

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ДИНАМИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ТКС

### Введение

Современные телекоммуникационные сети (ТКС) играют важную роль в обществе. Поэтому повышение эффективности ТКС является одной из важнейших задач. Одним из путей повышения эффективности ТКС является совершенствование системы динамического управления (СДУ) ТКС.

### Основная часть

Система динамического управления осуществляет распределение сетевых ресурсов ТКС между абонентами сети с учетом качества обслуживания. Система динамического управления для каждого пользовательского потока выделяется определенный набор сетевых ресурсов. Под ресурсами сети  $R$  будем понимать пропускные способности каналов (вектор  $C$ ), выделяемое время и емкость буферного ЗУ (вектор  $M$ ).

Поскольку ТКС, как правило, является элементом сложных систем управления (СУ), то основной задачей ТКС будет обеспечение эффективного решения задач управления. Поскольку эффективность управления СУ определяется объемом информации о состоянии объекта СУ, то в качестве функции эффективности ТКС можно использовать суммарную скорость передачи ценной для решения задач управления информации  $V_{I_u}$ . Следовательно, СДУ должно так распределить ресурсы сети (т.е. найти такой вектор распределения ресурсов  $\bar{r} \in \bar{R}$ ), чтобы выполнялось условие

$$V_{I_u}(\bar{r}) \rightarrow \max_{\bar{r}}. \quad (1)$$

На сами ресурсы сети  $R$  накладываются ограничения, обусловленные топологией ТКС, которые можно записать в виде системы уравнений

$$Q \cdot \bar{r} \leq d, \quad (2)$$

где  $Q$  – матрица, описывающая ограничения накладываемые топологией ТКС.

Кроме того, существуют ограничения связанные алгоритмами функционирования ТКС, которые можно описать в виде

$$\bar{x}(n+1) = f(\bar{x}(n), \bar{r}(n), \bar{\xi}(n)), \quad (3)$$

где  $\bar{x}(n+1)$  – вектор состояния ТКС на  $n+1$  шаге;  $\bar{r}(n)$  – вектор распределения ресурсов ТКС;  $\bar{\xi}(n)$  – вектор-функция, описывающая воздействие случайных факторов.

Состояние сети постоянно меняется. Поэтому задача распределения ресурсов решается динамически. Сетевые ресурсы на  $k$ -м шаге управления  $\bar{r}(k)$  выделяются непосредственно на доставку информации пользователей  $\bar{r}_{ТКС}(k)$  и на нужды системы динамического управления  $\bar{r}_{СДУ}(k)$ , причем выполняется следующее ограничение:

$$\bar{r}_{ТКС}(k) + \bar{r}_{СДУ}(k) \leq \bar{r}(k). \quad (4)$$

Как правило, объем ресурсов выделяемых на нужды СДУ составляет не более 10 % от общего объема ресурса, т.е.

$$\bar{r}_{СДУ}(k) \leq 0.1 \cdot \bar{r}(k). \quad (5)$$

Задачу оптимального распределения сетевых ресурсов ТКС можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned}
 \max_{\bar{r}_{TKC}(i)} V_{I_{Ц}} &= F(\bar{r}_{TKC}(0), \bar{x}(1), \bar{r}_{TKC}(1), \bar{x}(2), \dots, \bar{r}_{TKC}(K-1), \bar{x}(K)) \\
 \bar{x}(n+1) &= f(\bar{x}(n), \bar{r}(n), \bar{\xi}(n)) \\
 Q \cdot \bar{r}(k) &= d \\
 \bar{r}(k) &\geq 0 \\
 \bar{r}_{TKC}(k) + \bar{r}_{CDY}(k) &\leq \bar{r}(k) \\
 \bar{r}_{CDY}(k) &\leq 0.1 \cdot \bar{r}(k)
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $K$  – число временных шагов.

Необходимо найти такую последовательность распределений ресурсов ТКС  $\bar{r}_{TKC}(0), \bar{r}_{TKC}(1), \dots, \bar{r}_{TKC}(k), \dots, \bar{r}_{TKC}(K)$ , чтобы скорость передачи ценной информации  $V_{I_{Ц}}$  была максимальной.

Успешное решение этой задачи определяется вероятностью правильного распределения сетевых ресурсов системой динамического управления  $P_{np}$ . Значение этой вероятности зависит от следующих параметров: полнота перебора всех возможных альтернатив решений  $P_{пол}$ ; полнота информации  $P_{инф}$  и вероятности своевременного решения задачи распределения сетевых ресурсов  $P_{вр}$ .

$$P_{np} = f(P_{пол}, P_{инф}, P_{вр}). \tag{7}$$

При выборе функционала  $f(P_{пол}, P_{инф}, P_{вр})$  необходимо учитывать, что вероятность правильного решения имеет значения в диапазоне от 0 до 1 (т.е.  $P_{np} \in [0;1]$ ). Если перебор вообще не осуществлялся, то вероятность  $P_{np}$  будет равна  $P_{k-1}$  (вероятность распределения ресурсов на предыдущем шаге). Если информация полностью устарела ( $P_{инф} = 0$ ) и/или решение принято несвоевременно ( $P_{вр} = 0$ ), тогда вероятность правильного распределения ресурсов  $P_{np}$  будет также равна  $P_{k-1}$ . Если все указанные вероятности будут равны 1, то вероятность правильного распределения ресурсов  $P_{np}$  будет также равна 1.

Лучше всего указанным условиям удовлетворяет функционал

$$P_{npK} = 1 - (1 - P_{K-1}) \cdot e^{-\frac{P_{пол} \cdot P_{инф} \cdot P_{вр}}{1 - P_{пол} \cdot P_{инф} \cdot P_{вр}}}. \tag{8}$$

Рассмотрим подробно получения каждого параметра данного выражения.

Полнота выбора альтернатив управления для информационного потока  $p$ -ого типа между  $i$  и  $j$ -ми УК  $P_{ij}^p$  определяется как отношение исследованных альтернатив управления  $L_{ij}^p$  к общему числу возможных альтернатив  $N_{ij}^p$ . Тогда полноту выбора можно определить в виде следующего выражения

$$P_{ij}^p \text{ пол} = \frac{L_{ij}^p}{N_{ij}^p}. \quad (9)$$

Вероятность выбора альтернатив управления для ТКС в целом можно определить следующим образом

$$P_{\text{пол}} = \frac{1}{S} \sum P_{ij}^p \text{ пол}, \quad (10)$$

где  $S$  – общее число всех возможных информационных потоков.

Пусть в ТКС имеется  $V$  узлов коммутации и  $U$  каналов связи. В каждом  $i$ -м узле возникают информационные потоки  $p$ -го типа между  $i$  и  $j$  узлами с интенсивностью  $\lambda_{ij}^p$ . Для каждого такого потока необходимо решить задачу динамического управления. Для каждого потока необходимо выделить сетевые ресурсы, чтобы обеспечить требуемое качество обслуживания. Оценим сложность решения задачи ДУ для отдельного потока. Предположим, что в сети существует  $Q$  возможных маршрутов между  $i$  и  $j$  узлами. Из них только  $Q_{\text{ооn}}$  маршрутов могут обеспечить требуемое качество обслуживания. Каждый маршрут представляет собой совокупность  $l$  узлов и каналов между конечными узлами. На каждом узле необходимо определить требуемую полосу пропускания  $C$  и необходимую емкость буферного ЗУ  $M$ .

Выбор оптимального варианта связан с полным перебором всех возможных маршрутов и значений пропускных способностей каналов связи и емкости буферных ЗУ на этих маршрутах. Пусть требуемая емкость ЗУ, измеряемая количеством сохраненных блоков информации, может иметь значения от 0 до  $M_i$ , а возможные значения пропускной способности, измеряемое в бит/с, может изменяться с шагом  $\Delta C$  в интервале  $[C_{ij \text{ min}}^l, C_{ij \text{ max}}^l]$ .

Тогда оптимальное решение означает вектор оптимальных значений пропускных способностей и емкости буферного ЗУ, выделяемых для данного потока. Тогда поиском оптимального решения является перебор всех значений емкости буферного ЗУ и всех возможных значений пропускной способности каналов связи для всех возможных маршрутов.

Для отдельного  $q$ -го маршрута состоящего из  $l_q$ -узлов число возможных вариантов можно представить в следующем виде:

$$N_{ij}^q = \prod_{l=1}^{l_q} M_l \cdot \prod_{l=1}^{l_q} \left[ \frac{C_{\text{max}}^l - C_{\text{min}}^l}{\Delta C_l} \right] \quad (11)$$

Если емкости ЗУ на всех УК данного маршрута и все пропускные способности данного маршрута одинаковы, то будет справедливо выражение

$$N_{ij}^q = M_l^{l_q} \cdot \left[ \frac{C_{\text{max}}^l - C_{\text{min}}^l}{\Delta C_l} \right]^{l_q}. \quad (12)$$

Соответственно, для всех  $Q$  маршрутов число всех вариантов составит

$$N_{ij} = \prod_{q=1}^Q N_{ij}^q = \prod_{q=1}^Q \prod_{l=1}^{l_q} M_l \cdot \prod_{l=1}^{l_q} \left[ \frac{C_{\text{max}}^l - C_{\text{min}}^l}{\Delta C_l} \right]. \quad (13)$$

Задачу оптимального распределения ресурсов необходимо решить для всех потоков ТКС. Общее число задач, которое необходимо решить за интервал времени  $T$ , можно представить в виде

$$N_p = \sum_i \sum_j \sum_p \lambda_{ij}^p \cdot T. \quad (14)$$

Для каждого потока необходимо рассмотреть  $N_{ij}$  вариантов. Тогда общее число вариантов, которые необходимо рассмотреть за время  $T$ , можно определить следующим образом:

$$N = N_{ij} * \sum_i \sum_j \sum_p \lambda_{ij}^p \cdot T = \prod_{q=1}^Q \prod_{l=1}^{l_q} M_l \cdot \prod_{l=1}^{l_q} \left[ \frac{C_{\max}^l - C_{\min}^l}{\Delta C_l} \right] * \sum_i \sum_j \sum_p \lambda_{ij}^p \cdot T. \quad (15)$$

Число возможных вариантов альтернатив можно уменьшить, используя целенаправленный перебор. Число исследованных альтернатив  $L$  ограничивается производительностью центра управления и допустимым временем управления  $T_{упр}$ , которое является суммой времени сбора информации  $T_{сбор}$ , принятия решения  $T_{пр}$  и доведения управляющей информации до соответствующих сетевых устройств  $T_{дов}$ .

Полнота информации означает наличие необходимой информации для принятия правильного решения. Если вся необходимая информация присутствует, то данный показатель равен 1. Этот показатель можно представить как соотношение полученной информации управления  $J_{дост}$  к необходимой информации  $J_{\max}$ .

При отсутствии информации вероятность  $P_{инф}(t)$  снижается до величины  $P_0$ . Такое снижение эффективности системы мониторинга в зависимости от полученной информации должно происходить по какому-либо нелинейному закону.

Этот закон должен быть таким, чтобы при наличии малого количества информации чувствительность показателя эффективности к изменению количества информации должна быть выше, чем при наличии большого количества информации. Указанным условиям удовлетворяет выражение вида

$$P_{инф}(t) = 1 - (1 - P_0) \cdot e^{-\frac{I_{дост}(t)}{I_{\max} - I_{дост}(t)}}, \quad (16)$$

где  $P_{инф}, P_0$  – соответственно вероятность правильного решения после получения информации управления и до его получения,  $I_{дост}(t)$  – количество полученной информации,  $I_{\max}$  – максимальное количество информации для эффективного решения поставленных задач.

За время доставки информация стареет. В данном случае под старением информации понимается уменьшение со временем ее ценности, т.е. уменьшение вероятности  $P_i(t)$ .

Зависимость  $P_i(t)$  определяется конкретной решаемой задачей и задается законом изменения функции  $I_{0i}(t)$ . Однако можно указать и некоторые общие требования, которыми должна удовлетворять функция  $I_{0i}(t)$ .

Вероятность своевременного решения задачи распределения ресурсов зависит от скорости старения информации. Эта вероятность можно представить в виде функционала  $P_{вр} = f(T)$ , где  $T$  – время решения задач динамического управления. Как правило, данный функционал будет убывающим. При  $T \approx 0$  вероятность своевременного решения  $P_{вр}$  стремится к 1. С увеличением значения времени вероятность  $P_{вр}$  стремится к нулю.

Вероятность своевременного решения определяется интенсивностью поступления заявок (входных потоков)  $\lambda_{\Sigma}$  и интенсивностью обслуживания  $\mu_{\Sigma}$ . Систему принятия решения можно рассматривать как систему массового обслуживания с ограниченным временем пребывания заявки в системе. Каждая задача по распределению сетевых ресурсов должна быть находиться в системе не более чем допустимое время управления  $T_{упр}$ .

## Выводы

В статье предложена математическая модель системы динамического управления ТКС. Данная модель позволяет исследовать эффективность различных вариантов построения системы динамического управления ТКС с учетом качества управляющей информации, количества сетевых ресурсов, выделенных для решения задач динамического управления, временных ограничений.

**Список литературы:** 1. Поповский В.В. Модель управления реструктуризацией телекоммуникационной сети // Радиотехника. 2004. Вып.138. С. 25–31. 2. Лосев Ю. И., Руккас К.М. Алгоритм функционирования многоагентной системы динамического управления компьютерными сетями // Вісник Харків. нац. ун-ту. Сер. „Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління”. 2005. Вип. 5 (№703). С. 165-172. 3. *Компьютерные сети*. Принципы, технологии, протоколы: Учебник для вузов. 2-е изд. / В.Г. Олифер, Н.А.Олифер. СПб.: Питер, 2003. 864 с. 4. Vila P., Marzo J.L., Fabregat R., Harle D. A multi-agent Approach to Dynamic Virtual Path Management in ATM Network. IMPACT'99 Workshop. Seattle December 1999. 5. H. Yamaki, M.P. Wellman, T. Ishida A Market-Based Approach for Allocating QoS to Multimedia Applications. ICMAS-96, pp.385-392, 1996.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию 03.09.2009