

Н. Г. ЗУЕВ, канд. физ.-мат. наук, А. М. ТИТАРЕНКО,
П. И. ЧЕРЕДНИКОВ, канд. техн. наук

К ВОПРОСУ О ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ И УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ, РАБОТАЮЩЕЙ НА ВЫСШИХ ГАРМОНИКАХ

Нелинейные системы с переменными во времени параметрами встречаются во многих устройствах современной радиоэлектроники и вычислительной техники. В работах [1—5] проводилось исследование нелинейных колебательных систем, работающих в первой и в высших зонах параметрического возбуждения. При рассмотрении высших гармоник возникают трудности математического характера, поскольку анализ колебаний в высших зонах неустойчивости связан с необходимостью производить громоздкие математические выкладки.

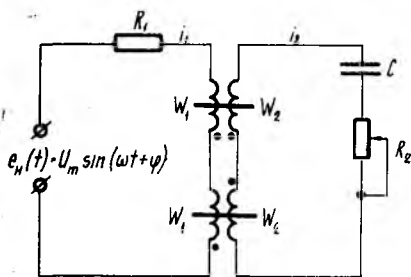


Рис. 1

В настоящей статье исследованы переходные процессы и устойчивость нелинейной параметрической системы, работающей на первой и высших гармониках.

Рассмотрим нелинейное параметрическое устройство, представленное на рис. 1, работа которого описывается системой дифференциальных уравнений:

$$S W_1 \frac{d}{dt} (B_I + B_{II}) + i_1 R_1 = U_m \sin(\omega t + \varphi);$$

$$S W_2 \frac{d}{dt} (B_I - B_{II}) + i_2 R_2 + \frac{1}{C} \int i_2 dt = 0; \quad i_1 W_1 + i_2 W_2 = l H_I;$$

$$i_1 W_1 - i_2 W_2 = l H_{II}.$$

Здесь B_I , B_{II} , H_I , H_{II} — индукция и напряженность магнитного поля для первого и второго сердечников; S — сечение, l — длина средней магнитной линии сердечника. Остальные обозначения ясны из рис. 1.

Аппроксимируя нелинейность гиперболическим синусом $H = \alpha \text{sh} \beta B$ и вводя обозначения

$$x = \beta (B_I + B_{II}), \quad y = \beta (B_I - B_{II}), \quad \tau = \omega t$$

преобразуем систему (1) к виду:

$$\dot{x} + \gamma_1 \operatorname{sh} \frac{x}{2} \operatorname{ch} \frac{y}{2} = U'_m \sin(\tau + \varphi); \quad (2)$$

$$\ddot{y} + \gamma_2 \operatorname{ch} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \frac{y}{2} + \gamma \frac{d}{d\tau} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \frac{y}{2} \right) = 0,$$

где

$$\gamma_1 = \frac{\alpha\beta I R_1}{S W_1^2 \omega}; \quad U'_m = \frac{\beta U_m}{S W_1 \omega}; \quad \gamma = \frac{\alpha\beta I R_2}{S W_2^2 \omega}; \quad \gamma_2 = \frac{\alpha\beta I}{CS W_2^2 \omega^2};$$

\dot{x} , \ddot{y} — первая и вторая производные по безразмерному времени $\tau = \omega t$. Введение переменных x и y позволило учесть направление включения обмоток: x определяет напряжение на обмотках накачки, y — на обмотках резонансного контура [4].

Предполагаемое решение системы (2) имеет вид

$$x = 2B_n \sin \tau; \quad y = 2a_n(\tau) \sin n\tau + 2b_n(\tau) \cos n\tau, \quad (3)$$

где $2B_n$ — безразмерная амплитуда сигнала накачки; $a_n(\tau)$, $b_n(\tau)$ — медленно меняющиеся функции τ .

Подставив (3) во второе уравнение системы (2), разложим левую часть этого уравнения в ряд Фурье. Формулы для гиперболических функций следующие:

$$\operatorname{ch} \frac{x}{2} = T_0(B_n) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k I_{2k}(B_n) \cos 2k\tau;$$

$$\operatorname{sh} \frac{y}{2} = 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} I_{2k-1}(a_n) \sin(2k-1)n\tau [I_0(b_n) +$$

$$+ 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_{2k}(b_n) \cos 2kn\tau] + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_{2k-1}(b_n) \cos(2k-1)n\tau [I_0(a_n) +$$

$$+ 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k I_{2k}(a_n) \cos 2kn\tau], \quad (4)$$

где I_{2k} , I_{2k-1} — модифицированные функции Бесселя. Выделив n -ю гармонику, имеем

$$\operatorname{ch} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \frac{y}{2} = (2I_0(B_n) \{I_1(a_n) I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) +$$

$$+ I_{2j+1}(a_n)] I_{2j}(b_n)\} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m(m+1)} I_{2mn}(B_n) \{[I_{2m-1}(a_n) +$$

$$+ I_{2m+1}(a_n)] I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(b_n) [\delta_m^{j-1} I_{2(m-j)+1}(a_n) +$$

$$+ \delta_m^* I_{2(m-j)-1}(a_n) + I_{2(m+j)-1}(a_n) + I_{2(m+j)+1}(a_n)] -$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(a_n) [I_{2(l+m-1)}(b_n) - I_{2(l+m)}(b_n)] \sin n\tau + \\
& + (2I_0(B_H) \{I_0(a_n) I_1(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)] I_{2j}(a_n)\} + \\
& + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+n} I_{2mn}(B_H) \{ [I_{2m-1}(b_n) + I_{2m+1}(b_n)] I_0(a_n) + \\
& + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) [\delta_m^{j-1} I_{2(m-j)+1}(b_n) + \delta_m^j I_{2(m-j)-1}(b_n) + \\
& + I_{2(m+j)-1}(b_n) + I_{2(m+j)+1}(b_n)] - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(b_n) \times \\
& \quad \times [I_{2(m+l-1)}(a_n) - I_{2(m+l)}(a_n)] \} \cos n\tau, \quad (5)
\end{aligned}$$

где $\delta_m^j = \begin{cases} 1, & m > j; \\ 0, & m \leq j. \end{cases}$

Поскольку мы предполагаем, что $a_n(\tau)$, $b_n(\tau)$ — медленно меняющиеся функции τ , при нахождении \ddot{y} и $\frac{d}{d\tau} \left(\operatorname{ch} \frac{x}{2} \operatorname{sh} \frac{y}{2} \right)$ можно пренебречь $\ddot{a}_n(\tau)$ и $\ddot{b}_n(\tau)$. Отсюда

$$\ddot{y} = (4n\dot{a}_n - 2n^2 b_n) \cos n\tau + (-4nb_n - 2n^2 a_n) \sin n\tau.$$

С учетом (4), (5), из второго уравнения системы (2) после преобразований получим укороченные уравнения, в которых удержаны члены с коэффициентами $I_0(B_H)$, $I_{2n}(B_H)$, $I_{4n}(B_H)$:

$$\dot{a}_n = \frac{HD - EQ}{PD - GQ}; \quad \dot{b}_n = \frac{PE - GH}{PD - GQ}. \quad (6)$$

Обозначения в уравнениях (6) следующие:

$$\begin{aligned}
P &= \gamma A_s; \quad Q = -4n + \gamma B_s; \quad H = 2n^2 a_n - \gamma_2 S + n\gamma C; \\
G &= 4n + \gamma A_c; \quad D = \gamma B_c; \quad E = 2n^2 b_n - \gamma_2 C - n\gamma S.
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
S &= 2I_0(B_H) S_0 + 2(-1)^{n+1} I_{2n}(B_H) S_1 + 2I_{4n}(B_H) S_2; \\
C &= 2I_0(B_H) C_0 + 2(-1)^n I_{2n}(B_H) C_1 + 2I_{4n}(B_H) C_2; \\
A_s &= I_0(B_H) A_{s0} + (-1)^{n+1} I_{2n}(B_H) A_{s1} + I_{4n}(B_H) A_{s2}; \\
A_c &= I_0(B_H) A_{c0} + (-1)^n I_{2n}(B_H) A_{c1} + I_{4n}(B_H) A_{c2}; \\
B_s &= I_0(B_H) B_{s0} + (-1)^{n+1} I_{2n}(B_H) B_{s1} + I_{4n}(B_H) B_{s2}; \\
B_c &= I_0(B_H) B_{c0} + (-1)^n I_{2n}(B_H) B_{c1} + I_{4n}(B_H) B_{c2};
\end{aligned}$$

$$A_{s0} = [I_0(a_n) + I_2(a_n)] I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-2}(a_n) + 2I_{2j}(a_n) + I_{2j+2}(a_n)] I_{2j}(b_n);$$

$$A_{sm} = [I_{2m-2}(a_n) + 2I_{2m}(a_n) + I_{2(m+1)}(a_n)] I_0(b_n) - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} [I_{2(l-1)}(a_n) + I_{2l}(a_n)] \cdot [I_{2(l+m-1)}(b_n) - I_{2(l+m)}(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(b_n) [I_{2(m-l)}(a_n) + I_{2(m-j+1)}(a_n)] + \delta_m^* [I_{2(m-j-1)}(a_n) + I_{2(m-l)}(a_n)] + I_{2(m+j-1)}(a_n) + 2I_{2(m+l)}(a_n) + I_{2(m+j+1)}(a_n);$$

$$A_{c0} = 2I_1(a_n) I_1(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) + I_{2j+1}(a_n)] \cdot [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)];$$

$$A_{cm} = 2I_1(a_n) [I_{2m-1}(b_n) + I_{2m+1}(b_n)] - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} [I_{2(l+m)-3}(a_n) - I_{2(l+m)+1}(a_n)] I_{2l-1}(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) + I_{2j+1}(a_n)] \cdot [\delta_m^{*-1} I_{2(m-j)+1}(b_n) + \delta_m^* I_{2(m-l)-1}(b_n) + I_{2(m+j)-1}(b_n) + I_{2(m+l)+1}(b_n)];$$

$$B_{s0} = 2I_1(a_n) I_1(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) + I_{2j+1}(a_n)] \times [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)];$$

$$B_{sm} = 2 [I_{2m-1}(a_n) + I_{2m+1}(a_n)] I_1(b_n) - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(a_n) \times [I_{2(l+m)-2}(b_n) - I_{2(l+m)+1}(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [\delta_m^{*-1} I_{2(m-l)+1}(a_n) + \delta_m^* I_{2(m-l)-1}(a_n) + I_{2(j+m)-1}(a_n) + I_{2(j+m)+1}(a_n)] \times [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)];$$

$$B_{c0} = I_0(a_n) [I_0(b_n) + I_2(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) [I_{2(j-1)}(b_n) +$$

$$\begin{aligned}
& + 2I_{2j}(b_n) + I_{2(j+1)}(b_n)]; \\
B_{cm} = & I_0(a_n)[I_{2(m-1)}(b_n) + 2I_{2m}(b_n) + I_{2(m+1)}(b_n)] - \\
& - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} [I_{2(l+m-1)}(a_n) - I_{2(l+m)}(a_n)] \cdot [I_{2l-1}(b_n) + \\
& + I_{2l}(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) \{ \delta_m^{j-1} [I_{2(m-1)}(b_n) + I_{2(m-j+1)}(b_n)] + \\
& + \delta_m^j [I_{2(m-j-1)}(b_n) + I_{2(m-j)}(b_n)] + I_{2(m+j-1)}(b_n) + 2I_{2(m+j)}(b_n) + \\
& + I_{2(m+j+1)}(b_n) \}; \\
S_0 = & I_1(a_n) I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j [I_{2j-1}(a_n) + I_{2j+1}(a_n)] I_{2j}(b_n); \\
S_m = & [I_{2m-1}(a_n) + I_{2m+1}(a_n)] I_0(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(b_n) \times \\
& \times [\delta_m^{j-1} I_{2(m-j+1)}(a_n) + \delta_m^j I_{2(m-j)-1}(a_n) + I_{2(m+j)-1}(a_n) + \\
& + I_{2(m+j)+1}(a_n)] - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(a_n) [I_{2(l+m-1)}(b_n) - I_{2(l+m)}(b_n)]; \\
C_0 = & I_0(a_n) I_1(b_n) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) [I_{2j-1}(b_n) + I_{2j+1}(b_n)]; \\
C_m = & I_0(a_n) [I_{2m-1}(b_n) + I_{2m+1}(b_n)] + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j}(a_n) \times \\
& \times [\delta_m^{j-1} I_{2(m-j+1)}(b_n) + \delta_m^j I_{2(m-j)-1}(b_n) + I_{2(m+j)+1}(b_n) + \\
& + I_{2(m+j)-1}(b_n)] - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1}(b_n) [I_{2(l+m-1)}(a_n) - I_{2(l+m)}(a_n)].
\end{aligned}$$

Обозначив $k = \frac{a_n}{b_n}$ из (6) имеем

$$HD - EQ - k(PE - GH) = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) решено численными методами с применением ЭВМ. Придавая k различные числовые значения, получаем совокупность изоклин. С их помощью были построены на плоскости (b_n, a_n) фазовые портреты для первых четырех гармоник в случае мягкого режима возбуждения и для первых двух — в случае жесткого с учетом и без учета затухания в резонансном контуре нелинейной параметрической системы.

Жесткий режим возбуждения колебаний соответствует такому значению B_n на амплитудной характеристике [6], при

котором данная параметрическая система может находиться в одном из трех состояний, два из которых устойчивые. Мягкий режим соответствует двум состояниям системы, одно из которых устойчивое. Для жесткого режима возбуждения колебаний R_2 полагались равными 100, 15 ом, значения $B_H=2,5, 3,6$ для $n=1,2$ соответственно. Для мягкого режима R_2 полагались равными 100, 15, 5, 1 ом, значения $B_H=3,6; 5, 5,9; 6,52$ для $n=1,2, 3,4$ соответственно.

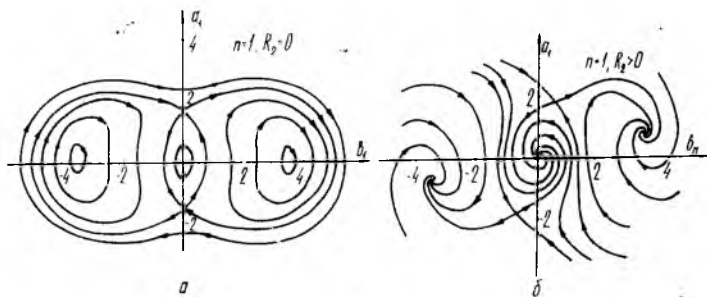


Рис. 2

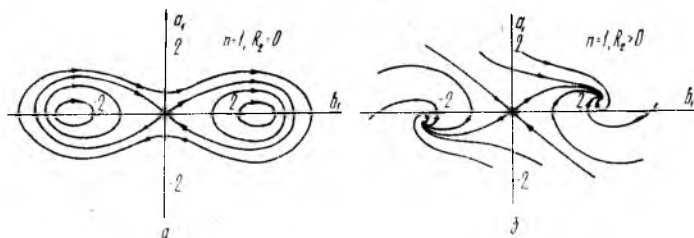


Рис. 3

На рис. 2, 3 приведены фазовые портреты нелинейной параметрической системы для первой гармоники в случаях жесткого и мягкого режимов возбуждения колебаний соответственно.

В жестком режиме возбуждения параметрическая система имеет пять особых точек. При отсутствии активного сопротивления в резонансном контуре система имеет три особые точки типа центра (одна из которых в начале координат) и два типа седла. Две пары однотипных особых точек располагаются в вершинах ромба. Введение затухания деформирует фазовый портрет, ромб переходит в параллелограмм, все точки типа центра становятся устойчивыми фокусами.

В мягком режиме возбуждения нелинейная параметрическая система имеет три особые точки; в начале координат находится особая точка типа седла, а две другие особые точки либо типа центра при $R_2=0$ (в отсутствии затухания), либо типа устойчивого фокуса при наличии затухания.

Следует отметить, что и для мягкого, и для жесткого режимов возбуждения колебаний фазовые портреты для нечет-

ных и четных гармоник имеют сходный характер, но повернуты, приблизительно, на прямой угол при наличии активного сопротивления в резонансном контуре и в точности на 90° при $R_2=0$. Ввиду того, что колебания в резонансном контуре параметрической системы имеют сложный спектральный состав, поиск решения y в монохроматическом виде (3) приводит к погрешностям, которые возрастают с увеличением номера гармоники генерируемого сигнала. Это обстоятельство приводит к затруднениям при построении фазовых портретов для $n>2$ в случае жесткого режима возбуждения колебаний и для $n>4$ в случае мягкого.

Список литературы: 1. Кантор Р. М. Методы обобщенной линеаризации нелинейных колебаний в параметрических резонаторах//Изв. вузов. Радиотехника. 1962. Т. 5, № 3. С. 356—367. 2. Поливанов К. М., Жарков Ф. П., Соколов В. А. Параметрон с ферромагнитным сердечником//Изв. вузов. Радиотехника. 1962. Т. 5, № 5. С. 543—551. 3. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М., 1968, 432 с. 4. Булгаков Б. М., Чередников П. И., Степанов В. П. Исследование параметрического усилителя-модулятора//Радиотехника и электроника. М., 1974. Т. 19, № 8. С. 1674—1680. 5. Гольдштейн Е. И. Управление частотой параметрических колебаний в индуктивных параметронах без постоянной составляющей в токе возбуждения//Радиотехника и электроника. М., 1977. Т. 22, № 4. С. 783—788. 6. Зуев Н. Г., Титаренко А. М., Чередников П. И. О характеристиках параметрических систем, работающих на высших гармониках. К. 1985. 15 с. Деп. в УкрНИИТИ 17.12.85, № 2771 — УК 85.

Поступила в редколлегию 26.05.87

УДК 621.317.1

А. Н. ЗЕЛЕНИН, канд. техн. наук, Д. В. БОНДАРЬ, А. Г. ЗЕЛЕНИНА,
С. Б. ПРОСКУРИН

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ИНФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АВТОГЕНЕРАТОРНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ СИГНАЛОВ ИНФОРМАЦИИ

Автогенераторные преобразователи (АГП) являются распространенными средствами формирования измерительной информации в измерительных (или управляющих) информационных системах [3]. Рассмотрим АГП с частотным информационным параметром в случае, когда изменение выходной частоты происходит в результате подключения (отключения) частично или полностью добавочной емкости C_d в контур LC-автогенератора с помощью чувствительного элемента R-типа, например, терморезистора, фоторезистора, тензорезистора и т. д. В радиотехнике этот способ широко используется при манипуляции частоты автогенератора и в синтезаторах частот при формировании дискретного множества выходных рабочих частот [1]. Для исключения влияния параметров ключа (эквивалента элемента R-типа) в качестве рабочих используются толь-