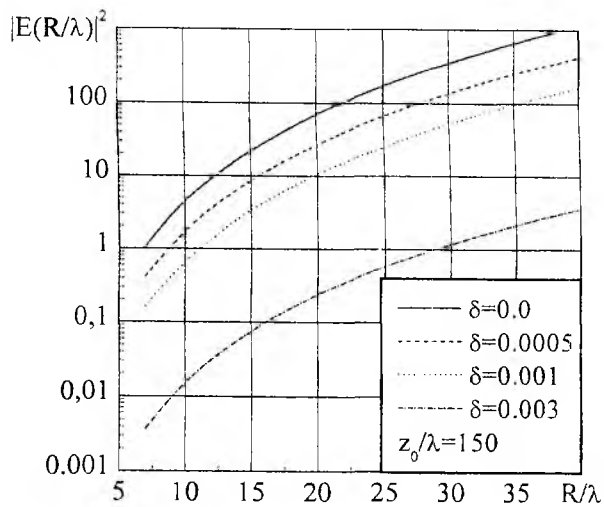
Из него следует, что с ростом фокусного расстояния при фиксированных размерах апертуры величина поля в фокусе уменьшается, а при фиксированном z/λ с ростом R/λ – растет. Видно также, что увеличение δ приводит к быстрому уменьшению поля в фокусе. Соответствующие кривые приведены на рис. 3а, б.

Весьма интересными оказываются зависимости интенсивности поля в фокусе от R/λ в случае, если отношение фокусного расстояния к радиусу апертуры $s = z_0/R$ остается постоянным – рис.4. Известно [4], что для зоны Френеля $s_{\min} = 2,42$.

Характерным является наличие четко выраженного максимума при вполне определенном значении радиуса апертуры, зависящем от параметра δ .



а)



б)

Рис. 3

Этот максимум имеет место при радиусах, удовлетворяющих условию

$$R\delta = \frac{s}{\pi} \ln \left(1 + \frac{1}{2s^2} \right). \quad (9)$$

При этом максимальное значение интенсивности в фокусе равно:

$$|E_f|_{\max}^2 = \left(1 + \frac{1}{\delta^2} \right) \frac{1}{4s^4 \left(1 + \frac{1}{2s^2} \right)^{4s^2+2}} \quad (10)$$

Как известно, в отсутствие потерь координата максимума главного лепестка продольного распределения интенсивности не совпадает с координатой фокуса – она смещена в сторону излучающей системы. Появление загущения в среде приводит к дополнительному его смещению. На рис. 5а приведены графики зависимости этого смещения, выраженного в единицах длины волны в среде, относительно его положения в отсутствие потерь от величины параметра δ . Видно, что смещение увеличивается с ростом потерь при фиксированном фокусном расстоянии. Аналогичный эффект имеет место с увеличением фокусного расстояния при постоянной величине параметра потерь δ (рис. 5б).

Приближение главного максимума к апертуре сопровождается ростом отношения значения интенсивности в этом максимуме к его величине в фокусе – рис. 6а, б. На этих рисунках приведены зависимости отношения величины интенсивности поля в главном максимуме к её значению в фокусе от параметра δ и фокусного расстояния.

По мере увеличения потерь при фиксированном положении фокуса отношение $|E_m|^2 / |E_f|^2$ растёт – рис. 6а. Это объясняется в первую очередь ростом величины смещения положения главного максимума к апертуре (рис. 5а). При этом чем больше фокусное расстояние, тем превышение интенсивности в главном максимуме по сравнению с его значением в фокусе значительнее. Столь же существенное увеличение интенсивности в максимуме наблюдается и с ростом фокусного расстояния рис.6.б при постоянной величине параметра δ .

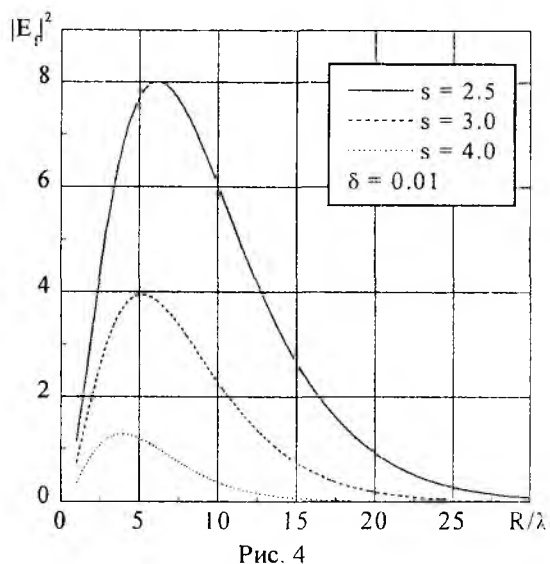


Рис. 4

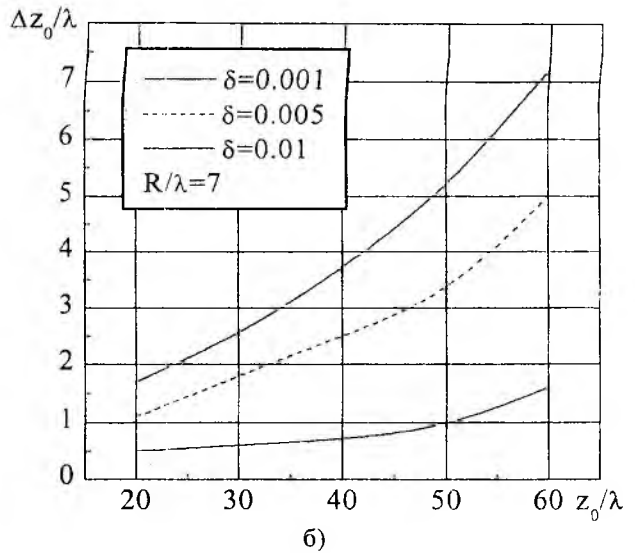
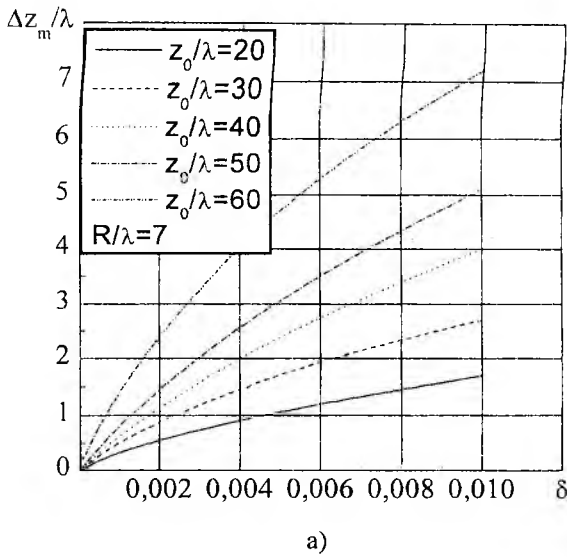


Рис. 5

Особенно сильно этот эффект проявляется при достаточно больших значениях δ (кривая для $\delta = 0.05$ на рис. 6б).

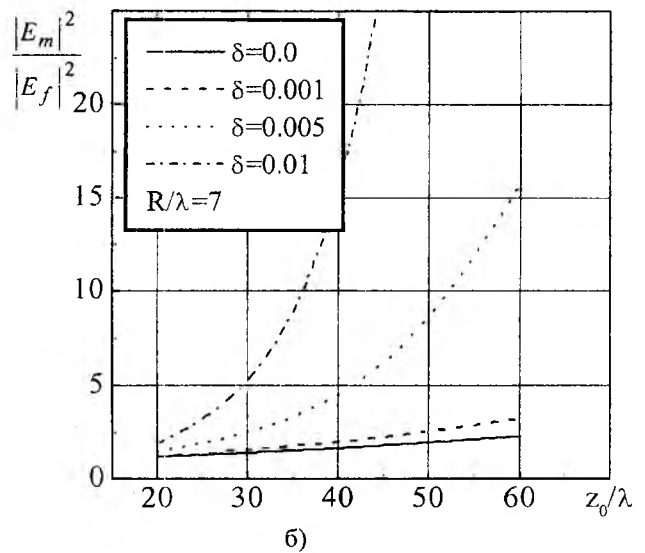
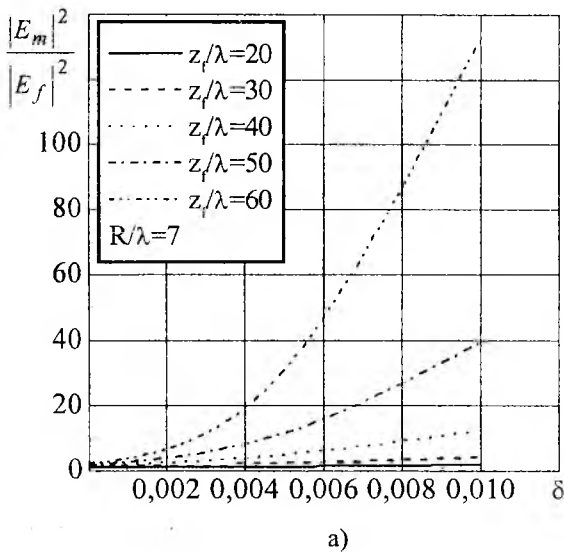


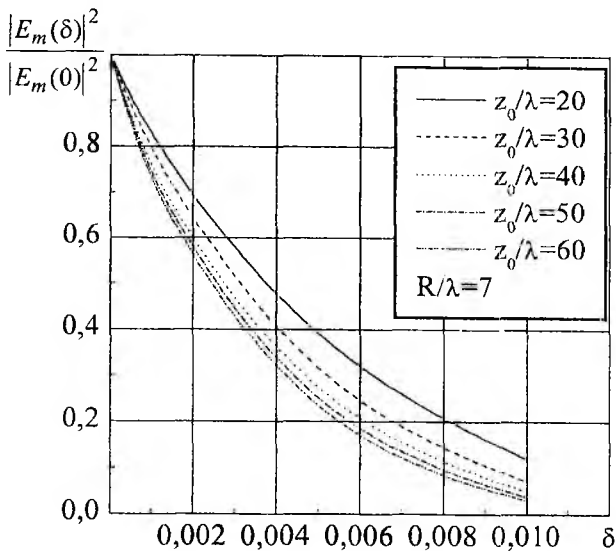
Рис. 6

Однако столь большие значения $|E_m|^2/|E_f|^2$ еще не гарантируют больших абсолютных значений интенсивности в главном максимуме, а значит и высокой эффективности фокусировки. Так на рис. 7а,б приведены зависимости отношения максимума интенсивности при наличии потерь к его значению в отсутствие потерь от величины параметра потерь и фокусного расстояния.

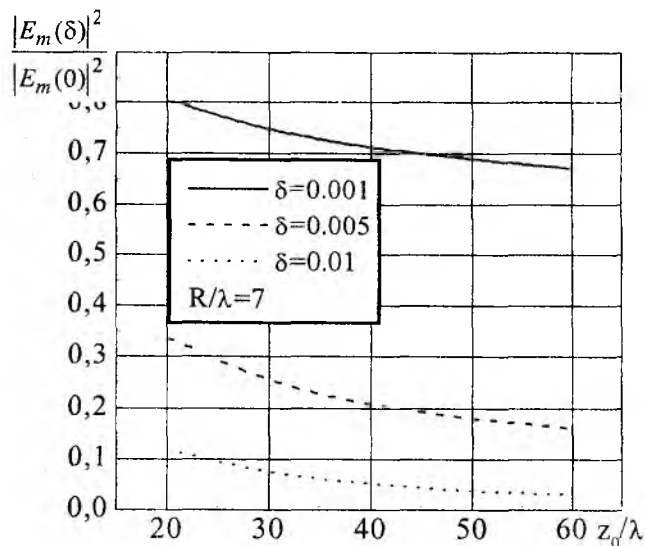
Как видно из рис. 7, наличие потерь приводит к уменьшению интенсивности поля в главном максимуме по сравнению со случаем отсутствия их.

Наименьшее снижение интенсивности имеет место при малых фокусных расстояниях, то есть когда фокус находится около ближней границы зоны Френеля.

Значение интенсивности в максимуме, однако, еще не определяет однозначно возможность эффективной фокусировки. Для этого необходимо, чтобы величина главного максимума была больше, чем всех остальных. Как уже упоминалось выше (рис. 2в), такая ситуация имеет место не всегда.



а)



б)

Рис. 7

На рис.8 показана граница области значений параметра потерь и радиусов апертуры, при которых фокусировка еще возможна на ближней границе зоны Френеля, то есть при $z_0/\lambda = 2.42$. Для значений R/λ и δ , лежащих ниже приведенной кривой, величина главного максимума больше, а при лежащих выше меньше уровня побочных максимумов, расположенных ближе к апертуре.

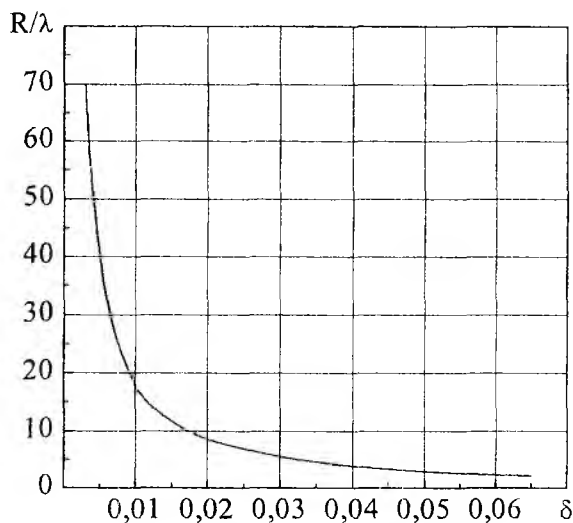


Рис. 8

Список литературы: 1. *Р. Кинг, Г. Смит.* Антенны в материальных средах: В 2-х кн. Пер с англ. М.: Мир, 1984. 824 с. 2. *Silver S.* Microwave Antenna Theory and Design. New York.: McGraw-Hill, 1949. 312 p. 3. *Должиков В.В.* Продольное распределение интенсивности поля в зоне Френеля круглой сфокусированной апертуры // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 1998. Вып. 106. С. 87 – 96. 4. *Р. Хансен.* Сканирующие антенные системы СВЧ. Т.1. М.: Сов. Радио, 1966. 536 с.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию 05.01.2004