

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ ПРИ САМОПОДОБНОМ ВХОДЯЩЕМ ПОТОКЕ.

### Введение

В настоящее время в соответствии с мировыми тенденциями развития телекоммуникационных систем особо актуально стоит задача проектирования и внедрение в эксплуатацию мультисервисных сетей, способных передавать информацию любого типа (речь, видео, данные и т. п.). Данные сети могут быть реализованы как на основе уже существующих сетей, так и с нуля. При решении данной задачи необходимо осуществить выбор транспортной технологии, технологии доступа и протоколов управления, удовлетворяющих требованиям пользователей к качеству обслуживания.

Одной из первоначальных задач при построении мультисервисной сети является задача определения пропускных способностей каналов связи. Данная задача уже была частично решена в статье [1], однако в ней не был учтен тот факт, что в сети передаются различные виды трафика, относящиеся к различным классам обслуживания. Кроме того, допускается наличие бесконечных размеров буферов в узлах. В статье решена задача определения пропускных способностей каналов связи с учетом классов обслуживания и конечных размеров буферов в узлах, что накладывает ограничения по потерям при самоподобном трафике.

### Постановка задачи

Задано множество  $A = \{a_i\}$  источников информационной нагрузки различного класса. Определены классы обслуживания CoS (Class of Service).

Обозначим множеством  $D(k) = \{\vec{d}_{ij}(k)\}$  – множество информационных потоков  $k$ -го класса, поступающих в сеть для передачи между оконечными узлами, где  $\vec{d}_{ij}(k) = (\lambda_{ij}(k), \bar{n}_{ij}(k), H_{ij}(k))$  вектор параметров информационных потоков  $k$ -го класса поступающих в сеть в узле  $a_i$  и передаваемых в узел  $a_j$ , где  $\lambda_{ij}(k)$  – интенсивность поступления пакетов информационных потоков  $k$ -го класса в сеть, сообщений в секунду,  $\bar{n}_{ij}(k)$  – средняя длина пакета информационного потока  $k$ -го класса, бит (длина сообщения распределена по геометрическому закону),  $H_{ij}(k)$  – параметр Херста информационных потоков  $k$ -го класса.

Определена матрица  $B = \|b_{km}\|$  посредством которой задается топология сети, где

$$b_{km} = \begin{cases} 1, & \text{если } a_k \text{ смежна к } a_m; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (1)$$

Введем величины  $w_{km}$ ,  $w_i^K$  которые определяют затраты необходимые для организации канала связи между узлами  $a_k$  и  $a_m$  заданной пропускной способности и стоимость организации узла связи. Величина  $w_{km}$  зависит от расстояния между узлами, от пропускной способности канала связи и от размера буфера коммутационного оборудования входящего в состав данного канала связи, т.е.

$$w_{km} = w(l_{km}, c_{km}, x_{km}), \quad (2)$$

где  $l_{km}$  – расстояние между узлами  $a_k$  и  $a_m$ ;  $c_{km}$  – пропускная способность канала связи между данными узлами;  $x_{km}$  – размера буфера коммутационного оборудования выделенного для обслуживания информационного потока передаваемого между данными узлами.

Величину  $w_i^K$  можно определить как

$$w_i^K = w^K(\lambda), \quad (3)$$

где  $\lambda$  – суммарная интенсивность потока, обслуживаемая данным узлом.

Требуется определить характеристики потоков передаваемых по каналам связи в сети и пропускные способности каналов связи, при которых обеспечивается передача заданных информационных потоков между любой парой узлов  $i, j$  с минимальной среднесетевой задержкой  $T_{cp}$ . Затраты на организацию каналов связи не должны превышать заданной величины  $W_{max}$ . Вероятность потери пакета  $P_{km}$  между узлами  $a_k$  и  $a_m$  не должна превышать заданной величины  $P_{n,max}$ .

Построим математическую модель задачи определения пропускных способностей каналов связи. Введем следующее обозначение  $f_{km}$  – суммарный поток, передаваемый по каналу  $(k, m)$ .

Математическая модель имеет следующий вид:

$$\min(T_{cp}(D(k), B)), \quad k = \overline{1..K}; \quad (4)$$

$$\sum_i w_i^K + \sum_k \sum_m w(l_{km}, c_{km}, x_{km}) \cdot b_{km} \leq W_{max}; \quad (5)$$

$$1 - \prod_{(r,s) \in M_{ij}} (1 - P_{rs}) \leq P_{n,max}, \quad \forall i, j, \quad a_i, a_j \in A; \quad (6)$$

$$f_{km} \leq c_{km}, \quad \forall a_k, a_m \in A, b_{km} \neq 0. \quad (7)$$

Для определения пропускных способностей каналов связи нам необходимо предварительно решить задачу распределения потоков по каналам связи и определения их параметров. Классически задача распределения потока решается в следующей постановке: при известной топологии и пропускных способностях каналов связи необходимо определить маршруты передачи информационных потоков и величины самих потоков так чтобы обеспечить передачу всего объема требований на передачу для всех пар отправитель-адресат с максимальным качеством обслуживания. В нашем случае при решении задачи распределения потоков пропускные способности каналов связи неизвестны, поэтому данная задача относится к задачам распределения потоков и выбора пропускных способностей каналов. При передаче по сети потоки, поступившие от смежных узлов в транзитных узлах, суммируются. При суммировании потоков необходимо учитывать потери, связанные с переполнением буфера. Интенсивность потока уменьшается на величину пропорциональную вероятности потерь  $\lambda' = \lambda - \lambda \cdot P_{\Pi}$ . В современных телекоммуникационных сетях принимаются  $P_{\Pi} = 10^{-4}$  и ниже на участке отправитель-адресат. В связи с этим при расчете потоков в каналах связи данными потерями можно пренебречь из-за их малости. Данная задача уже была решена в статье [1], в которой распределение потоков предлагается производить вдоль кратчайших путей в метрике количества транзитных каналов связи:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } a_i \text{ смежна к } a_j \\ \infty, & \text{в противном случае} \end{cases}, \quad (8)$$

где  $p_{ij}$  – стоимости пути между узлами сети  $a_i$  и  $a_j$ .

Параметры информационного потока в канале связи предлагается проводить по следующему алгоритму:

1. Из матрицы маршрутов  $M$  для заданных  $i$  и  $j$  выбираем  $m_{ij}$  и принимаем  $k = m_{ij}$  затем для  $\bar{f}_{ik}$  элемента матрицы трафика выполняем:

$$\lambda_{ik}^f = \lambda_{ik}^f + \lambda_{ij}; \quad (9)$$

$$\bar{n}_{ik}^f = n_{ik}^f + \lambda_{ij} \cdot \bar{n}_{ij}; \quad (10)$$

$$H_{ik}^f = \max(H_{ik}^f, H_{ij}). \quad (11)$$

2. Если  $k = j$ , то переходим на шаг 5. Иначе принимаем  $s = k$ .

3. Из матрицы маршрутов  $M$  выбираем  $m_{sj}$  и принимаем  $k = m_{sj}$  затем для  $\bar{f}_{sk}^f$  элемента матрицы трафика выполняем:

$$\lambda_{sk}^f = \lambda_{sk}^f + \lambda_{ij}; \quad (12)$$

$$\bar{n}_{sk}^f = n_{sk}^f + \lambda_{ij} \cdot \bar{n}_{ij}; \quad (13)$$

$$H_{sk}^f = \max(H_{sk}^f, H_{ij}). \quad (14)$$

4. Переходим на шаг 2.

5. Для  $\bar{f}_{ij}^f$   $i, j = \overline{1, n}$ , где  $\lambda_{ij}^f > 0$  выполняем  $\frac{\bar{n}_{ij}^f}{\lambda_{ij}^f}$ .

В результате, выполнив данных итераций для всех пар узлов сети, определим параметры информационного потока в канале связи.

### Определение пропускных способностей каналов связи

В работе [1] получено выражение для средней величины задержки пакетов в сети, которая учитывает самоподобный характер передаваемых потоков:

$$T_{cp} = \frac{1}{D_{\Sigma}} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[ f_{ij} \cdot \left( \frac{1}{c_{ij}} + \frac{f_{ij}}{c_{ij}} \cdot \frac{(f_{ij} \cdot c_{ij})^{\frac{2H_{ij}^f - 1}{2(1-H_{ij}^f)}}}{(c_{ij} - f_{ij})^{\frac{H_{ij}^f}{1-H_{ij}^f}}} \right) \right], \quad (15)$$

где  $c_{ij}$  и  $f_{ij} = \lambda_{ij}^f \cdot \bar{n}_{ij}^f$  – пропускная способность канала связи и поток в нем, соответственно, между  $i$ -м и  $j$ -м узлом, а  $D_{\Sigma}$  – полный трафик, определяемый выражением

$$D_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \lambda_{ij}. \quad (16)$$

Так как функция  $T_{cp}(c)$  удовлетворяет условиям сходимости:

$$\frac{\partial T_{cp}}{\partial c_{ij}} > 0; \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 T_{cp}}{\partial c_{ij} \partial c_{kl}} \begin{cases} = 0, & (i, j) \neq (k, l); \\ > 0, & (i, j) = (k, l), \end{cases} \quad (18)$$

она является строго выпуклой. Следовательно, существует единственная стационарная точка, которая и является глобальным минимумом. Данную задачу возможно решить методом наискорейшего спуска.

На основе приведенных ранее ограничений и анализа функции  $T_{cp}(c)$  можно сделать вывод, что точка минимума лежит на границе допустимой области значений. Тогда ограничение на суммарную величину затрат на организацию каналов связи превращается в равенство:

$$\sum_i w_i^K + \sum_k \sum_m w(l_{km}, c_{km}, x_{km}) \cdot b_{km} = W_{\max}. \quad (19)$$

Функция затрат на организацию каналов связи СПД имеет достаточно сложную зависимость включающую затраты на организацию узлов связи и затраты на организацию непосредственно каналов связи. Причем, затраты на каждый канал связи зависят от его пропускной способности, размера буфера коммутационного оборудования выделенного для обслуживания информационного потока, длины, которая в свою очередь зависит от выбранного варианта топологической структуры. К тому же зависимость стоимости канала связи от его пропускной способности носит разрывной характер, а ее зависимость от про-

тяженности и размера буфера коммутационного оборудования является дискретной (ступенчатой) функцией. В данной задаче для упрощения примем линейный, непрерывный характер данной зависимости. В этом случае можно записать:

$$\sum_i w_i^K + \sum_k \sum_m b_{km} \cdot (w_{лс} (l_{km} + x_{km}) + \alpha \cdot c_{km}) = W_{лс} + \sum_k \sum_m b_{km} \cdot \alpha \cdot c_{km} = W_{\max}, \quad (20)$$

где  $W_{лс}$  – суммарные затраты на организацию сети заданной топологии и узлов связи. В этом случае ограничение на суммарные затраты можно переписать в следующем виде:

$$\sum_k \sum_m b_{km} \cdot \alpha \cdot c_{km} = W_{\max} - W_{лс} = W_{кс}. \quad (21)$$

Применение метода наискорейшего спуска для решения данной задачи сводиться к поиску вдоль границы области допустимых значений. Траектория поиска в данном случае представляет собой зигзагообразную кривую, которая периодически выходит за пределы области допустимых значений. Последнее требует применения дополнительных мер по возврату точки поиска в область допустимых значений и борьбы с заикливанием алгоритма.

В связи с тем, что ограничение на суммарные затраты представлено в виде равенства это позволяет уменьшить размерность задачи, посредством выражения одной из неизвестных через остальные.

Переиндексируем узлы сети так, чтобы каналу  $c_{12}$  соответствовал канал с максимальной величиной передаваемого потока  $f_{12}$ . Запишем выражение для  $c_{12}$  как:

$$c_{12}(W_{кс}, c_{ij}) = \frac{W_{кс} - \sum_k \sum_m b_{km} \cdot \alpha \cdot c_{km}}{\alpha}, \quad i, j = \overline{1..n}, (i, j) \neq (1, 2), (k, m) \neq (1, 2). \quad (22)$$

Для того чтобы учесть ограничения по вероятности потери пакета, необходимо определить выражение, определяющее зависимость вероятности потери пакета с параметрами информационных потоков передаваемых по сети.

В работе [2] была получена зависимость вероятности потери пакета в одноканальной системе с самоподобным входящим потоком и детерминированным временем обслуживания от средней интенсивности обслуживания запросов, средней интенсивности поступления запросов и параметра Херста  $H$ :

$$P = \exp\left(-\frac{(\mu - \lambda)^{2H}}{2k(H)^2 a \lambda} x^{2-2H}\right), \quad (23)$$

где  $\mu$  – средней интенсивности обслуживания запросов;  $\lambda$  – средней интенсивности поступления запросов;  $x$  – размера буфера коммутационного оборудования выделенного для обслуживания информационного потока передаваемого между узлами;  $H$  – параметра Херста;  $a$  – коэффициент разногласий;  $k(H) = H^H (1-H)^{1-H}$ .

Применим выражение (23) для каналов связи синтезируемой топологии сети:

$$P_{rs} = \exp\left(-\frac{\left(\frac{c_{rs}}{n_{rs}} - \lambda_{rs}\right)^{2H_{rs}}}{2k(H_{rs})^2 a \lambda_{rs}} x_{rs}^{2-2H_{rs}}\right). \quad (24)$$

Таким образом, с учетом всех ограничения приведенных в постановке задачи математическая модель решения данной задачи выглядит следующим образом:

$$T_{cp} = \frac{1}{D_{\Sigma}} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[ f_{ij} \cdot \left( \frac{1}{c_{ij}} + \frac{f_{ij}}{c_{ij}} \cdot \frac{(f_{ij} \cdot c_{ij})^{\frac{2H_{ij}^i - 1}{2(1-H_{ij}^i)}}}{(c_{ij} - f_{ij})^{1-H_{ij}^i}} \right) \right]; \quad (25)$$

$$c_{12} = \frac{W_{\text{кв}}}{\alpha} - \sum_k \sum_m b_{km} \cdot c_{km}, (k, m) \neq (1, 2); \quad (26)$$

$$\frac{W_{\text{кв}}}{\alpha} - \sum_k \sum_m b_{km} \cdot c_{km} > f_{12}, (k, m) \neq (1, 2); \quad (27)$$

$$1 - \prod_{(r,s) \in M_j} (1 - P_{rs}) \leq P_{n,\text{max}}, \forall i, j, a_i, a_j \in A; \quad (28)$$

$$P_{rs} = \exp \left( - \frac{\left( \frac{c_{rs}}{\bar{n}_{rs}} - \lambda_{rs} \right)^{2H_{rs}}}{2k(H_{rs})^2 a \lambda_{rs}} x_{rs}^{2-2H_{rs}} \right); \quad (29)$$

$$f_{km} \leq c_{km}, \forall a_k, a_m \in A, b_{km} \neq 0. \quad (30)$$

Для нахождения минимума функции  $T_{\text{сп}}(\vec{c})$  необходимо воспользоваться методом наискорейшего спуска.

На основании данного метода с использованием программно-реализованной методики был произведен расчет параметров каналов для нескольких вариантов реализации сети. Данная задача была решена и с применением классических моделей основанных на предположении о пуассоновском характере передаваемых потоков. Сопоставление результатов показало их совпадение при  $H = 0,5$  (что соответствует пуассоновскому потоку).

### Заключение

Решена задача по определению пропускных способностей каналов связи, позволяющих обеспечить передачу заданных информационных потоков между всеми парами отправитель-адресат, с учетом классов обслуживания и конечных размеров буферов в узлах, при минимальном значении среднесетевой задержки сообщения в сети и ограничений на суммарную величину затрат на организацию каналов связи и на потери вызванные переполнением буфера, для случая статистически самоподобных передаваемых потоков в сети. В связи с тем, что для случая передачи самоподобных потоков в сети, получение аналитических выражений для решения данной задачи затруднено, для решения задачи определения оптимальных значений пропускных способностей каналов связи необходимо применять численные методы. Авторами рекомендуется применять метод наискорейшего спуска.

Результаты расчетов оптимальных значений пропускных способностей каналов связи, полученных с помощью предлагаемого метода для случая, когда  $H = 0,5$  (что соответствует пуассоновскому потоку) совпадает с аналогичными результатами классических методов, построенных на предположении о пуассоновском характере передаваемых потоков, дают возможность сделать предположение об адекватности предлагаемого метода.

**Список литературы:** 1. Агеев Д. В., Чернятьев А. В., Самир Махмуд. Выбор пропускных способностей каналов связи при самоподобной характере передаваемых потоков // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2007. Вып. 148. С.87-95. 2. Norros I. On the use of fractional Brownian motion in the theory of connectionless networks // IEEE Journal of Selected Areas in Communications, Volume 13, 1995. № 6. P. 953-962.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию 28.10.2007