

УДК 519.7:004.8

АВТОАССОЦИАТИВНАЯ НЕЙРОСЕТЕВАЯ ПАМЯТЬ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ

Е. В. Бодянский¹, Н. А. Тесленко²¹ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, bodya@kture.kharkov.ua;²ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, ntnp@ukr.net.

Предложена нейро-фаззи архитектура автоассоциативной нейросетевой памяти, обучение которой основано на нечетких базисных функциях. Определены процессы накопления и восстановления информации в фундаментальной памяти. Использование гибридной нейро-фаззи системы позволяет повысить емкость ассоциативной памяти без существенного усложнения её конструкции.

АССОЦИАТИВНАЯ ПАМЯТЬ, НЕЧЕТКИЕ БАЗИСНЫЕ ФУНКЦИИ, ГИБРИДНЫЕ НЕЙРО-ФАЗЗИ СИСТЕМЫ, ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ, МНОЖЕСТВО ОБРАЗОВ, ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ПАМЯТЬ, ЕМКОСТЬ ПАМЯТИ.

Введение

Одним из важных свойств биологического мозга является способность к запоминанию информации и её последующему восстановлению с помощью системы ассоциаций, при этом увиденный когда-то образ может быть опознан даже спустя длительное время, несмотря на произошедшие с ним изменения. Эту функцию мозга моделирует достаточно широкий класс искусственных нейронных сетей, называемых нейронными сетями ассоциативной памяти [1–7].

Такая искусственная память представляет собой, как правило, нейронную сеть либо с прямой передачей информации (статическая ассоциативная память), либо рекуррентную (динамическая ассоциативная память), которая в режиме обучения накапливает предъявляемые ей образы (фаза записи), а в режиме (фазе) восстановления вызывает их из памяти, ассоциируя вновь предъявленные данные с ранее увиденными. При этом весь набор предъявленных и запомненных образов формирует множество фундаментальной памяти.

В отличие от обычных блоков памяти ЭВМ, в нейросетевой памяти информация распределяется по всему множеству нейронов, формирующих сеть, что повышает надежность ее хранения, при этом поиск информации производится не по адресу, а по содержанию, и, кроме того, обеспечивается возможность обработки искаженной или неполной информации, что позволяет правильно опознавать по «зашумленному» фрагменту образ в целом.

Основное отличие нейросетевой ассоциативной памяти от аппроксимирующих нейронных сетей состоит в том, что, если последние реализуют однозначное нелинейное отображение

$$y(k) = F(x(k)), \quad y(k) \in R^m, \quad x(k) \in R^n,$$

то ассоциативная память отображает в $y(k)$ все возможные векторы входов x , принадлежащие неко-

торой окрестности $x(k)$ такой, что $\|x - x(k)\| < \epsilon$. Здесь $y(k)$, $x(k) - (m \times 1)$, $(n \times 1)$ — запоминаемые векторы фундаментальной памяти, $k = 1, 2, \dots, l$ — номер конкретного образа в множестве фундаментальной памяти, ϵ — положительный параметр.

Среди множества структур нейросетевой ассоциативной памяти широкое распространение получили автоассоциативные памяти, реализующие отображение

$$x(k) = F(x(k))$$

для всех x , принадлежащих окрестности, определяемой параметром ϵ , при этом основной функцией этих нейросетей является восстановление неполной или искаженной информации, например, узнавание образа по обрывку старой фотографии или диагностика по данным с пропусками и ошибками.

Среди автоассоциативных нейросетевых памяти наиболее популярны [6] корреляционная матрица-память, автомат собственных векторов, нейронная сеть Хопфилда, автоассоциативный многослойный перцептрон, двунаправленная ассоциативная память, «Brain-State-in-a-Box» нейромодель, общим недостатком которых является малая емкость, определяемая отношением числа запоминаемых образов l к их размерности n . Для перечисленных памяти значение l/n , как правило, не превышает единицу.

По сравнению с вышеперечисленными конструкциями гораздо большей емкостью обладают решетчатые ассоциативные нейросетевые памяти (РАНП) [8, 9], весьма близкие по архитектуре к широко распространенным радиально-базисным нейронным сетям (РБНС). Выходной сигнал этих нейросетей формируется на основе линейной комбинации взаимно перекрывающихся радиально-базисных колоколообразных функций, равномерно распределенных в n -мерном пространстве входов. Основным отличием РАНП от РБНС является то,

что многомерные радиально-базисные функции формируются из одномерных нечетких (фаззи) базисных функций, центры которых равноудалены друг от друга на одномерной оси, соответствующей i -й ($i = 1, 2, \dots, n$) компоненте многомерного входного сигнала. Основным недостатком этих нейросетей является проклятие размерности, ведущее к экспоненциальному росту нейронов скрытого слоя с увеличением размерности входного пространства.

Повышение емкости ассоциативных памяти без существенного усложнения конструкции может быть обеспечено с помощью гибридных нейро-фаззи систем [11, 12], сочетающих в себе достоинства искусственных нейронных сетей и систем нечеткого вывода.

1. Обучение автоассоциативной памяти на основе нечетких базисных функций

Введем в рассмотрение нейро-фаззи архитектуру, приведенную на рис. 1 и предназначенную для накопления множества образов фундаментальной памяти $x^*(k)$, $k = 1, 2, \dots, l$, $x^*(k) \in R^n$, образующих $(n \times l)$ — матрицу X^* . Данная архитектура содержит четыре слоя обработки информации и достаточно близка к нечеткой сети Л. Ванга-Дж. Менделя [10, 13], хотя решает при этом иные задачи. Первый

слой сети образован nl узлами, каждый из которых реализует функцию принадлежности $\mu_{\tilde{x}_i^*}^{(k)}$, соответствующую i -й координате k -го запоминаемого образа. Данные функции определены на интервале $[0, 1]$, что требует предварительного кодирования исходных данных с помощью соотношения

$$\tilde{x}_i^* = \frac{x_i^* - x_i^{*\min}}{x_i^{*\max} - x_i^{*\min}}, \quad (1)$$

где $x_i^{*\max}$ и $x_i^{*\min}$ — максимальный и минимальный элементы i -й строки матрицы X^* , соответственно. Обратное (1) преобразование имеет вид:

$$x_i^* = x_i^{*\max} \tilde{x}_i^* - x_i^{*\min} (\tilde{x}_i^* - 1),$$

при этом, если $x_i^{*\min} \leq x_i^* \leq x_i^{*\max}$, то $0 \leq \tilde{x}_i^* \leq 1$.

В простейшем случае функции принадлежности могут быть приняты треугольными так, как это показано на рис. 2, а их аналитическое выражение имеет вид:

$$\mu_{1i}(\tilde{x}_i) = \frac{c_{2i} - \tilde{x}_i}{c_{2i}}, \text{ если } \tilde{x}_i \in [0, c_{2i}], \quad (2)$$

$$\mu_{2i}(\tilde{x}_i) = \frac{\tilde{x}_i - c_{1-1,i}}{1 - c_{1-1,i}}, \text{ если } \tilde{x}_i \in [c_{1-1,i}, 1], \quad (3)$$

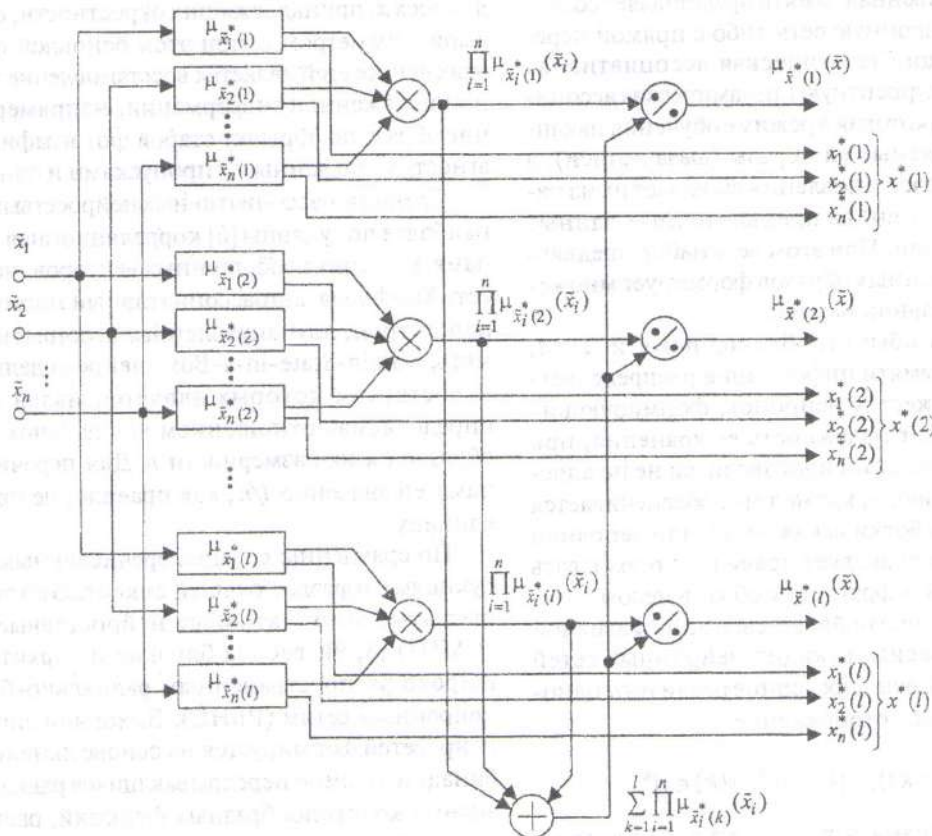


Рис. 1. Подсистема записи сети ассоциативной памяти на основе нечетких базисных функций

$$\mu_{ji}(\bar{x}_i) = \begin{cases} \bar{x}_i - c_{j-1,i}, & \text{если } \bar{x}_i \in [c_{j-1,i}, c_{ji}], \\ c_{ji} - c_{j-1,i}, & \\ c_{j+1,i} - \bar{x}_i, & \text{если } \bar{x}_i \in [c_{ji}, c_{j+1,i}], \\ c_{j+1,i} - c_{ji}, & \\ 0, & \text{в противном случае,} \\ j = 2, \dots, l-1, \end{cases} \quad (4)$$

где c_{ji} — параметры центра функций принадлежности, определяемые в процессе обучения.

Такой способ задания функций принадлежности автоматически обеспечивает разбиение Руспини, т. е. выполнение условия

$$\sum_{j=1}^l \mu_{ji}(\bar{x}_i) = 1, \quad (5)$$

хотя, конечно, возможно использование функций иного вида.

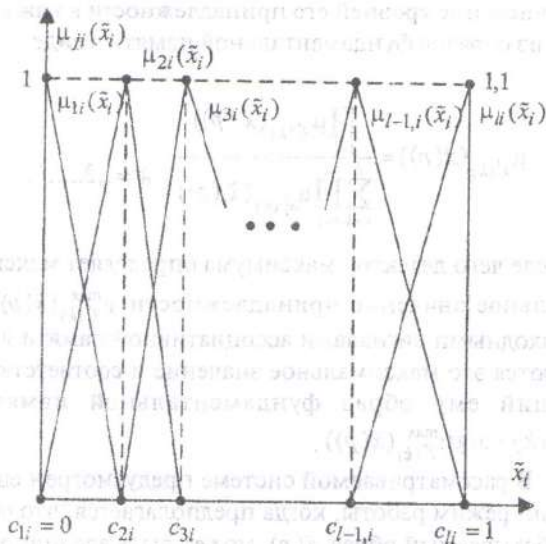


Рис. 2. Функции принадлежности подсистемы записи

Функции принадлежности первого слоя объединены в l блоков по n функций, каждый из которых соответствует одному конкретному образу фундаментальной памяти $\bar{x}^*(k)$. Второй скрытый слой образован l блоками умножения и выполняет агрегирование значений активации для каждого запоминаемого образа так, что в блоках умножения вычисляются значения $\prod_{i=1}^n \mu_{\bar{x}_i^*(k)}(\bar{x}_i)$, которые складываются в сумматоре третьего скрытого слоя, вычисляющего величину $\sum_{k=1}^l \prod_{i=1}^n \mu_{\bar{x}_i^*(k)}(\bar{x}_i)$. Выходной слой осуществляет нормализацию выходного сигнала так, что при подаче на вход системы произвольного n -мерного образа \bar{x} на выходе появляется l сигналов:

$$\mu_{\bar{x}^*(k)}(\bar{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{\bar{x}_i^*(k)}(\bar{x}_i)}{\sum_{k=1}^l \prod_{i=1}^n \mu_{\bar{x}_i^*(k)}(\bar{x}_i)}, \quad k = 1, 2, \dots, l.$$

Процесс обучения данной архитектуры подобен обучению вероятностных нейронных сетей [14] и обобщенных регрессионных нейронных сетей [15] и реализуется по принципу «нейроны в точках данных» [16] так, что центры функций принадлежности первого слоя совпадают с координатами проекций запоминаемых образов.

Данный процесс иллюстрируется примером на рис. 3, где в верхней части показано три двумерных образа фундаментальной памяти $x^*(1), x^*(2), x^*(3)$, подлежащих запоминанию. Их проекции на оси x_1 и x_2 расположены так, что $x_1^*(1) < x_1^*(3) < x_1^*(2)$ и $x_2^*(3) < x_2^*(2) < x_2^*(1)$. В нижней части рисунка эти же образы, подвергнутые преобразованию (1), обозначены $\bar{x}^*(1), \bar{x}^*(2), \bar{x}^*(3)$ и расположены либо в вершинах, либо на сторонах единичного квадрата (гиперкуба в многомерном случае). В данной конкретной ситуации архитектура, приведенная на рис. 1, имеет два входа и шесть функций принадлежности: $\mu_{\bar{x}_1^*(1)}, \mu_{\bar{x}_2^*(1)}, \mu_{\bar{x}_1^*(2)}, \mu_{\bar{x}_2^*(2)}, \mu_{\bar{x}_1^*(3)}, \mu_{\bar{x}_2^*(3)}$. С проекциями образов $\bar{x}^*(k)$ на оси $\bar{x}_i^*(k)$ связываются центры функций принадлежности так, что $c_{11} = \bar{x}_1^*(1) = 0$, $c_{21} = \bar{x}_1^*(3)$, $c_{31} = \bar{x}_1^*(2) = 1$ и $c_{12} = \bar{x}_2^*(3) = 0$, $c_{22} = \bar{x}_2^*(2)$, $c_{32} = \bar{x}_2^*(1) = 1$. С каждым из центров c_{ji} связываются свои функции принадлежности μ_{ji} , $j = 1, 2, 3$; $i = 1, 2$, также приведенные на рис. 3 и описываемые соотношениями (2)–(4). Таким образом, в первом слое в процессе обучения определяются центры функций принадлежностей и устанавливается однозначное соответствие между $\bar{x}_i^*(k)$ и c_{ji} и между $\mu_{\bar{x}_i^*(k)}$ и μ_{ji} .

В результате процесса обучения формируется архитектура подсистемы запоминания ассоциативной памяти, определяемая количеством образов фундаментальной памяти, и рассчитываются функции принадлежности, определяемые взаимным расположением этих образов.

2. Восстановление образов в автоассоциативной памяти на основе нечетких базисных функций

После того как в автоассоциативную память записано l образов фундаментальной памяти $\bar{x}^*(1), \bar{x}^*(2), \dots, \bar{x}^*(l)$, система готова к работе в режиме восстановления, для чего записывающая подсистема, приведенная на рис. 1, должна быть дополнена $l(n+1)$ -входовыми блоками умножения, суммато-

$$\mu_{ji}(\bar{x}_i) = \begin{cases} \bar{x}_i - c_{j-1,i}, & \text{если } \bar{x}_i \in [c_{j-1,i}, c_{ji}], \\ c_{ji} - c_{j-1,i}, & \\ c_{j+1,i} - \bar{x}_i, & \text{если } \bar{x}_i \in [c_{ji}, c_{j+1,i}], \\ c_{j+1,i} - c_{ji}, & \\ 0, & \text{в противном случае,} \\ j = 2, \dots, l-1, \end{cases} \quad (4)$$

где c_{ji} — параметры центра функций принадлежности, определяемые в процессе обучения.

Такой способ задания функций принадлежности автоматически обеспечивает разбиение Руспини, т. е. выполнение условия

$$\sum_{j=1}^l \mu_{ji}(\bar{x}_i) = 1, \quad (5)$$

хотя, конечно, возможно использование функций иного вида.

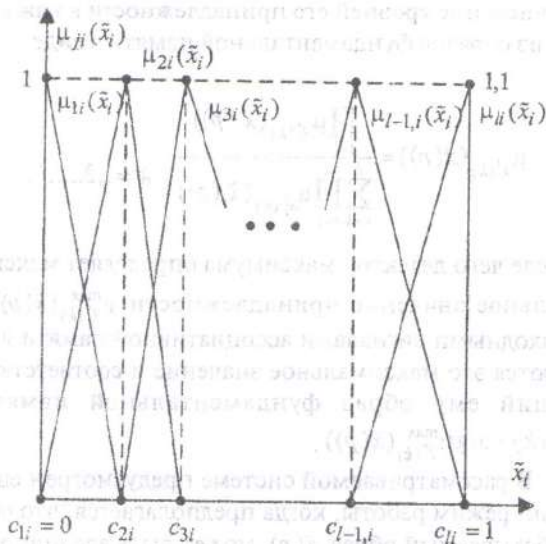


Рис. 2. Функции принадлежности подсистемы записи

Функции принадлежности первого слоя объединены в l блоков по n функций, каждый из которых соответствует одному конкретному образу фундаментальной памяти $\bar{x}^*(k)$. Второй скрытый слой образован l блоками умножения и выполняет агрегирование значений активации для каждого запоминаемого образа так, что в блоках умножения вычисляются значения $\prod_{i=1}^n \mu_{\bar{x}_i^*(k)}(\bar{x}_i)$, которые складываются в сумматоре третьего скрытого слоя, вычисляющего величину $\sum_{k=1}^l \prod_{i=1}^n \mu_{\bar{x}_i^*(k)}(\bar{x}_i)$. Выходной слой осуществляет нормализацию выходного сигнала так, что при подаче на вход системы произвольного n -мерного образа \bar{x} на выходе появляется l сигналов:

$$\mu_{\bar{x}^*(k)}(\bar{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{\bar{x}_i^*(k)}(\bar{x}_i)}{\sum_{k=1}^l \prod_{i=1}^n \mu_{\bar{x}_i^*(k)}(\bar{x}_i)}, \quad k = 1, 2, \dots, l.$$

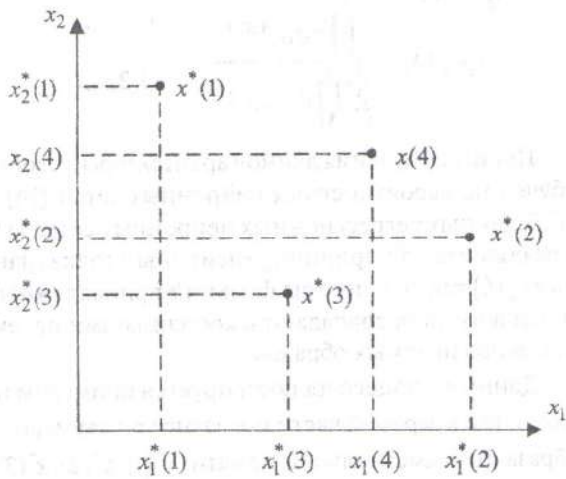
Процесс обучения данной архитектуры подобен обучению вероятностных нейронных сетей [14] и обобщенных регрессионных нейронных сетей [15] и реализуется по принципу «нейроны в точках данных» [16] так, что центры функций принадлежности первого слоя совпадают с координатами проекций запоминаемых образов.

Данный процесс иллюстрируется примером на рис. 3, где в верхней части показано три двумерных образа фундаментальной памяти $x^*(1), x^*(2), x^*(3)$, подлежащих запоминанию. Их проекции на оси x_1 и x_2 расположены так, что $x_1^*(1) < x_1^*(3) < x_1^*(2)$ и $x_2^*(3) < x_2^*(2) < x_2^*(1)$. В нижней части рисунка эти же образы, подвергнутые преобразованию (1), обозначены $\bar{x}^*(1), \bar{x}^*(2), \bar{x}^*(3)$ и расположены либо в вершинах, либо на сторонах единичного квадрата (гиперкуба в многомерном случае). В данной конкретной ситуации архитектура, приведенная на рис. 1, имеет два входа и шесть функций принадлежности: $\mu_{\bar{x}_1^*(1)}, \mu_{\bar{x}_2^*(1)}, \mu_{\bar{x}_1^*(2)}, \mu_{\bar{x}_2^*(2)}, \mu_{\bar{x}_1^*(3)}, \mu_{\bar{x}_2^*(3)}$. С проекциями образов $\bar{x}^*(k)$ на оси $\bar{x}_i^*(k)$ связываются центры функций принадлежности так, что $c_{11} = \bar{x}_1^*(1) = 0$, $c_{21} = \bar{x}_1^*(3)$, $c_{31} = \bar{x}_1^*(2) = 1$ и $c_{12} = \bar{x}_2^*(3) = 0$, $c_{22} = \bar{x}_2^*(2)$, $c_{32} = \bar{x}_2^*(1) = 1$. С каждым из центров c_{ji} связываются свои функции принадлежности μ_{ji} , $j = 1, 2, 3$; $i = 1, 2$, также приведенные на рис. 3 и описываемые соотношениями (2)–(4). Таким образом, в первом слое в процессе обучения определяются центры функций принадлежностей и устанавливается однозначное соответствие между $\bar{x}_i^*(k)$ и c_{ji} и между $\mu_{\bar{x}_i^*(k)}$ и μ_{ji} .

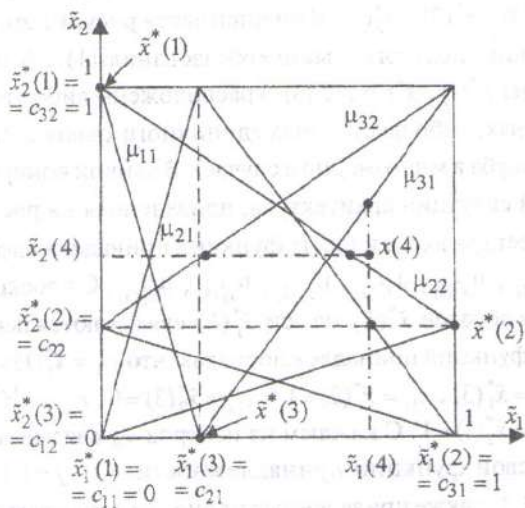
В результате процесса обучения формируется архитектура подсистемы запоминания ассоциативной памяти, определяемая количеством образов фундаментальной памяти, и рассчитываются функции принадлежности, определяемые взаимным расположением этих образов.

2. Восстановление образов в автоассоциативной памяти на основе нечетких базисных функций

После того как в автоассоциативную память записано l образов фундаментальной памяти $\bar{x}^*(1), \bar{x}^*(2), \dots, \bar{x}^*(l)$, система готова к работе в режиме восстановления, для чего записывающая подсистема, приведенная на рис. 1, должна быть дополнена $l(n+1)$ -входовыми блоками умножения, суммато-



а



б

Рис. 3. Обучение центров функций принадлежности

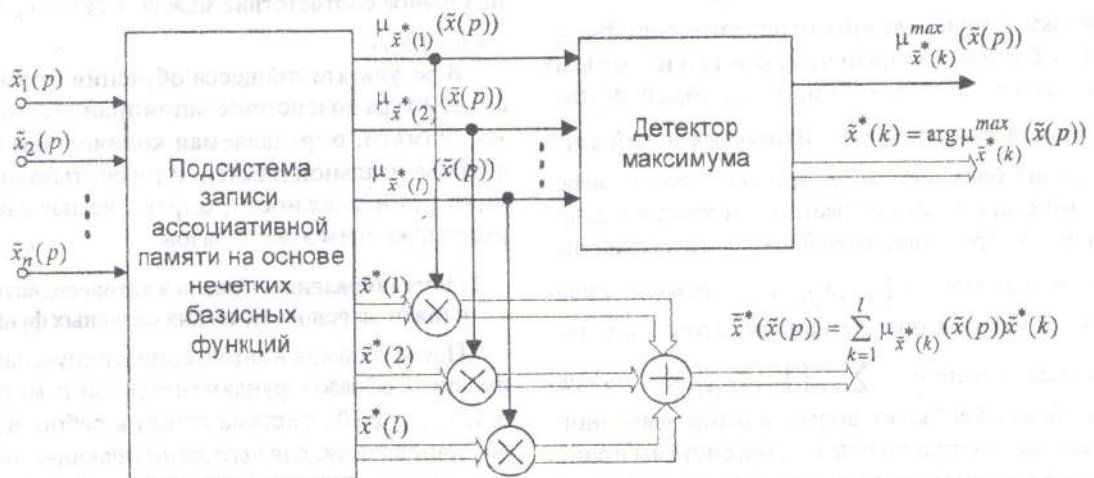


Рис. 4. Восстановление образов в ассоциативной нейросетевой памяти на основе нечетких базисных функций

ром с $n!$ входами и детектором максимума, в качестве которого может выступать, например, нейронная сеть MAXNET [17]. Поступающие в систему образы $x(p)$, $p=l+1, l+2, \dots$ также должны быть закодированы согласно соотношению (1), при этом, однако, возможны ситуации, когда $\tilde{x}_i(p)$ принимает либо отрицательные, либо превосходящие единицу значения. В связи с этим должно быть введено дополнительное преобразование поступающих на обработку сигналов в виде

$$\tilde{x}_i(p) = \begin{cases} 0, & \text{если } \tilde{x}_i(p) < 0, \\ \tilde{x}_i(p), & \text{если } 0 \leq \tilde{x}_i(p) \leq 1, \\ 1, & \text{если } \tilde{x}_i(p) > 1, \end{cases}$$

т. е. фактически производится проецирование на единичный отрезок $[0, 1]$.

При подаче на вход системы, приведенной на рис. 4, произвольного образа $\tilde{x}(p)$ производится вычисление уровней его принадлежности к каждому из образов фундаментальной памяти в виде

$$\mu_{\tilde{x}^*(k)}(\tilde{x}(p)) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{x}_i^*(k)}(\tilde{x}_i(p))}{\sum_{k=1}^l \prod_{i=1}^n \mu_{\tilde{x}_i^*(k)}(\tilde{x}_i(p))}, \quad k=1, 2, \dots, l,$$

после чего детектор максимума определяет максимальное значение принадлежности $\mu_{\tilde{x}^*(k)}^{\max}(\tilde{x}(p))$. Выходными сигналами ассоциативной памяти являются это максимальное значение и соответствующий ему образ фундаментальной памяти $\tilde{x}^*(k) = \arg \mu_{\tilde{x}^*(k)}^{\max}(\tilde{x}(p))$.

В рассматриваемой системе предусмотрен еще один режим работы, когда предполагается, что обрабатываемый образ $\tilde{x}(p)$ может быть ассоцииро-

ван не с единственным образом фундаментальной памяти $\tilde{x}^*(k)$, а представлен в виде комбинации группы образов, с которыми $\tilde{x}(p)$ связан ненулевой принадлежностью. При этом на выходе системы появляется «гибридный» образ фундаментальной памяти

$$\tilde{x}^*(\tilde{x}(p)) = \sum_{k=1}^l \mu_{\tilde{x}^*(k)}(\tilde{x}(p)) \tilde{x}^*(k). \quad (6)$$

Благодаря условию (5) оценка (6) не требует дополнительной нормализации.

Процесс восстановления также может быть проиллюстрирован на рис. 3, где образ, подаваемый в систему после ее обучения, обозначен $x(4)$ на рис. 3а и $\tilde{x}^*(4)$ на рис. 3б. Несложно видеть, что с максимальным уровнем принадлежности $x(4)$ связан с $\tilde{x}^*(2)$, который и будет выделен детектором максимума. С другой стороны, как опять-таки видно на рис. 3б, образ $x(4)$ является линейной комбинацией образов фундаментальной памяти $\tilde{x}^*(2)$ и $\tilde{x}^*(3)$ и никак не связан в $\tilde{x}^*(1)$.

Заключение

Предложены архитектура и алгоритм обучения автоассоциативной нейросетевой памяти на основе нечетких базисных функций, обладающей повышенной емкостью и характеризующейся простотой реализации. Введенная нейро-фаззи ассоциативная память обладает расширенными функциональными возможностями и позволяет производить восстановление в форме взвешенной комбинации образов фундаментальной памяти.

Список литературы: 1. *Specht D.F.* Probabilistic neural networks for classification, mapping, or associative memory// Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks. — June 1988. — V.1.

— P. 525—432. 2. *Michel A.N., Farrel J.A.* Associative memories via artificial neural networks// IEEE Control System Magazine. — 1990. — 10. — № 3. — P.6-17. 3. *Hassoun M.H.* Fundamentals of Artificial Neural Networks.- Cambridge, MA: MIT Press, 1995. 4. *Rojas R.* Neural Networks. A Systematic Introduction.-Berlin: Springer-Verlag, 1996. — 502p. 5. *Hagan M.T., Demuth H.B., Beale M.* Neural Networks Design.- Boston: PWS Publishing Company, 1996. — 729p. 6. *Hassoun M.H., Watta P.B.* Associative memory networks/ In «Handbook of Neural Computation». — Oxford: IOP Publishing Ltd and Oxford University Press, 1997. — C1.3:1-C1.3:14. 7. *Haykin S.* Neural Networks. A Comprehensive Foundation. — Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, Inc., 1999. — 842p. 8. *Brown M., Harris C.J.* Neural networks for modeling and control/ In: Eds. by C.J. Harris «Advances in Intellectual Control». — London: Taylor and Francis, 1994. — P.17-55. 9. *Wang H., Liu G.P., Harris G.J., Brown M.* Advanced Adaptive Control. — Oxford: Pergamon, 1995. — 262p. 10. *Wang L.-X., Mendel J.M.* Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least squares learning//IEEE Trans. on Neural Networks. — 1992. — 3. — P.807-814. 11. *Jang J.-S. R., Sun G.-T.* Neuro-fuzzy modeling and control// Proc. IEEE. — 1995. — 83. — P. 378-406. 12. *Cios K.J., Pedrycz W.* Neuro-fuzzy algorithms// In «Handbook on Neural Computation» — Oxford: IOP Publishing Ltd and Oxford University Press, 1997. — D1.3:1-D1.3:7. 13. *Wang L.X.* Adaptive Fuzzy Systems and Control. Design and Stability Analysis. - Englewood Cliffs, N.J.: Pentice Hall, 1994. 14. *Specht D.F.* Probabilistic neural networks// Neural Networks. — 1990. — 3. — P.109-118. 15. *Specht D.F.* A general regression neural network// IEEE Trans. on Neural Networks. — 1991. — 2. — P. 568-576. 16. *Zahirniak D.R., Chapman R., Rogers S.K., Suter B.W., Kabrisky M., Pyati V.* Pattern recognition using radial basis function network// Proc. 6-th Ann. Aerospace Application of AI Conf. — Dayton, OH, 1990. — P. 249-260. 17. *Lippmann R.P.* An introduction to computing with neural nets// IEEE Acoustic, Speech, and Signal Processing Magazine. — 1987. — April. — P. 4022.

Поступила в редколлегию 27.02.07