

---

УДК 621.396

*Л. П. ЯЦУК*, канд. физ.-мат. наук, *Ю. М. ПЕНКИН*

**РАССЕЯНИЕ ВОЛНЫ  $H_{10}$  УЗКОЙ ЩЕЛЬЮ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ  
ВОЛНОВОДЕ В ПРИСУТСТВИИ Г-ОБРАЗНОГО ПАССИВНОГО  
ВИБРАТОРА**

---

В антенной практике все шире применяются вибраторно-щелевые элементы фазированных антенных решеток. Это обусловлено совмещением в одном раскрыве вибраторных и щелевых решеток, работающих на разных частотах, и необходимостью модификации щелевых излучателей. В любом случае для расчета вибраторно-щелевых систем необходимо учитывать электромагнитное взаимодействие их элементов.

Взаимная связь щелей и вибраторов, играющих на частоте излучения щели роль пассивных рассеивателей, еще недостаточно изучена. Особенно интересно исследование энергетических параметров

щели в присутствии Г-образного вибратора, являющегося составной частью вибратора на опорных металлических стойках над идеально проводящей плоскостью.

Рассмотрим узкую продольную щель в прямоугольном волноводе длиной  $L$  и шириной  $d$ , излучающую в ограниченное идеально проводящей плоскостью полупространство, и расположенный над этой плоскостью Г-образный рассеивающий вибратор радиуса  $\rho$ , имеющий с ней электрический контакт. Пусть  $h$  — высота вертикальной стойки вибратора,  $p$  — длина горизонтального плеча. Свяжем с волноводом и вибратором систему координат, как показано на рис. 1, а. Бесконечный волновод возбуждается волной типа  $H_{10}$ , распространя-

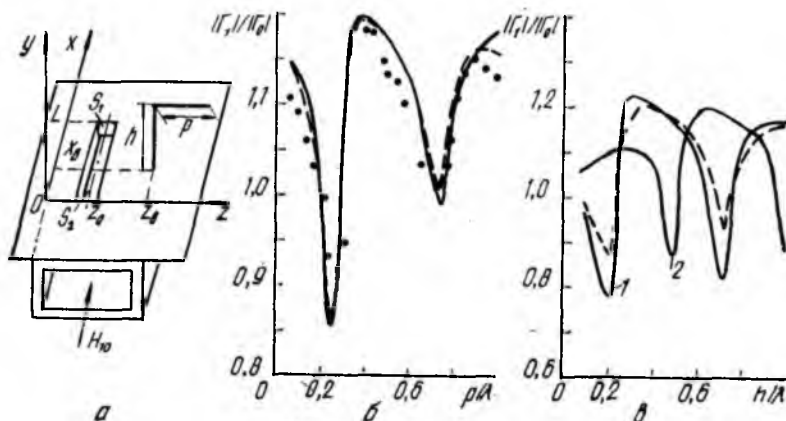


Рис. 1

ющейся вдоль оси  $x$ . Найдем энергетические параметры щели с учетом рассеяния ее поля излучения вибратором. Полагаем, что стенки волновода не бесконечно тонкие, а имеют конечную толщину. Поэтому полость щели рассматриваем как прямоугольный резонатор, по граням которого, обращенным к внутренней области волновода ( $S_1$ ) и полупространства ( $S_2$ ), распределены синусоидальные магнитные токи:

$$\vec{T}_{1(2)}^n = V_{1(2)} \frac{\vec{x}^0}{d} \sin \frac{\pi x}{L}, \quad (1)$$

где  $V_{1(2)}$  — неизвестные комплексные амплитуды.

Использование аппроксимирующих функций (1) оправдано, когда величина  $L$  соизмерима с половиной длины волны  $\lambda$  возбуждающего поля. Распределение магнитных токов поперек щелей ввиду их узости ( $d \ll L$ ) считаем постоянным.

Комплексные амплитудные коэффициенты  $V_{1(2)}$  определяем из условий непрерывности тангенциальных составляющих магнитных полей на поверхностях  $S_1$ ,  $S_2$ . Интегродифференциальные уравнения, обусловленные указанными граничными условиями, путем процедуры

Галеркина сводим к системе линейных алгебраических уравнений с неизвестными коэффициентами  $V_{1(2)}$ :

$$\begin{aligned} V_2(Y^e + \Delta Y^e + Y_{22}^p) + V_1 Y_{12}^p &= 0; \\ V_2 Y_{21}^p + V_1(Y_{11}^p + Y^i) &= F. \end{aligned} \quad (2)$$

Учитываем, что магнитное поле, наведенное рассеивающим вибратором на щели, пропорционально амплитуде  $V_2$ . Здесь  $Y^e$ ,  $Y^i$  — внешняя и внутренняя проводимости щели,  $F$  — внутренняя магнитодвижущая сила, выражения для которых известны [1; 2]. Формулы для собственных  $Y_{11}^p$ ,  $Y_{22}^p$  и взаимных  $Y_{12}^p$ ,  $Y_{21}^p$  проводимостей щели в резонаторе приведены в работе [3]. Отметим, что  $Y_{11}^p = Y_{22}^p$ , а  $Y_{12}^p = Y_{21}^p$ ,  $\Delta Y^e$  — поправка к внешней проводимости щели, обусловленная электромагнитным взаимодействием щели и рассеивающего вибратора:

$$\Delta Y^e = \frac{1}{4\pi} \int_0^L \sin \frac{\pi x}{L} \int_l I_{\vec{b}}^{\ominus}(\omega') [\text{grad } G_{1(2)}(\vec{r}/r', \vec{\omega}^0)] d\omega' dx. \quad (3)$$

Здесь  $G_{1(2)}(\vec{r}/r')$  — функции Грина полупространства, удовлетворяющие на плоскости однородным граничным условиям Дирихле и Неймана (индексы 1, 2);  $\omega'$  — текущая координата вдоль оси рассеивающего вибратора, геометрия которого определяется контуром  $l$ ;  $I_{\vec{b}}^{\ominus}(\omega')$  — функция распределения электрического тока, наведенного на вибраторе полем магнитного тока (1) с единичной амплитудой  $V_2$ . Ввиду предполагаемой узости щели здесь и далее интеграл по ее площади заменен интегралом по ее длине. Поле излучения вибратора заменяется полем излучения эквивалентного тока, текущего вдоль его оси.

Таким образом, при расчете энергетических параметров щели с учетом влияния рассеивающего вибратора используем известные формулы [1], вводя в них поправку  $\Delta Y^e(3)$  к внешней проводимости щели. Значение  $I_{\vec{b}}^{\ominus}(\omega')$ , фигурирующее в выражении (3), находим путем решения интегродифференциальных уравнений, которые записываются из условия равенства нулю суммы тангенциальных составляющих электрических полей на вертикальном и горизонтальном участках вибратора:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Pi_y^{\ominus}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z^{\ominus}}{\partial y \partial z} + k^2 \Pi_y^{\ominus} + E_{\text{ст}}^y &= 0; \\ \frac{\partial^2 \Pi_y^{\ominus}}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 \Pi_z^{\ominus}}{\partial z^2} + k^2 \Pi_z^{\ominus} + E_{\text{ст}}^z &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\vec{\Pi}^{\ominus}$  — электрический вектор Герца,  $\vec{\Pi}^{\ominus} = (0, \Pi_y^{\ominus}, \Pi_z^{\ominus})$ ;  $\vec{E}_{\text{ст}}$  — стороннее поле на поверхности вибратора, обусловленное излучением щели,  $\vec{E}_{\text{ст}} = (0, E_{\text{ст}}^y, E_{\text{ст}}^z)$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ .

Решение системы уравнений (4) относительно неизвестного тока

$$I_{\text{в}}^{\ominus}(w') = \begin{cases} I_y^{\ominus}(y'), & 0 \leq w' \leq h; \\ I_z^{\ominus}(z'), & h \leq w' \leq h + p \end{cases}$$

получим методом Галеркина. Для этого величину  $I_{\text{в}}^{\ominus}(w')$  аппроксимируем набором тригонометрических функций от обобщенной координаты  $w'$ , заданных на всей длине вибратора:

$$\vec{I}_{\text{в}}^{\ominus}(w') = \sum_{t=1}^T I_t^{\ominus} \vec{u}_t, \quad (5)$$

где  $\vec{u}_t = \vec{w}^0 \cos(\pi w' (2t - 1)/(h + p)/2)$ ;  $t$  — числа натурального ряда;  $T$  — количество функций, учитываемых при аппроксимации;  $I_t^{\ominus}$  — комплексные амплитуды базисных функций. Координата  $w'$  связана с координатами  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  следующим образом:

$$w' = \begin{cases} y', & \text{если } 0 \leq y' \leq h, \quad x' = x_{\text{в}}, \quad z' = z_{\text{в}}; \\ z' - z_{\text{в}} + h, & \text{если } z_{\text{в}} \leq z' \leq z_{\text{в}} + p, \quad y' = h, \quad x' = x_{\text{в}}. \end{cases}$$

Аппроксимация (5) обеспечивает непрерывность тока в точке изгиба вибратора и правильно описывает граничное поведение тока на его концах: равенство нулю на свободном конце вибратора и равенство нулю производной у основания, расположенного в точке с координатами  $(x_{\text{в}}, z_{\text{в}})$ . Сведение системы уравнений (4) к системе интегральных уравнений типа Халлена, как в [4,5], в этом смысле менее удобно.

Для решения системы уравнений (4) применяем процедуру Галеркина:

$$\int_I \vec{u}_t E (I_{\text{в}}^{\ominus}) dw + \int_I \vec{u}_t E_{\text{ст}} dw = 0.$$

Распишем это соотношение подробно:

$$\begin{aligned} & - \int_0^h \frac{\partial(\cos ay)}{\partial y} \left( \frac{\partial \Pi_y^{\ominus}}{\partial y} + \frac{\partial \Pi_y^{\ominus}}{\partial z} \right) dy - \int_{z_{\text{в}}}^{z_{\text{в}}+p} \frac{\partial(\cos a(z - z_{\text{в}} + h))}{\partial z} \times \\ & \times \left( \frac{\partial \Pi_y^{\ominus}}{\partial y} + \frac{\partial \Pi_y^{\ominus}}{\partial z} \right) dz + k^2 \int_0^h \cos ay \Pi_y^{\ominus} dy + k^2 \int_{z_{\text{в}}}^{z_{\text{в}}+p} \cos a(z - z_{\text{в}} + h) \times \\ & \times \Pi_z^{\ominus} dz = - \int_0^h \cos ay E_{\text{ст}}^y dy - \int_{z_{\text{в}}}^{z_{\text{в}}+p} \cos a(z - z_{\text{в}} + h) E_{\text{ст}}^z dz, \quad (6) \end{aligned}$$

где  $a = \frac{\pi}{2} (2\tau - 1)/(h + p)$ ;  $\tau$  — числа натурального ряда, изменяющиеся от 1 до  $T$ . Подставляя в уравнение (6) выражение для токо-

вого распределения вдоль вибратора (5), получаем систему уравнений относительно неизвестных комплексных амплитуд  $I_i^{\ominus}$ :

$$\sum_{i=1}^T I_i^{\ominus} Z_{ti} = 4\pi i \omega \varepsilon \mathcal{E}_{\tau}. \quad (7)$$

Матричный элемент  $Z_{ti}$  в приближении линеаризованного ядра, используемого в решении задач для тонкопроволочных антенн, имеет вид

$$\begin{aligned} Z_{ti} = & \left( k^2 - \frac{\pi^2 (2t-1)^2}{4(h+p)^2} \right) \int_{z_B+p}^h f_{\tau}(y) \int_0^h f_i(y') G_2(x_B - \rho, y, z_B; x_B, y', z_B) \times \\ & \times dy' dy + \int_{z_B}^{z_B+p} \varphi_{\tau}(z) \int_{z_B}^{z_B+p} \varphi_i(z') G_1(x_B - \rho, h, z; x_B, h, z') dz' dz \} + \\ & + \frac{\pi(2\tau-1)}{2(h+p)} \left\{ \int_0^h (\gamma_{\tau}(h) f_i(y') G_2(x_B - \rho, h, z_B; x_B, y', z_B) + \right. \quad (8) \\ & \left. + \gamma_{\tau}(y') f_i(h) G_1(x_B - \rho, h, z_B; x_B, y', z_B)) dy' + \right. \\ & \left. + (-1)^{\tau+1} \int_{z_B}^{z_B+p} \varphi_i(z') G_1(x_B - \rho, h, z_B + p; x_B, h, z') dz' - \right. \\ & \left. - \int_{z_B}^{z_B+p} (\gamma_{\tau}(h) \varphi_i(z) + f_i(h) \psi_{\tau}(z)) G_1(x_B - \rho, h, z; x_B, h, z_B) dz \right\} - \\ & - \frac{\pi^2(2\tau-1)(2t-1)}{4(h+p)^2} \int_0^h \int_{z_B}^{z_B+p} (\gamma_{\tau}(y) \psi_i(z) + \psi_{\tau}(z) \gamma_i(y)) G_1(x_B - \rho, y, z; \\ & x_B, h, z_B) dz dy. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} f_n(y) &= \cos \frac{\pi(2n-1)y}{2(h+p)}; & \varphi_n(z) &= \cos \frac{\pi(2n-1)(z-z_B+h)}{2(h+p)}; \\ \gamma_n(y) &= \sin \frac{\pi(2n-1)y}{2(h+p)}; & \psi_n(z) &= \sin \frac{\pi(2n-1)(z-z_B+h)}{2(h+p)}; \\ G_{1(2)} &= \exp(-ikR)/R(\mp) \exp(-ikR^*)/R^*; \\ R &= \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}; \\ R^* &= \sqrt{(x-x')^2 + (y+y')^2 + (z-z')^2}; \end{aligned}$$

$n$  — числа натурального ряда, а  $\omega \varepsilon = k/120\pi$ . Выражение для ЭДС в системе (7) записывается так:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\tau} = & \frac{\Delta}{2\pi} \int_0^h f_{\tau}(y) \int_0^L \sin \frac{\pi x'}{L} \frac{\exp(-ikR(y, z_B))}{R^2(y, z_B)} \left( ik + \frac{1}{R(y, z_B)} \right) dx' dy - \\ & - \frac{h}{2\pi} \int_{z_B}^{z_B+p} \varphi_{\tau}(z) \int_0^L \sin \frac{\pi x'}{L} \frac{\exp(-ikR(h, z))}{R^2(h, z)} \left( ik + \frac{1}{R(h, z)} \right) dx' dz, \quad (9) \end{aligned}$$

где  $R(y, z) = \sqrt{(x_b - \rho - x')^2 + y^2 + (z - z_0 - d/2)^2}$ ,  $\Delta = z_b - z_0 - d/2$ .

Распределение электрического тока, полученное в результате численного решения системы (7), позволяет рассчитать добавку к внешней проводимости щели  $\Delta Y^e$ , определяемую соотношением (3). Выражение (8) для матричных элементов  $Z_{\tau i}$  сохраняется и в случае Г-образного вибратора, плечо которого расположено параллельно щели. Выражения для ЭДС и  $\Delta Y^e$  здесь упрощаются, так как щель и горизонтальное плечо вибратора оказываются развязанными по поляризации. Число учитываемых базисных функций в аппроксимации (5) выбиралось на основании анализа численного эксперимента и сравнения расчетных и экспериментальных значений коэффициентов матрицы рассеяния щели в волноводе.

На рис. 1, б представлены зависимости отношения модулей коэффициентов отражения от щели в присутствии Г-образного вибратора ( $\Gamma_1$ ) и без него ( $\Gamma_0$ ) от изменения длины его горизонтального плеча, направленного параллельно щели. При этом  $h = 16$  мм,  $\rho = 0,1$  мм,  $x_b = 8$  мм и  $z_b = 12$  мм; геометрические параметры щели:  $L = 16$  мм,  $d = 1,5$  мм,  $z_0 = 2,5$  мм; толщина стенки волновода  $c = 1$  мм ( $z_0$  — расстояние от оси щели до узкой стенки волновода). Расчеты выполнены для  $\lambda = 32$  мм в случае прямоугольного волновода стандартного поперечного сечения  $23 \times 10$  мм. Сплошной линией показаны результаты вычислений при использовании трех базисных функций в аппроксимации (5), пунктиром — шести гармоник, точками — экспериментальные данные.

Нетрудно убедиться в том, что для описания распределения электрического тока вдоль вибратора, общая длина которого не превышает  $1,4\lambda$ , достаточно учитывать три гармоники в аппроксимации (5). Амплитуды высших гармоник для Г-образных вибраторов указанной длины минимально на порядок меньше, чем амплитуды первых трех.

Предложенный алгоритм расчета взаимной связи щели в волноводе и Г-образного вибратора позволяет исследовать и электромагнитное взаимодействие щели с вертикальным вибратором над плоскостью, если величину  $p$  положить равной нулю. На рис. 1, в пунктирной кривой изображена зависимость  $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$  от изменения высоты вертикального вибратора  $h$ , расположенного в точке с координатами  $x_b = 8$  мм,  $z_b = 11,25$  мм. Остальные параметры системы выбирались, как в предыдущем случае. Указанная кривая характеризуется наличием областей быстрого изменения коэффициента отражения вблизи значений  $h/\lambda \approx 0,25; 0,75$ , соответствующих резонансному возбуждению вибраторов.

Исследования показали, что Г-образный вибратор с горизонтальным плечом, параллельным щели, длиной  $p = \lambda/2$  взаимодействует со щелью подобно вертикальному вибратору (рис. 1, в, кривая 1). Это объясняется наличием достаточно глубокого минимума токового распределения вдоль такого Г-образного вибратора в точке его изгиба, что приближенно соответствует граничному поведению тока на свободном конце вертикального вибратора. Для сравнения с кривой 2

показана зависимость  $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$  для системы описанной геометрии при  $p = \lambda/4$ . Здесь области наиболее быстрого изменения  $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$  располагаются в окрестностях значений  $h/\lambda \approx 0,5; 1,0$ . Из приведенных зависимостей следует, что области быстрого изменения коэффициента отражения от щели наблюдаются, когда длина вибратора кратна нечетному числу  $\lambda/4$ . Это соответствует его резонансному возбуждению.

Как следует из рис. 1, в, присутствие вибраторов различной электрической длины на фиксированном расстоянии от щели может увеличить и уменьшить коэффициент отражения от щели  $\Gamma_1$ . Поэтому целесообразно исследовать взаимодействие в системе щель — вибратор

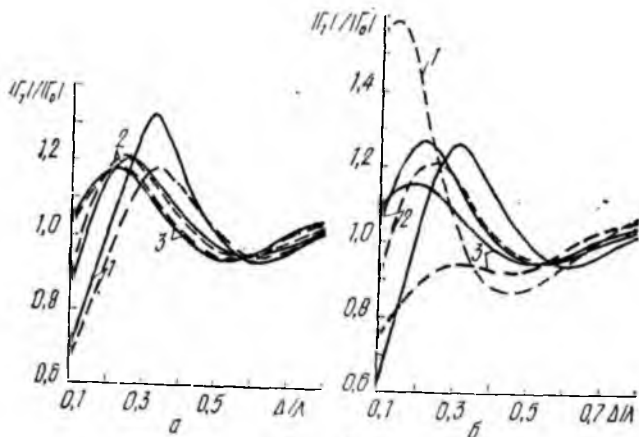


Рис. 2

от расстояния между ними. Зависимости  $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$  от изменения расстояния  $\Delta$  представлены на рис. 2, а. Они имеют осциллирующий с затуханием характер; если  $\Delta \geq 1,5\lambda$ , изменение коэффициента отражения не превышает 3 %.

Для вертикальных вибраторов различной высоты указанные зависимости нанесены сплошными линиями (1 —  $h = \lambda/4$ ; 2 —  $h = 3\lambda/8$ ; 3 —  $h = \lambda/2$ ), для вибраторов Г-образной геометрии с горизонтальным плечом, параллельным щели, длиной  $p = \lambda/2$  — пунктирными. Высоты стоек Г-образных вибраторов выбирались равными высотам вертикальных вибраторов. Другие параметры описаны выше. Как, видно сплошные и пунктирные кривые достаточно хорошо коррелируют между собой. Особо следует выделить случай  $h = \lambda/4$ , когда поведение двух кривых аналогично. Однако при  $0,2 \leq \Delta/\lambda \leq 0,4$  Г-образный вибратор меньше изменяет коэффициент отражения от щели, чем вертикальный, так как энергия поля, принятая вертикальной стойкой вибратора, сильнее, чем при других  $h/\lambda$ , переизлучается его горизонтальным плечом и не попадает на щель, поскольку они развязаны по поляризации.

На рис. 2, б представлены зависимости  $|\Gamma_1|/|\Gamma_0|$  от  $\Delta$  для рассмотренных Г-образных вибраторов, когда их горизонтальные плечи рас-

положены перпендикулярно к оси щели. Сплошные линии соответствуют случаю  $z_b > z_0$ , пунктирные —  $z_b < z_0$ . Остальные геометрические размеры совпадают с прежними. Существенное различие в характере поведения сплошных и пунктирных кривых обусловлено неодинаковым положением горизонтального плеча вибратора относительно щели. Оно проявляется наиболее ощутимо, если горизонтальное плечо располагается непосредственно над щелью ( $0 < \Delta/\lambda < 0,5$ ) и ослабляется по мере удаления от нее, когда основную роль во взаимодействии начинает играть вертикальная стойка.

**Список литературы:** 1. *Фельд Я. Н., Бененсон Л. С.* Антенно-фидерные устройства. — М.: Изд. Воен.-воздуш. инж. акад. им. Н. Е. Жуковского, 1959. — Ч. 2. — 551 с. 2. *Лященко В. А., Яцук Л. П., Булгаков А. А.* Распределение поля в волноводно-щелевых излучателях // *Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электроника.* — 1976. — № 138, вып. 5. — С. 44 — 49. 3. *Яцук Л. П., Катрич В. А.* Учет конечной толщины стенки волновода при расчете параметров крестообразной щели // *Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электрон.* — 1975. — № 130, вып. 4. — С. 52 — 56. 4. *Расчет характеристик излучения вибраторных фазированных решеток с учетом влияния опорных стоек* / А. И. Богомяков, В. В. Бодров, Г. Т. Марков, В. А. Старостенко // *Сб. науч.-метод. статей по прикл. электродинамике.* — 1980. — Вып. 4. — С. 164 — 207.

*Поступила в редколлегию 04.06.86*