УДК 62—50:007:57

В. В. ТИЩЕНКО

ПРОГРАММНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ В СРЕДЕ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

При программном моделировании систем производится изучение процессов и явлений внутри системы и окружающей ее среды. Наиболее общим выражением требований объективной общности модели и оригинала в теоретическом моделировании является не изоморфизм, а гомоморфизм. Поэтому воспроизведение модели на ЭВМ (программное моделирование систем) относится к математическому моделированию (имитации), при котором объект (оригинал) представлен некоторым алгоритмом, а ЭВМ реализует программу в некоторую последовательность операций, являющуюся фактической моделью системы.

Недетерминированное моделирование предусматривает оригинал, отражающий основные характеристики системы (объекта), а описание модели, отражающие эти характеристики и их воспроизведение на ЭВМ, — в форме, отличной от детерминированности. Поэтому совпадение результатов моделирования объекта и оригинала оценивается только по совокупности испытаний, т. е. по критериям адекватности.

В классическом моделировании, когда все переменные детерминированы, совпадение результатов моделирования основывается на теории подобия, одной из основных задач которой является установление зависимостей между параметрами процессов, протекающих в оригинале (системе) и модели. Теория подобия предусматривает для переменных исследуемого явления x_j и соответствующих переменных модели этого явления X_j связывать с помощью величины, постоянной для данной модели и численно равной отношению

$$M_j = \frac{X_j}{x_j} \quad \text{или} \quad X_j = M_j x_j.$$

Размерность этой величины равна отношению размерностей переменных X и x_j и называют ее масштабом.

Масштабы, как правило, могут быть выбраны произвольно или быть привязанными к разрядной сетке ЭВМ, или оригинала, вследствие того, что исследуемые характеристики модели и оригинала находятся в определенной зависимости друг с другом. Такая неопределенность постепенно утвердила тенденцию [1] в толковании масштабов как некоторых произвольных величин, не являющихся критериями адекватности, а тесным образом связанных с практическими целями. Такой подход не часто приводит к заслуженному успеху, а разнообразие систем порождает столько видов масштабов, сколько типов переменных в модели и, зачастую, с искусственной формой представления их значения. Поэтому возникла необходимость в исправлении ситуации и выработке таких рекомендаций по классификации видов масштабов, чтобы способ их применения соответствовал основным положениям теории подобия и размерности.

Проблемы моделирования систем в среде с ограничениями позволяют выделить два вида масштабов: постоянные масштабы, воздействие которых распространено на все значения переменной или функции; разностные масштабы, воздействие которых распространено только на отдельные значения переменной или функции.

Оба вида масштабов не зависят от типа системной модели и формы представления значений переменных и всецело определены условиями применимости масштабов.

Предположим, что имеет место $Z = f(x)$, а после введения масштабов $Z = M_y Y$ и $Y = f(M_x x)$, где M_y и M_x — масштабные множители. Тогда, если $M_x M_y = 1$, то условие применимости масштабов можно выразить $M_y = \dfrac{f(x)}{f(M_x x)} = \text{const}$.

Отсюда при выполнении этого условия применимости можно вводить масштабы отдельно во входную и выходную величины модели или, если $M_y = \frac{1}{M_x}$, то можно на входе модели вводить масштаб для переменных, а на выходе выводить масштаб в этих же переменных.

Такое условие применимости позволяет согласовывать масштабы переменных у различных переменных операторов модели.

В случае, если при использовании масштабов осуществить увязку их с разрядной сеткой микро-ЭВМ, то для этого обычно используют некоторые характеристики модели и ЭВМ:

характеристика пределов изменения переменной модели

$$D = E\left(\log_b \frac{x_{\max}}{x_{\min}}\right),$$

где b — основание системы счисления; E — символ операции вычисления целой части; $x_{\min}$, $x_{\max}$ — минимальное и максимальное значения переменной; D — количество разрядов для размещения переменной;

характеристика разрядности ЭВМ: $S = E(\log_b H_{\max})$, где $H_{\max}$ — количество градаций максимального значения переменных ЭВМ.

При этом связь между характеристиками модели и ЭВМ обычно определяется как $D \neq S$, что фактически объясняет представление в ЭВМ. Грубо различаю две категории представления переменных в форме чисел с фиксированной и плавающей точкой. Для чисел с фиксированной точкой соотношение определяется как $D \leqslant S$, и в случае его нарушения приводит к потере старших разрядов числа [2]; для чисел с плавающей точкой $D = S$ за счет искусственного расширения диапазона изменения представления переменной в ЭВМ, но в случае нарушения этого равенства: $D > S$, происходят потери старших разрядов показателя степени.

Таким образом, в представлении переменных в обоих формах возникают критические ситуации, когда разрядная сетка ЭВМ является ограничением среды на переменные модели. Отсюда можно сделать вывод о необходимости введения масштабов.

Использование постоянных масштабов предусматривает представление переменных модели в виде $X_j = M_j x_j$, где M_j — масштаб переменной X_j. При этом отдается предпочтение естественной форме представления переменных, т. е. каждая моделируемая величина хранится и участвует в вычислениях в одном и том же масштабе. Особенностью использования таких масштабов является введение его на входе операции и выведение на выходе, а сами модели должны иметь итерационный или замкнутый характер.

Пусть простейшая модель имеет вид:

$$S = A + B + C;\ A = k_1 S;\ B = k_2 A;\ C = k_3 B,$$

где k_1, k_2, k_3 — операторы модели.

Если исходить из того, что каждая переменная функционирует в своем масштабе, а каждая величина масштаба определяется максимальным значением переменной и разрядной сеткой ЭВМ, то, определяя масштабы в виде величины M_S, M_A, M_B, M_C, их использование можно представить

$$\frac{M_S S}{M_S} = \frac{M_A A}{M_A} + \frac{M_B B}{M_B} + \frac{M_C C}{M_C};\quad \frac{M_A A}{M_A} = k_1 \frac{M_S}{M_S} S;$$

$$\frac{M_B B}{M_B} = k_2 \frac{M_A}{M_A} A;\quad \frac{M_C C}{M_C} = k_3 \frac{M_B}{M_B} B.$$

Если ввести преобразования $M_S S = U_S$; $M_A A = U_A$; $M_B Б = U_B$; $M_C C = U_C$, то соотношение можно переписать в виде:

$$U_B = \frac{M_S}{M_A} U_A + \frac{M_S}{M_B} U_B + \frac{M_S}{M_C} U_C;\ U_A = \frac{M_A}{M_S} \cdot k_1 U_S;$$

$$U_B = \frac{M_B}{U_A} \cdot k_2 U_A;\ U_C = \frac{M_C}{M_B} k_3 U_B.$$

Промасштабированные переменные модели отражают основные свойства теории подобия, фиксирующей наличие каждой переменной в своем масштабе, т. е. критерии подобия переменных. Кроме того, при такой методике введения масштаба выполнено правило применимости масштабов: $M_x M_y = 1$, где M_x, M_y — входной и выходной масштабы.

В случае, если $M_x M_y \neq 1$, то необходимо при введении масштаба аппроксимировать функциональный оператор путем замены его графика (для непрерывных величин) соотношением

$$Y \approx a_0 x_0 + \Sigma a_i (x_i - x_{i-1}),$$

где a_i — тангенс угла наклона в приращениях (производная), x_i — координата значения.

Результат такой аппроксимации оператора позволяет вводить масштаб раздельно для каждой переменной соотношения: M_a — масштаб производной функции, M_x — масштаб аргумента функции.

При этом справедливо утверждение: если значения производных масштабируются M_a, а аргументы — M_x, то выходной масштаб $M_y = M_a M_x$.

Основным недостатком применения постоянных масштабов при непрерывном представлении переменных является зависимость моделируемых переменных от масштаба. Это видно из следующих соображений. Пусть в выражении $X_j = M_j x_j$ одному и тому же значению $x_j = x_{j\max}$ при различных значениях может соответствовать некоторое множество значений машинной переменной x_j.

В случае масштабирования значений переменных, непосредственное применение постоянных масштабов к значению может привести к большой потере точности из-за значительного различия диапазона изменения значения переменных. При этом различают формы представления переменных: величины в форме чисел с плавающей точкой $Y = px$, где x — значение переменной в форме мантиссы, p — весовой коэффициент, порядок мантиссы и $Y_t \leqslant |Y| \leqslant Y_{\max}$ — нормальная форма представления мантиссы; величины в форме чисел с фиксированной точкой. Пусть имеет место $Y_{\text{огр}} = 0 \cdot XXX \cdot 10^N$ и массив чисел $Y = 0 \cdot XXX \cdot 10^p$. Тогда, если $p \leqslant N$, то элементы массива удовлетворяют ограничению, но если массив чисел не однороден по разрядности и имеет место $p > > N$, то необходимы масштабы, ограничивающие количество разрядов в числе.

Если выбрать число $0 \leqslant F \leqslant 1$ и определить его как масштаб значения, то введение масштаба в значение числа с плавающей точкой будет соответствовать $Fp \leqslant N$. Для выведения масштабов необходимо вначале выровнять масштабы чисел F_1 и F_2 для такой арифметической операции по наибольшему F_j и разделить результирующий показатель степени на масштаб $p = \frac{P_F}{F}$.

Для значения переменных в форме чисел с фиксированной запятой применение постоянных масштабов затруднено, но возможно применение разностных масштабов.

Пусть имеется значение $Y_{\text{огр}} \geqslant Y$, тогда введение масштаба не требуется но для случая $Y_{\text{огр}} < Y$ необходимо представить машинную переменную как часть величины моделируемой переменной

$$Y = \frac{Y - k_i Y}{F_y} \text{ и } F_y + k_i = 1,$$

где Y — моделируемая переменная; F_y, k_i — масштабные коэффициенты.

Приведение моделируемых значений переменных к машинным осуществляется следующим образом: проверяется условие $Y_{\text{огр}} \geqslant Y$ и в случае его нарушения выбирается $k_i > 0$ из последовательности $k = 0{,}1;\ 0{,}2 \ldots$ с подстановкой k_i в операцию $Y_F = Y - k_i Y$; после выполнения операции снова проверяется условие $Y_{\text{огр}} \leqslant Y_F$ и при его нарушении величина k_i наращивается, в противном случае фиксируется k_i и вычисляется $F_y = 1 - k_i$.

Фиксация F_y и определение Y_F дает возможность утверждать, что значение Y_F в масштабе F_y.

При сложении (вычитании) со значениями переменных в масштабе необходимо, чтобы все суммируемые величины имели одинаковые масштабы (выравнивание масштабов).

При умножении (делении) выравнивать масштабы нет необходимости. Как правило, выходные масштабные коэффициенты представляют произведение (частное) входных масштабных коэффициентов.

Метод введения разностных масштабов алгоритмичен и легко автоматизируется группой программ микро-программного уровня [3].

Если в качестве ограничений используется не разрядная сетка ЭВМ, а переменные моделирующей системы, критериями подобия являются соотношения, называемые индикаторами подобия.

Предположим, что заданы моделирующая (S_1) и моделируемая (S_2) системы:

$$S_2: Y_1 = \sum_{i=1}^{q} a_i X_i; \quad Y_2 = X_i X_M;$$

$$S_1; Y_1 = \sum_{i=1}^{q} k_i x_i; \quad Y_2 = k_Б x_i x_M.$$

Пусть определены постоянные масштабы $M_x = \frac{k_i x_i}{X_i}$; $M_y = \frac{y_i}{Y_i}$, тогда после подстановки и преобразований возможные индикаторы подобия соответственно равны:

$$\frac{k_i M_{x_i}}{a_i M_y} = 1; \quad \frac{k_Б M_{x_i} M_{x_Б}}{M_y} = 1.$$

Отсюда, используя индикаторы подобия, можно найти выражение для моделирующей системы через переменные моделируемой, т. е. интерпретировать моделируемую систему на уровне моделирующей.

Список литературы: 1. *Левин Л.* Методы решения технических задач с использованием аналоговых вычислительных машин. М., 1966. 414 с. 2. *Смирнов Б. С., Баду Е. И.* Устройства автоматической смены масштабов для АВМ. Л., 1978. 96 с. 3. *Разоренов Г. И.* Выбор масштабов при моделировании. М., 1973. 160 с.

Поступила в редколлегию 14.07.87.

УДК 681.327.120.888

Г. Я. ШЕВЧЕНКО, канд. техн. наук, *А. Н. ПЕРКИН*, *А. М. ПРЯНИЦКИЙ*, канд. техн. наук, *В. А. ЧИКИНА*, канд. техн. наук

СТРУКТУРНО-ЛОГИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

В большинстве случаев решение задач классификации проводится с использованием ЭВМ. Поэтому широкое развитие получили методы, учитывающие, помимо прочего, особенности реализации этих методов на универсальных ЭВМ. Например, предложено решать задачу кластеризации на основе анализа связанности структуры данных [1]. Однако связанные структуры в общем случае могут быть довольно причудливой формы, что не согласуется с гипотезой компактности [2]. С другой стороны, необходима интерпретация выделенной структуры данных для человека, что наилучшим образом осуществляется в терминах исчисления высказываний, при этом, как и в [3, 4], будем считать ценность высказывания тем больше, чем оно короче. При геометрической интерпретации высказываний они представляются в виде совокупности гиперпараллелепипедов в пространстве признаков. Очевидно, что чем короче высказывание, тем меньше число гиперпараллелепипедов, представляющих его, и в пределе самое короткое высказывание — два гиперпараллелепипеда.