

БАЛАНСНЕ КОМПОНУВАННЯ М'ЯКИХ КЛАСТЕРІВ

Дубінський В.М.¹, Мелашенко О.П.²

e-mail: volodymyr.dubinskyi1@nure.ua, o.p.melashenko@gmail.com

Науковий керівник – д-р техн. наук, проф. Романова Т.Є.

¹ Харківський національний університет радіоелектроніки,
кафедра прикладної математики

² Інститут енергетичних машин і систем ім. А.М. Підгорного НАН України,
відділ моделювання та ідентифікації теплових процесів
в енерготехнологічному обладнанні
м. Харків, Україна

This study addresses the problem of sparse equilibrium packing of soft clusters within a rectangular container. Objects within each cluster are characterized by variable spatial forms within predefined elasticity parameter limits, provided their area remains constant. The mathematical model accounts for free translations and continuous rotations of the objects, subject to the objective of maximizing inter-cluster distances. An algorithmic approach has been developed to identify locally optimal solutions. Computational experiments are presented to demonstrate the efficiency of the proposed method.

Задачі компоновання 3D об'єктів у контейнер належать до класу NP-складних [1], що зумовлює необхідність розробки ефективних евристичних методів їх розв'язання. У задачах компоновання виникає необхідність об'єднання об'єктів у кластери, що не перетинаються. Це характерно для завантаження контейнерів [2, 3], де об'єкти групуються за типом (подібні фігури, деталі одного агрегату) або за логістичними ознаками (постачальник, пункт призначення) для спрощення операцій завантаження або розвантаження контейнеру.

У даному дослідженні розглядається задача компоновання м'яких кластерів за умови балансу, кожен з яких містить набір однорідних м'яких багатокутників, не обов'язково однакових. Конфігурація кожного кластера визначається його опуклою оболонкою, геометрія якої залежить від оптимізації взаємного розміщення м'яких об'єктів у кластері.

Нехай $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ – прямокутна область (контейнер). Задано впорядкований набір м'яких багатокутників K_i , $i = 1, \dots, n$, розділений на N кластерів $W_1 = \{T_1, \dots, T_{n_1}\}$, $W_2 = \{T_{n_1+1}, \dots, T_{n_2}\}$, ..., $W_N = \{T_{n_{N-1}+1}, \dots, T_n\}$ за допомогою наборів індексів $\Xi_1 = \{1, \dots, n_1\}$, $\Xi_2 = \{n_1 + 1, \dots, n_2\}$, ..., $\Xi_N = \{n_{N-1} + 1, \dots, n\}$, $n = \sum_{q=1}^N n_q$, де $n_q = \text{card}(\Xi_q)$.

Кожен м'який багатокутник K_i описується так:

$$K_i(u_i, \mu_i) = \{p \in \mathbb{R}^2 : p = v_i + A(\theta_i) \cdot M(\mu_i) \cdot p^{0T}, \forall p^0 \in K_i^0\},$$

де $u_i = (v_i, \theta_i)$, $A(\theta_i)$ – матриця повороту, $M(\mu_i)$ – матриця еластичності,

$\mu_i = (\mu_i^x, \mu_i^y)$, $v_i = (x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$ – вектор трансляції, $\theta_i \in [0, 2\pi)$ – кут повороту, $\mu_i^x \mu_i^y = 1$, $\mu_x^- \leq \mu_i^x \leq \mu_x^+$, $\mu_y^- \leq \mu_i^y \leq \mu_y^+$, $i \in I_n$, $\mu_x^-, \mu_x^+, \mu_y^-, \mu_y^+ \in \mathbb{R}^+$ – задані параметри, K_i^0 позначає нетрансльований та неповернутий багатокутник K_i .

З кожним кластером $W_q(z_q, \mu_q) = \bigcup_{i \in \Xi_q} K_i(u_i, \mu_i)$ пов'язується опукла оболонка м'яких об'єктів $K_i(u_i, \mu_i), i \in \Xi_q$, що позначається як $\widehat{W}_q(z_q, \mu_q) = \text{conv} W_q(z_q, \mu_q)$, $q \in J_N$ (м'який кластер).

Задачу розрідженого компонування м'яких кластерів за умови балансу можна сформулювати наступним чином. Розмістити набір м'яких кластерів $W_q(z_q, \mu_q)$, $q \in J_N$, на максимально можливій відстані $\rho > 0$ один від одного у прямокутному контейнері Ω таким чином, щоб виконувались наступні умови:

$$\text{int } K_i(u_i, \mu_i) \cap \text{int } K_j(u_j, \mu_j) = \emptyset, \text{ для } i > j, (i, j) \in \Sigma_q \times \Sigma_q, q \in J_N, \quad (1)$$

$$\text{dist}(W_q(z_q, \mu_q), \widehat{W}_g(z_g, \mu_g)) \geq \rho, \text{ для } q > g \in J_N, \quad (2)$$

$$\widehat{W}_q(z_q, \mu_q) \subset \Omega \text{ для } q \in I_N, \quad (3)$$

$$\mu_i^x \cdot \mu_i^y = 1, \mu_x^- \leq \mu_i^x \leq \mu_x^+, \mu_y^- \leq \mu_i^y \leq \mu_y^+, i \in I_n, \mu_x^-, \mu_x^+, \mu_y^-, \mu_y^+ \in \mathbb{R}^+, \quad (4)$$

$$x_s(v) = 0, y_s(v) = 0, \quad (5)$$

де $x_s(v)$, $y_s(v)$ – центр мас системи кластерів.

Обмеження (1) забезпечує неперетин об'єктів однієї групи, умова (2) гарантує розміщення м'яких кластерів на відстані не менше ніж ρ , обмеження (3) описує умови включення кластерів у контейнер Ω , (4) обмежує параметри еластичності м'яких об'єктів, (5) описує умову дотримання балансу. Стратегія розв'язання складається з двох етапів 1) пошук мінімальної опуклої оболонки для кожного кластеру; 2) пошук локального максимуму задачі компонування кластерів.

Етап 1. Пошук мінімальної опуклої оболонки багатокутників, які можуть змінювати свою форму в межах заданих параметрів еластичності, зберігаючи площу та опуклість під час перетворень еластичності. Для аналітичного опису умов розміщення м'яких багатокутників застосовано метод ϕ -функцій [4]. Сформульована відповідна математична модель як задача нелінійного програмування. Розроблено метод розв'язання, який застосовує алгоритм побудови допустимих стартових розміщень та локальну оптимізацію.

Етап 2. Пошук розрідженого розміщення м'яких кластерів за умов дотримання балансу. Застосовано метод розв'язання, запропонований в [5].

Для розв'язання задач NLP застосовано локальний солвер IPOPT (версія 3.14.14).

Приклад. Задано впорядкований набір м'яких багатокутників $K_i, i \in \{1, 2, \dots, 41\}$, який поділяється на $N=6$ кластерів $W_q(z_q, \mu_q)$, де $n_1 = 6, i = 1, \dots, 6$ – восьмикутники, $n_2 = 6, i = 7, \dots, 12$ – десятикутники,

$n_3 = 10, i = 13, \dots, 22$ – трикутники, $n_4 = 6, i = 23, \dots, 28$ – п'ятикутники, $n_5 = 7, i = 29, \dots, 35$ – шестикутники, $n_6 = 6, i = 36, \dots, 41$ – семикутники. Стартові розміри багатокутників: правильні багатокутники з радіусом описаного кола $r_i = 2, i = 1, \dots, 41$. Контейнер – прямокутник ($a = 35, b = 35$). Значення цільової функції $\rho^* = 2.79$, час обчислення дорівнює 306.4 сек. На рис. 1 наведені локально оптимальні розміщення об'єктів, отримані на Етапі 1 та Етапі 2 відповідно: побудова опуклої оболонки для кластеру (рис. 1, а); 3D розміщення м'яких кластерів за умови балансу (рис. 1, б).

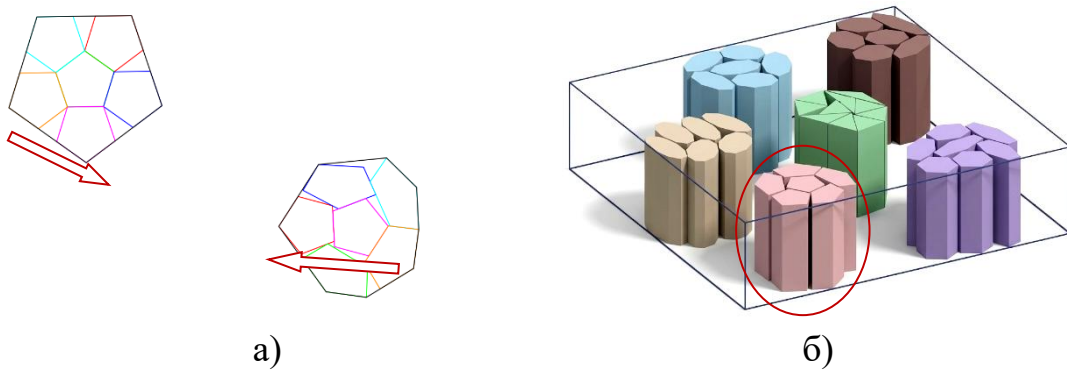


Рисунок 1 – Розріджене компонування м'яких кластерів

Подальші дослідження спрямовані на розв'язання задач балансного компонування кластерів, сформованих нерегулярними м'якими об'єктами.

Список використаних джерел:

1. Wäscher G., Haußner H., Schumann H. An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*. 2007. Vol. 183, no. 3. P. 1109–1130. DOI: 10.1016/j.ejor.2005.12.047.
2. Bortfeldt A., Wäscher G. Constraints in container loading – A state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*. 2013. Vol. 229, no. 1. P. 1–20. DOI: 10.1016/j.ejor.2012.12.006.
3. Гребеннік І., Романова Т., Урняєва І., Дубінський В., Калайда Н. Оптимізація балансного і кластерного компонування та завантаження контейнерів. Київ : Наукова думка, 2022. 212 с.
4. Мелащенко О., Романова Т., Шеховцов С. Компонування м'яких багатокутників в опуклому полігональному контейнері. *Проблеми управління та інформатики*. 2024. № 6. С. 24–32. DOI: 10.34229/1028-0979-2024-6-2.
5. Romanova T., Pankratov A., Litvinchev I., Plankovskyy S., Tsegelnyk Y., Shypul O. Sparsest packing of two-dimensional objects. *International Journal of Production Research*, 2021. Vol. 59, no. 13. P. 3900–3915. DOI: 10.1080/00207543.2020.1755471.