

# АНАЛІЗ КРИПТОГРАФІЧНИХ СИСТЕМ І ПЕРСПЕКТИВА ВИКОРИСТАННЯ ПРОТОКОЛІВ У ГРУПАХ КОС

Кавуненко Я.О.

Науковий керівник – к.т.н., доц. Єпішкін С.О.

Харківський національний університет радіоелектроніки

(61166, Харків, пр. Науки, 14, каф. Інфокомунікацій, тел. (057) 702-55-92)

The given work is about researching of general weaknesses of protocols in braid groups.

Протягом декількох останніх років помітно зріс інтерес до криптографічних додатків, заснованих на перетвореннях в некомутативних групах. Групи КОС зокрема представляють особливий інтерес в силу своєї ефективності при забезпеченні трудомістких обчислювальних процесів. Різними групами дослідників були запропоновані протоколи з перетвореннями в групі КОС. У той же час можливості практичного застосування перетворень в групах КОС обмежені через недостатнє їх аналізу, як раз в криптографічних додатках. Метою цієї статті є розгляд і аналіз основних криптографічних перетворень і криптографічних протоколів в КОС групах, а також розгляду проблемних питань [1].

Коса з  $n$ -ламаних ниток – об'єкт який складається з двох паралельних площин  $P_0$  і  $P_1$  в трьохвимірному просторі  $R^3$ , який складається з впорядкованої множини точок  $a_1, a_2, \dots, a_n \in P_0, b_1, b_2, \dots, b_n \in P_1$  і з  $n$ -простих ламаних  $l_1, l_2, \dots, l_n$ , які не перетинаються між собою, перетинаючи кожену площину  $P_t$  між  $P_0$  і  $P_1$  і з'єднують точки  $\{a_i\}$  з точками  $\{b_i\}$  (рис. 1).

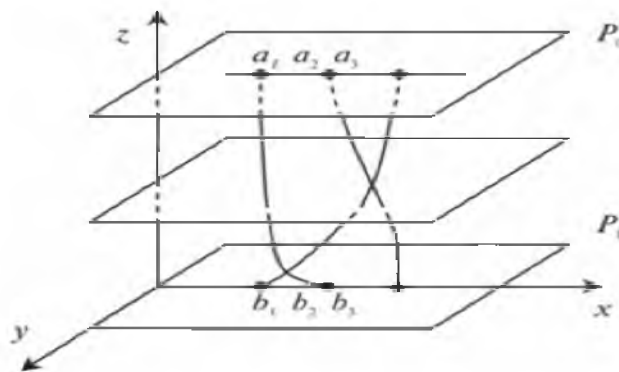


Рисунок 1 – Графічне представлення КОС

Фундаментальною в теорії КОС є теорема Артїна: група КОС  $B_n$ , ізоморфна абстрактній групі, породженій утворювальними  $b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$ , які задовольняють певним співвідношенням.

Грунтуючись на отриманих знаннях, були розглянуті наступні види криптографічних перетворень в КОС групах:

1. системи обміну ключами;

2. схеми шифрування / дешифрування;
3. протоколи аутентифікації;
4. механізм електронного цифрового підпису.

Стійкість криптосистем ґрунтується на наступних проблемах:

1. **Завдання пошуку сполучень (CSP)**: нехай  $(x, y) \in V_n V_n$  такі, що  $y = a^{-1}xa$ , де  $a \in V_n$  або однієї з підгруп  $V_n$ . Завдання знайти таке  $b$ , що  $y = b^{-1}xb$ .
2. **Завдання одночасного пошуку безлічі сполучень (MSCSP)**: нехай  $(x_1, a^{-1}x_1a) \dots (x_r, a^{-1}x_r a) \in V_n V_n$  такі, що  $y = a^{-1}xa$ , де  $a \in V_n$  або однієї з підгруп  $V_n$ . Завдання знайти таке  $b$ , що  $y = b^{-1}x_1b = a^{-1}x_1a, \dots, b^{-1}x_rb = a^{-1}x_r a$ .
3. **Завдання декомпозиції (BDP)**: нехай  $(x, y) \in V_n V_n$  такі, що  $y = a_1 x a_2$  для  $(a_1, a_2) \in LB_n LB_n$ . Завдання знайти  $(b_1, b_2) \in LB_n LB_n$  таку, що  $y = b_1 x b_2$ .
4. **Завдання одночасної множинної декомпозиції (MSBDP)**: Нехай  $(x_1, a_1 x_1 a_2) \dots (x_r, a_1 x_r a_2) \in V_n V_n$  для  $(a_1, a_2) \in LB_n LB_n$ . Завдання знайти пару  $(b_1, b_2) \in LB_n LB_n$  таку, що  $y = b_1 x_1 b_2 = a_1 x_1 a_2, \dots, b_1 x_r b_2 = a_1 x_r a_2$ .
5. **Завдання пошуку кореня (RP)**: Нехай  $x =$ , де  $a, x \in V_n$  та  $p \in \mathbb{N}$ . Завдання пошуку для експоненти  $p$  знайти таку косу  $b \in V_n$ , щоб  $b^p = x$ .
6. **Завдання вибору пов'язаних елементів (CDP)**: Нехай  $(x, y) \in V_n V_n$ . Завдання встановити, чи є  $x$  і  $y$  сполученими, тобто встановити, чи існує таке  $a \in V_n$  або однієї з підгруп  $V_n$ , що  $y = a^{-1}xa$ .

Виходячи з вищенаведеного, існує три основні різновиди атак:

- 1) використання рішення задачі пошуку сполучень;
- 2) використання імовірнісного підходу в  $V_n$ ;
- 3) використання допоміжної групи, як правило, в уявленні Бурау [2].

Аналіз розглянутих криптографічних систем показує, що розробка алгоритмів, що використовують групи КОС є перспективним напрямком у розвитку криптографії. Основні характеристики систем наведені в таблиці 1.

Таблиця 1 – Основні характеристики криптографічних систем, що використовують групи КОС

Вхідне повідомлення, біт	$pn \log(n)$
Зашифроване повідомлення, біт	$4pn \log(n)$
Швидкість шифрування, операцій	$O(p^{2n} \log(n))$
Швидкість розшифрування, операцій	$O(p^{2n} \log(n))$
Довжина персонального ключа, біт	$0.5pn \log(n)$
Довжина відкритого ключа, біт	$3pn \log(n)$
Складність атаки «груба сила»	$((n/2)!)^p = \exp(0.5pn \log(n))$

Перелік посилань:

1. D. Garber, S. Kaplan, M. Teicher, B. Tsaban and U. Vishne, Length-based conjugacy search in the braid group, Contemp. Math. 418 (2006), 75–87.
2. E. Artin, Theory of Braids, Ann. of Math. 48 (1947) 101–126.