



О ВЫБОРЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ПЕРЕДАЧИ
ПАКЕТИРОВАННЫХ ДАННЫХ В КОРПОРАТИВНЫХ
КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ

Иевлев Е.С.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

В связи со стремительным развитием компьютерных технологий одной из наиболее актуальных сетевых задач становится задача разработки моделей управления сетевыми процессами. Сложность решения такой задачи состоит в том, что сетевые процессы в современных компьютерных сетях имеют случайный характер. Анализ результатов многочисленных экспериментов по исследованию сетевых процессов показывает, что переход к технологии пакетной коммутации и создание интегрированных информационных приложений сопровождается появлением сложных явлений, исследование которых может быть проведено в рамках теоретико-вероятностных подходов.

Целью данной работы является выбор закона распределения продолжительности передачи пакетированных данных в корпоративных компьютерных сетях (ККС) для построения вероятностных моделей управления сетевыми процессами.

Во всех корпоративных компьютерных сетях, в которых передачи данных (пакетов) подвержены влиянию случайных воздействий, принимается, что продолжительность передачи пакетированных данных является случайной величиной. Предполагается, что случайная величина продолжительности (времени) передачи пакетов подчинена принятому для данной ККС закону распределения, причем тип распределения принимается одинаковым для всех передач. Что касается параметров распределения, то последние задаются для каждой передачи на основе либо нормативных данных, либо априорных соображений, либо из статистического опыта.

В корпоративных компьютерных сетях, например, можно задать три параметра: нижняя грань области определения (оптимистическое время передачи пакета), верхняя грань (пессимистическое время передачи пакета) и мода распределения (наиболее вероятное время передачи пакета). Практически для всех ККС априорно можно принять, что плотность распределения временных оценок продолжительности передачи пакетов обладает тремя свойствами: непрерывностью, унимодальностью и двумя неотрицательными точками пересечения этой плотности с осью абсцисс. Простейшим распределением с подобными свойствами является бета-распределение. Общий вид бета-распределения характеризуется, помимо наличия большого количества случайных факторов, каждый из которых в отдельности оказывает незначительное, несущественное влияние, наличием нескольких, также случайных факторов, число которых невелико, а влияние существенно. В результате воздействия существенных факторов распределение вероятностей обычно становится асимметричным. Отсюда вытекает возможность выбора бета-распределения в качестве априорно типового. Анализ статистических наблюдений (хронометражи продолжительности передачи пакетированных данных) также подтверждают возможность использования бета-распределения в качестве априорного.

Формула плотности бета-распределения имеет следующий вид:

$$B(p, q, x) = \begin{cases} \frac{1}{B(p, q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1} & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x < 0, x > 1, \end{cases}, \quad (1)$$

где $B(p, q)$ – бета-функция, причем

$$B(p, q) = \int_0^1 x^{p-1} (1-x)^{q-1} dx = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)},$$



а гамма-функция $\Gamma(z)$ определяется по формуле

$$\Gamma(z) = \int_0^z e^{-t} t^{z-1} dt,$$

причем для целых z функция $\Gamma(z) = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (z-1) = (z-1)!$.

В работе рассмотрено одно из обоснований целесообразности принятия закона бета-распределения, как основного для построения модели случайной величины времени окончания передачи пакетированных данных в ККС.

Событие, заключающееся в том, что на i -м этапе возникла задержка, определяется i -й выборкой из некоторой генеральной совокупности. Единичный элемент генеральной совокупности содержит долю p «благоприятствования задержкам». С каждым этапом генеральная совокупность увеличивается на величину ϑ , причем, если на предыдущем этапе возникли задержки, то ϑ благоприятствовало задержкам и не благоприятствовало в противном случае. Если через A_i^k обозначить событие, заключающееся в том, что на $(i+1)$ -м этапе возникла задержка при условии, что на предыдущих i этапах возникло k задержек, то вероятность события A_i^k будет иметь вид:

$$P(A_i^k) = \frac{p+k\vartheta}{1+i\vartheta} \quad (1 \leq k \leq i \leq n).$$

Отношение разности вероятностей задержек на i -м этапе при наличии $k+1$ и k задержек на предыдущих этапах к вероятности задержек на i -м этапе при полном отсутствии задержек на предыдущих этапах описывается соотношением

$$\frac{P(A_i^{k-1}) - P(A_i^k)}{P(A_i^0)} = \frac{\vartheta}{p}.$$

Из этой формулы видно, что рассматривается такой закон задержек, для которого относительная величина вероятностей задержек постоянна. При этом можно показать, что распределение вероятностей для случайной величины m имеет вид:

$$P_{m,n} = C_n^m \frac{\prod_{i=0}^{m-1} (p+i\vartheta) \prod_{i=0}^{n-m-1} (1-p+i\vartheta)}{\prod_{i=1}^{n-1} (p+i\vartheta)} \quad (1 \leq k \leq i \leq n). \quad (2)$$

Из формулы (2), обозначая $\frac{p}{\vartheta} = \alpha$, $\frac{p}{\vartheta} \left(\frac{1}{p} - 1 \right) = \beta$, будем иметь

$$\frac{p_{m-1,n} - p_{m,n}}{p_{m,n}} = \frac{(\alpha-1)n + (2-\alpha-\beta)m - \beta + 1}{(m+1)(\beta+n-m-1)} = \frac{(\alpha-1) + (2-\alpha-\beta) \frac{m}{n} + \frac{1-\beta}{n}}{\frac{m}{n} \left(1 + \frac{m+1}{n} + \frac{\beta}{n} \right)}. \quad (3)$$

Полагая $\frac{m}{n} = x$, $\frac{m+1}{n} = x + \Delta x$, $p_{m,n} = y$, $p_{m+1,n} = y + \Delta y$, устремляя $n \rightarrow \infty$ или $\Delta x \rightarrow 0$ и, интегрируя, получим $y = Cx^{n-1}(1-x)^{\beta-1}$, откуда видно, что плотность вероятности случайной величины $\xi = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n}$, выражается формулой $P_\xi(x) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{n-1} (1-x)^{\beta-1}$, в которой $B(\alpha, \beta)$ – функция Эйлера, совпадающая с (1). Следовательно, ξ является случайной величиной, распределенной по закону бета-распределения (1).