УДК 621.391

Ю. М. БИДНЫЙ, И. Н. ПРЕСНЯКОВ, канд. техн. наук

ВЫСОТНО-ВРЕМЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ ДИНАМИЧНОЙ ИОНОСФЕРЫ. *СООБЩЕНИЕ 1.* СИНТЕЗ ОБЩЕЙ СТРУКТУРЫ ФИЛЬТРА

Радиолокационные исследования ионосферы методом некогерентного рассеяния (НР) радиоволн позволяют получить важную информацию о параметрах, характеризующих ее состояние, пространственно-временной динамике, знание которой необходимо для многих приложений. С позиций статистической теории радиолокации ионосферную плазму можно рассматривать как пространственно-распределенный рассеивающий объект, вектор параметров $\vec{\alpha}$ которого является случайной функцией времени t и высоты h. Наибольший объем информации о состоянии этого объекта содержат наблюдения реализаций НР сигналов, представляющие собой гауссовские случайные процессы с нулевым средним и статистическими характеристиками, определяемыми вектором $\vec{\alpha}(t, h)$ [1].

Традиционные методы многопараметрической обработки наблюдаемых данных $y(t)$ в виде аддитивной смеси реализаций сигнала НР и белого гауссовского шума рассмотрены ранее [1, 2]. Они, как правило, используют упрощенное представление высотно-временной динамики состояния ионосферы $\vec{\alpha}(t, h)$ в виде

$$\vec{\alpha}(t,h) = \sum_{k=1}^{K}\sum_{l=1}^{L}\vec{\alpha}(k,l)\,\psi_{kl}(t,h),\; T_0 \leqslant t \leqslant T_f,\;\; H_0 \leqslant h \leqslant H_f. \quad (1)$$

Здесь $\vec{\alpha}(k,l)$—координата разложения динамики вектора параметров состояния ионосферы по заданной системе базисных функций $\psi_{kl}(t,h)$, $k=\overline{1,K}$, $l=\overline{1,L}$;

$$\psi_{kl}(t,h) = \begin{cases} 1 \text{ для } (k-1)\,\Delta T \leqslant t \leqslant k\Delta T, \; (l-1)\,\Delta H \leqslant h \leqslant l\Delta H; \\ 0 \text{ для других } t, h; \end{cases}$$

ΔT, ΔH — интервалы временного и высотного разрешения наблюдений, $\Delta T = (T_f - T_0)/K$, $\Delta H = (H_f - H_0)/L$.

Задача измерения процесса $\vec{\alpha}(t, h)$ сводится к максимально правдоподобной оценке набора векторов $\vec{\alpha}(k, l)$, $k=\overline{1,K}$, $l=\overline{1,L}$ на элементарных интервалах ΔT, ΔH, для которых используется стационарная модель сигнала НР:

$$\vec{\alpha}^*(k,l) = \vec{ML}\,\{y[t, \vec{\alpha}(t,h)],\; (k-1)\,\Delta T \leqslant t \leqslant k\Delta T,$$
$$(l-1)\,\Delta H \leqslant h \leqslant l\Delta h\},\quad k=\overline{1,K},\;\; l=\overline{1,L}, \quad (2)$$

где $\vec{ML}\{\cdot\}$ — оператор максимально правдоподобной обработки. Относительно последовательности ошибок оценивания $\Delta\vec{\alpha}^*(k,l) = \vec{\alpha}^*(k,l) - \vec{\alpha}(k,l)$, $k=\overline{1,K}$, $l=\overline{1,L}$ предполагается, что она является дискретным аналогом векторного гауссовского белого шума с нулевым средним и ковариационной матрицей $\vec{P}_{\alpha^*}(k,l)$:

$$E\{\Delta\vec{\alpha}^*(k,l)\} = \vec{0},\;\; E\{\Delta\vec{\alpha}^*(k,l)\,\Delta\vec{\alpha}^{*\mathrm{T}}(k',l')\} =$$
$$= \vec{P}_{\alpha^*}(k,l)\,\delta_{kk'}\delta_{ll'}\,. \quad (3)$$

Здесь $\delta_{kk'}$, $\delta_{ll'}$ — временной и высотный символы Кронекера.

Простота представления (1) достигается в результате отказа от априорных сведений о вероятностных характеристиках модели высотно-временной динамики вектора $\vec{\alpha}(t, h)$ и приводит к значительным динамическим ошибкам его измерения в соответствии с алгоритмом (2). Оно не отражает физической природы процессов в ионосфере и не может быть использовано для предсказания ее состояния.

Естественно предположить, что уменьшения динамических ошибок и предсказания состояния ионосферы можно достичь, использовав байесовский подход [3], основанный на вероятностных характеристиках динамики состояния ионосферы и его наблюдений. Оценка и предсказание состояния при этом рассматриваются как одна из разновидностей задачи нелинейной фильтрации случайного процесса $\vec{\alpha}(t, h)$ из случайно наблюдаемых данных $y(t)$.

Для решения задачи нелинейной байесовской фильтрации необходимо знать совместную плотность вероятности наблюдаемых сигналов и фильтруемого процесса:

$$p[\dot{y}(t), \vec{\alpha}(t,h)] = p[y(t)|\vec{\alpha}(t,h)]\, p[\vec{\alpha}(t,h)],$$

$$T_0 \leqslant t \leqslant T_f,\ H_0 \leqslant h \leqslant H_f, \tag{4}$$

где $p[y(t)|\vec{\alpha}(t, h)]$ — условная плотность вероятности наблюдений $y(t)$ при заданных высотно-временных изменениях вектора $\vec{\alpha}(t, h)$; $p[\vec{\alpha}(t, h)]$ — априорная плотность вероятности случайного процесса $\vec{\alpha}(t, h)$ для анализируемых высотного и временного интервалов $[T_0, T_f]$, $[H_0, H_f]$. Структура фильтра и его точностные характеристики, очевидно, определяются принятыми моделями сигнала НР и динамикой состояния ионосферы, вероятностные свойства которых влияют на вид $p[y(t)/\vec{\alpha}(t, h)]$ и $p[\vec{\alpha}(t, h)]$.

Отсутствие разработанных моделей, описывающих процесс НР с учетом динамики вектора $\vec{\alpha}(t, h)$, не позволяет получить аналитическое выражение для условной плотности $p[y(t)/\vec{\alpha}(t, h]$ на значительных интервалах $[T_0, T_f]$, $[H_0, H_f]$ и, следовательно, непосредственно использовать процесс $y(t)$ для высотно-временной фильтрации параметров состояния динамичной ионосферы. В связи с этим рассмотрим возможность применения приближенных методов фильтрации, когда входной информацией являются достаточные статистики процесса $y(t)$ на интервалах его стационарности ΔT, ΔH в виде максимально правдоподобных оценок $\vec{\alpha}^*(k, l)$, $k=\overline{1, K}$, $l=\overline{1, L}$.

Рассматривая координату $\vec{\alpha}(k, l)$ в качестве выборочного значения процесса $\vec{\alpha}(t, h)$ в момент времени $t_k = k\Delta T$ для высоты $h_l = l\Delta H$, в соответствии с байесовским подходом точность ее оценки можно повысить при использовании априорной информации о вероятностных характеристиках высотно-временной динамики параметров ионосферы. В работе [4] предлагается марковская модель, основанная на гидродинамической имитации геофизических процессов в ионосферной плазме.

Анализируемый класс процессов, отображающих высотно-временные изменения вектора $\vec{\alpha}(t, h)$, можно описать стохастическим дифференциальным уравнением параболического типа

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{\alpha}(t,h) = \vec{\varphi}_2[\vec{\alpha}(t,h)]\frac{\partial^2}{\partial h^2}\vec{\alpha}(t,h) + \vec{\varphi}_1[\vec{\alpha}(t,h)]\frac{\partial}{\partial h}\vec{\alpha}(t,h) +$$

$$+ \vec{\varphi}_0[\vec{\alpha}(t,h)]\vec{\alpha}(t,h) + \vec{u}[\vec{\alpha}(t,h)] + \vec{w}(t,h) \qquad (5)$$

при учете соответствующих гауссовских начальных и граничных условий

$$E\{\vec{\alpha}(T_0,h)\} = \vec{\alpha}_0(h),\ E\{[\vec{\alpha}(T_0,h) - \vec{\alpha}_0(h)][\vec{\alpha}(T_0,h) - \vec{\alpha}_0(h)]^{\mathrm{T}}\} = \vec{P}_{\alpha_0}(h); \qquad (6)$$

$$E\{\vec{\alpha}(t,H_0)\} = \vec{\alpha}_0(t),\ E\{[\vec{\alpha}(t,H_0) - \vec{\alpha}_0(t)][\vec{\alpha}(t,H_0) -$$

$$- \vec{\alpha}_0(t)]^{\mathrm{T}}\} = \vec{P}_{\alpha_0}(t); \qquad (7)$$

$$E\{\vec{\alpha}(t,H_f)\} = \vec{\alpha}_f(t),\ E\{[\vec{\alpha}(t,H_f) - \vec{\alpha}_f(t)][\vec{\alpha}(t,H_f) -$$

$$- \vec{\alpha}_f(t)]^{\mathrm{T}}\} = \vec{P}_{\alpha_f}(t). \qquad (8)$$

Здесь $\vec{\varphi}_2[\cdot]$, $\vec{\varphi}_1[\cdot]$, $\vec{\varphi}_0[\cdot]$ — непрерывные нелинейные матричные функции вектора состояния $\vec{\alpha}(t,h)$; $\vec{u}[\cdot]$ — непрерывная нелинейная векторная функция $\vec{\alpha}(t,h)$; $\vec{w}(t,h)$— вектор белого гауссовского шума моделирования динамики состояния ионосферы с характеристиками

$$E\{\vec{w}(t,h)\} = \vec{0},\ E\{\vec{w}(t,h)\vec{w}^{\mathrm{T}}(t,h)\} = \vec{P}_w(t,h). \qquad (9)$$

Представление исходной системы (5)—(9) в дискретной форме может быть получено путем использования конечно-разностных методов [4]. Заменяя дифференциальное уравнение (5) высотно-центрированной разностной схемой

$$\frac{\vec{\alpha}(k,l) - \vec{\alpha}(k-1,l)}{\Delta T} = \vec{\varphi}_2[\vec{\alpha}(k-1,l)] \times$$

$$\times \frac{\vec{\alpha}(k-1,l+1) - 2\vec{\alpha}(k-1,l) + \vec{\alpha}(k-1,l-1)}{\Delta H^2} +$$

$$+ \vec{\varphi}_1[\vec{\alpha}(k-1, l)] \frac{\vec{\alpha}(k-1, l+1) - \vec{\alpha}(k-1, l-1)}{2\Delta H} +$$

$$+ \vec{\varphi}_0 [\vec{\alpha}(k-1, l)] \vec{\alpha}(k-1, l) + \vec{u}[\vec{\alpha}(k-1, l)[+ \vec{w}(k-1, l), \quad (10)$$

запишем дискретное уравнение состояния

$$\vec{A}(k) = \vec{\Phi}[\vec{A}(k-1), \Delta T, \Delta H] + \vec{W}(k-1), \quad (11)$$

где $\vec{A}$, $\vec{\Phi}$, $\vec{W}$ — L-мерные гипервекторы с элементами соответственно

$$\vec{A}_l(k) = \vec{\alpha}(k, l); \ \vec{\Phi}_l[\vec{A}(k-1), \Delta T, \Delta H] = \vec{\alpha}(k-1, l) +$$

$$+ (\Delta T/\Delta H^2) \vec{\varphi}_2 [\alpha(k-1, l) [\vec{\alpha}(k-1, l+1) - 2\vec{\alpha}(k-1, l) + \vec{\alpha}(k-1, l-1)] +$$

$$+ (\Delta T/2\Delta H) \vec{\varphi}_1 [\alpha(k-1, l)] [\vec{\alpha}(k-1, l+1) - \vec{\alpha}(k-1, l-1)] +$$

$$+ \Delta T \vec{\varphi}_0 [\alpha(k-1, l)] \vec{\alpha}(k-1, l) + \Delta T \vec{u} [\alpha(k-1, l);$$

$$\vec{W}_l(k-1) = \Delta T \vec{w}(k-1, l); \ l = \overline{1, L}.$$

Начальное состояние и дискретный аналог шума моделирования $\vec{W}(k-1)$ имеют характеристики

$$E\{\vec{A}(0)\} = \vec{A}_0, \ E\{[\vec{A}(0) - \vec{A}_0][\vec{A}(0) - \vec{A}_0]^{\tau}\} =$$

$$= \vec{P}_{A_0}; \ E\{\vec{W}(k-1)\} = 0, \ E\{\vec{W}(k-1)\vec{W}^{\tau}(k-1)\} = \vec{P}_W(k-1);$$

$\vec{P}_{A_0}$, $\vec{P}_W(k-1)$ — диагональные гиперматрицы размера $L \times L$ с элементами на главной диагонали $\vec{P}_{\alpha_0}(l)$, $\vec{P}_W(k-1, l)$, $l = \overline{1, L}$.

Дискретное уравнение состояния (11) совместно с уравнением наблюдения $\vec{A}^*(k) = \vec{A}(k) + \Delta\vec{A}^*(k)$ **(12)**, в котором

$$\vec{A}^*(k) = [\vec{\alpha}^*(k, 1) \ldots \vec{\alpha}^*(k. L)]^{\tau}; \ \Delta\vec{A}^*(k) = [\Delta\vec{\alpha}^*(k, 1) \ldots \Delta\vec{\alpha}^*(k.L)]^{\tau};$$

$$E\{\Delta\vec{A}^*(k)\} = 0, \ E\{\Delta\vec{A}^*(k) \Delta\vec{A}^*(k) \Delta A^{*\tau}(k)\} = \vec{P}_{A^*}(k);$$

$\vec{P}_{A^*}(k)$ — диагональная гиперматрица с элементами на главной диагонали $\vec{P}_{\alpha^*}(k, l)$, $l = \overline{1, L}$, характеризуют задачу марковской нелинейной цифровой фильтрации гипервектора параметров ионосферы $\vec{A}(k)$. Ее решение при использовании критерия минимума среднеквадратической ошибки (СКО) и предположении о гауссовском характере апостериорной плотности вероятности вектора $\vec{A}(k)$ находится в виде алгоритма расширенного фильтра Калмана [3]:

$$\hat{\vec{A}}(k)=\hat{\vec{A}}(k/k-1)+\vec{P}_{\hat{A}}(k)\vec{P}_{A^*}^{-1}(k)\,[\vec{A}^*(k)-\hat{\vec{A}}(k/k-1)], \quad (13)$$

где $\hat{\vec{A}}(k)$ — оценка вектора $\vec{A}(k)$ по минимуму СКО; $\hat{\vec{A}}(k/k-1)$ — предсказанное значение вектора $\vec{A}(k)$ по критерию СКО,

$$\hat{\vec{A}}(k/k-1)=\vec{\Phi}[\hat{\vec{A}}(k-1),\,\Delta T,\,\Delta H]; \quad (14)$$

$\vec{P}_{\hat{A}}(k)$ — ковариационная матрица ошибок оценки,

$$\vec{P}_{\hat{A}}(k)=\vec{P}_{\hat{A}}(k/k-1)-\vec{P}_{\hat{A}}(k/k-1)\,[\vec{P}_{\hat{A}}(k/k-1)+\vec{P}_{A^*}(k)]^{-1}\times$$

$$\times\vec{P}_{\hat{A}}(k/k-1); \quad (15)$$

$\vec{P}_{\hat{A}}(k/k-1)$ — ковариационная матрица ошибок предсказания,

$$\vec{P}_{\hat{A}}(k/k-1)=$$

$$=\frac{\partial\vec{\Phi}[\hat{\vec{A}}(k-1),\Delta T,\Delta H\}}{\partial\hat{\vec{A}}(k-1)}\vec{P}_{\hat{A}}(k-1)\frac{\partial\Phi^{\tau}[\hat{\vec{A}}(k-1),\Delta T,\Delta H\}}{\partial\hat{\vec{A}}(k-1)}+$$

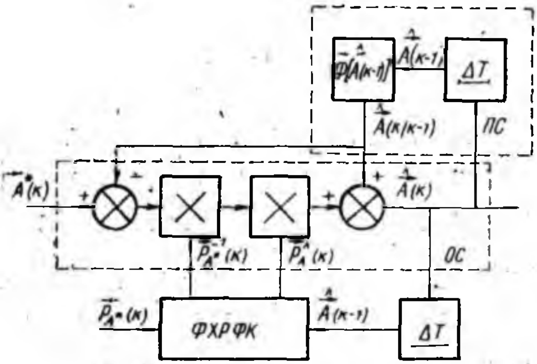
$$+\vec{P}_W(k-1). \quad (16)$$

Начальные условия для уравнений (13)—(16) имеют вид

$$\hat{\vec{A}}(1)=\vec{A}^*(1),\ \vec{P}_{\hat{A}}(1)=\vec{P}_{A^*}(1). \quad (17)$$

Расширенный фильтр Калмана реализует идею предсказания-коррекции. Предыдущая оценка $\hat{\vec{A}}(k-1)$ экстраполируется на один шаг алгоритма вперед с учетом динамики состояния и используется для получения новой оценки $\hat{\vec{A}}(k)$ при поступлении наблюдения $\vec{A}^*(k)$. Описанная процедура позволяет реализовать в реальном масштабе времени последовательную оценку и предсказание состояния ионосферы, основанные на измерениях ее параметров методом НР.

Решение задачи марковской нелинейной цифровой фильтра-



ции в виде вычислительного алгоритма (13)—(16) делает возможным непосредственный синтез структуры фильтра. Последовательность преобразований, которые необходимо выполнить над измерительной информацией метода НР $\vec{A}^*(k)$, можно представить в виде структуры (рисунок), которая включает в себя оцениватель состояния (ОС), предсказатель состояния (ПС), формирователь характеристик расширенного фильтра Калмана (ФХРФК). Структура блока ОС определяется алгоритмом (13), блока ПС — алгоритмом (14), блока ФХРФК — алгоритмом (15), (16).

Анализ рассмотренной последовательности преобразований позволяет выделить следующие основные операции, реализуемые высотно-временным фильтром: сложение матриц (векторов), умножение матриц (векторов), обращение положительно определенных матриц. Вследствие ограниченного быстродействия универсальных ЭВМ выполнение комплекса этих операций в реальном масштабе времени не представляется возможным. Для решения этой задачи необходимо универсальную ЭВМ дополнить специализированным процессором матричных операций.

Расширенный фильтр Калмана имеет существенный недостаток: его алгоритм требует точного знания динамических уравнений состояния и статистических характеристик шумов состояния и наблюдения. В связи с этим для обеспечения высокой точности оценки и предсказания состояния ионосферы требуется дальнейшее развитие статистической теории поведения ионосферной плазмы.

Список литературы: 1. *Метод* некогерентного рассеяния радиоволн /Б. Е. Брюнелли, М. И. Кочкин, И. Н. Пресняков и др. Л., 1979. 188 с. 2. *Пресняков И. Н., Бидный Ю. М.* Применение алгоритмов калмановской фильтрации для оценки параметров исследуемой среды методом некогерентного рассеяния радиоволн//Радиотехника. 1983. Вып. 66. С. 3—10. 3. *Сейдж Э. П., Мелс Дж.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М., 1976. 496 с. 4. *Бидный Ю. М., Пресняков И. Н.* Синтез модели динамики ионосферной плазмы для реализации алгоритмов последовательной оценки ее параметров//Радиотехника. 1984. Вып. 69. С. 3—12.

Поступила в редколлегию 26.06.85.