Застосування лінійної апроксимації множини точок методом МНК у задачі побудови моделі оточуючого простору мобільним роботом

Іхтіяров Артем

Кафедра КІТАМ, Харківський національний університет радіоелектроніки, УКРАЇНА, Харків, пр. Науки. 14, email: artem.ikhtiiarov@nure.ua

Анотація: В даноій роботі наведено основні відомості прозастосування лінійної апроксимації множини точок методом МНК у задачі побудови моделі оточуючого простору мобільним роботом.

Ключові слова:МНК, апроксимація, алгоритм, мобільний робот.

I. Вступ

Для успішної навігації у оточуючому просторі, робототехнічна система повинна будувати маршрут, коректно задавати кути оберту коліс та швидкість їх обертання, правильно інтерпретувати інформацію щодо оточуючого середовища, яка надходить з датчика, та постійно відслідковувати власні координати.

Побудова моделі оточуючого простору мобільним роботом представляє собою комплексну проблему, можливість вирішення якої знаходиться у безпосередній залежності від якості використовуваних інформаційно-вимірювальних засобів, а також, умов оточуючого середовища.

II. Опис методу лінійної апроксимації даних, що отримуються від мобільного робота

Коло задач, що потребують одночасного вирішення проблеми локалізації та побудови моделі оточуючого простору в умовах неідеальних інформаційно-обчислювальних засобів, вносить до розробки програмного забезпечення безліч складних аспектів.

Одним з найголовніших аспектів картографування є обробка інформації з далекомірів, що встановлено до мобільного робототехнічного пристрою. Необхідно враховувати й коректно оброблювати вхідну інформацію з датчиків перед тим, як будувати на її основі карту оточуючого простору насамперед тому, що від якості й точності карти залежить можливість успішної навігації й виконання поставлених задач перед мобільним робототехнічним пристроєм. Складність полягає у необхідності належним чином відтворити регресивну залежність й невідомі величини серед великих масивів даних, які представляють собою набори координат відносних й абсолютних координат точок (*x*та *y)* у двовимірному недетермінованому просторі, серед яких може бути немала частина вимірювальних похибок, пов'язаних із природою поведінки відбиття ультразвукових хвиль від поверхні, за допомогою яких я вимірюється відстань.

Задля вирішення поставленої задачі з апроксимації множини точок прямою проведено аналіз наступних методів:

– метод послідовних наближень: суть методу базується на геометричній аксіомі, яка стверджує, що через будь які дві сусідні точки, що належать одній плоскості, можливо провести пряму. Далі, якщо кожна наступна точка лежить достатньо близько до уже проведеної прямої, пряма коректується з урахуванням цієї точки. У противному випадку, нова точка й наступна вважаються початком наступної прямої. Виконання методу вважається завершеним, коли всі точки будуть належати тій чи іншій прямій;

– метод k-середніх: основна мета полягає у тому, що на кожній ітерації переобчислюється центр мас для кожного поєднання декількох точок, що були отримані на попередньому кроці, потім, вектори розбиваються на нові поєднання точок (кластери) у відповідності із тим, який з нових центрів потрапив ближче до обраної метрики. Виконання методу вважається завершеним, коли під час ітерації не здійснюється змінення внутрикластерної відстані. Це здійснюється за кінцеву кількість ітерацій у зв'язку із тим, що кількість можливих розбиттів кінцевої множини кінцева, а на кожному кроці, сумарне квадратичне відхилення зменшується, тому зациклення неможливе.

– метод найменших квадратів (МНК): для вирішення задачі за цим методом, достатньо підібрати такий набір параметрів прямої, за яких всі точки наближення були б розташовані до неї максимально близько.

– метод RANSAC: метод базується на зборі статистики о вхідних даних. З загального набору вхідних точок випадковим чином обирається деяка підмножина фіксованого розміру, яка апроксимується прямою. Цей процес виконується декілька разів. Пряма, поблизу якої трапилась найбільша кількість точок із великою ймовірністю є найкращею апроксимацією всієї множини вхідних точок.

З проаналізованих методів, задля вирішення задачі апроксимації множини точок, обрано метод найменьших квадратів, що базується на основних елементах ймовірності й статистики та має допустиму алгоритмічну й складність обчислювальну складність, що задовільнює потребам у своєчасній обробці великих обсягів вхідної інформації у реальному масштабі часу.

Аналіз показав, що метод здатен до великих узагальнень. Замість того, щоб знайти найкращу лінію відповідності, можливо знайти найкращу відповідність, що задана будь якою кінцевою лінією комбінацій заданих функцій за більш короткий проміжок часу. Таким чином, загальною задачею є: для функції $f_1,\ldots,f_k$, знайти значення коефіцієнтів $a_1,\ldots,a_k$ такі, щоблінійнакомбінація (1):

$$y = a_1 \cdot f_1(x) + \cdots + a_k \cdot f_k(x) \qquad (1)$$

представляла собою найкраще наближення до даних.

Враховуючи послідовність даних $x_1,\ldots,x_n$, стає можливим визначити середнє (або очікуване) значення : $(x_1+\ldots+x_n)/n$. Позначимо це, виразивши строку під *x* наступним чином:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{n=1}^{n} x_n \qquad (2)$$

Формула (2) відображає середнє значення даних.

Розглянемо наступні дві послідовності даних: $\{1,2,3,4,5\}$ та $\{3,3,3,3,3\}$. Обидва набори даних мають однакове середнє значення, проте, перший набор даних має більше відхилення відносно середнього значення. Це приводить до виникнення дисперсії, що представляє собою корисний інструмент для кількісної оцінки того, скільки наборів даних коливається відносно його середнього значення. Дисперсия значень $x_1,\ldots,x_n$, позначається σ^2, та визначається наступним виразом (3):

$$\sigma^2{}_x = \frac{1}{n} \cdot \sum_{n=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \qquad (3)$$

Стандартне відхилення σ_x є квадратним коренем з дисперсії (4):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{n=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \qquad (4)$$

Важливо відзначити, що якщо *x*вимірюється у метрах, то дисперсія σ^2 вимірюється у квадратних метрах. Таким чином, стандартне відхилення задає досить непогану міру відхилень значень *x* від середнього.

Можливо використовувати альтернативні міри обчислення. Наприклад, можна розглядати її (5) (міру обчислення) як:

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} (x_T - \bar{x}) \qquad (5)$$

Проте, цей вираз є знаковим та великі додатні значення можуть бути компенсовані великими від'ємними числами, що, в свою чергу, може привести до того, що визначене середнє значення буде дорівнювати нулю, що є неприйнятним. Таким чином, це буде неприйнятною мірою визначення мінливості даних тому як вона може дорівнювати нулі незалежно від значень даних.

Ми можемо виправити цей недолік, застосувавши абсолютні значення. Тоді, вираз (5) набуде вигляду:

$$\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left[x_n - \bar{x}\right] \tag{6}$$

Не зважаючи на те, що абсолютні значення дозволяють запобігти анулювання помилок (а також, з тими же одиницями, що й *x*), функція абсолютних значень не є досить гарною функцією з аналітичної точки зору. Вона не диференціюєма. Перш за все, саме тому ми розглядуємо стандартне відхилення, виражене через квадратний корінь з дисперсії – це дозволить нам використовувати стандартні? інструменти обчислення.

Тепер ми можемо кількісно визначити, що маємо на увазі під «найкращім образом». Якщо припустимо, що $y = ax + b$ тоді $y - (ax + b)$ повинно дорівнювати нулю. Таким чином, дані спостереження:

$$\{(x_1, y_1),\ \ldots,\ (x_N, y_N)\} \tag{7}$$

Приймуть вигляд :

$$\{y_1 - (ax_1 + b),\ \ldots,\ y_N - (ax_N + b)\} \tag{8}$$

Середнє значення повинне бути досить невеликим (якщо воно оптимальне), а дисперсія буде вимірювати, наскільки гарну відповідність ми маємо.

Функція дисперсії для представленого таким чином набору даних матиме вигляд :

$$\sigma^2_{y-(ax+b)} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(y_n - (ax_n + b))^2 \tag{9}$$

Великі помилки матимуть більшу вагу, ніж менші помилки через возведення підвиразу до квадрату. Таким чином, отримана процедура схильна добагатьох похибок середнього розміру замість декількох великих похибок. Якщо б ми використовували абсолютні значення для вимірювання помилки (7), то всі помилки мали однакову вагу, проте, функція абсолютних значень не є диференціюємою, отже, існтрументи обчислення стали б недоступними.

Для набору даних $\{(x_1, y_1), \ldots, (x_N, y_N)\}$, ми можемо визначити помилку, пов'язану із ствердженням, що $y = ax + b$ наступним чином:

$$E(a,b) = \sum_{n=1}^{N}(y_n - (ax_n + b))^2 \tag{10}$$

Це лише N разів дисперсія набору даних $\{y_1 - (ax_1 + b), \ldots, y_N - (ax_N + b)\}$. Так або інакше, не має значення, чи визначаємо загальну дисперсію або N разів дисперсію як нашу помилку, важливо відзначити, що помилка є функцією двох змінних. Мета полягає в тому, щоби знайти значення *a* та *b*, що мінімізують помилку. Для цього, у багатопараметричному обчисленні, необхідно знайти такі значення *a* та *b*, що:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = 0,\quad \frac{\partial E}{\partial b} = 0 \tag{11}$$

Необхідно відзначити, що немає потреби турбуватися про граничні точки, оскільки із зростанням $|a|$ та $|b|$, відповідність (даних) буде явно погіршуватись та погіршуватись.

Диференціювання $E(a,b)$ дає:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = \sum_{n=1}^{N}2(y_n - (ax_n + b))\cdot(-x_n)$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = \sum_{n=1}^{N}2(y_n - (ax_n + b))\cdot 1 \tag{12}$$

Прийнявши, що $\frac{\partial E}{\partial a} = \frac{\partial E}{\partial b} = 0$ (та розділивши на 2), отримаємо:

$$\sum_{n=1}^{N}(y_n - (ax_n + b))\cdot x_n = 0$$

$$\sum_{n=1}^{N}(y_n - (ax_n + b)) = 0 \tag{13}$$

Перепишемо ці рівняння як:

$$(\sum_{n=1}^{N}x_n{}^2)a + (\sum_{n=1}^{N}x_n)b = \sum_{n=1}^{N}x_n y_n$$

$$(\sum_{n=1}^{N}x_n)a + (\sum_{n=1}^{N}1)b = \sum_{n=1}^{N}y_n \tag{14}$$

Таким чином, значення *a* та *b*, що мінімізують похибку визначену у (9), задовольняють наступному матричному рівнянню :

$$\begin{pmatrix}\sum_{n=1}^{N}x^2{}_n & \sum_{n=1}^{N}x_n\\ \sum_{n=1}^{N}x_n & \sum_{n=1}^{N}1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sum_{n=1}^{N}x_n y_n\\ \sum_{n=1}^{N}y_n\end{pmatrix} \tag{15}$$

Покажемо, що матриця не є виродженою, тоді:

$$\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sum_{n=1}^{N}x^2{}_n \sum_{n=1}^{N}x_n\\ \sum_{n=1}^{N}x_n \sum_{n=1}^{N}1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\sum_{n=1}^{N}x_n y_n\\ \sum_{n=1}^{N}y_n\end{pmatrix} \tag{16}$$

Позначимо матрицю як M. Детермінант M дорівнює:

$$\det M \sum_{n=1}^{N}x_n = \sum_{n=1}^{N}x^2{}_n \sum_{n=1}^{N} - \sum_{n=1}^{N}x_n \cdot \sum_{n=1}^{N}x_n \tag{17}$$

Тоді

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}x_n \tag{18}$$

Вичислимо, що

$$\det M = N\sum\nolimits_{n=1}^{N} x^2{}_n - (N\bar{x})^2 =$$
$$= N^2\left(\frac{1}{N}\sum\nolimits_{n=1}^{N} x^2{}_n - \bar{x}\right)^2 = \qquad (19)$$
$$= N^2 \cdot \frac{1}{N}\sum\nolimits_{n=1}^{N} (x_n - \bar{x}^2)$$

де остання рівність випливає із простої алгебри. Таким чином, доки всі x_n не рівні, detM буде відмінним від нуля, а M буде невиродженою. Звідси випливає, що до тих пір, доки не всі x рівні, кращі значення набору даних a та bотримуються шляхом вирішення лінійної системи рівнянь (16).

Задля виконання усіх обчислень, розроблено необхідні функції й класи для програмного забезпечення, що реалізує обробку інформації й обмін між персональним комп'ютером й мобільним робото технічним пристроєм, за допомогою bluetoothпоэднання.

Демонстрацію результатів, отриманих за допомогою розробленої частини програмного забезпечення, наведено на рисунку 1.

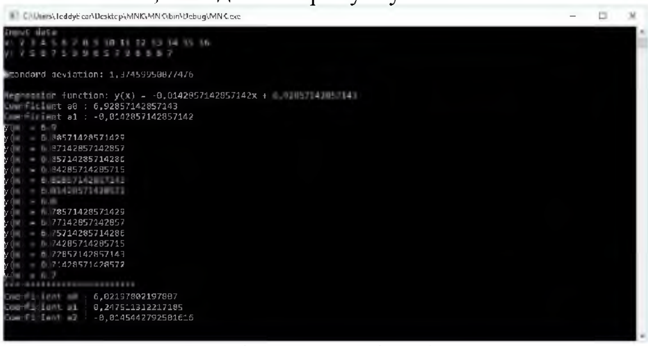

Рис.1. Демонстрація результатів обчислень за допомогою розробленого програмного забезпечення

На рисунку 1 наведено вхідні дані, обчислене середньоквадратичне відхилення, функцію регресії й обчислені для неї коефіцієнти.
На рисунку 2 наведено графічне представлення оброблених результатів

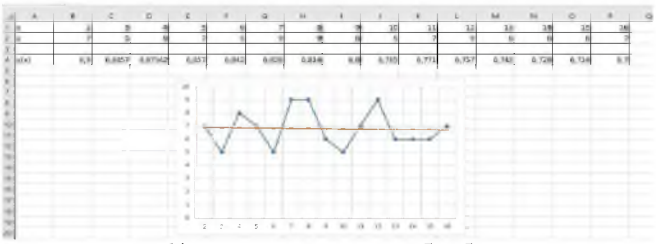

Рис. 2. Графічне представлення оброблених результатів

III.Висновки

На сучасному етапі технологічного розвитку, робототехнічні пристрої знаходять все більше сфер застосування у людській діяльності. Це обумовлено, на сам перед тим, що робототехнічні пристрої здатні працювати краще, довше та надійніше, ніж людина, цілком виключаючи такі систематичні похибки, як «людський фактор». Планування робочого простору робототехнічним пристроєм, дозволить людині отримувати точну, якісну та зручну для розуміння інформацію, без докладанняфізичних зусиль.

Актуальність полягає у тому, що застосування робототехнічного пристрою, яке розроблено для планування робочого простору та оснащено мінімальними апаратними засобами, дозволить отримати модель забрудненого радіацією, або шкідливими для здоров'я людини токсинами, без ризику втрати дорогокоштуючих спеціальних роботів. Отримана, на підставі розрозробленого програмного забезпечення модель, дозволить впевненно переміщатися по забрудненій території спеціально-орієнтованим роботам, без ризику зіштовхування із перешкодами.

В роботі наведено основні відомості про застосування лінійної апроксимації множини точок методом МНК у задачі побудови моделі оточуючого простору мобільним роботом й продемонстровано результати функціонування розробленого програмного забезпечення. Обробка даних таким чином дозволить будувати карту оточуючого простору мобільним роботом, із послідуючою навігацією за нею.

Перелік посилань

[1] Даринцев О.В., Мигранов А.Б. Использование нейронной карты для планирования траектории мобильного робота. // Искусственный интеллект. 2009. №3. С. 300-307.

[2] Управление роботами. Состояние и перспективы [Текст]: материалы XX общ. собрания академии навигации и управления движением, 26 октября 2005 г. С.-Петербург / редкол :П.К.Плотников (отв. ред.). - С.-Петербург: Электроприбор, 2008. - 20 с.

[3] Скиена С. Алгоритмы. Руководство по разработке[Текст]/ С. Скиена – 2-е изд.: Пер. с англ. — СПб.: БХВ-Петербург. 2011. — 720 с.

[4]Gavrilov A.V., Lee S/-Y. An Approach for Invariant Clustering and Recognition in Dynamic Environment. // Advances and Innovations in Systems,Computing Science and Software Engineering(Ed.KhaletElleithe).Heidelberg: Springer.2007.P.47-52.

[5] Paul E. B. Dictionary of Algorithms, Data Structures, and Problems. [Электронный ресурс]/ PaulE. B. – режим доступа: http://foldoc.org/algorithm.

[6] H. Strasdat, A.J. Davison, J.M.M. Montiel, and K. Konolige, Double Window Optimisation for Constant Time Visual SLAM Accepted for the IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), 2011.