УДК 621.391

И. В. ЗОТОВ

АЛГОРИТМ СИНТЕЗА АНСАМБЛЕЙ КВАЗИОРТОГОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ СИГНАЛОВ С ЗАДАННЫМИ СВОЙСТВАМИ

В связи с развитием теории передачи и обработки информации повышаются требования, предъявляемые к ансамблевым, структурным и корреляционным свойствам используемых систем сигналов. Поэтому актуальна разработка эффективных методов синтеза сложных сигналов с заданными свойствами.

Известно [1], что достаточное условие существования N — позиционного кода W с n-уровневой периодической функцией автокорреляции (ПФАК) заключается в том, чтобы имело место разностное множество, сбалансированное на n уровней $D(N, K, \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$. При этом под разностным множеством $D = \{d_1, d_2, d_3, \ldots, d_k)$ понимается подмножество K целых чисел по модулю N такое, что разность $d_i - d_u \pmod N$, $i \neq u$, $i, u = 1, 2, \ldots, K$ принимает каждое из n_1 различных значений из множества чисел $1, 2, \ldots, N-1$ точно λ_1 раз, n_2 различных значений из этого же множества чисел λ_2, $n_3 - \lambda_3, \ldots, n_n - \lambda_n$ раз.

Аналогично [1] будем полагать, что элементы разностного множества d_i представляют собой локаторы единичных символов в коде бинарной фазоманипулированной последовательности $W = \{W_1, W_2, W_3, \ldots, W_N\}$, а также то, что соответствие $W \equiv D$ носит взаимооднозначный характер. Необходимое условие при синтезе последовательностей с n-уровневой ПФАК — выполнение следующих равенств:

$$n_1 + n_2 + \cdots + n_n = N - 1; \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} n_i \cdot \lambda_i = K(K-1); \tag{2}$$

$$R_i = N - 4 \cdot (K - \lambda_i), \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{3}$$

В работе [2] предложен алгоритм синтеза сигналов заданной уровневости и других свойств ПФАК. Для решения системы уравнений (1)—(3) определяли параметры требуемых разностных множеств D, а затем на их основании случайным перебором элементов d_i находили корректные в смысле ПФАК множества. Существенные недостатки этого алгоритма — большая вычислительная сложность и неоднозначность при решении (1)—(3), а также алгоритма перебора возможных вариантов. Кроме того, с увеличением длины N и значения уравневости n вычислительная сложность алгоритма увеличивается непропорционально N, что приводит к неэффективности метода уже при $N \leqslant 30$.

Исследования показали, что для синтеза сигналов с заданными свойствами можно использовать алгоритм, более эффективный с точки зрения быстродействия и программно-аппаратной реализации. Замечено, что при формировании сигналов значительно проще оперировать не элементами разностного множества $d_i = \overline{1, k}$ а разностями

$$l_j = (d_i - d_{i-1}), \quad j = \overline{2, K}, \ (\mathrm{mod}\, N);$$
$$l_1 = d_1 - d_k, \tag{4}$$

что позволяет снять задачу решения (1)—(3), а также более точно проводить отбор корректных множеств. Так, если на основании определения разностного множества проверять разности $d_u - d_i$, $i \neq u$, $i, u, = \overline{1, k}$, то легко заметить, что при $u = i + 1$ имеем

$$L = \sum_{i=1}^{k} d_u - d_i = (d_2 - d_1) + (d_3 - d_2) + (d_4 - d_3) + \cdots$$
$$\cdots + d_k - d_{k-1} = d_k - d_1 \pmod N. \tag{5}$$

Далее, после простых преобразований

$$P = L - (d_k - d_1) = (d_2 - d_1) + (d_3 - d_2) + \cdots$$
$$\cdots + (d_k - d_{k-1}) + (d_1 - d_k) = 0 \equiv N, \pmod N \tag{6}$$

видно, что сумма разностей элементом множества D, представленных в виде (4), всегда равна длине синтезируемого сигнала и инвариантна к параметрам разностного множества. Это позволяет вести перебор, оперируя не с числами-элементами разностного множества, а с заранее подготовленными корректными разностями между элементами d_i. В частности, при этом можно преодолеть ту часть прямого перебора, где получаются автоморфизмы, не приводящие к росту ансамбля сигналов. В то же время разброс значений слагаемых, составляющих P в (6) минимален, здесь всегда существуют одинаковые слагаемые, что также сокращает количество попыток при отборе множеств, так как перестановки слагаемых в P (назовем их дифферентами разностного множества) в этом случае являются некорректными.

Пример 1. Пусть имеется разностное множество с $N = 28$, $K = 14$ с трехуровневой ПФАК вида $D(28, 14, 6, 7, 8) = \{1, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 16, 18, 20, 24, 25, 26\}$. Тогда дифферентами множества будут $P = \{3, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 5, 2, 2, 4, 1, 1\}$, так что $\sum_{i=1}^{k} P_i = 28$.

Можно представить, как будет выигрыш в эффективности в этом случае при синтезе P, где всего пять различных элементов, по сравнению с D, где 14 таких элементов. Так при формировании D потребуется C_{28}^{14} попыток, а при синтезе P — C_{14}^{5}, что соответствует сокращению процесса отбора и анализа корректных комбинаций приблизительно в 1000 раз.

Исследования показали, что к решению поставленной задачи можно подойти иначе. Разбиением числа N [3] называется конечная невозрастающая последовательность k натуральных чисел $(\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n)$, для которой выполняется равенство

$$\sum_{i=1}^{k} \gamma_i = N. \tag{7}$$

Каждое число N можно разложить на $E(N)$ комбинаций. В [3] приводится вывод формулы для вычисления $E(N)$. Мы же ограничимся лишь тем, что приведем несколько ее значений: $E(1) = 1$, $E(4) = 5$, $E(10) = 42$, $E(50) = 204226$, $E(200) = 04 \cdot 10^{12}$.

Таким образом, с одной стороны, выражения (4), (7) эквивалентны по своим функциям, а с другой — количество возможных разбиений числа растет очень быстро с увеличением N. Поэтому предлагается использовать алгоритм разбиений числа [3] с введением дополнительного критерия отбора, при котором производится анализ количества блоков одинаковых символов в синтезируемой последовательности.

Пример 2. Пусть имеются две последовательности дифферент множества $D(12, 6, 2, 3, 4)$, $P_1=\{7, 1, 1, 1, 1, 1\}$ и $P_2=\{1, 2, 4, 3, 1, 1\}$.

Нетрудно проверить, что последовательность, соответствующая P_2, имеет оптимальное число блоков [4], равное $N/2$, и близкие к оптимальным корреляционные свойства, в то время как последовательность, которой соответствует P_1, не удовлетворяет этому критерию, что и обусловливает плохие корреляционные свойства.

В связи с тем что сигналы, обладающие близкими к оптимальным корреляционными свойствами, следует искать среди последовательностей с числом блоков $M_{\text{опт}} \cong N/2$ [4], можно исключать некорректные разбиения, тем самым сокращая количество попыток синтеза разбиений на их соответствие заданным свойствам.

Согласно сказанному сформулируем алгоритм формирования сигналов с заданными структурными, корреляционными свойствами; отличающийся от известных [1, 2, 4] более высокой эффективностью в отношении быстродействия и простоты устройств реализации, спектра возможных длин N в следующем виде.

1. Для заданных N, $K=N/2\pm x_1$ из (3) определяются граничные значения λ_i. При этом значения максимальных боковых выбросов ПФАК выбираются оптимальными в смысле границ [1]:

$$R_{i\,\text{мин}} = \left|\begin{array}{l} 0,\ N\equiv 0; \\ 1,\ N\equiv 1; \\ 2,\ N\equiv 2; \\ -1,\ N\equiv 3; \end{array}\right. (\mathrm{mod}\ 4). \tag{10}$$

Так, $\lambda_i^{\text{ср}}$ вычисляется из (3) и имеет вид $\lambda_i^{\text{ср}}=(4\cdot K+R_i^{\text{ср}}-N)/4$, **(11)**, а остальные $n-1$ значений $\lambda_i=\lambda_i^{\text{ср}}\pm(n-1)$ **(12)**.

2. Формируется одно из $E(N)$ разбиений числа N.

3. Проверяется разбиение на корректность по блокам. Если $M_i\neq M_{\text{опт}}\pm x_2$, то возврат к п. 2.

4. Проверяется разностное множество, соответствующее данному разбиению на удовлетворение корреляционным свойствам.

4.1. Если параметры D не удовлетворяют условиям по ПФАК, т. е.

$$n_1<\lambda_{\text{мин}};\ n_2>\lambda_{\text{макс}}, \tag{13}$$

то возврат к п. 2.

4.2. Множеству D ставится в однозначное соответствие код последовательности W, проверяются взаимокорреляционные свойства (ВКФ) данной последовательности с другими сигналами ансамбля.

Если не выполняется условие

$$|R_{\text{б}i}^{\text{в}}|\leqslant|R_{\text{б. зад}}^{\text{в}}|, \tag{14}$$

то возврат к п. 2.

4.3. Анализ по критерию минимальности стыковой функции корреляции (СКФ). Если не выполняется условие

$$|R^{c}_{бi}| \leqslant |R_{б.\,зад}|, \tag{15}$$

то возврат к п. 2.

5. Путем перестановки дифферент в исходном разбиении, что соответствует перестановкам блоков сигнала, строится новое разбиение. При этом исключаются циклические комбинации, а также перестановки одинаковых дифферент. Если число перестановок $h < C_N^{m1}$, где $m1$ — число различных значений в P, то возврат к п. 4.

6. Если число синтезируемых разбиений $E_i < E(N)$, то возврат к п. 2.

7. Конец алгоритма синтеза ансамбля сигналов с заданными N, K, корреляционными и структурными свойствами.

Данный алгоритм позволяет синтезировать как строго оптимальные в смысле K, M сигналы, когда $x_1 = x_2 = 0$, так и близкие к ним, когда x_1, $x_2 = 1, 2, \ldots$. Имеется также возможность синтеза системы сигналов как по критерию минимальности уровней боковых выбросов ПФАК (п. 4.1), так и ВКФ (п. 4.2), СКФ (п. 4.3). Предлагаемый алгоритм предпочтительнее по отношению к описанным в работах [1; 2] и в том, что позволяет без решения системы уравнений (1)—(3) синтезировать сигналы практически для любых длин N, различных значений K, n, без изменения сути алгоритма. Так, предложенный в работе [2] метод позволил автору синтезировать лишь отдельные сигналы с трехуровневой ПФАК для $N \leqslant 28$, $R^{а}_{опт}$, в то время как примеры, сформулированные по предлагаемому алгоритму, имеют длины $N > 28$.

Пример 3. $N = 32$, $K = 16$, $n = 3$, $|R^{а}_{б\,макс}| = 4$, $M = 18$; $P = \{3, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 2, 2, 2, 4, 3, 4, 2\}$; $D = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 13, 15, 17, 21, 24, 28, 29, 30\}$ $S = \{1\,0\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,0\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,1\,1\,0\,0\}$; $N = 40$, $K = 20$, $n = 3$ $|R^{а}_{б.\,макс}| = 4$, $M = 18$; $P = \{3, 5, 4, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 5, 2, 2, 1, 1\}$; $D = \{1, 6, 10, 13, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 27, 32, 34, 36, 37, 38\}$; $S = \{1\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,1\,1\,1\,1\,1\,1\,0\,0\,1\,1\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,0\}$.

Таким образом, приведенный алгоритм нерегулярного синтеза ансамблей сигналов с заданными свойствами более эффективен по сравнению с известными и позволяет синтезировать сигналы с $N > 30$.

Список литературы: 1. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 192 с. 2. *Пелехатый М. И.* О некоторых блок-конструкциях, порождающих последовательности с хорошими автокорреляционными свойствами // Радиотехника и электроника. 1970. № 7. С. 771—785. 3. *Эндрюс Г.* Теория разбиений / Пер. с англ. Стечкина Б. С. М., 1982, 255 с. 4. *Варакин Л. Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985. 383 с.

Поступила в редколлегию 10.02.88