

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ИСКУССТВЕННЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ ЛЕНТОЧНОГО ТИПА

В. М. Скурлов

Свойства искусственных диэлектриков за последнее время изучены достаточно широко. В [1] — [7], а также в ряде других работ рассматриваются искусственные диэлектрики различных типов, различными способами вычисляются их параметры. Показано, что они могут обладать показателем преломления как большим, так и меньшим 1. Исследованы анизотропные свойства искусственных диэлектриков [4], [5], [7].

При анализе таких диэлектриков использовалось несколько методов. В методе Лоренца поле в среде находится как сумма приложенного поля и усредненного по объему ячейки поля, индуцированного всеми частицами. Эта идея лежит в основе работ Л. Л. Левина [5] и Н. А. Хижняка [6], [7], хотя у Хижняка она реализуется иначе. В электростатическом методе вводится фиктивная передающая линия, совпадающая с границами ячейки, и вычисляются емкость и индуктивность ячейки без рассеивающей частицы и при наличии ее. Отношения соответствующих емкостей и индуктивностей дают эффективные диэлектрические проницаемости среды. Довольно широко использовался метод, в котором искусственная среда сводится к периодически нагруженной линии или цепочке четырехполюсников, для расчета которых существуют достаточно эффективные методы анализа [2; 3; 4].

В настоящей работе вычисляются характеристики искусственной среды, состоящей из идеально проводящих бесконечно тонких металлических лент при произвольных поляризациях и углах падения. Исходным пунктом является точное решение электродинамической задачи о дифракции плоской волны на ленточной структуре достаточно произвольной конфигурации с помощью метода, разработанного в работе [8]. Эффективные характеристики ленточной среды находятся из сопоставления отраженных и прошедших полей для обычных диэлектриков и для рассматриваемой ленточной структуры.

1. Исследуемый искусственный диэлектрик представляет собой слой, состоящий из плоских периодических ленточных решеток. В каждой из них ленты бесконечны вдоль оси ox , периодичны с периодом l вдоль оси oy и предполагаются бесконечно тонкими и идеально проводящими. На рис. 1 ленточная система изображена в поперечном разрезе. В каждой из плоскостей $z = 0, z = z_2 \dots z = z_s \dots z = z_p$ решетка характеризуется шириной лент d_s и промежутком между лентами (щелью). s — номер некоторой произвольной внутрилежащей решетки. Последние расположены на произвольных расстояниях друг от друга ($\omega_2, \dots \omega_s, \dots \omega_p$) и могут быть произвольно сдвинуты по отношению друг к другу на расстояние C_s . Ось z проходит через середину щели первой решетки, что не нарушает общности рассуждений. Сдвиг C_s центров щелей остальных решеток отсчитывается от оси z ; при сдвиге в сторону положительных y $C_s > 0$, при сдвиге в сторону отрицательных y $C_s < 0$. Под сдвигом понимается

наименьшее из возможных расстояний между осью z и центром щели решетки.

Номера решеток отсчитываются от верхней решетки: $1, 2, \dots, s, \dots, p$; номера областей, на которые они разбивают пространство, обозначим $1, 2, \dots, s, \dots, p, p+1$. Область, лежащая над отдельной решеткой, имеет номер этой решетки; номер самой нижней области $p+1$.

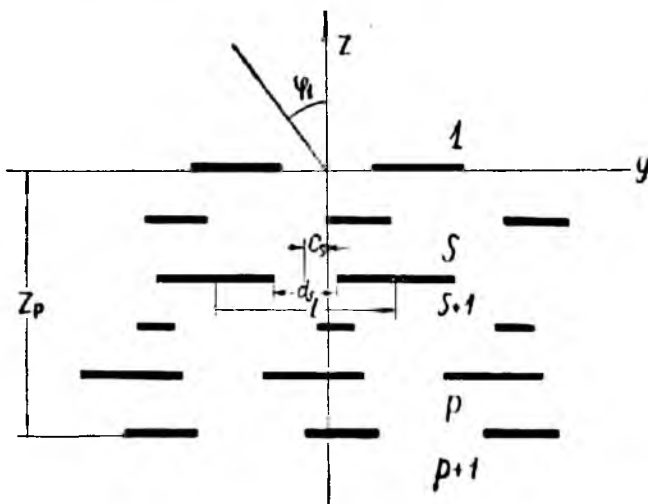


Рис. 1.

На этот слой под углом φ_1 падает электромагнитная волна единичной амплитуды с вектором $\vec{H} = \{H_x, 0, 0\}$, где

$$H_x = e^{-ikz \cos \varphi_1 + ik \sin \varphi_1 e^{-i\omega t}} \quad (1)$$

(множитель $e^{-i\omega t}$ в дальнейшем будем опускать).

Решение для случая E -поляризации проводится аналогично решению для H -поляризации; последнее представляет несколько больший интерес, так как в этом случае среда должна вести себя как диэлектрик с магнитной проницаемостью $\mu = 1$; кроме того, этот случай рассматривался во многих работах и полученные результаты можно сравнивать с другими работами.

Поля, возникающие при наличии такой системы, должны быть периодичными по y и удовлетворять волновому уравнению, поэтому их следует искать в виде

$$\begin{aligned} H_x^1 &= e^{-i\gamma_0 z + ih_0 y} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n1} e^{i\gamma_n z} e^{ih_n y}, \\ H_x^s &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (b_{ns} e^{-i\gamma_n(z-z_s-1)} + a_{ns} e^{i\gamma_n(z-z_s)}) e^{ih_n y}, \\ H_x^{p+1} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{n, p+1} e^{-i\gamma_n(z-z_p)} e^{ih_n y}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $h_n = h_0 + \frac{2\pi n}{l}$, $h_0 = k \sin \varphi_1$, $k = \frac{\omega}{c}$. $\gamma_n = \sqrt{k^2 - h_n^2}$,

n — номер гармоника Фурье,

a_{ns} — коэффициент отражения от s -й решетки для n -й гармоники (в области s);

b_{ns} — коэффициент прохождения через (s —) — ю решетку для n -й гармоники (в области s).

Из равенства нулю на лентах тангенциальной составляющей электрического поля и непрерывности полей на щелях решетки вытекают следующие граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH_x^1}{dz} = \frac{dH_x^2}{dz} = 0, \quad \frac{d_1}{2} < |y + nl| \leq \frac{l}{2} \\ \frac{dH_x^1}{dz} = \frac{dH_x^2}{dz} \\ H_x^1 = H_x^2 \end{aligned} \right\} z = 0,$$

$$\frac{dH_x^s}{dz} = \frac{dH_x^{s+1}}{dz} = 0, \quad \left\{ \begin{aligned} -\frac{l}{2} + C_s \leq y + nl < -\frac{d_s}{2} + C_s, \\ \frac{d_s}{2} + C_s < y + nl \leq \frac{l}{2} + C_s; \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\frac{dH_x^s}{dz} = \frac{dH_x^{s+1}}{dz} \quad \left\{ \begin{aligned} -\frac{d_s}{2} + C_s \leq y + nl \leq \frac{d_s}{2} + C_s \\ s = 2, 3, \dots, p \end{aligned} \right.$$

$$H_x^s = H_x^{s+1}$$

Если ввести $y_s = y - C_s$ и $\varphi_s = \frac{2\pi y_s}{l}$, то металлу s -й решетки будет соответствовать $\theta_s < |\varphi_s| \leq \pi$, а щели той же решетки $|\varphi_s| \leq \theta_s$, где $\theta_s = \frac{\pi d_s}{l}$.

Граничные условия (3) приводят к уравнениям

$$\begin{aligned} & \gamma_0 \delta_{0n} \delta_{s1} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n (g_{s1} b_{ns} e^{i\gamma_n \omega_s} - a_{ns}) e^{i\alpha_n C_s} e^{i n \varphi_s} = \\ & = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n (b_{n, s+1} - g_{sp} a_{n, s+1} e^{i\gamma_n \omega_{s+1}}) e^{i\alpha_n C_s} e^{i n \varphi_s} = \begin{cases} 0, & \theta_s < |\varphi_s| \leq \pi; \\ \neq 0, & |\varphi_s| \leq \theta_s; \end{cases} \\ & \delta_{0n} \delta_{s1} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (g_{s1} b_{ns} e^{i\gamma_n \omega_s} + a_{ns}) e^{i\alpha_n C_s} e^{i n \varphi_s} = \\ & = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (b_{n, s+1} + g_{sp} a_{n, s+1} e^{i\gamma_n \omega_{s+1}}) e^{i\alpha_n C_s} e^{i n \varphi_s}, \quad |\varphi_s| \leq \theta_s. \end{aligned} \quad (4)$$

где $\delta_{0n} = \begin{cases} 0, & n \neq 0; \\ 1, & n = 0; \end{cases}$ $\delta_{s1} = \begin{cases} 0, & s \neq 1; \\ 1, & s = 1; \end{cases}$ $g_{s1} = \begin{cases} 1, & s \neq 1; \\ 0, & s = 1; \end{cases}$

$g_{sp} = \begin{cases} 1, & s \neq p; \\ 0, & s = p; \end{cases}$ $\alpha_n = \frac{2\pi n}{l}$; $z_s - z_{s-1} = -\omega_s$, $s = 1, 2, \dots, p$.

На основании равенства разложений Фурье согласно первым двум уравнениям (4), которое выполняется на всем периоде, получаем соотношение между коэффициентами

$$\delta_{0n} \delta_{s1} + g_{s1} b_{ns} e^{i\gamma_n \omega_s} - a_{ns} = b_{n, s+1} - g_{sp} a_{n, s+1} e^{i\gamma_n \omega_{s+1}},$$

или

$$\delta_{0n} \delta_{s1} + g_{s1} b_{ns} e^{i\gamma_n \omega_s} - b_{n, s+1} = a_{ns} - g_{sp} a_{n, s+1} e^{i\gamma_n \omega_{s+1}}. \quad (5)$$

Тогда третье уравнение (4) эквивалентно двум уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{0n}\delta_{s1} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} (g_{sp}b_{n,s+1}e^{i\gamma_n w_s + i} - b_{n,s+1}) e^{i\alpha_n C_s} e^{i n \varphi_s} = 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_{ns} - g_{sp}a_{n,s+1}e^{i\gamma_n w_s + i}) e^{i\alpha_n C_s} e^{i n \varphi_s} = 0 \end{aligned} \right\} |\varphi_s| \leq \theta_s. \quad (6)$$

Запишем первые два уравнения системы (4) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n (g_{sp}a_{n,s+1}e^{i\gamma_n w_s + i} - b_{n,s+1}) e^{i\alpha_n C_s} e^{i n \varphi_s} = 0 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n (a_{ns} - b_{ns}e^{i\gamma_n w_s} g_{s1}) e^{i\alpha_n C_s} e^{i n \varphi_s} - \gamma_0 \delta_{0n} \delta_{s1} = 0 \end{aligned} \right\} \theta_s < |\varphi_s| \leq \pi. \quad (7)$$

Добавив к обеим частям первого уравнения (6) по

$$\gamma_0 \delta_{0n} \delta_{s1} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n g_{s1} b_{ns} e^{i\gamma_n w_s + i\alpha_n C_s + i n \varphi_s},$$

а во втором уравнении (6) — по

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} g_{sp} a_{n,s+1} e^{i\gamma_n w_s + i + i\alpha_n C_s + i n \varphi_s}$$

и введя

$$\begin{aligned} D_{ns} &= (g_{s1} b_{ns} e^{i\gamma_n w_s} - g_{sp} a_{n,s+1} e^{i\gamma_n w_s + i}) e^{i\alpha_n C_s}, \\ B_{ns} &= (g_{s1} b_{ns} e^{i\gamma_n w_s} - b_{n,s+1}) e^{i\alpha_n C_s} + \delta_{0n} \delta_{s1}, \\ A_{ns} &= (a_{ns} - g_{sp} a_{n,s+1} e^{i\gamma_n w_s + i}) e^{i\alpha_n C_s}, \end{aligned} \quad (8)$$

получим две одинаковые системы уравнений. Система, в которой неизвестными считаются коэффициенты A_{ns} при фиксированном s , имеет вид

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{ns} e^{i n \varphi_s} = 0, \quad |\varphi_s| \leq \theta_s \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{ns} \gamma_n e^{i n \varphi_s} = \gamma_0 \delta_{0n} \delta_{s1} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{ns} \gamma_n e^{i n \varphi_s}, \quad \theta_s < |\varphi_s| \leq \pi. \end{aligned} \quad (9)$$

Для неизвестных B_{ns} при фиксированном s получается точно такая же по виду система, в которой A_{ns} заменены на B_{ns} . Поэтому достаточно рассмотреть только систему (9). Заметим, что в работе [9], где рассмотрена многослойная структура более частного вида, вторая система вида (9) не решалась; вместо нее использовалась система уравнений вида (5). Мы поступим так потому, что решение системы для неизвестных B_{ns} получается без всяких затруднений формальной заменой левых частей в выражениях для A_{ns} на B_{ns} , а окончательная система для коэффициентов отражения и прохождения гармоник будет более симметричной, чем в [9].

Систему [9] будем решать, основываясь на результатах работы [10]. Введем $h_n^* = x \sin \varphi_1 + n$, $\gamma_n^* = \sqrt{x^2 - (x \sin \varphi_1 + n)^2}$; $x \sin \varphi_1 = q + \delta$, где q — целая часть $x \sin \varphi_1$, $x \sin \varphi_1 \geq 0$; $|\delta| < 1$;

$$n + q = j; \quad x_j^* = A_{(j-q)}, \quad h_{(j-q)}^*; \quad \varepsilon_j = 1 + i \sqrt{\frac{x^2}{(j+\delta)^2} - 1}, \quad j \neq 0; \quad (10)$$

$$\gamma_j^* = \sqrt{x^2 - (j + \delta)^2}; \quad x = \frac{l}{\lambda}, \quad \lambda \text{ — длина волны.}$$

Для коэффициентов x_j^s получим систему

$$-x_0^s = -i\gamma_q^* \delta_{qj} \delta_{s1} V_{[s]s}^0 - i \sum_{j=-\infty}^{\infty} D_{(j-q),s} \gamma_j^* V_{[s]s}^j + ix_0^s \frac{\gamma_0^*}{\delta} +$$

$$+ \sum_{j \neq 0} x_j^s \frac{|j|}{j} \epsilon_j V_{[s]s}^j + 2x_{-1}^s R_{[s]s}, \quad (11)$$

$$x_m^s = -i\gamma_q^* \delta_{qj} \delta_{s1} V_{ms}^0 - i \sum_{j=-\infty}^{\infty} D_{(j-q),s} V_{ms}^j + ix_0^s \frac{\gamma_0^*}{\delta} +$$

$$+ \sum_{j \neq 0} x_j^s \frac{|j|}{j} \epsilon_j V_{ms}^j + 2x_{-1}^s R_{ms}, \quad m = 0, +1, \pm 2, \pm 3 \dots,$$

где $V_{[s]s}^j$, V_{ms}^j , $R_{[s]s}$, R_{ms} имеют тот же вид, что и в [10], но их аргументами являются $u_s = \cos(\pi - \theta_s) = -\cos \theta_s = -\cos \frac{\pi d_s}{l}$. В правой части (1) стоят две суммы с убывающими коэффициентами:

$$\epsilon_j \sim \frac{1}{j^2} \text{ при } j \rightarrow \infty, \quad D_{(j-q),s} \sim e^{-|j| \frac{2\pi}{l} (w_s)_{\min}}.$$

Если отношение $\frac{(w_s)_{\min}}{l}$ достаточно велико, так что коэффициенты $D_{(j-q),s}$ убывают быстрее, чем ϵ_j , то при решении системы (11) методом редукции в обеих суммах следует брать одинаковое число членов.

Решение системы (11) имеет вид

$$x_m^s = -i\gamma_q^* \delta_{qj} \delta_{s1} F_{0ms} - i \sum_{j=-N}^N D_{(j-q),s} \gamma_j^* F_{jms}, \quad (12)$$

где $F_{jms} = \frac{\Delta_{jms}}{\Delta_s}$, Δ_s — определитель системы (11); Δ_{jms} — определитель, получающийся из определителя системы (11), если в нем на место m -го столбца поставить столбец

$$\begin{pmatrix} V_{[s]s}^j \\ V_{0s}^j \\ \vdots \\ V_{ms}^j \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Из (12) следует

$$A_{ns} = \frac{1}{h_n'} \left[-i\gamma_q^* \delta_{0n} \delta_{s1} F_{0, n+q, s} - i \sum_{j=-N}^N D_{(j-q),s} \gamma_j^* F_{j, n+q, s} \right].$$

Так же записываются коэффициенты B_{ns} . В длинноволновом приближении $q = 0$; $D_l = 0$, $j \neq 0$;

$$\begin{cases} A_{0s} = \frac{1}{h_0'} [-i\gamma_0^* \delta_{s1} F_{00s} - iD_{0s} \gamma_0^* F_{00s}] = -\frac{i\gamma_0^*}{h_0'} (\delta_{s1} + D_{0s}) F_{00s}; \\ B_{0s} = -\frac{i\gamma_0^*}{h_0'} (\delta_{s1} + D_{0s}). \end{cases} \quad (13)$$

Очевидно, что в этом приближении поле системы не зависит от сдвига решеток.

Подставив в (13) значения A_{0s} , B_{0s} , D_{0s} согласно (8) и вводя обозначения

$$G_s^b = i \frac{\gamma_0^i}{h_0^i} g_{s1} e^{i\gamma_0^i w_s}; \quad H_s^b = g_{s1} e^{i\gamma_0^i w_s} \left(1 + i \frac{\gamma_0^i}{h_0^i} \right);$$

$$G_s^a = -g_{sp} e^{i\gamma_0^i w_{s+1}} \frac{i\gamma_0^i}{h_0^i}; \quad H_s^a = -g_{sp} e^{i\gamma_0^i w_{s+1}} \left(1 + \frac{i\gamma_0^i}{h_0^i} \right),$$

приходим к простой системе уравнений для коэффициентов отражения и прохождения:

$$\left. \begin{aligned} a_{0s} + G_s^b b_{0s} + H_s^a a_{0, s+1} &= -i \frac{\gamma_0^i}{h_0^i} \delta_{s1} \\ H_s^b b_{0s} + G_s^a a_{0, s+1} - b_{0, s+1} &= -i \left(1 + \frac{i\gamma_0^i}{h_0^i} \right) \end{aligned} \right\} s = 1, 2, \dots p.$$

В определителе этой системы все элементы, за исключением расположенных на центральной диагонали и на двух диагоналях, примыкающих к ней справа, равны нулю; в матрице свободных членов только верхние два элемента отличны от нуля, поэтому решение такой системы не составляет большого труда.

Вычисление поля в этой системе при падении на нее под тем же углом волны с вектором $\vec{E} = \{E_x, 0, 0\}$ принципиально не отличается от приведенного выше решения, поэтому в дальнейшем мы будем считать обе задачи решенными.

2. Воспользуемся указанным решением электродинамической задачи для вычисления эффективных характеристик ленточной структуры. Если на такую структуру падает H -поляризованная волна, то в лентах могут возникнуть только дипольные индуцированные моменты, и на падающее поле эта структура должна воздействовать как диэлектрик с некоторой эффективной диэлектрической проницаемостью. Поскольку мы предполагаем ленты идеально проводящими, потери в такой структуре отсутствуют, поэтому можно считать, что $\text{Im}\epsilon_{\text{эф}} = 0$. Ленточный слой конечной толщины можно рассматривать как слой диэлектрика с эффективной диэлектрической проницаемостью, для которого известны отраженное и прошедшее поля. Последние представлены в виде суперпозиции гармоник. Потребуем, чтобы мощность отраженного электрического поля распространяющихся гармоник ленточной структуры была равна мощности, отраженной от диэлектрического слоя той же толщины с диэлектрической проницаемостью ϵ , на который падает волна единичной амплитуды под тем же углом, что и на ленточную структуру. Удовлетворив граничным условиям на обеих границах диэлектрического слоя, получим следующие выражения для коэффициентов отражения и прохождения:

$$A = \frac{[(\gamma_1 \epsilon)^2 - \gamma_2^2] (1 - e^{2i\gamma_2 |z_p|})}{(\gamma_1 \epsilon + \gamma_2)^2 - (\gamma_1 \epsilon - \gamma_2)^2 e^{2i\gamma_2 |z_p|}}, \quad (14)$$

$$D = \frac{4\gamma_1 \epsilon \gamma_2 e^{i(\gamma_1 - \gamma_2) |z_p|}}{(\gamma_1 \epsilon + \gamma_2)^2 - (\gamma_1 \epsilon - \gamma_2)^2 e^{i\gamma_2 |z_p|}}, \quad (15)$$

где $\gamma_1 = k \cos \varphi_1$; $\gamma_2 = k \sqrt{\epsilon} \cos \varphi_2$.

Тогда требование равенства мощностей электрического поля диэлектрического и ленточного слоев сводится к следующему:

$$|A|^2 = \sum_{n=-N}^N |a_{n1}|^2, \quad (16)$$

$$|D|^2 = \sum_{n=-N}^N |b_{n, \rho+1}|^2. \quad (17)$$

Из (14) и (15) следует

$$|\sin \gamma_2 |z_p|| = \frac{2\gamma_1 \epsilon \gamma_2}{|(\gamma_1 \epsilon)^2 - \gamma_2^2|} \left| \frac{A}{D} \right|,$$

или

$$|\sin K_2 n| = \frac{2n \cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{|(n \cos \varphi_1)^2 - \cos^2 \varphi_2|} \left| \frac{A}{D} \right|; \quad (18)$$

здесь $n = \sqrt{\epsilon}$, $K_2 = k \cos \varphi_2 |z_p|$.

Для упрощения выкладок рассмотрим случай нормального падения. Тогда $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = 1$ и (18) переходит в уравнения относительно n .

$$|\sin K_2 n| = \frac{2n}{|n^2 - 1|} \left| \frac{A}{D} \right|. \quad (19)$$

$|A|$ и $|D|$ определяются из уравнений (16) и (17).

Уравнение (19) имеет бесконечное множество решений.

В длинноволновом приближении, когда учитывается только нулевая гармоника, поле ленточной структуры имеет такой же вид, как и поле обычного диэлектрика. Именно в этом случае наиболее целесообразно и удобно пользоваться эффективной проницаемостью. Приравняв коэффициент отражения нулевой гармоники коэффициенту отражения от диэлектрического слоя, можно однозначно найти ϵ .

Действительно, в (14) $A = \text{Re } A + i \text{Im } A$. Легко получить из (14)

$$\text{ctg } \gamma_2 |z_p| = - \frac{\text{Im } A}{\text{Re } A}. \quad (20)$$

На основании (19) и (20)

$$\frac{|\text{Re } A|}{|A|} = \frac{2n}{|n^2 - 1|} \frac{|A|}{|D|}.$$

Считая $n > 1$, отсюда нетрудно получить

$$n = \frac{|A|^2 + \sqrt{|A|^4 + |\text{Re } A| |D|}}{|\text{Re } A| |D|}. \quad (21)$$

При вычислении показателя преломления по формуле (21) следует считать

$$\begin{aligned} \text{Re } A + i \text{Im } A &= \text{Re } a_{01} + i \text{Im } a_{01}, \\ \text{Re } D + i \text{Im } D &= \text{Re } b_{0, \rho+1} + i \text{Im } b_{0, \rho+1}. \end{aligned}$$

По закону сохранения энергии для диэлектрического слоя $|A|^2 + |D|^2 = 1$; таким образом, если с хорошей степенью точности выполняется соотношение

$$|a_{01}|^2 + |b_{0, \rho+1}|^2 = 1, \quad (22)$$

то для вычисления показателя преломления по формуле (21) достаточно пользоваться только коэффициентом отражения (или коэффициентом прохождения) для ленточного слоя. Заметим, что соотношение (22) хорошо выполняется для многих типов ленточных структур при $x < 1$ вплоть до $x \sim 0,90 \div 0,95$.

3. Рассмотрим случай, когда на ленточный слой конечной толщины падает произвольно поляризованная волна, причем плоскостью падения по-прежнему считаем плоскость $zoу$. Такую волну всегда можно представить как суперпозицию двух волн — E -поляризованной и H -поляризованной. В E -поляризованной волне при наклонном падении имеется компонента магнитного поля, нормальная к плоскостям лент, поэтому в лентах будут индуцироваться магнитные моменты. В результате ленточная структура должна проявлять вместе с диэлектрическими и диамагнитные свойства и характеризоваться как диэлектрической, так и магнитной проницаемостями. Наряду с таким подходом ленточную структуру можно рассматривать формально, как некоторую среду, которая чувствительна к поляризации падающей волны, не интересуясь механизмом, вызывающим эту чувствительность. С другой стороны, чувствительностью к поляризации падающей волны обладают кристаллы, диэлектрическая проницаемость которых имеет вид тензора. Поэтому ленточную структуру можно рассматривать не только как среду с эффективными диэлектрической и магнитной проницаемостями, но и как анизотропный кристалл с магнитной проницаемостью, равной единице.

Будем считать аналогом искусственного диэлектрика одноосный кристалл, компоненты тензора которого необходимо вычислить. Пусть оси тензора эквивалентного кристалла совпадают с осями координат x, y, z ; тогда тензор должен быть диагональным. В общем случае падения волны на анизотропный кристалл в нем возникают две волны: обыкновенная и необыкновенная, отличающиеся друг от друга показателем преломления и поляризацией. Показатель преломления обыкновенной волны не зависит от направления падения и равен $n = \sqrt{\epsilon_{11}}$, где ϵ_{11} — двукратное собственное значение тензора ϵ одноосного кристалла. Показатель преломления необыкновенной волны зависит от взаимной ориентации волновой нормали \vec{n} и оси кристалла \vec{c} и имеет вид [9]

$$n_e = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_e}{\epsilon_0 (\vec{n}, \vec{c}) + \epsilon_e (\vec{n}, \vec{c})}}, \quad (23)$$

где ϵ_e — однократное собственное значение тензора ϵ .

Ось кристалла следует выбирать так, чтобы чувствительность к поляризации падающей волны сохранилась и для нормального падения. Это условие выполняется, если ось направлена параллельно к плоскости раздела и лежит в плоскости падения. При этом, согласно [9], обыкновенная волна поляризована нормально к плоскости падения, необыкновенная волна — в плоскости падения.

Пусть на ленточный слой, как и на кристалл, падает произвольно поляризованная волна. Для простоты будем считать, что обе ее компоненты — E -поляризованная и H -поляризованная волны — имеют единичную амплитуду. В п. 1 приведено решение задачи о падении H -поляризованной волны на ленточный слой; аналогично решается задача о E -поляризованной волне.

При падении на кристалл E -поляризованной волны в нем возникает только обыкновенная волна. При падении H -поляризованной волны — только необыкновенная волна. Выбрав оси координат, как показано на рис. 2, мы должны считать, что ось кристалла совпадает с направле-

нием oy . Угол между \vec{n} и \vec{c} $(\vec{n}, \vec{c}) = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$ $[\vec{n}, \vec{c}] = \cos \varphi_1$, $(\vec{n}, \vec{c}) = \sin \varphi_1$; при этом

$$n_e = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_e}{\epsilon_0 \cos^2 \varphi_1 + \epsilon_e \sin^2 \varphi_1}}, \quad n = \sqrt{\epsilon_0}.$$

Тензор диэлектрической проницаемости кристалла имеет вид

$$\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_e & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_0 \end{pmatrix}.$$

Задача о падении произвольно поляризованной волны на кристалл распадается, таким образом, на две:

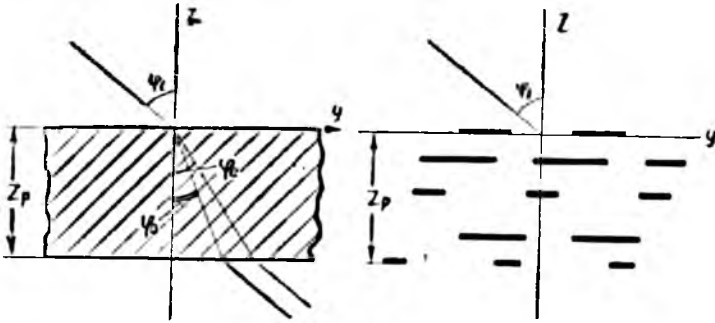


Рис. 2.

а) Граничная задача для H -поляризованной волны, преломляющейся в кристалле с показателем преломления n_e , который имеет вид (23);

б) Задача для E -поляризованной волны, показатель преломления которой $n_0 = \sqrt{\epsilon_0}$.

Решив эти две граничные задачи, получим соответствующие коэффициенты отражения и прохождения:

$$A_0 = \frac{(\gamma_1^2 - \gamma_0^2)(1 - e^{2\gamma_0 |z_p|})}{(\gamma_0 + \gamma_1)^2 - (\gamma_0 - \gamma_1)^2 e^{i(\gamma_0 - \gamma_1) |z_p|}};$$

$$D_0 = \frac{4\gamma_0 \gamma_1 e^{i(\gamma_0 - \gamma_1) |z_p|}}{(\gamma_0 + \gamma_1)^2 - (\gamma_0 - \gamma_1)^2 e^{2\gamma_0 |z_p|}},$$

где индекс 0 означает: для обыкновенной волны.

$$A_e = \frac{[(\gamma_1 \epsilon_e)^2 - \gamma_e^2](1 - e^{2\gamma_e |z_p|})}{(\gamma_1 \epsilon_e + \gamma_e)^2 - (\gamma_1 \epsilon_e - \gamma_e)^2 e^{i(\gamma_1 \epsilon_e - \gamma_e) |z_p|}};$$

$$D_e = \frac{4\gamma_1 \epsilon_e \gamma_e e^{i(\gamma_1 \epsilon_e - \gamma_e) |z_p|}}{(\gamma_1 \epsilon_e + \gamma_e)^2 - (\gamma_1 \epsilon_e - \gamma_e)^2 e^{2\gamma_e |z_p|}}$$

(индекс e означает: для необыкновенной волны).

$$\gamma_1 = k \cos \varphi_1, \quad \gamma_e = kn_e \cos \varphi_e, \quad \gamma_0 = k \sqrt{\epsilon_0} \cos \varphi_0.$$

Найдя n_e и n_0 таким же образом, как и в п. 2, получим два уравнения, из которых легко найти ϵ_0 и ϵ_e .

4. Изложенный способ вычисления диэлектрических проницаемостей был применен к ленточной системе в частном случае: число решеток — две, падение нормальное, сдвиг решеток друг относительно друга равен нулю. Использовались зависимости коэффициентов отражения и прохождения от x для двойной решетки, полученные с помощью ЭВМ. В диапазоне для $x = 0,1 \div 0,95$ влияние гармоник пренебрежимо мало; это следует из того, что в этом диапазоне с большой степенью точности выполняется соотношение

$$|a_{01}|^2 + |b_{02}|^2 = 1.$$

Поэтому расчеты производились по формуле (21). Так как диэлектрические свойства искусственного диэлектрика можно характеризовать

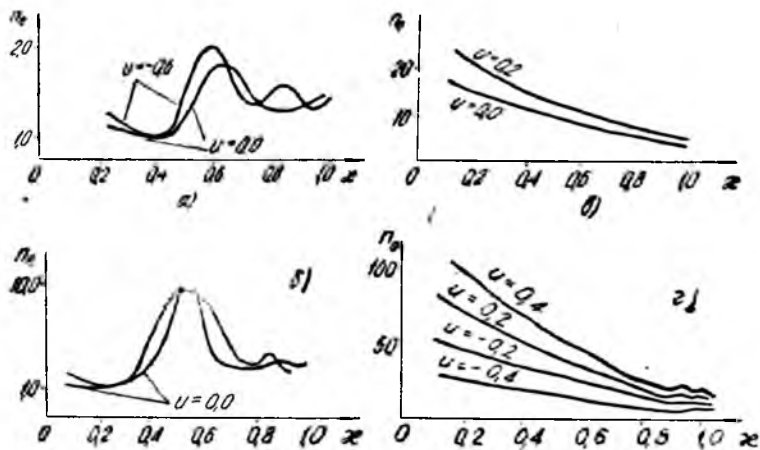


Рис. 3.

показателем преломления, то во всех случаях вычислялась именно эта величина; для нее же строились кривые дисперсии. Кривые дисперсии, построенные для E - и H -поляризованных волн, показаны на рис. 3. Здесь для H -поляризации: а) $\frac{W_2}{l} = 0,5$; б) $\frac{W_2}{l} = 1,0$; для E -поляризации: в) $\frac{W_2}{l} = 0,125$; г) $\frac{W_2}{l} = 0,5$. Из кривых следует:

1. Эффективный показатель преломления при E -поляризации гораздо больше, чем при H -поляризации.

2. С уменьшением щелей в ленточной структуре эффективные показатели преломления увеличиваются (уменьшение щелей соответствует изменению $u = -\cos \frac{\pi d}{l}$ от отрицательных к положительным значениям при E -поляризации и обратному изменению при H -поляризации).

3. С ростом расстояния между решетками показатели преломления также увеличиваются в этом диапазоне. Из рис. 3 видно, что для H -поляризации при $x = 0,25 \div 0,6$ и $\frac{W_2}{l} = 1,0$ имеется участок нарастания показателя преломления, качественно совпадающий с результатами [2] и [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. W. E. Kock. Bell. Syst. Tech. J., 27, № 1, 58—82, 1948.
 2. S. B. Cohn, I. Appl. Ph., 20, 257—262, March, 1949.
 3. I. Brown. Proc. IEE, 97, pt. 3, p. 45—48, Jan. 1950.
 4. N. I. Kolettis, R. E. Collip. IRE trans. on MTT, v. MTT—9, № 5, Sept. 1961.
 5. Л. Л. Левин. Современная теория волноводов, ИЛ, 1954.
 6. Н. А. Хижняк. ЖТФ, 27, 9, 2006—2037, 1957.
 7. Н. А. Хижняк. ЖТФ, 29, 5, 604, 1959.
 8. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопапов. ЖТФ, 32, 4, 1962.
 9. Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред, Изд-во АН БССР, Минск, 1958.
 10. Л. Н. Гейвандов, О. А. Третьяков, В. П. Шестопапов. «Радиотехника и электроника», 8, 8, 1361, 1963.
 11. Е. Н. Подольский. «Зап. мех.-мат. ф-та ХГУ и ХМО» 30, 1964.
-