Математичні моделі мікроелектромеханічних міжз'єднань

Наталія Демська, Віктор Палагін, Шахін Омаров

Кафедра Комп'ютерно-інтегрованих технологій автоматизації та мехатроніки, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна, Харків, проспект Науки 14, nataliia.demska@nure.ua

Реферат: При створенні мікроелектромеханічних пристроїв необхідна розробка ефективних математичних моделей опису їх функціонування і напружено-деформованого стану рухомих частин при впливах різних сил і факторів зовнішнього середовища.

Ключові слова: мікроз'єднання, багатошарова структура, математична модель, деформація.

I. ВСТУП

Проектування сучасних мікроелектромеханічних міжз'єднань, актюаторів та сенсорів базується на ієрархічному представленні їх як сукупності елементів загального призначення та оцінці їх параметрів на основі (узагальнених) змішаних механічних та електричних величин.

Елементами загального призначення є мікро механічні балки, мембрани, електростатичні проміжки, з'єднання елементів (вузли), корпуси (в цілому – елементи маси, пружності (жорсткості), демпфування (втрат); електричними параметрами слугують напруги та струми.

Механічні узагальнені сили визначають напружено-деформований стан елементів структури, електричні струми та напруги – теплову, електричну та магнітну взаємодію елементів. І ті й інші проявляються у вигляді узагальнених сил (сил, моментів сил, напружень, електричних напруг) та переміщень (деформацій), швидкостей, прискорень, струмів.

Застосування змішаних (узагальнених) параметрів базується на принципах фізичних аналогій, для МЕМС це електромеханічні аналогії: «сила - напруга» та «сила-струм».

II. РОЗРАХУНОК ЕЛЕМЕНТІВ МАТРИЦІ ЖОРСТКОСТІ ЕЛЕМЕНТА СТРУКТУРИ ЗА МЕТОДОМ КІНЦЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Аналітична механіка для опису динамічних процесів руху і деформацій використовує принципи фізичних аналогій, яка в термінах узагальнених координат, сил, мас і похідних понять одноманітно представляє залежність параметрів руху і деформацій від діючих сил різної природи, властивостей матеріалів, структури [1, 2]. Методами вирішення подібних задач є метод матричного структурного аналізу [3] метод скінчених елементів (МСЕ) [4]. Ці методи на даний час є найбільш простими числовими методами для вирішення завдань механіки деформованого твердого тіла; вони успішно застосовується для розрахунку конструкцій практично будь-якої складності, систем, що мають складну геометричну конфігурацію та нерегулярну фізичну структуру завдяки властивій йому універсальності й алгоритмічності [5, 6].

Сутність методів полягає в розбивці структури на малі (кінцеві) елементи, які взаємодіють між собою в вузлових точках, в яких визначаються фіктивні сили, еквівалентні поверхневим напруженням, розподіленим по межах елементів. Для кожного елемента складається рівняння руху [7].

Рівняння руху представляється у вигляді [2, 8] загальної диференціальної системи другого порядку:

$$[m]\{\ddot{\delta}\}+[R]\{\dot{\delta}\}+[K]\{\delta\}=\{F\}, \tag{1}$$

де $\{\delta\}=\{X_i, Y_i, Q_i;\ldots X_n, Y_n, Q_n\}$ – розташування трикомпонентних вузлів вектор-стовпці;

n – число вузлів;

$[m]$ – матриця мас структури елементів $[m_{ij}]^e$;

$[R]$ – матриця втрат, демпфування структури елементів $[r_{ij}]^e$;

[K] – матриця жорсткості структури елементів;

$\delta, \dot{\delta}, \ddot{\delta}$ – зміщення точок структури, що демпфується, узагальнені координати і їх похідні; вузлові ступені свободи;

$\{F\}$ – матриця сил структури (M, Q, q).

Індивідуальні матриці елементів $[m_{ij}]^e$, $[r_{ij}]^e$, $[K_{ij}]^e$ визначаються [3]:

- матриці елементів маси $[m_{ij}]^e = \int_y [N_i]^T \rho [N_j]\, dy$,

де N_i – геометричні розміри (довжина) елемента і по координаті X;

N_j – розміри по координаті Y (або ж коефіцієнт форми елемента j);

ρ – щільність матеріалу шару.

- матриця втрат (демпфування) елемента $[r_{ij}]^э = \int_\vee [N_i]^T \mu [N_j] d\vee$,

- матриця жорсткості структури $\lfloor K_{ij} \rfloor$ визначається за формулою:

$$\lfloor K_{ij} \rfloor = \int_\vee [B_i][D][B_j] d\vee,$$

де інтегрування здійснюється по всій області елемента.

Жорсткість розраховується, використовуючи теорему Кастільяно

$$F_i = \frac{\partial S}{\partial \delta_i},$$

де F_i - узагальнена сила, (тобто сила або момент), а δ_i зміщення координат для трьох ступенів рухливості $[i = 1,2,3;\ q_i(x_i, y_i, Q_i)]$.

Для плоского випадку деформації для елемента з однаковим постійним поперечним по координатах x і y та кутом повороту θ. Жорсткість елемента є матрицею 3х3.

$$K_3 = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}$$

Коефіцієнт питомої жорсткості балки при деформації розтягування-стискання визначається як відношення жорсткості ES до довжини l, тобто $K_{11} = \frac{ES}{l}\left[\frac{H}{м}\right]$,

де S – площа поперечного перерізу балки, l – її довжина.

При деформаціях згинання «еквівалентна жорсткість» ділянки балки довжиною l, пов’язана з прогином кінця ділянки, необхідного для забезпечення безперервності складної сполученої балки, обернено пропорційна кубу довжини та прямо пропорційна жорсткості перерізу при згинанні EJ_y, тобто

$$K_{33} = \frac{EJ_y}{l^3}\left[\frac{H}{м}\right].$$

Матриця $[B]$ пов'язує узагальнені деформації по всій структурі $\{\varepsilon\}$ зі ступенями свободи у вузлах $\{\delta\}$:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{\delta\}.$$

Матриця $[D]$ – узагальнені напруження $\{\sigma\}$ пов'язана з узагальненими деформаціями [9]:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}.$$

При згинанні балка переходить у складний напружений стан, обумовлений системою діючих на неї сил, конструкцією та властивостями матеріалу [10].

До особливостей розрахунку додається необхідність обліку масштабного фактору, що змінює співвідношення впливу інерційних сил і сил пружності у твердому тілі, інерції та сил поверхневого натягу в рідинному середовищі й ін. При розрахунку балок використовуються класичні підходи опору матеріалів [11]: методи кінцевих елементів, початкових параметрів, вузловий аналіз, функція Гріна задачі про згин балки, функції Ерміта [12]. Для розрахунку деформації в матеріалах балок при об’ємному напруженому стані необхідний облік дії нормальних і дотичних напружень.

З урахуванням просторової симетрії за властивістю пружності матеріалів з кубічною кристалічною структурою, яку має кремній, число незалежних змінних зменшується до 36, а ізотропних матеріалів — до 3 [13]. Так, компоненти тензорів деформації можуть бути виражені через піддатливості, а тензорів напружень — через пружності (наслідок адитивної дії сил у зоні пружних деформацій).

Тензор деформації можна представити наступною лінійною залежністю:

$$\varepsilon_x = s_{11}\sigma_x + s_{12}\sigma_y + s_{13}\sigma_z + s_{14}\tau_{yz} + s_{15}\tau_{yx} + s_{16}\tau_{xy}$$
$$\varepsilon_x = s_{21}\sigma_x + s_{22}\sigma_y + s_{23}\sigma_z + s_{24}\tau_{yz} + s_{25}\tau_{yx} + s_{26}\tau_{xy}$$
$$\varepsilon_y = s_{31}\sigma_x + s_{32}\sigma_y + s_{33}\sigma_z + s_{34}\tau_{yz} + s_{35}\tau_{yx} + s_{36}\tau_{xy}$$
$$\varepsilon_y = s_{41}\sigma_x + s_{42}\sigma_y + s_{43}\sigma_z + s_{44}\tau_{yz} + s_{45}\tau_{zx} + s_{46}\tau_{xy}$$
$$\varepsilon_y = s_{51}\sigma_x + s_{52}\sigma_y + s_{53}\sigma_z + s_{54}\tau_{yz} + s_{55}\tau_{zx} + s_{56}\tau_{xy}$$
$$\varepsilon_y = s_{61}\sigma_x + s_{62}\sigma_y + s_{63}\sigma_z + s_{64}\tau_{yz} + s_{65}\tau_{zx} + s_{66}\tau_{xy}$$

Аналогічну структуру має тензор напружень. У векторно-матричній формі:

$$\varepsilon_i = s_{ij}\sigma_{ij}\ (i, j = 1,2,\ldots,6)$$

та

$$\sigma_{ij} = c_{ij}\varepsilon_{ij},$$

де ε_{ij}, σ_{ij} — тензори другого рангу деформацій і напружень, одержувані згортанням тензорів четвертого порядку ε_{ijkm}, σ_{ijkm} за правилами підсумовування Ейнштейна [13]; c_{ij} — коефіцієнти жорсткості; s_{ij} — коефіцієнти піддатливості матеріалу в напрямку дії відповідного напруження.

Багатошарова структура складається з шарів матеріалів, з постійними для матеріалу механічними параметрами але різною товщиною шарів. Закон Гука для кожного шару має вигляд

$$\sigma_x{}^k = \frac{E_k}{1-\mu^2{}_k}(\varepsilon^k{}_x + \mu_k\varepsilon^k{}_y)$$

$$\sigma_y{}^k = \frac{E_k}{1-\mu^2{}_k}(\varepsilon^k{}_y + \mu\varepsilon^k{}_x)$$

$$\tau^k{}_{xy} = \frac{E_k}{2(1+\mu)}\varepsilon^k{}_{xy};\ \tau^k{}_{xz} = G_k\gamma^k{}_{xz};$$

$$\tau^k{}_{yz} = G_k\gamma^k{}_{yz},$$

де $\frac{E}{1-\mu^2{}_k} = D$ – жорсткості пластин [9], $E_k = E_k(z)$; $\mu_k = \mu_k(z)$ – модулі пружності і коефіцієнт Пуассона в площині ізотропії, паралельні зовнішнім поверхням; $G_H = G(z)$ – модуль поперечного зсуву.

Навантаження на пластину БПП – тиск повітря, направлено по осі Z перпендикулярно площині xOy.

$$p = p(x, y) = const .$$

Шари працюють спільно, без прослизання і відриву, підкоряються закону Гука, нормальні переміщення постійні по товщині пакета шарів $w_k(x, y, z) = w(x, y)$.

Оцінимо на початку точність моделі для плівкової двошарової алюміній-поліімід структури, використовуючи теоретичні викладки. Використовуючи модулі пружності Юнга F_i, ТКЛР α_i і товщини шарів h_i ($i=1$ для алюмінію) і ($i=2$ для поліміду). При розгляді процесу охолодження двошарової структури від температури імідізації ізоляційного шару рівного $t_1 = 300^\circ C$ для нормальної структури $t_2 = 20^\circ C$ для розрахунку кривизни $\frac{1}{\rho_k}$ використовується вираз

$$\frac{1}{\rho_x} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)\cdot \Delta t \cdot (h_1 + h_2)}{2(\frac{1}{E_1 h_1} + \frac{1}{E_2 h_2})(F_1 I_1 + F_2 I_2)} , \quad (2)$$

де I_1 та I_2 – моменти інерції площ поперечного перерізу опуклої і увігнутої частин балки щодо $\left(\frac{1}{\rho_x}\right)$ нейтральної поверхні.

Видна пропорційна залежність кривизни вигину від різниці температур і різниці ТКЛР шарів структури, що вимагає високої точності вимірювання зазначених величин. На жаль, відомості про ТКЛР поліміду досить приблизні $(20...50)\cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$.

Тому значення α_2 необхідно встановлювати експериментально по рекомендованим методикам, або шляхом експериментального вимірювання радіуса кривизни групи зразків, підставивши його в (1) і обчисливши $(\alpha_1 - \alpha_2)$ з цієї формули.

Використовуючи розрахункове значення α_2, при конкретних значеннях h_1 и h_2 можна прогнозувати радіус кривизни для інших значень h_1 та h_2 шарів структури.

Розрахунок кривизни для алюмінію $h_1 = 50 мкм = 50\cdot 10^{-6}$ м; поліміду $h_2 = 50 мкм = 50\cdot 10^{-6}$ м; модулів пружності Юнга $E_1 = 6{,}900 МПа = 6{,}9\cdot 10^9 \frac{Н}{м^2}$; $\quad E_2 = 4\cdot 10^9 \frac{Н}{м^2}$ температурного коефіцієнта лінійного розширення. Середнє значення [14] радіуса кривизни ρ_x для восьми зразків матеріалу дорівнювало $\alpha = 20\cdot 10^{-6}\, {}^0C^{-1}$.

1. Визначимо положення нейтрального шару щодо шару зчеплення алюмінію і поліміду:

$$\alpha = \frac{E_1 h_1^2 - E_2 h_2^2}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)} = \frac{(17{,}25 - 10{,}00)Н}{2(345 + 200)\cdot 10^3 \frac{Н}{м^2}} =$$

$$= \frac{7{,}25Н}{1{,}090\cdot 10^6} = 6{,}65\cdot 10^{-6} = 6{,}65 мкм$$

$$E_1 h_1 = 6{,}9\cdot 10^3 \frac{Н}{м^2}\cdot 50\cdot 10^{-6} м = 345\cdot 10^3 Н/м$$

$$E_2 h_2 = 4\cdot 10^9 \frac{Н}{м^2}\cdot 50\cdot 10^{-6} м = 200\cdot 10^3 Н/м$$

$$E_1 h_1^2 = (E_1 h_1) h_1 =$$

$$= 200\cdot 10^3 \frac{Н}{м}\cdot 50\cdot 10^{-6} м = 10{,}000Н$$

$$E_2 h_2^2 = (E_2 h_2) h_2 =$$

$$= 345\cdot 10^3 \frac{Н}{м}\cdot 50\cdot 10^{-6} м = 17{,}250Н$$

2. Розрахунок моментів інерції площі поперечних перерізів шарів щодо нейтрального шару.

$$J_1 = \frac{(h_1 - a)^3 + a^3}{3} =$$

$$= \frac{\left[(50{,}0 - 6{,}65)\cdot 10^{-6}\right]^3 + (6{,}65\cdot 10^{-6})^3}{3} =$$

$$= \frac{81464{,}3\cdot 10^{-18} + 294{,}07\cdot 10^{-18}}{3} = 2{,}728\cdot 10^{-14} м^3$$

$$J_2 = \frac{(h_1 - a)^3 + a^3}{3} =$$

$$= \frac{(56{,}65\cdot 10^{-6})^3 + (6{,}65\cdot 10^{-6})^3}{3} =$$

$$= \frac{181802\cdot 10^{-18} - 294{,}07\cdot 10^{-18}}{3} = 6{,}05\cdot 10^{-14} м^3$$

3. $E_1 J_1 = 6{,}9\cdot 10^9 \frac{Н}{м^2}\cdot 2{,}725\cdot 10^{-14} м = 0{,}1880\cdot 10^{-3} Н/м$

$$E_2 J_2 = 4{,}0\cdot 10^9 \cdot 6{,}05\cdot 10^{-14} = 0{,}2420\cdot 10^{-3} Н/м$$

4. $$2\left(\frac{1}{E_1 h_1} + \frac{1}{E_2 h_2}\right) =$$

$$= 2\left(\frac{1}{345\cdot 10^3 [Н/м]} + \frac{1}{200\cdot 10^3}\right) =$$

$$= 2\left(2{,}9\cdot 10^{-6}[Н/м] + 5\cdot 10^{-6}\right) =$$

$$= 2\cdot 7{,}9\cdot 10^{-6} = 15{,}8\cdot 10^{-6}[Н/м]$$

$$E_1 J_1 + E_2 J_2 = 0{,}4300\cdot 10^{-3} Н/м$$

5. $$\rho_x = \frac{2\left(\frac{1}{E_1 h_1} + \frac{1}{E_2 h_2}\right)\cdot (E_1 J_1 + E_2 J_2)}{(\alpha_1 - \alpha_2)\cdot \Delta t \cdot (h_1 - h_2)} ;$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \frac{2\left(\frac{1}{E_1 h_1} + \frac{1}{E_2 h_2}\right)\cdot (E_1 J_1 + E_2 J_2)}{\rho_x \cdot \Delta t \cdot (h_1 - h_2)}$$

$\alpha_1 = 20\cdot 10^{-6}$ $град^{-1}$; $\Delta t = -280 град$; $h_1 + h_2 = 10^{-4}$ м.

Експериментально отримане значення

кривизни дорівнює:

$$\rho_x \left| h_1 = h_2 = 50 мкм = 25 \cdot 10^{-3} м \right.$$

III. ВИСНОВКИ

Моделювання МЕМС-пристроїв за допомогою *matrix structural analysis* забезпечує три основних види аналізу:

- статичний аналіз, що відображає стан рівноваги пристрою;

- лінеарізований аналіз (або ДС *analysis*), який описує поведінку пристрою поблизу стану рівноваги та характеризує стабільність та характер малих коливань поблизу стану рівноваги; має дві модифікації (*modal analysis* – виявляє специфічні стани, частоти) та (*steady-state* – усталений режим роботи);

- динамічний аналіз, що характеризує зміну стану в часі під дією зовнішніх сил.

Для компонентів МЕМС міжз’єднань найбільш важливим є статичний аналіз, який характеризує стан рівноваги, умовою якої є рівність нулю суми сил та суми моментів сили, що діють на пристрій (механічні, електричні, теплові).

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

[1] Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике — М. : Физматлит, 2001. — 264 с

[2] Павловский, М. А. Теоретическая механика / М. А. Павловский, Т. В. Путята. – Киев: Вища школа, 1985. – 478 с.

[3] Przemieniecki, Janusz S., and Przemieniecki. *Theory of matrix structural analysis*. Vol. 1. New York: McGraw-Hill, 1968. – 501 p.

[4] Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975.

[5] Hancq D. A., Walters A. J., Beuth J. L. Development of an object-oriented fatigue tool //Engineering with computers. – 2000. – Т. 16. – №. 2. – С. 131-144.

[6] Андрусевич А. А., Стародубцев Н. Г., Невлюдова В. В. Методика моделирования механических процессов в конструкциях РЭС на основе конечно-элементных моделей //Технология приборостроения. – 2014. – №. 1. – С. 35-38.

[7] Балан Н. Н. Определение упругих свойств подвижных элементов MEMS-структур //Нано-и микросистемная техника. – 2004. – №. 2. – С. 14-19.

[8] Невлюдов І. Ш. Введення в мікросистемну техніку та нанотехнології / І. Ш. Невлюдов, В. А. Палагін, В. В. Семенець. – Харків: Компанія "СМІТ", 2011. – 416 с

[9] Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. Москва, Физматгиз, 1963, 635 с

[10] Невлюдов И. Ш., Палагин В. А., Жарикова И. В. Метод подключения электронных компонентов к автоматизированным измерительным комплексам //Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – Т. 1. – №. 9. – С. 4-7.

[11] Лагранж Ж. Аналитическая механика. Т. 1, 2. — М.; Л. : Гостехиздат, 1950.

[12] Невлюдов І. Ш., Разумов–Фризюк Є. А., Демська Н. П., Гуріна Д. В. Аналіз впливу механічних напружень на можливість мініатюризації гнучких структур електронної техніки на прикладі ZIF з'єднувача // Проблеми тертя та зношування. – 2017. – №. 3 (76). – С. 74-80.

[13] Чурабо Д. Д. Новые неметаллические материалы для радиоаппаратуры. Госэнергоиздат. Москва, 1961. 336 с.

[14] Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П. Осреднение процессов в периодических средах: Математические задачи механики композиционных материалов. М.: Наука, 1984.

Разработка структурной схемы модуля индикации и управления для температурного контроля заготовки

Богдан Шостак, Сергей Дорошенко, Сергей Чуканов, Шахин Омаров

Кафедра Комп’ютерно-інтегрованих технологій автоматизації та мехатроніки, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна, Харків, проспект Науки 14, nataliia.demska@nure.ua

Реферат: В работе рассматривается вопрос разработки автоматизированной системы контроля температуры объекта при нагреве в индукционной печи для соответствия изготавливаемой продукции международному стандарту ISO 9001

Ключевые слова: автоматизация производства, контроллер, модуль индикации и управления, технологический процесс.