УДК 621.396.67

И. М. ЕФАНОВ, Н. П. ЖУК, О. А. ТРЕТЬЯКОВ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА ВДОЛЬ ТОНКОГО ПРОВОДНИКА В СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЕ

Рассмотрим задачу рассеяния монохроматического электромагнитного поля тонким идеально проводящим рассеивателем, который входит составным элементом в электродинамическую структуру достаточно общего вида. Частными примерами, укладывающимися в рамки нашего исследования, являются штырь в прямоугольном или круглом волноводе, микрополосковый диполь в интегральной схеме, вибраторная антенна над поверхностью Земли или под ней. Наша цель — построение аналитического выражения для распределения тока вдоль проводника. С помощью приближения нитевидного тока эта задача сведена к системе двух уравнений типа Халлена относительно симметричной и антисимметричной компонент тока, которые решены методом итераций. Достоинство полученных результатов состоит в том, что они охватывают случаи резонансного и нерезонансного возбуждений и пригодны для любого возбуждающего поля.

В качестве общей модели регулярных электродинамических структур, в отсутствие рассеивателя, рассмотрим произвольную линейную стационарную среду, заполняющую все трехмерное пространство, которая в определенной области V является однородной и изотропной. Чтобы не загромождать изложение упоминанием об идеально проводящих участках, среду полагаем всюду проницаемой для поля. Пусть сторонние источники создают в такой среде монохроматическое ($\sim e^{-i\omega t}$) электромагнитное поле $\vec{E}_i(\vec{R})$, $\vec{H}_i(\vec{R})$, $\vec{R}=(x, y, z)$, которое считается известным. Ось z прямоугольной декартовой системы координат x, y, z направим вертикально вверх.

Внесем в упомянутую область V регулярной среды идеально проводящий рассеиватель (вибратор) в виде отрезка кругового цилиндра длиной $2l$ и диаметром $2a$ и введем следующие обозначения: $\vec{R}_1$, $\vec{R}_2$ и $\vec{R}_c$ — радиус-векторы соответственно центральных точек на нижнем, верхнем торцах вибратора и его середины $z^2 \geqslant z_1$, $\vec{s}_0$ — орт вдоль оси вибратора, направленный от его нижнего торца к верхнему; u, v, s — связанная с рассеивателем прямоугольная декартова система координат, начало которой помещено в точку $\vec{R}_c$. Координаты u, v определяют положение проекции заданной точки в плоскости, перпендикулярной вибратору, а s равно расстоянию (со знаком) проекции данной точки на ось вибратора от его средней точки: $\vec{R}_c = (\vec{R}_2 + \vec{R}_1)/2$; $\vec{s}_0 = (\vec{R}_2 - \vec{R}_1)/|\vec{R}_2 - \vec{R}_1|$; $s = \vec{s}_0 \cdot (\vec{R} - \vec{R}_c)$. Точки области V_s, занятой рассеивателем, определены, очевидно, условиями $u^2 + v^2 \leqslant a^2$, $-l < s < l$.

Положим, что вибратор не пересекает область локализации сторонних источников. Тогда создаваемое ими поле при наличии вибратора можно представить как сумму первичного поля $\vec{E}_i$, $\vec{H}_i$ и рассеянного поля $\vec{E}_s$, $\vec{H}_s$. Последнее удовлетворяет однородным уравнениям Максвелла

$$\nabla \times \vec{E}_s(\vec{R}) - ik_0 \hat{\mu}(\vec{R}) \cdot \vec{H}_s(\vec{R}) = 0$$

$$\nabla \times \vec{H}_s(\vec{R}) + ik_0 \hat{\varepsilon}(\vec{R}) \cdot \vec{E}_s(\vec{R}) = 0 \tag{1}$$

во всей области, внешней по отношению к V_s, вытекающим из них граничным условиям на поверхностях раздела среды, надлежащим условиям в бесконечности и условию обращения в нуль на поверхности рассеивателя компоненты суммарного электрического поля $\vec{E}_i + \vec{E}_s$ касательной к этой поверхности. Здесь $k_0 = \omega/c$; c — скорость света в вакууме; $\hat{\varepsilon}(\vec{R})$ и $\hat{\mu}(\vec{R})$ — диадные материальные параметры среды, которые в области V сводятся к числовым постоянным ε и μ.

В согласии с приближением нитевидного тока, предполагаемый вид рассеянного поля таков [1]:

$$\vec{E}_s(\vec{R}) = \int \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}_a(s')) \cdot \vec{s}_0 I(s')\, ds',$$

$$\vec{H}_s(\vec{R}) = \int \hat{G}_{me}(\vec{R}, \vec{R}_a(s')) \cdot \vec{s}_0 I(s')\, ds'. \tag{2}$$

Здесь $\vec{R}_a(s')$ — переменная точка интегрирования на оси проводника, $\vec{R}_a(s') = \vec{R}_c + \vec{s}_0 s'$; $\hat{G}_{ee}$ — «электрическая» функция Грина уравнений Максвелла для регулярной среды, определяемая как решением уравнения

$$\nabla \times \hat{\mu}^{-1}(\vec{R}) \cdot \nabla \times \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}') - k_0^2 \hat{\varepsilon}(\vec{R}) \cdot \hat{G}_{ee}(\vec{R}, \vec{R}') =$$

$$= (4\pi i k_0/c)\, \hat{I} \delta(\vec{R} - \vec{R}'), \tag{3}$$

которая изображает при $\vec{R}\to+\infty$ уходящую волну; «Магнито-электрическая» функция Грина $\hat{G}_{me}(\vec{R},\vec{R}')$ сводится к $\hat{G}_{ee}$ соотношением $\hat{G}_{me}(\vec{R},\vec{R}')=\mu^{-1}(\vec{R})\cdot\nabla\times\hat{G}_{ee}(\vec{R},\vec{R}')/ik_0$; $\hat{I}$ — единичная диада; δ — дельта-функция Дирака.

Представление (2) характеризуется тем, что рассеянное поле считается тождественным полю, созданному в регулярной среде нитью тока, который течет вдоль оси вибратора. Применительно к тонким рассеивателям ($a\ll l$, $a\ll\lambda$, λ — длина волны возбуждающего поля в области, занятой вибратором), которыми мы далее ограничимся, формулы (2), по-видимому, можно рассматривать как асимптотическое разложение точного решения соответствующей задачи. Для скалярного волнового поля доказательство этого факта содержится, к примеру, в работе [2]. Детальный анализ нитевидного приближения на основе интегральных уравнений макроскопической электродинамики проведен в работе [3].

Выражения (2) при произвольной функции $I(s)$ удовлетворяют уравнениям Максвелла и всем условиям сформулированной выше краевой задачи для $\vec{E}_s$, $\vec{H}_s$ кроме последнего. Приняв во внимание только условие для компоненты суммарного электрического поля вдоль $\vec{s}_0$ на боковой поверхности рассеивателя, получаем уравнение относительно $I(s)$:

$$\int_{-l}^{l}\vec{s}_0\cdot\hat{G}_{ee}(\vec{R}_\Sigma(s),\ \vec{R}_a(s'))\cdot\vec{s}_0 I(s')\,ds'=-E_i(s),\ \ -l<s<l. \qquad (4)$$

Здесь $\vec{R}_\Sigma s$ — точка наблюдения на боковой поверхности проводника, отвечающая переменному s и произвольным фиксированным $u=u_\Sigma$, $v=v_\Sigma$, таким, что $u_\Sigma^2+v_\Sigma^2=a^2$; $E_i(s)$ — значение продольной компоненты первичного поля в этой точке, $E_i(s)=\vec{s}_0\vec{E}_i(\vec{R})\,|_{\vec{R}=\vec{R}_\Sigma(s)}$. Дополнив (4) условием исчезновения тока на концах вибратора $I(l)=I(-l)=0$ **(5)**, приходим к задаче для неизвестной величины $I(s)$.

Используя уравнение (3) при $\vec{R}\in V$, $\vec{R}'\in V$ нетрудно получить представление для «электрической» функции Грина

$$\hat{G}_{ee}(\vec{R},\ \vec{R}')=-(4\pi/i\omega)[k_0^2+(\varepsilon\mu)^{-1}\nabla\nabla]\cdot\hat{f}_e(\vec{R},\ \vec{R}');$$

$$\hat{f}_e(\vec{R},\ \vec{R}')=\hat{I}\mu\exp[ik|\vec{R}-\vec{R}'|/4\pi|\vec{R}-\vec{R}'|+\hat{\pi}_e(\vec{R},\ \vec{R}');$$

$$(\vec{R},\ \vec{R}'\in V), \qquad (6)$$

где $\hat{f}_e(\vec{R},\vec{R}')$ — диадная функция Грина для электрического векторного потенциала; $\hat{\pi}_e(\vec{R},\vec{R}')$ — некоторое решение уравнения

$\nabla^2+k^2)\hat{\pi}_e(\vec{R},\vec{R}')=0$, регулярное в области V по обеим переменным. Подстановка выражений (6) в (4) преобразует последнее к стандартному уравнению типа Поклингтона:

$$\left(\frac{d^2}{ds^2}+k^2\right)\int_{-l}^{l}K(s,s')I(s')\,ds'+\frac{d}{ds}\int_{-l}^{l}L(s,s')I(s')\,ds'=$$
$$=-i\omega\varepsilon E_i(s),\quad -l<s<l, \tag{7}$$

в котором

$$K(s,s')=K_f(s-s')+K_r(s,s');\quad K_f(s-s')=$$
$$=\exp[ik\sqrt{(s-s')^2+a^2}]/\sqrt{(s-s')^2+a^2};\quad K_r(s,s')=$$
$$=\frac{4\pi}{\mu}\vec{s}_0\cdot\hat{\pi}_e(\vec{R}_\Sigma(s),\ \vec{R}_a(s'))\cdot\vec{s}_0;$$
$$L(s,s')=\frac{4\pi}{\mu}\nabla_\perp\cdot\hat{\pi}_e\cdot(\vec{R},\ \vec{R}_a(s'))\cdot\vec{s}_0\Big|_{\vec{R}=\vec{R}_\Sigma(s)}; \tag{8}$$

$\nabla_\perp$ — компонента оператора ∇, действующая в координатах u, v, s по u, v, $\nabla_\perp=\nabla-\vec{s}_0(\partial/\partial s)$.

Определив функции $K_e(s,s')=[K(s,s')+K(-s,-s')]/2$; $K_o(s,s')=[K(s,s')-K(-s,-s')]/2$; $L_e(s,s')=[L(s,s')+L(-s,-s')]/2$; $L_o(s,s')=[L(s,s')-L(-s,-s')]/2$; $E^{(e)}(s)=[E_i(s)+E_i(-s)]/2$; $E^{(o)}(s)=[E_i(s)-E_i(-s)]/2$, рассмотрим задачу относительно вспомогательных величин $I^{(e)}(s)$ и $I^{(o)}(s)$, смысл которых выяснится позднее:

$$\left(\frac{d^2}{ds^2}+k^2\right)\int_{-l}^{l}[K_e(s,s')I^{(e)}(s')+K_0(s,s')I^{(0)}(s')]\,ds'+$$
$$+\frac{d}{ds}\int_{-l}^{l}[L_0(s,s')I^{(e)}(s')+L_e(s,s')I^{(o)}(s')]\,ds'=i\omega\varepsilon E^{(e)}(s),$$
$$-l<s<l; \tag{9}$$

$$\left(\frac{d^2}{ds^2}+k^2\right)\int_{-l}^{l}[K_o(s,s')I^{(e)}(s')+K_e(s,s')I^{(o)}(s')]\,ds'+$$
$$+\frac{d}{ds}\int_{-l}^{l}[L_e(s,s')I^{(e)}(s')+L_0(s,s')I^{(o)}(s')]\,ds'=i\omega\varepsilon E^{(o)}(s),$$
$$-l<s<l; \tag{10}$$

$$I^{(e)}(l)=I^{(e)}(-l)=0;\quad I^{(o)}(l)=I^{(o)}(-l)=0. \tag{11}$$

Сложив уравнения (9) и (10), нетрудно проверить, что сумма $I^{(e)}(s)+I^{(o)}(s)$ удовлетворяет уравнению (7) для $I(s)$. Она же, как следует из (11), подчиняется граничным условиям (5). Далее, записав на основе (9) — (11) задачу для $I^{(e)}(-s)$, $I^{(o)}(-s)$ из единственности решений соответствующих задач, убеждаемся, что $I^{(e)}(-s)=I^{(e)}(s)$, $I^{(o)}(-s)=-I^{(o)}(s)$. Таким образом, искомая функция $I(s)$ совпадает с $I^{(e)}(s)+I^{(o)}(s)$:

$$I(s)=I^{(e)}(s)+I^{(o)}(s), \tag{12}$$

причем $I^{(e)}(s)$ имеет смысл симметричной, а $I^{(o)}(s)$ — антисимметричной компонент тока.

Пусть $G(s, s')$ — любое из решений уравнения

$$\left(\frac{d^2}{ds^2}+k^2\right)G(s, s')=\delta(s-s'), \quad -l<s, \ s'<l, \tag{13}$$

которое обладает свойством $G(s, s')=G(-s, -s')$. Обратив с его помощью оператор $(\partial^2/\partial s^2+k^2)$ в левой части (9)—(10), приходим к системе уравнений типа Халлена для $I^{(e)}$, $I^{(o)}$:

$$\int_{-l}^{l} K_f(s-s')\, I^{(e)}(s')\, ds' = C_1 \cos ks + Q^{(e)}(s) - \varphi(s\,|\,I^{(e)}) - \Phi(s|I^{(0)});$$
$$\int_{-l}^{l} K_f(s-s')\, I^{(o)}(s')\, ds' = C_2 \sin ks + Q^{(0)}(s) - \varphi(s\,|\,I^{(o)}) - \Phi(s\,|\,I^{(e)}), \quad -l<s<l. \tag{14}$$

Здесь $Q^{(e,o)}(s)=i\omega\varepsilon \int_{-l}^{l} G(s, s')\, E^{(e,o)}(s')\, ds'$; C_1, C_2 — произвольные постоянные; φ, Φ — функционалы, зависящие от s, и определенные тождествами

$$\varphi(s\,|\,U) \equiv \int_{-l}^{l} ds'U(s')\left[K_{re}(s, s') + \int_{-l}^{l} ds''G(s, s'')\frac{d}{ds''}L_0(s'', s')\right];$$
$$\Phi(s\,|\,U) \equiv \int_{-l}^{l} ds'U(s')\left[K_{ro}(s, s') + \int_{-l}^{l} ds''G(s, s'')\frac{d}{ds''}L_e(s'', s')\right]; \tag{15}$$

$$K_{re}(s, s') = [K_r(s, s') + K_r(-s, -s')]/2;$$
$$K_{ro}(s, s') = [K_r(s, s') - K_r(-s, -s')]/2. \tag{16}$$

Воспользовавшись стандартным приближением, основанным на выделении статической части $g(s-s')=1/\sqrt{(s-s')^2+a^2}$ ядра $K_j(s-s')$, перейдем от (14) к системе уравнений с малым параметром в правой части:

$$I^{(e)}(s) = \alpha\,[C_1 \cos ks + Q^{(e)}(s) - F(s\,|\,I^{(e)}) - \Phi(s\,|\,I^{(o)})];$$
$$I^{(o)}(s) = \alpha\,[C_2 \sin ks + Q^{(o)}(s) - F(s\,|\,I^{(o)}) - \Phi(s\,|\,I^{(e)})]; \tag{17}$$
$$-l<s<l,$$

где F — зависящий от s функционал, а α — малый параметр теории вибраторов:

$$F(s|U)=\varphi(s|U)+\int_{-l}^{l}[K_f(s-s')U(s')-g(s-s')U(s)]ds';$$

$$\alpha=1/[2\ln(2la^{-1})]. \tag{18}$$

Условия (11) приводят к соотношениям

$$C_1\cos kl+Q^{(e)}(l)-F(l|I^{(e)})-\Phi(l|I^{(o)}=0;$$

$$C_2\sin kl+Q^{(o)}(l)-F(l|I^{(o)})-\Phi(l|I^{(e)})=0. \tag{19}$$

Для построения аналитического решения уравнений (17), (19) воспользуемся модифицированным методом итераций [4]. Вычтем из правой части (17) ее значение при $s=l$, которое равно нулю согласно (19). В результате имеем

$$\begin{aligned}I^{(e)}(s)&=\alpha[C_1f_e(s)+Q_d^{(e)}(s)-F_d(s|I^{(e)})-\Phi_d(s|I^{(o)})];\\ I^{(o)}(s)&=\alpha[C_2f_0(s)+Q_d^{(o)}(s)-F_d(s\,I^{(o)})-\Phi_d(s|I^{(e)})];\end{aligned} \tag{20}$$

$$f_e(s)=\cos ks-\cos kl,\ \ f_0(s)=\sin ks-\sin kl;$$

$$Q_d^{(\beta)}(s)=Q^{(\beta)}(s)-Q^{(\beta)}(l),\ \ \beta=e,\ o;$$

$$F_d(s|U)=F(s|U)-F(l|U),\ \ \Phi_d(s|U)=\Phi(s|U)-\Phi(l|U). \tag{21}$$

Подставим в (20) формальные асимптотические разложения, отвечающие методу итераций:

$$\begin{aligned}I^{(e)}(s)&=\sum_{n=0}^{+\infty}\alpha^{n+1}[C_1P_n^{(ee)}(s)+C_2P_n^{(eo)}(s)+Q_n^{(e)}(s)];\\ I^{(o)}(s)&=\sum_{n=0}^{+\infty}\alpha^{n+1}[C_1P_n^{(oe)}(s)+C_2P_n^{(oo)}(s)+Q_n^{(o)}(s)].\end{aligned} \tag{22}$$

Это приводит к цепочке прямых формул для $P_n^{(\beta\gamma)}$, $Q^{(\beta)}(\beta,\gamma=$ $=e,\ 0)$:

$$P_o^{(ee)}(s)=f_e(s),\ \ P_o^{(oo)}(s)=f_0(s),\ \ P_o^{(eo)}(s)=P_o^{(oe)}(s)=0;$$

$$P_n^{(e\beta)}(s)=-F_d(s|P_{n-1}^{(e\beta)})-\Phi_d(s|P_{n-1}^{(o\beta)}); \tag{23}$$

$$P_n^{(o\beta)}(s)=-F_d(s|P_{n-1}^{(o\beta)})-\Phi_d(s|P_{n-1}^{(e\beta)});\ \ n=1,\ 2\ldots,\ \beta=e,\ o;$$

$$Q_o^{(e)}(s)=Q_d^{(e)}(s),\quad Q_o^{(o)}(s)=Q_d^{(o)}(s);$$

$$Q_n^{(e)}(s)=-F_d(s|Q_{n-1}^{(e)})-\Phi_d(s|Q_{n-1}^{(o)}); \tag{24}$$

$$Q_n^{(o)}(s)=-F_d(s|Q_{n-1}^{(o)})-\Phi_d(s|Q_{n-1}^{(e)}),\ \ n=1,\ 2\ldots$$

Постоянные $C_{1,2}$, оставшиеся произвольными, находим подстановкой (22) в уравнения (19):

$$C_1 = -\frac{\tilde{\Delta}_o q_e + \rho_o q_o}{\tilde{\Delta}_e \tilde{\Delta}_o - \rho_e \rho_o}, \quad C_2 = -\frac{\tilde{\Delta}_e q_o + \rho_e q_e}{\tilde{\Delta}_e \tilde{\Delta}_o - \rho_e \rho_o}. \tag{25}$$

Здесь

$$\tilde{\Delta}_e = \cos kl - \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [F(l \,|\, P_n^{(ee)}) + \Phi(l \,|\, P_c^{(oe)})];$$
$$\tilde{\Delta}_o = \sin kl - \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [F(l \,|\, P_n^{(oo)}) + \Phi(l \,|\, P_n^{(eo)})]; \tag{26}$$

$$q_e = Q^{(e)}(l) - \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [F(l \,|\, Q_n^{(e)}) + \Phi(l \,|\, Q_n^{(0)})];$$
$$\rho_e = \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [F(l \,|\, P_n^{(oe)}) + \Phi(l \,|\, P_n^{(ee)})]; \tag{27}$$

$q_e \leftrightarrow q_o$, $\rho_e \leftrightarrow \rho_o$ при замене индексов «e»$\leftrightarrow$«o». Как следует из формулы (18), для любой функции $U(s)$, равной нулю при $s=l$, величина $F(l/U)$ определена выражением

$$F(l \,|\, U) \equiv \int_{-l}^{l} ds' U(s') [K_f(l-s') + K_{re}(l, s') + \int_{-l}^{l} ds'' G(l, s'') \frac{d}{ds''} L_o(s'', s')]. \tag{28}$$

Удержав в каждой из бесконечных сумм в (22) первые два слагаемых, получим следующие приближенные выражения для $C_{1,2}$:

$$C_1 = \frac{1}{\Delta_e} [\alpha \Phi(l \,|\, Q_d^{(o)}) - Q^{(e)}(l)] - \frac{\alpha}{\Delta_e \Delta_o} Q^{(o)}(l) \Phi(l \,|\, f_0);$$
$$C_2 = \frac{1}{\Delta_o} [\alpha \Phi(l \,|\, Q_d^{(e)}) - Q^{(o)}(l)] - \frac{\alpha}{\Delta_e \Delta_o} Q^{(e)}(l) \Phi(l \,|\, f_e); \tag{29}$$

$$\Delta_e = \cos kl - \alpha F(l \,|\, f_e), \quad \Delta_o = \sin kl - \alpha F(l \,|\, f_0). \tag{30}$$

Отсюда очевидным образом вытекают формулы для $I^{(e,o)}(s)$, согласующиеся по точности с принятым приближением:

$$I^{(e)}(s) = \alpha [C_1 f_e(s) + Q_d^{(e)}(s)], \quad I^{(o)}(s) = \alpha [C_2 f_0(s) + Q_d^{(o)}(s)]. \tag{31}$$

Они приводят к виду

$$I^{(e)}(s) = \frac{\alpha}{\Delta_e} [\nu_e(s) + \alpha f_c(s) \Phi(l \,|\, Q_d^{(o)})] - \frac{\alpha^2 f_c(s)}{\Delta_e \Delta_o} Q^{(o)}(l) \Phi(l \,|\, f_0); \tag{32}$$

$$I^{(o)}(s) = \frac{\alpha}{\Delta_o}[\nu_o(s) + \alpha f_o(s)\Phi(l \mid Q_l^{(e)})] - \frac{\alpha^2 f_o(s)}{\Delta_o \Delta_e} Q^{(e)}(l)\Phi(l \mid f_e);$$

$$\nu_e(s) = \cos klQ^{(e)}(s) - \cos ksQ^{(e)}(l), \quad \nu_0(s) = \sin klQ^{(o)}(s) - \\ - \sin ksQ^{(o)}(l). \qquad (33)$$

Взяв в качестве требуемого решения уравнения (13) функцию $G(s, s') = (1/2k)\sin k \mid s - s' \mid$, для $\nu_{e,o}(s)$ получаем

$$\nu_e(s) = (ic/2w)[\sin k(s-l)\int_{-l}^{s} E^{(e)}(s')\cos ks'ds' - \\ - \sin k(s+l)\int_{s}^{l} E^{(e)}(s')\cos ks'ds' + 2\cos kl\cos ks \times \\ \times \int_{s}^{l} E^{(e)}(s')\sin ks'ds']; \qquad (34)$$

$$\nu_0(s) = (ic/2w)[\sin k(s-l)\int_{-l}^{s} E^{(o)}(s')\sin ks'ds' + \\ + \sin k(s+l)\int_{s}^{l} E^{(o)}(s')\sin ks'ds' - 2\sin kl \times \\ \times \sin ks\int_{s}^{l} E^{(o)}(s')\cos ks'ds'];$$

$w = \sqrt{\mu/\varepsilon}$. Выражения для $F(l \mid f_{e,o})$, которые входят в состав $\Delta_{e,o}$, следуют из формулы (28) и здесь не приводятся.

Подчеркнем, что выражения (32) пригодны равным образом для резонансного и нерезонансного возбуждения. Резонансные режимы симметричной и антисимметричной компонент тока определяются соответственно уравнениями

$$\cos kl - \alpha F(l \mid f_e) = 0, \quad \sin kl - \alpha F(l \mid f_0) = 0. \qquad (35)$$

Отметим, что при $K_{ro}(s, s') = L_e(s, s') \equiv 0$ четность возбуждения и порождаемого им тока одинакова. В этом случае $\Phi(s \mid U) \equiv 0$,

$$I^{(e)}(s) = \alpha\nu_e(s)/\Delta_e, \quad I^{(o)}(s) = \alpha\nu_o(s)/\Delta_o. \qquad (36)$$

В общем случае, когда $K_{ro} \neq 0$ или $L_e \neq 0$, при симметричном или антисимметричном возбуждении возникают обе составляющих тока — $I^{(e)}$ и $I^{(o)}$. Оценим величину последних в каждом из следующих режимов: (а) вдали от резонансов, вблизи резонанса симметричной (б) и антисимметричной (в) составляющих. При симметричном возбуждении ($Q^{(o)} = 0$) имеем: а) $I^{(e)} = 0(\alpha)$, $I^{(o)} = 0(\alpha^2)$; б) $I^{(e)} = 0(1)$, $I^{(o)} = 0(\alpha)$; в) $I^{(e)} = 0(\alpha)$, $I^{(o)} = 0(\alpha)$. Видно, что в первых двух режимах симметричная компонента тока в α^{-1} раз превосходит по модулю антисимметричную компоненту ($\alpha^{-1} \gg 1$), а в последнем режиме они по порядку величины совпадают. Для возбуждения общего вида ($Q^{(e)} \neq 0$, $Q^{(o)} \neq 0$) получаем: а) $I^{(e)} = 0(\alpha)$, $I^{(o)} = 0(\alpha)$; б) $I^{(e)} = 0(1)$, $I^{(o)} = 0(\alpha)$; в) $I^{(e)} = 0(\alpha)$, $I^{(o)} = 0(1)$.

Если область V совпадает со всем трехмерным пространством, в приведенных выше формулах следует положить $K_r = L = 0$. В частности, величины $F(l|f_{e,o})$ преобразуются к известному виду [4]:

$$F(l|f_{e,o}) = \int_{-l}^{l} K_f(l-s') f_{e,o}(s')\,ds'. \tag{37}$$

Список литературы: 1. *Вычислительные* методы в электродинамике/Пер. с англ; Под. ред. Р. Миттры. М., 1977. 485 с. 2. *Ahlnwalia D. S., Keller I. B.* Scattering by asienderbody//I. Acousf. Soc. Am. 1986. 80, № 6. P. 1782—1792. 3. *Горобец Н. Н., Петленко В. А., Хижняк Н. А.* Метод усреднения в задачах электродинамики//Сб. науч.-метод. статей по прикл. электродинамике. М., 1983. Вып. 6. С. 84—110. 4. *Коротковолновые* антенны/Айзенберг Г. З., Белоусов С. П. Журбенко и др. М., 1985. 535 с

Поступила в редколлегию 20.07.87