

СТОХАСТИЧНИЙ РЕЗОНАНС У ЦИФРОВОМУ ФІЛЬТРІ

Шаповал І.Р.

email: illia.shapoval@nure.ua

Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПЕЕА'

м. Харків, Україна

Stochastic resonance has been attracting the attention of both physicists and electronics specialists for the past two decades. This phenomenon occurs when the presence of both a useful signal (usually harmonic) and noise in a nonlinear system leads to an increase in the signal-to-noise ratio at the system output when the input noise level increases within certain limits. The paper considers stochastic resonance in a radio engineering system similar to a digital filter based on the Lyapunov characteristic function. The physical nature of the stochastic resonance is investigated and its existence in a radio engineering system is confirmed by modeling.

Стохастичний резонанс протягом останніх двадцяти років привертає увагу як фізиків, так і спеціалістів у галузі радіоелектроніки. Це явище полягає в тому, що при дії на нелінійну систему корисного сигналу (в найпростішому випадку — гармонічного) і шуму спостерігається збільшення співвідношення сигнал/шум на виході системи зі зростанням у певних межах рівня вхідного шуму [1-6]. Є декілька докладних оглядів численних праць про стохастичний резонанс. Багато авторів досліджують це явище, розглядаючи нелінійну систему з узагальненою структурою, що зображена на рис. 1



Рис. 1. Узагальнена схема для дослідження стохастичного резонансу.

На вхід такої системи діють корисний сигнал $f(t)$ і шум $\xi(t)$. Результат оцінюють за вихідним сигналом $y(t)$. Походження стохастичного резонансу, залежно від структури нелінійного перетворювача, може бути зовсім різним. Так, при безреактивному (безінерційному) нелінійному перетворювачі це явище, як це неодноразово відзначалося в літературі, зумовлено зміщенням “робочої точки” на нелінійному елементі. На відміну від більшості радіотехнічних пристроїв, це зміщення здійснюється не постійною напругою, а шумовим сигналом. Таке ж пояснення стохастичного резонансу можливе й у динамічних нелінійних перетворювачах, які мають єдиний стан рівноваги або єдиний періодичний

режим при періодичному зовнішньому збудженні. Якщо є декілька станів рівноваги для нелінійного перетворювача, а також нелінійні реактивні елементи, видається корисним дослідження аналогії між стохастичним резонансом і параметричним підсиленням при збудженні детермінованим періодичним сигналом. Найпоширенішою моделлю нелінійної системи, на якій досліджується явище стохастичного резонансу, є спрощене рівняння руху броунівської частинки у в'язкому середовищі із симетричним бістабільним потенціалом типу $U(x) = -\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}$ під дією невеликого гармонічного збурення [3,4]. Спрощення полягає у відкиданні в рівнянні руху члена з другою похідною при граничному переході до моделі невагомої частинки. Таке спрощене рівняння має вигляд:

$$\frac{dx}{dt} - x + x^3 = F(t);$$

$$F(t) = a \cdot \sin(vt + \alpha) + \xi(t)$$

Аналогом цієї моделі є коливальний контур з нелінійною ємністю, який збуджується джерелами напруги $f(t)$ і $a \cdot \sin(vt + \alpha)$. У цьому випадку рівняння спрощується відкиданням другої похідної при малій індуктивності контуру. Іншою моделлю, яку можна описати рівнянням (1), є електричне коло з послідовно з'єднаними індуктивністю, нелінійним опором із вольт-амперною характеристикою S-типу та джерелами напруги. Для кількісної характеристики стохастичного резонансу використовують такі параметри, як коефіцієнт підсилення за потужністю (КПП) й співвідношення сигнал/шум на виході. Визначення цих характеристик під час розгляду узагальненої блок-схеми (рис. 1) не викликає проблем. Однак при переході до рівняння виникають деякі особливості в інтерпретації результатів, зокрема, яку величину вважати вихідним сигналом $y(t)$. Найчастіше приймають $y(t) = x(t)$, а КПП визначають $\frac{A_1^2}{a^2}$, де A_1 — амплітуда першої гармоніки у спектрі $x(t)$. Таке трактування має певні недоліки, оскільки фізичний зміст цього співвідношення не є відношенням потужностей.

Тому метою нашого дослідження є розгляд енергетичних співвідношень при стохастичному резонансі та розгляд його кількісних характеристик у традиційному значенні потужностей. Цікавим є й інше питання при вивченні явища стохастичного резонансу — чи має стохастичне збудження переваги або особливості щодо детермінованого, інакше кажучи, чи відіграє якусь особливу роль саме випадковий характер сигналу збудження. Тому нижче також аналізуємо роботу системи у випадку, коли сигнал $\xi(t)$ є звичайним гармонічним. Розгляньмо систему з енергетичного боку. Для цього домножмо це рівняння на $\frac{dx}{dt}$:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{d}{dt}(U) = F(t) \frac{dx}{dt};$$

У лівій частині одержаного виразу є сума миттєвих потужностей сили тертя й сили, пов'язаної з потенціалом $U(t)$, у правій — потужність зовнішньої сили. Очевидно, що в періодичному режимі середнє значення потужності dU/dt є нульовим. Отже, уся енергія, що поступає в систему від зовнішньої сили, витрачається на тертя. Таким чином, у такій механічній системі не можна говорити про підсилення потужності. Зрозуміло, що цей факт не порушується і при врахуванні другої похідної, тобто для рівняння

$$\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + 2\delta\frac{dx}{dt} - x + x^3 = F(t);$$

Аналогічна ситуація буде і в коливальному контурі з нелінійною ємністю. Однак в електричному колі з нелінійним опором картина буде іншою. Розгляньмо коло, схема якого зображена на рис. 2.

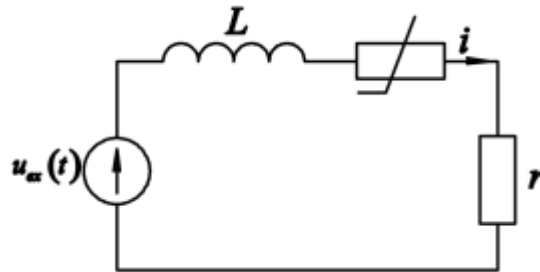


Рис. 2. Схема з нелінійним опором; $u_{\text{вх}}(t) = a \cdot \sin(\nu t + \alpha) + \xi(t)$, де напруга й струм відраховуються від стану рівноваги (U_0, I_0) на спадній ділянці $u = U - U_0, i = I - I_0$ (рис. 3).

У цю схему включено нелінійний опір, вольтамперну характеристику якого запишемо у вигляді:

$u(x) = -R \cdot I + u_0 \left(\frac{i}{i_0}\right)^3$, де напруга й струм відраховуються від стану рівноваги (U_0, I_0) на спадній ділянці $u = U - U_0, i = I - I_0$ (рис. 3)

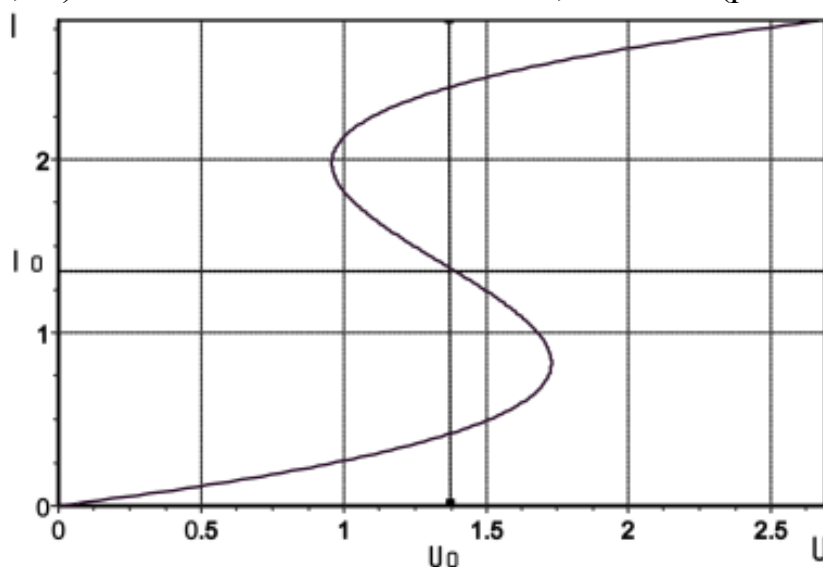


Рис. 3. Вольт-амперна характеристика нелінійного опору

Висновки:

1. В обох випадках збудження (періодичне та шумове) енергія сигналу передається на підсилюваний сигнал, що є спільною рисою цих процесів.
2. Стохастичний резонанс у традиційній моделі має дві фізичні інтерпретації: - Як явище в бістабільних або нелінійних системах (механічних чи електричних). - Як ефект в електричному колі з нелінійним опором, де коефіцієнт підсилення потужності може бути необмеженим при тривалому викликанні.
3. Показано, що застосування коефіцієнта підсилення потужності (КПП) є доцільнішим, ніж традиційне визначення через ряд корисного сигналу. Це дозволяє встановити оптимальні параметри для найбільш сильного прояву стохастичного резонансу.
4. Проведене моделювання підтвердило відсутність стохастичного резонансу в радіотехнічній системі, подібній до цифрового фільтра на основі функції Ляпунова.

Список використаних джерел:

1. Journal of Physical Studies v. 9, No. 1 (2005) p. 19–25 В.В. Григоренко, Л. А. Україна URL : https://physics.lnu.edu.ua/jps/2005/1/pdf/19_25.pdf
2. Харченко О.И. *Застосування методу стохастичного резонансу при обробці коротких реалізацій випадкового процесу*: тези доповідей праць п'ятої наукової конференції Харківського університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба «Новітні технології – для захисту повітряного простору», 15–16 квітня 2009 року. Х.: ХУПС ім. І. Кожедуба. 2009. С. 136–137.
3. Kharchenko O.I., Chumakov V.I. *Enhancement of signals on the background of high-intensity noise via nonlinear transformations*: proc. of the [Microwave & Telecommunication Technology, CriMiCo 2011. 19th International Crimean Conference](#).- 12-16 Sept. 2011, Sevastopol. 2011. P. 1120-1121. (Scopus)
4. Kharchenko O., Kovacheva Z., Chumakov V. The Calculation of the Stochastic Resonator Output Driven by Signal plus Noise // TEM Journal, 2023, 12(2), P. 585-589. (Scopus).
5. AN Netravali і BG Haskell, *Digital Pictures: Representation and Compression*, New York: Plenum, 1988. URL: <https://www.tandfonline.com/journals/zelj20/about-this-journal#open-access>
6. CJ Kikkert і A. Biddeli, "Апаратне додаткове згладжування для аналого-цифрових перетворювачів", *Proc. IREE 14th Australian Microelectronics Conf.* URL: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4684-1294-9>