АГРЕГИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОННОЙ СХЕМЫ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА СЖИМАЮЩЕЙСЯ ОБЛАСТИ АДЕКВАТНОСТИ

И.В. Прасол
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
Кафедра БМЭ ХНУРЭ, пр. Ленина 14, г. Харьков, 61166, Украина
Тел.: (057) 702-1364, E-mail: prasol_iv@mail.ru

***Annotation* – The method of obtaining aggregated mathematical models of analog electronic circuits based on the principle of shrinking the area of the adequacy and assessing the adequacy of using the methods of interval analysis is considered. This enables us to dynamically control the dimension and the error model at the stage of its synthesis.**

***Key words* – mathematical model aggregation , electrical analysis, analog electronic circuit, adequacy of a model, CAD.**

Проблема построения упрощенных моделей (УМ) сложных электронных устройств, являясь многоплановой, в общем случае (т.е. для любых управляющих воздействий) до настоящего времени не имеет решения. В связи с этим существует лишь общая методика, основными моментами которой являются:

1) сбор информации о свойствах моделируемого объекта;

2) определение набора свойств объекта, подлежащих отражению в модели;

3) структурная идентификация модели;

4) параметрическая идентификация модели;

5) оценка различий между исходным объектом и его моделью в тестовых задачах; в случае неудовлетворительных показателей точности – возврат к п.п. 3 и (или) 4;

6) определение области адекватности (ОА) модели.

Методика носит рецептурный характер и нуждается в конкретизации при формировании УМ (так называемой в данном случае агрегированной модели) по полной математической модели (ПММ) устройства на уровне его компонентов[1].

Специфика задачи агрегирования по ПММ, которая отличает ее от традиционной, состоит в наличии априорной информации о внутренней структуре, параметрах объекта и принципах его функционирования. Кроме того, при достаточной степени автоматизации процесса возникает возможность не только оперативного формирования агрегированной модели (АМ) целевого назначения, но и адаптировать ее к конкретным условиям применения, т.е. настраивать в зависимости от области определения внешних параметров и переменных. С учетом этих особенностей предлагается следующий обобщенный детерминированный метод агрегирования сложных функциональных узлов аналоговых электронных схем. Он заключается в выполнении следующих этапов.

1. Формирование технического задания на агрегирование, т.е. определение класса АМ [2], необходимых диапазонов изменения внешних параметров и переменных, а также уровней допустимых погрешностей моделирования требуемых характеристик устройства.

2. Построение (или выбор из имеющегося набора) упрощенных моделей активных элементов или (и) отдельных более мелких структурных функциональных узлов.

3. Выбор системы фазовых переменных АМ.

4. Построение исходной математической модели устройства в соответствующем координатном базисе.

5. Формирование уравнений исходной УМ относительно выбранных фазовых переменных.

6. Минимизация числа внутренних переменных исходной УМ на основе критериев, полученных в результате машинного тестирования моделируемого объекта по полной или редуцируемой модели.

7. Оценка фактической области адекватности (ОА) и проверка на вложенность в нее заданной ОА.

8. Оптимизация точности АМ.

9. После оценки точности АМ принятие решения о возврат к этапу 6 или завершении процесса.

В основе данной метода лежит принцип сжимающейся области адекватности, который подразумевает последовательный переход от исходной УМ верхнего иерархического уровня к УМ нижнего уровня путем минимизации количества внутренних переменных АМ.

В качестве исходной целесообразно использовать модель типа $ОМ_{20}$ [3], получившей наибольшее распространение в силу своей универсальности и удобства применения. Необходимо отметить, что этап 4 может отсутствовать, если исходная УМ формируется с помощью компонентных и топологических уравнений матричным способом.

Важнейшим моментом, во многом определяющим тактику агрегирования, является выбор системы фазовых переменных УМ. С одной стороны, исходная УМ должна иметь минимальный размер, с другой, поскольку построить качественную УМ относительно только полюсных переменных невозможно, - быть удобной для исследования ее свойств с целью дальнейшей редукции.

Этим требованиям отвечает однородный координатный базис напряжений на полюсах схемы и элементах, компонентные уравнения которых представлены дифференциальными или нелинейными зависимостями. Для построения модели в указанном базисе объект необходимо предварительно структурировать. В общем случае на уровне его структурных образований выделяются безынерционная (БМ), инерционная (ИМ) и нелинейная (НМ) части. Схемотехнический эквивалент такого представления устройства – *m*-парник с двумя группами полюсов и сторон - внутренними и внешними . Внешние полюсы (ВШП) образованы выводами, с помощью которых к устройству подключают источники и преемники информационных сигналов, сигналов управления и цепи обратных связей. Понятие «внутренний полюс» (ВНП) отражает факт принадлежности полюса *m*-парника к числу внутренних узлов исходной цепи. Внутренние стороны (ВНС) образованы нелинейными и инерционными компонентами, а внешние (ВШС) – элементами, подсоединяемыми к внешним полюсам.

Математическая модель устройства рассмотренной структуры, формируемая после выполнения этапа 2, может трактоваться как исходная УМ. При определенных условиях ее уравнения могут быть записаны в виде системы

$$\begin{bmatrix} H_{pp} & H_{pi} & H_{pn} \\ H_{ip} & H_{ii} & H_{in} \\ H_{np} & H_{ni} & H_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_p \\ U_i \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_p \\ -I_i \\ -I_n \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

где $[h_{ik}]$ - матрица модели;

$\Phi_p = \{\varphi_k\}(k=\overline{1,p})$ - вектор параллельных переменных ВШС размерности p;

$U_i = \{u_k\}(k=\overline{1,i})$, $V_n = \{v_k\}(k=\overline{1,n})$ - векторы параллельных переменных ВНС размерности i и n соответственно;

$J_p = \{j_k\}(k=\overline{1,p})$ - вектор последовательных переменных ВШС размерности p;

$I_i = \{I_k\}(k=\overline{1,i})$, $I_n = \{i_k\}(k=\overline{1,n})$ - векторы последовательных переменных ВНС размерности i и n соответственно.

Здесь векторы переменных U_i и I_i связаны между собой линейными дифференциальными зависимостями, а векторы V_n и I_n - нелинейными алгебраическими. Компоненты векторов модели (1) упорядочены таким образом, что $y_k = f_k(x_k)(k=\overline{1,p+i+n})$, где y_k, x_k - *k*-ые компоненты вектора фазовых переменных и вектора правой части соответственно, а f_k - некоторая функция.

Форма (1) представления математической модели объекта позволяет устанавливать явную связь между его внешними характеристиками и свойствами элементов ВНС, что чрезвычайно важно в процессе редукции модели (1). Так, выявление не полностью управляемых и не полностью наблюдаемых фазовых переменных со стороны ВШП дает возможность уменьшить порядок исходной УМ.

Переход от модели OM_{20} к модели (1) целесообразен при соблюдении условия

$$N_{in} - (i+n) - N_{in}^{p} > 0, \qquad (2)$$

где N_{in}, N_{in}^{p} - число узлов и ВШП схемы, инцидентных нелинейным и инерционным элементам соответственно.

Особенно эффективно использование уравнений (1) при построении упрощенных моделей классов ММ1 – ММ4 .

Так как в процессе редукции модели ее ОА постоянно сужается, то чрезвычайно важно постоянно контролировать адекватность формируемых моделей. В общем случае это не тривиальная задача. Поэтому предлагается следующий подход, основанный на оценке ОА модели.

Рассматривая модель во взаимодействии с внешней средой, можно выделить несколько иерархических уровней её свойства. Первый уровень образуют свойства элементов АМ (если модель представлена в форме эквивалентной схемы, то в качестве элементов выступают сопротивления, ёмкости, управляемые источники и т.п.), второй ─ непосредственно свойства самой модели (способность усиливать сигналы, изменять их спектральный состав и т.д), третий ─ свойства внешней среды (например, температурная нестабильность, вариации частоты входных сигналов и пр.). Количественно эти свойства характеризуются параметрами ─ внутренними, выходными и внешними соответственно. Наборы параметров образуют векторы $X=(x_1,...,x_n)^t$, $Y=(y_1,...,y_m)^t$, $Q=(q_1,...,q_k)^t$, являющиеся элементами пространств параметров внутренних QI, выходных QO и внешних QE соответственно.

В зависимости от класса АМ координаты пространства будем идентифицировать следующим образом:

1) напряжение источника питания, температура окружающей среды, амплитуда и фаза входного сигнала, величина нагрузки, уровень радиации (для АМ класса ММ2);

2) напряжение источника питания, температура окружающей среды, уровень радиации, величина нагрузки, скорость изменения входного сигнала и его длительность (для АМ класса ММ3);

3) напряжение источника питания, температура окружающей среды, уровень радиации, величина нагрузки, частота входного сигнала (для АМ класса ММ4);

4) параметры п.1 и п.2 (для АМ класса ММ5).

При построении АМ с заданными априори диапазонами изменения внешних параметров на i-м шаге редукции возникает необходимость в построении ОА полученной модели и проверки на вложенность в неё требуемой ОА, которая обычно представлена в виде гиперпараллелепипеда

$$QP = \left\{ Q \in QE \big/ Q_{i\min} \le q_i \le q_{i\max}, i=\overline{1,k} \right\}. (3)$$

Кроме этих неравенств задаётся точка Q^* пространства QE, в котором АМ строится и оптимизируется в пространстве внутренних параметров по критерию минимума погрешности.

Если обозначить вектор выходных параметров, рассчитанный по ПММ, через $Y_n = (y_{n1},...,y_{nm})^t$, то векторная величина

$$E = (\varepsilon_1, ..., \varepsilon_m)^T, \tag{4}$$

где $\varepsilon_j = (y_j - y_{nj}) / y_{ij}$ — относительная погрешность моделирования j-го параметра, является оценкой степени точности АМ. Часто векторную оценку можно заменить скалярной:

$$\varepsilon_м = \| E \|, \tag{5}$$

где ||.|| обозначает векторную норму.

Тогда под ОА АМ будем понимать такую область пространства QE, для которой выполняется условие $\varepsilon_i \le \delta$, где δ — максимально допустимая величина погрешности модели, т.е.

$$OA = \{ Q \in QE \mid \varepsilon_м \le \delta \} \quad . \tag{6}$$

Следует выделить номинальную ОА (ОАН) и ОА по чувствительности (ОАЧ). Последняя используется в задачах оптимизации методами первого порядка и определяется как

$$OAЧ = \{ Q \in OAH \, ||| \, B - B_n \, \| \le \delta_1 \}, \tag{7}$$

где $B = \left[\dfrac{\partial y_j}{\partial q_k} \cdot \dfrac{q_k^*}{y_j(Q^*)} \right]$,

$B_n = \left[\dfrac{\partial y_{nj}}{\partial q_k} \cdot \dfrac{q_k^*}{y_{nj}(Q^*)} \right]$ — матрицы относительной чувствительности;

Q^* — номинальная точка в пространстве QE.

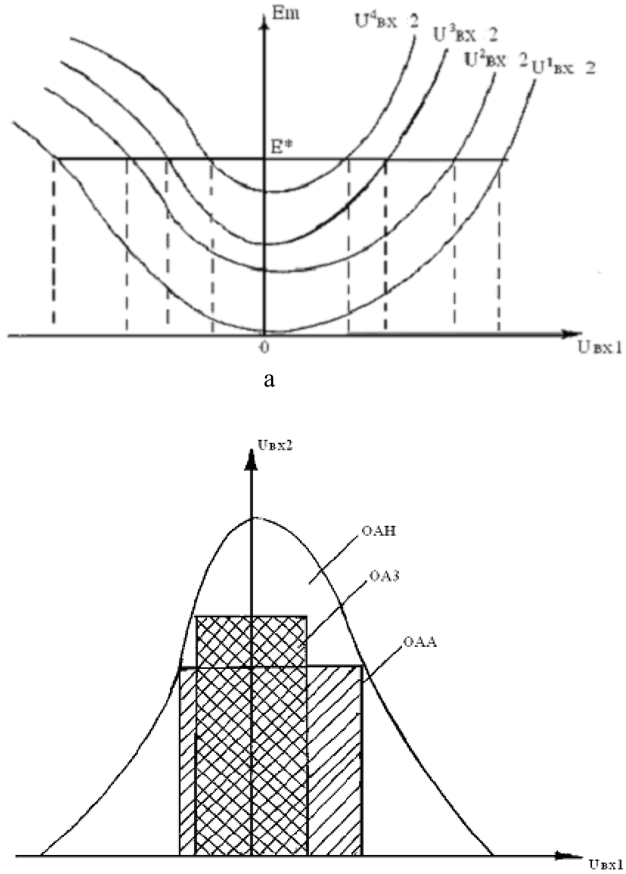
Вложенность заданной ОА в фактическую означает возможность дальнейшего упрощения модели и повышения её вычислительной эффективности в пределах допустимой погрешности.

Построение ОА представляет собой довольно трудоёмкую процедуру. Так как обычно ОА имеет сложную конфигурацию, то и проверка принадлежности точек области адекватности требует значительных вычислительных затрат. Поэтому на практике используют различные аппроксимации ОА, основанные на симплициальной аппроксимации граничных гиперповерхностей ОА и вписывание гиперфигур в заданную область.

Наиболее удобна на практике аппроксимация ОА (ОАА) гиперпараллелепипедом, выполняемая на основе алгоритма «роста — движения». Однако, указанный алгоритм имеет большие вычислительные затраты, определяемые количеством обращений к ММ схемы. Вместе с тем аппроксимация гиперпараллелепипедом, осуществляемая по критерию максимума минимального аппроксимирующего ребра

$$\max \min (q_{i\max} - q_{i\min}) / q_i^* \tag{8}$$
$$OAA \subseteq OA, i \in [1; K]$$

не гарантирует положительного ответа на вопрос о вложенности заданной ОА в ОАА, даже если она вложена в фактическую ОА. Так, если в случае двумерного пространства QE с координатами $U_{вх1}$, $U_{вх2}$ — амплитудами входных сигналов - зависимость погрешности АМ ε_i от $U_{вх1}$, $U_{вх2}$ представлена семейством кривых $\varepsilon_м(U_{вх1}) \mid U_{вх2} = const$ (рис. 1,а), то её ОА для $\varepsilon_i = \varepsilon^*$ имеет вид области, изображенной на рис. 1,б.



а

б

Рис. 1 Определение области адекватности агрегированной модели

Аппроксимация данной ОАН, выполненная по критерию (8), даёт ОАА, заштрихованную на рис.1,б. Как видно из того же рисунка, заданная ОА (ОАЗ), отмеченная двойной штриховкой, принадлежит фактической ОА, но противоречит условиям вложенности, заданным в виде неравенства

$$q_{i\max}^з \le q_{i\max}^ф, q_{i\min}^з \ge q_{i\min}^ф, i = \overline{1, m}, \tag{9}$$

где индексы «з» и «ф» относятся к заданным и фактическим границам ОА соответственно, а m=2.

Значительные подготовительные и вычислительные затраты на реализацию этапов построения ОА и её аппроксимации могут свести на нет эффективность подхода агрегирования моделей при моделировании широкой номенклатуры электронных схем на ЭВМ. В этом случае целесообразно иметь оценочные аппроксимации ОА, которые позволяют оперативно производить проверку соответствия полученной ОА заданной. В качестве такой аппроксимации предлагается аппроксимация гиперпаралелепипедом, полученная на основе интервальных методов. Интервальные методы [4] оперируют со скалярными и векторными величинами, представляющими собой конечно интервалы действительных чисел.

Тогда QP можно рассматривать как интервальный вектор

$$QP = (Q_1, ..., Q_к)^t, \qquad (10)$$

где $Q_i = [q_{i\,\min}, q_{i\,\max}],\ i = \overline{1, к}$.

Ширина интервального вектора

$$w(QP) = \| w(Q_1), ..., w(Q_к) \|, \qquad (11)$$

где $w(Q_i)$ обозначает ширину i-го интервала .

Уравнение ПММ и АМ запишем в виде

$$F_n(X_n, Y, Q_n) = 0, \qquad (12)$$

$$F_i(X_i, Y, Q_i) = 0, \qquad (13)$$

где F_n, F_i — операторы ПММ и АМ соответственно; $Q_i \le Q_n$.

Заменяя компоненты вектора Qn соответствующими компонентами интервального вектора QP, из (12) получаем интервальное уравнение, решение которого интервальными методами даёт интервальное значение выходного вектора Y^n с компонентами

$$Y_i = [y_{li}^n, y_{vi}^n], i = \overline{1, m}, \qquad (14)$$

где y_{li}^n, y_{vi}^n — нижняя и верхняя граница i-го интервала соответственно.

Аналогичным образом, решая уравнения (13), получаем интервальный вектор Y^i .

Введём интервальную оценку погрешности моделирования i-ой выходной характеристики $\varepsilon_i = [\varepsilon_{li}, \varepsilon_{vi}]$, где $\varepsilon_{li} = (y_{li}^n - y_{li}^i) / y_{li}^n$, $\varepsilon_{vi} = (y_{vi}^n - y_{vi}^м) / y_{vi}^n$ — допустимые погрешности, соответствующие нижней и верхней границам интервала i-ой выходной характеристики. Для монотонных характеристик проверка сохранения адекватности АМ сводится к выполнению условий

$$\varepsilon_{li}^з \ge \varepsilon_{li}^ф, \varepsilon_{vi}^з \ge \varepsilon_{vi}^ф. \qquad (15)$$

В настоящее время известны интервальные методы решения линейных уравнений как с интервальными коэффициентами, так с интервальной правой частью [5]. Несмотря на то, что данные методы применимы и к системам дифференциальных уравнений [6], их можно практически использовать при построении моделей классов ММ1 и ММ4. При этом для повышения точности оценок необходимо учитывать как интервальные только те параметры, изменения которых приводят к независимыми вариациями элементов матрицы АМ. В частности, оценивая ОА частной модели с монотонными характеристиками, строится гиперпараллелепипед в пространстве QE, не содержащем измерение, соответствующее частоте входного сигнала. Решение интервальных уравнений (12), (13) производится для фиксированного набора частот из диапазона $[w_{\min}, w_{\max}]$. Это не позволяет избежать многовариантного анализа, но значительно сокращает объём вычислений.

Таким образом, предложен адаптивный метод получения АМ аналоговой электронной схемы на основе принципа сжимающейся области адекватности и оценке ОА формируемой модели на основе методов интервального анализа. Это дает возможность динамически контролировать размерность, а также погрешность АМ на отдельных этапах ее автоматизированного синтеза. Данные вычислительных экспериментов подтверждают эффективность предложенного подхода. Метод может быть использован в составе программного обеспечения интегрированной САПР РЭА, включающей в себя подсистемы электрического анализа, векторной параметрической оптимизации и редукции моделей.

[1] Прасол И.В., Семенец В.В. Проблемы агрегирования моделей при решении задачи электрического анализа сложных электронных схем /Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Силова електроніка та енергоефективність». Частина 4.- Київ, Інститут електродинаміки НАН України, 2009.- С. 98-101.

[2] Макромоделирование интегральных микросхем / В.Ф. Бардаченко, Ю.Н. Басов, Ю.В. Королев, И.А. Ющенко.; Под ред. Ю.В. Королева. -Киев: Техніка, 1985.-118 с.

[3] Петренко А.И. Основы автоматизации проектирования. / А.И. Петренко –Киев: Техніка, 1982.- 295 с.

[4] L. Jaulin, M. Kieffer, O. Didrit, E. Walter. Applied interval analysis. – Springer-Verlag, London, 2001. – 379 p.

[5] R.E. Moore, R.B. Kearfott, M.J. Cloud. Introduction to interval analysis. – Philadelphia, Pennsylvania: SIAM, 2009. – 314 p.