УДК[519.95+518.5]: 622.692.4

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОЦЕНИВАНИЯ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ОШИБОК ИЗМЕРИТЕЛЕЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СТАБИЛЬНОГО ГАЗОВОГО КОНДЕНСАТА

ТЕВЯШЕВ А.Д., ЛУКЬЯНЧИК В.И., КОБЫЛИНСКИЙ К.В., КОТЕЛЕВЦЕВ А.В.

Предлагается метод оценивания систематических ошибок результатов измерений массового расхода и плотности в замерных узлах магистрального трубопровода, транспортирующего стабильный газовый конденсат. Учитывается влияние таких факторов, как расширяемость и сжимаемость стабильного конденсата и трубопровода, обусловленных давлением и температурой, и неоднородность химического состава стабильного конденсата вдоль трубопровода.

Введение

В настоящее время развитие трубопроводных систем энергетики характеризуется автоматизацией технологических процессов и совершенствованием средств измерений и телемеханики, что ведет к необходимости разработки более точных задач контроля состояний режимов магистральных трубопроводов при учете влияния факторов, считавшихся ранее незначительными по причине грубости и недостаточности измерений. Оценивание систематических ошибок измерений параметров стабильного конденсата в замерных узлах магистрального трубопровода, транспортирующего, в частности, такой маловязкий жидкий продукт, как стабильный газовый конденсат, является *актуальной* задачей в силу необходимости уточнения входных данных при решении различных задач контроля состояний режимов конденсатопровода, таких как коммерческий учет стабильного конденсата, определение местоположений и объемов аварийных утечек и несанкционированных отборов и др. *Целью* настоящего исследования является улучшение метрологических характеристик измерений режимных и физических параметров в замерных узлах конденсатопровода путем устранения систематических ошибок измерений. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие *задачи*:

1. Вывод уточненного уравнения мгновенного баланса для установившихся – квазистационарных – режимов конденсатопровода, в котором учтено влияние расширяемости и сжимаемости стабильного конденсата и трубопровода, что объясняется давлением и температурой, и влияние неоднородности плотности конденсата, обусловленной различным химическим составом стабильного конденсата вдоль трубопровода.

2. Выбор и обоснование критериев квазистационарности режимов конденсатопровода.

3. Разработка метода оценивания систематических ошибок измерений массового расхода и плотности стабильного конденсата в замерных узлах конденсатопровода на основе уточненного уравнения мгновенного баланса.

4. Разработка метода расчета погрешностей оценок систематических ошибок измерений массового расхода и плотности.

5. Анализ эффективности разработанного метода оценивания систематических ошибок по экспериментальным данным.

1. Математические модели результатов измерений режимных и физических параметров стабильного конденсата

Рассмотрим магистральный конденсатопровод линейной структуры без промежуточных отборов и утечек. В начале, в конце и вдоль трассы конденсатопровода расположены замерные узлы (ЗУ), в каждом из которых измеряются следующие параметры стабильного конденсата: массовый расход W_i, плотность ρ_i, давление P_i и температура T_i, где i – номер ЗУ.

Математическая модель результата измерения параметра Y (в качестве Y может выступать W_i, ρ_i, P_i или T_i) имеет вид:

$$\tilde{Y} = Y^* + \Delta_Y + \xi_Y ,$$

где $\tilde{Y}$ – результат измерения параметра Y; Y^* – истинное значение параметра Y; Δ_Y – систематическая ошибка результата измерения параметра Y; ξ_Y – случайная ошибка результата измерения параметра Y. Считаем, что случайные ошибки измерений имеют нормальное распределение вероятностей с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_Y^2, т.е. $\xi_Y \sim N(0,\sigma_Y^2)$. Дисперсия σ_Y^2 определяется классом точности датчика, измеряющего параметр Y:

$$\sigma_Y^2 = \left(\frac{Y_{max} \cdot k_Y}{3 \cdot 100\%}\right)^2 ,$$

здесь Y_{max} – максимальное значение шкалы датчика; k_Y – класс точности датчика, %.

Таким образом, математические модели результатов измерений, соответственно, массового расхода, плотности, давления и температуры в i-м ЗУ выражаются формулами вида:

$$\tilde{W}_i = W_i^* + \Delta_{W_i} + \xi_{W_i} ,\ \ \xi_{W_i} \sim N(0,\sigma_{W_i}^2) ;$$

$$\tilde{\rho}_i = \rho_i^* + \Delta_{\rho_i} + \xi_{\rho_i} ,\ \ \xi_{\rho_i} \sim N(0,\sigma_{\rho_i}^2) ;$$

$$\widetilde{P}_i = P_i^* + \Delta_{P_i} + \xi_{P_i}, \ \ \xi_{P_i} \sim N(0, \sigma_{P_i}^2);$$
$$\widetilde{T}_i = T_i^* + \Delta_{T_i} + \xi_{T_i}, \ \ \xi_{T_i} \sim N(0, \sigma_{T_i}^2).$$

Считаем, что случайные ошибки измерений независимы друг от друга.

На практике, как правило, систематические ошибки измерений давления и температуры не играют существенной роли и ими можно пренебречь.

2. Вывод уравнения мгновенного баланса на участке конденсатопровода

Закон сохранения массы жидкого продукта для произвольной точки x участка магистрального трубопровода постоянного диаметра в момент времени t в дифференциальной форме имеет вид [1]:

$$\frac{\partial(\rho S)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v S)}{\partial x} = 0, \tag{1}$$

где $\rho = \rho(x,t)$ – плотность жидкости, кг/м^3; $v = v(x,t)$ – скорость потока, м/с; $S = S(x,t)$ – площадь сечения трубопровода, м^2.

Специфическими особенностями магистрального транспорта стабильного газового конденсата являются расширяемость и сжимаемость конденсата и трубопровода, что объясняется влиянием давления и температуры, и неоднородность плотности стабильного конденсата, обусловленная различным химическим составом конденсата вдоль трубопровода.

Расширяемость и сжимаемость стабильного конденсата выражается уравнением состояния, которое имеет вид [2]:

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + \frac{P - P_0}{K} - \xi \cdot (T - T_0)), \tag{2}$$

где $P = P(x,t)$ – давление стабильного конденсата, Па; $P_0 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па – давление при нормальных условиях; $T = T(x,t)$ – температура стабильного конденсата, ^{o}C; $T_0 = 20\ ^o C$ – температура при нормальных условиях; $\rho_0 = \rho_0(x,t)$ – плотность стабильного конденсата при нормальных условиях, кг/м^3 (зависимость приведенной плотности r_0 от x и t обусловлена различным химическим составом конденсата вдоль трубопровода); $K = 10^9$ Па – модуль упругости стабильного конденсата; $\xi = 10^{-3}\ 1/^o C$ – коэффициент объемного расширения стабильного конденсата.

Трубопровод также обладает свойством расширяемости и сжимаемости, обусловленным влиянием давления и температуры, что описывается уравнением следующего вида [2]:

$$S = S_0 \cdot (1 + \frac{d_0}{E\delta} \cdot (P - P_0) + 2\alpha_L \cdot (T - T_0)), \tag{3}$$

где $S_0 = \pi d_0^2 / 4$ – площадь сечения трубы при нормальных условиях, м^2; d_0 – внутренний диаметр трубы при нормальных условиях, м; $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па – модуль Юнга стали; δ – толщина стенок трубы, м; $\alpha_L = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ 1/^o C$ – коэффициент линейного расширения стали.

Массовый расход W вычисляется по формуле

$$W = \rho v S, \ [W] = кг/с. \tag{4}$$

Подставив выражения (2)-(4) в (1) и раскрыв производную по времени от сложной функции, пренебрегая малыми слагаемыми, получим

$$\rho_0 S_0 \left(\left(\frac{1}{K} + \frac{d_0}{E\delta} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + (2\alpha_L - \xi) \frac{\partial T}{\partial t} \right) + \frac{\partial W}{\partial x} = 0. \tag{5}$$

На практике температурный режим транспорта стабильного конденсата по магистральному трубопроводу, как правило, медленно изменяется во времени и на небольших отрезках времени при установившемся режиме вполне допустимо считать его близким к стационарному неизотермическому режиму, что означает $\frac{\partial T}{\partial t} \approx 0$. Учитывая это, выражение (5) можно привести к следующему виду:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0 S_0 \left(\frac{1}{K} + \frac{d_0}{E\delta} \right)} \frac{\partial W}{\partial x} = 0. \tag{6}$$

Изменение приведенной плотности r_0 по x имеет плавный характер, т.е. $\frac{\partial \rho_0}{\partial x} \approx 0$, поэтому в формуле (6) допустимо внесение r_0 под знак производной по x. Тогда из (6) получим

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{S_0 \left(\frac{1}{K} + \frac{d_0}{E\delta} \right)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{W}{\rho_0} \right) = 0.$$

Переходя к рассмотрению стационарного режима и приравнивая производную давления по времени к нулю, получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{W}{\rho_0} \right) = 0,$$

откуда

$$\frac{W}{\rho_0} = \text{const}. \tag{7}$$

Отношение массового расхода W к приведенной к нормальным условиям плотности ρ_0 будем называть приведенным к нормальным условиям объемным расходом или просто приведенным объемным расходом и обозначать его через Q_0. Имеем

$$Q_0 = \frac{W}{\rho_0}. \tag{8}$$

Уравнение (7) может быть записано в виде $Q_0 = \text{const}$.

Таким образом, последнее уравнение (или уравнение (7)) выражает постоянство вдоль трубопровода приведенного к нормальным условиям объемного расхода.

Запишем величину Q_0 в виде функции измеряемых параметров, используя формулы (2) и (8):

$$Q_0 = (1 + \frac{P - P_0}{K} - \xi \cdot (T - T_0)) \cdot \frac{W}{\rho}. \qquad (9)$$

Заметим, что погрешность косвенного измерения Q_0 пренебрежимо мало зависит от погрешностей измерений давления P и температуры T. Это становится очевидным, если в формулу (9) подставить значения коэффициентов $K = 10^9$ Па и $\xi = 10^{-3}\ 1/{}^{o}C$:

$$Q_0 = (1 + 10^{-9} \cdot (P - P_0) - 10^{-3} \cdot (T - T_0)) \cdot \frac{W}{\rho}.$$

Таким образом, при расчете значения Q_0 ошибками измерений давления P и температуры T можно пренебречь, в то время как ошибки измерений массового расхода W и плотности ρ значительно влияют на значение Q_0 и их необходимо учитывать явно.

Введем обозначение:

$$k_\rho = 1 + \frac{P - P_0}{K} - \xi \cdot (T - T_0). \qquad (10)$$

Будем считать, что k_ρ с достаточной степенью точности определяется приближенными значениями давления P и температуры T.

С учетом (10) выражение (9) принимает вид

$$Q_0 = k_\rho \cdot \frac{W}{\rho},$$

а условие постоянства вдоль трубопровода приведенного объемного расхода в этом случае имеет следующий вид: $k_\rho \cdot \frac{W}{\rho} = \text{const}$.

Таким образом, уравнение мгновенного баланса для участка трубопровода между i-м и (i+1)-м ЗУ в установившемся режиме при отсутствии промежуточных отборов и утечек может быть записано в виде:

$$Q_{0_i} = Q_{0_{i+1}}$$

или

$$k_{\rho_i} \cdot \frac{W_i}{\rho_i} = k_{\rho_{i+1}} \cdot \frac{W_{i+1}}{\rho_{i+1}}. \qquad (11)$$

3. Критерии квазистационарности режима транспорта стабильного конденсата

Только в редких случаях реальные процессы обладают свойством стационарности. Имеющийся опыт в изучении режимов конденсатопроводов позволяет заключить, что изменения режимных и физических параметров стабильного конденсата в замерных узлах практически всегда имеют сложный характер и, как правило, не поддаются полной структурной идентификации. Допустимо судить об изменениях процесса «в среднем» на некотором интервале времени, разделяя режимы на близкие к стационарным – квазистационарные – и существенно нестационарные.

Установлено, что для оценивания степени стационарности изменений физических параметров в некоторой точке трубопровода достаточно исследовать поведение массового расхода, так как значимые изменения давления, плотности или температуры приводят к аналогичным изменениям массового расхода.

Считаем, что режим является квазистационарным на участке конденсатопровода, если выполняются условия квазистационарности в ЗУ в начале и в конце участка.

Пусть $\widetilde{W}_i(t_k)$ – результат измерения массового расхода в i-м ЗУ в дискретный момент времени t_k, k=1,2,…,K.

Приведем несколько критериев для проверки квазистационарности режима в i-м ЗУ на основе оценивания изменений массового расхода $\widetilde{W}_i(t_k)$:

1) критерий Неймана, чувствительный к плавным изменениям процесса:

$$\frac{\sum_{k=2}^{K} (\widetilde{W}_i(t_k) - \widetilde{W}_i(t_{k-1}))^2}{\sum_{k=1}^{K} (\widetilde{W}_i(t_k) - \hat{W}_i)^2} < \alpha_i,$$

где $\hat{W}_i = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \widetilde{W}_i(t_k)$ – оценка среднего значения процесса на отрезке времени $[t_1; t_K]$; α_i – заданный порог;

2) критерий отношения правдоподобия [3], предназначенный для выявления скачка в поведении процесса:

$$\max_{1 \le r \le K} S_i^{(r,K)}(\hat{W}_i^0, \hat{v}_i(r)) < \beta_i,$$

где $S_i^{(r,K)}(\hat{W}_i^0, v_i) = v_i \cdot \sum_{k=r}^{K} (\widetilde{W}_i(t_k) - \hat{W}_i^0 - \frac{v_i}{2})$;

$\hat{v}_i(r) = \frac{1}{K - r + 1} \cdot \sum_{k=r}^{K} (\widetilde{W}_i(t_k) - \hat{W}_i^0)$; $\hat{W}_i^0$ – оценка среднего значения процесса до момента времени t_1; β_i – заданный порог;

3) критерий малой выборочной дисперсии, чувствительный к изменениям процесса, превышающим уровень шумов:

$$\frac{\frac{1}{K-1} \cdot \sum_{k=1}^{K} (\widetilde{W}_i(t_k) - \hat{W}_i)^2}{\sigma_{W_i}^2} < \gamma_i,$$

где γ_i – заданный порог.

Пороги α_i, β_i и γ_i зависят от ряда факторов, в том числе и неконтролируемых, поэтому значения этих параметров должны устанавливаться экспериментальным путем.

Предположим, зафиксировано M различных квазистационарных режимов конденсатопровода и по каждому интервалу времени, на котором была установлена квазистационарность m-го режима, для каждого i-го ЗУ рассчитаны оценки среднего и дисперсии всех видов измерений, которые обозначим соответственно через $\tilde{W}_i^{(m)}$, $\tilde{\sigma}_{W_i}^{(m)2}$, $\tilde{\rho}_i^{(m)}$, $\tilde{\sigma}_{\rho_i}^{(m)2}$, $\tilde{P}_i^{(m)}$, $\tilde{\sigma}_{P_i}^{(m)2}$, $\tilde{T}_i^{(m)}$, $\tilde{\sigma}_{T_i}^{(m)2}$, $i = 1,2,...,N$, $m = 1,2,...,M$.

4. Оценивание систематических ошибок измерений массового расхода и плотности

В результате предварительного статистического анализа экспериментальных данных, полученных на реальном конденсатопроводе, было установлено, что колебания случайных ошибок наблюдаемых процессов составляют 0,02-0,10% по массовому расходу и 0,01-0,03% по плотности. Систематические ошибки измерений массового расхода и плотности, предположительно, не превышают 1%.

Уравнение мгновенного баланса (11) устанавливает взаимосвязь между четырьмя параметрами, измерения которых могут иметь значимые систематические ошибки: массовый расход W_i и плотность ρ_i в i-м ЗУ и массовый расход W_{i+1} и плотность ρ_{i+1} в (i+1)-м ЗУ. Для упрощения дальнейших выкладок примем $i = 1$. Тогда необходимо оценить значения неизвестных систематических ошибок Δ_{W_1}, Δ_{ρ_1}, Δ_{W_2}, Δ_{ρ_2} по совокупности наборов измеренных значений режимных и физических параметров стабильного конденсата в первом и во втором ЗУ, соответствующих различным M квазистационарным режимам.

Попытки численно оценить все четыре неизвестных параметра Δ_{W_1}, Δ_{ρ_1}, Δ_{W_2}, Δ_{ρ_2} завершились неудачей: по результатам имитационных экспериментов были получены слишком большие погрешности искомых величин. Это объясняется тем, что зафиксированные квазистационарные режимы конденсатопровода были близки друг к другу по значениям наблюдаемых величин, в результате чего имели место практически вырожденные задачи. Вывод: для успешного оценивания всех четырех указанных систематических ошибок необходимо использовать измерительные данные, относящиеся к различным по производительности (расходу) режимам конденсатопровода. Однако режимы реального конденсатопровода можно разделить на один, два, реже – три класса однородных по производительности режимов. Выходом в данной ситуации является ослабление задачи и решение ее в два этапа. На первом этапе последовательно для каждой пары смежных ЗУ оценивается величина смещений показаний датчиков массового расхода и плотности в конечном ЗУ относительно соответствующих датчиков в начальном ЗУ. На втором этапе отдельно по массовым расходам и отдельно по плотностям на основе полученных оценок смещений показаний измерений для всех указанных пар ЗУ выбирается среднее значение, относительно которого определяются ЗУ со значительными отклонениями, а в качестве систематических ошибок данных ЗУ выбираются величины этих отклонений. Решение задачи второго этапа является тривиальным и в данной работе рассматриваться не будет.

Разработаем метод решения задачи первого этапа. Итак, считаем, что в первом ЗУ систематические ошибки измерений отсутствуют, а во втором ЗУ имеются систематические смещения результатов измерений массового расхода и плотности относительно соответствующих датчиков первого ЗУ.

Перепишем уравнение мгновенного баланса (11) при $i = 1$ в следующем эквивалентном виде:

$$k_{\rho 1} W_1 \rho_2 - k_{\rho 2} W_2 \rho_1 = 0 . \quad (12)$$

Следует заметить, что равенство (12) записано для истинных значений входящих в него параметров стабильного конденсата. Запишем формулу для расчета величины невязки, соответствующей левой части выражения (12) при подстановке в него результатов измерений по m-му зафиксированному квазистационарному режиму с учетом поправок на систематические ошибки во втором ЗУ:

$$\tilde{f}^{(m)} = \tilde{k}_{\rho 1}^{(m)} \cdot \tilde{W}_1^{(m)} \cdot (\tilde{\rho}_2^{(m)} - \Delta_{\rho 2}) - \\ - \tilde{k}_{\rho 2}^{(m)} \cdot (\tilde{W}_2^{(m)} - \Delta_{W_2}) \cdot \tilde{\rho}_1^{(m)}, \quad (13)$$

где $\tilde{k}_{\rho 1}^{(m)} = k_{\rho 1}(\tilde{P}_1^{(m)}, \tilde{T}_1^{(m)})$, $\tilde{k}_{\rho 2}^{(m)} = k_{\rho 2}(\tilde{P}_2^{(m)}, \tilde{T}_2^{(m)})$ – вычисляются в соответствии с (10).

Невязка $\tilde{f}^{(m)}$ при фиксированных значениях Δ_{W_2}, $\Delta_{\rho 2}$ является случайной величиной, так как подставляемые в (13) результаты измерений режимных и физических параметров стабильного конденсата есть случайные величины. При подстановке измеренных значений в (13) получим реализацию случайной величины $\tilde{f}^{(m)}$.

Необходимо найти такие значения неизвестных систематических ошибок Δ_{W_2}, $\Delta_{\rho 2}$, при которых отклонения невязок $\tilde{f}^{(m)}$, m=1,2,…,M, от нуля будут обусловлены только влиянием случайных ошибок измерений.

По предположению, случайные ошибки измерений имеют нормальное распределение вероятностей. В силу малости случайных ошибок измерений можно считать, что распределение случайной величины $\tilde{f}^{(m)}$ близко к нормальному распределению вероятностей (это было подтверждено результатами экспериментальных исследований): $\tilde{f}^{(m)} \sim N(0, \tilde{\sigma}_f^{(m)2})$.

Дисперсию невязки $\tilde{f}^{(m)}$ с большой степенью точности можно рассчитать на основе линеаризации зависимости (13). В конечном итоге получим:

$$\tilde{\sigma}_f^{(m)2} = \tilde{k}_{\rho 1}^{(m)2} \tilde{\rho}_2^{(m)2} \tilde{\sigma}_{W_1}^{(m)2} + \tilde{k}_{\rho 2}^{(m)2} \tilde{W}_2^{(m)2} \tilde{\sigma}_{\rho 1}^{(m)2} + \\ + \tilde{k}_{\rho 2}^{(m)2} \tilde{\rho}_1^{(m)2} \tilde{\sigma}_{W_2}^{(m)2} + \tilde{k}_{\rho 1}^{(m)2} \tilde{W}_1^{(m)2} \tilde{\sigma}_{\rho 2}^{(m)2} . \quad (14)$$

Оценивание систематических ошибок Δ_{W_2} и $\Delta_{\rho 2}$ выполним, воспользовавшись методом максимального правдоподобия. Для совокупности реализаций нормально распределенной случайной величины $\tilde{f}^{(m)}$ по M зафиксированным квазистационарным режимам логарифмическая функция максимального правдоподобия имеет вид: $L = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\tilde{\sigma}_f^{(m)^2}} \tilde{f}^{(m)^2}$.

С учетом (13) задача оценивания систематических ошибок Δ_{W_2} и Δ_{ρ_2} имеет следующую постановку:

$$L(\Delta_{W_2}, \Delta_{\rho_2}) = \\ = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\tilde{\sigma}_f^{(m)^2}} \cdot (\tilde{k}_{\rho_1}^{(m)} \cdot \tilde{W}_1^{(m)} \cdot (\tilde{\rho}_2^{(m)} - \Delta_{\rho_2}) - \\ - \tilde{k}_{\rho_2}^{(m)} \cdot (\tilde{W}_2^{(m)} - \Delta_{W_2}) \cdot \tilde{\rho}_1^{(m)})^2 \to \min_{(\Delta_{W_2}, \Delta_{\rho_2}) \in R^2} . \quad (15)$$

Введем обозначения:

$$F^{(m)} = \tilde{k}_{\rho_1}^{(m)} \cdot \tilde{W}_1^{(m)} \cdot \tilde{\rho}_2^{(m)} - \tilde{k}_{\rho_2}^{(m)} \cdot \tilde{W}_2^{(m)} \cdot \tilde{\rho}_1^{(m)} ,$$

$$D^{(m)} = \begin{bmatrix} \tilde{k}_{\rho_2}^{(m)} \cdot \tilde{\rho}_1^{(m)} \\ -\tilde{k}_{\rho_1}^{(m)} \cdot \tilde{W}_1^{(m)} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} \Delta_{W_2} \\ \Delta_{\rho_2} \end{bmatrix}.$$

С учетом данных обозначений задача (15) принимает вид

$$L(X) = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\tilde{\sigma}_f^{(m)^2}} \cdot (F^{(m)} + D^{(m)^T} \cdot X)^2 \to \min_{X \in R^2} . \quad (16)$$

Как видно из выражения (16), функция $L(X)$ является выпуклой как сумма выпуклых функций.

Раскрывая скобки в (16), приходим к задаче минимизации квадратичной формы:

$$L(X) = a + B^T \cdot X + X^T \cdot C \cdot X \to \min_{X \in R^2} , \quad (17)$$

где $a = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\tilde{\sigma}_f^{(m)^2}} \cdot F^{(m)^2}$, $B = 2 \cdot \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\tilde{\sigma}_f^{(m)^2}} \cdot F^{(m)} \cdot D^{(m)}$,

$$C = \sum_{m=1}^{M} \frac{1}{\tilde{\sigma}_f^{(m)^2}} \cdot D^{(m)} \cdot D^{(m)^T} .$$

Заметим, что матрица C является положительно полуопределенной в силу выпуклости функции $L(X)$.

Решение задачи (17) найдем аналитически: по методу Эйлера $\frac{\partial L(X)}{\partial X} = 0$, откуда $B + 2 \cdot C \cdot X = 0$ и далее

$$\hat{X} = -\frac{1}{2} \cdot C^{-1} \cdot B ,$$

где $\hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{\Delta}_{W_2} \\ \hat{\Delta}_{\rho_2} \end{bmatrix}$ – оценки систематических ошибок измерений массового расхода и плотности во втором ЗУ относительно датчиков первого ЗУ.

5. Расчет дисперсий оценок систематических ошибок измерений массового расхода и плотности

Оценки неизвестных систематических ошибок измерений массового расхода и плотности являются функцией измерений режимных и физических параметров стабильного конденсата по M зафиксированным квазистационарным режимам. Из этого следует, что погрешности результатов расчета определяются только погрешностями входных данных, которые могут быть описаны дисперсиями случайных ошибок, имеющих нормальное распределение вероятностей. Использование статистических критериев позволило заключить, что оценки систематических ошибок также распределены по нормальному закону.

В качестве погрешности можно рассматривать величину, пропорциональную корню из дисперсии. Исходя из правила «трех сигм», в качестве абсолютной погрешности может быть выбрано значение, равное трем корням из дисперсии.

Для расчета дисперсий оценок систематических ошибок достаточно эффективен метод Монте-Карло. Алгоритм этого метода следующий: сначала генерируются выборки входных данных, затем по каждому набору случайных реализаций совокупности входных параметров рассчитываются оценки систематических ошибок и из этих значений составляются выборки, а на последнем этапе по каждой результирующей выборке вычисляется оценка дисперсии. Достаточная точность оценок дисперсий обеспечивается при проведении 1000 испытаний по методу Монте-Карло.

6. Анализ результатов экспериментальных исследований

Для экспериментальных исследований были отобраны данные по квазистационарным режимам реального конденсатопровода. Представленные ниже графики иллюстрируют результаты применения разработанного метода на имитационных и на реальных данных.

На рис. 1 показаны графики значений массового расхода для двух ЗУ при квазистационарных режимах конденсатопровода, зафиксированных за период времени, равный одному месяцу.

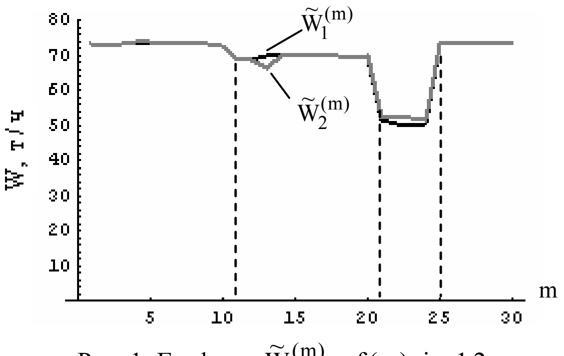

Рис. 1. Графики $\tilde{W}_i^{(m)} = f(m), i = 1,2$

Как видно, зафиксированные режимы конденсатопровода можно разделить на три однородных класса: $W \approx 73$ т/ч, $W \approx 70$ т/ч, $W \approx 50$ т/ч. Переходы с режимов одного класса на режимы другого класса происходили при m=11, m=21 и m=25.

Рис. 2 и 4 иллюстрируют изменение выборочного среднего оценок искомых систематических ошибок при увеличении объема входных данных. На рис. 3 и 5 показаны аналогичные графики изменений корня из выборочной дисперсии соответствующих оценок. Можно сделать вывод, что увеличение входных данных ведет к повышению точности оценок систематических ошибок, причем значительный эффект привносит разнородность режимов конденсатопровода.

Рис. 2. Графики $\hat{m}_{\hat{\Delta}_{W_2}} = f(M)$

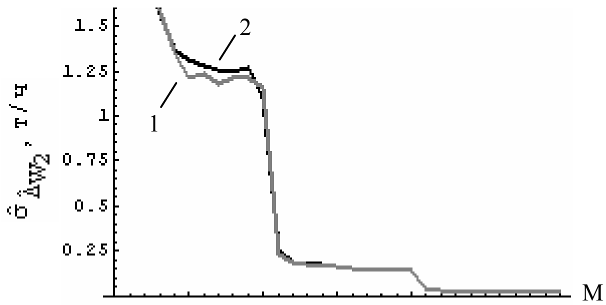

Рис. 3. Графики $\hat{\sigma}_{\hat{\Delta}_{W_2}} = f(M)$

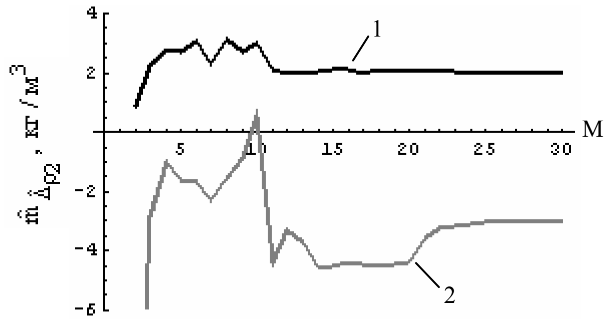

Рис. 4. Графики $\hat{m}_{\hat{\Delta}_{\rho 2}} = f(M)$

Для полного набора входных данных, т.е. при M=30, получены следующие результаты:

1) при имитационном моделировании:

$$\hat{\Delta}_{W_2} = 0{,}499 \text{ т/ч}, \ \hat{\sigma}_{\hat{\Delta}_{W_2}} = 0{,}022 \text{ т/ч},$$

$$\hat{\Delta}_{\rho 2} = 1{,}989 \text{ кг/м}^3, \ \hat{\sigma}_{\hat{\Delta}_{\rho 2}} = 0{,}251 \text{ кг/м}^3$$

($\Delta_{W_2} = 0{,}5$ т/ч, $\Delta_{\rho 2} = 2$ кг/м^3 – задаваемые значения);

2) на реальных данных:

$$\hat{\Delta}_{W_2} = -0{,}095 \text{ т/ч}, \ \hat{\sigma}_{\hat{\Delta}_{W_2}} = 0{,}021 \text{ т/ч},$$

$$\hat{\Delta}_{\rho 2} = -2{,}993 \text{ кг/м}^3, \ \hat{\sigma}_{\hat{\Delta}_{\rho 2}} = 0{,}245 \text{ кг/м}^3.$$

Эффект от компенсации систематических ошибок можно оценить по значениям нормированных невязок вида:

$$\tilde{f}_0^{(m)}(\Delta_{W_2}, \Delta_{\rho 2}) = \frac{\tilde{f}^{(m)}(\Delta_{W_2}, \Delta_{\rho 2})}{\tilde{\sigma}_f^{(m)}} .$$

Графики на рис. 6 отражают значения нормированных невязок для исходных данных при нулевых значениях систематических ошибок, т.е. в предположении отсутствия систематических ошибок, а графики на рис. 7 отражают значения тех же самых невязок при рассчитанных оценках систематических ошибок. Как видно, после компенсации систематических ошибок отклонения не превышают трех сигм, т.е. лежат в пределах колебаний, обусловленных случайными ошибками.

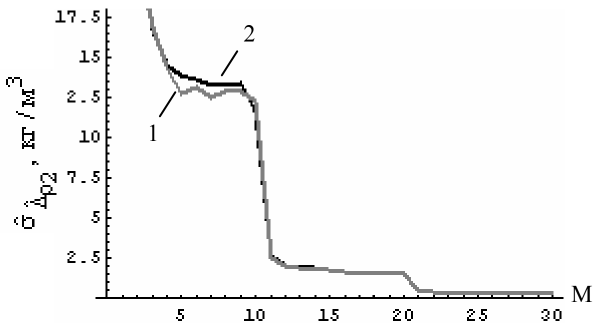

Рис. 5. Графики $\hat{\sigma}_{\hat{\Delta}_{\rho 2}} = f(M)$

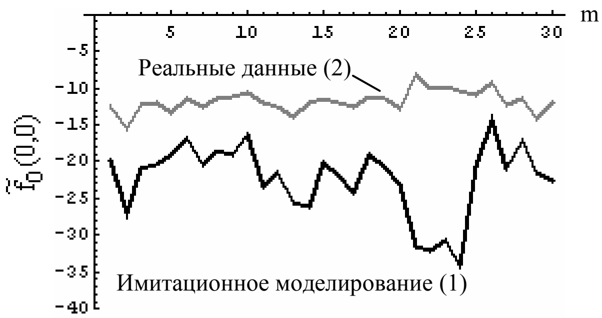

Рис. 6. Графики $\tilde{f}_0^{(m)}(0{,}0) = f(m)$ при M=30

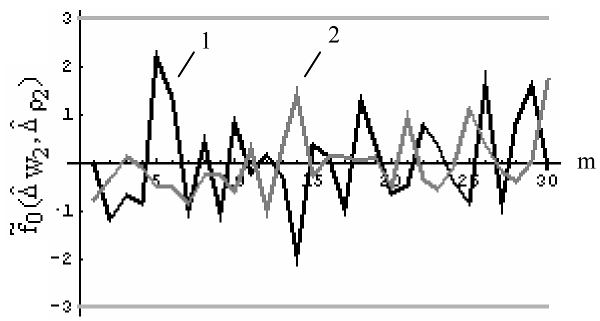

Рис. 7. Графики $\tilde{f}_0^{(m)}(\hat{\Delta}_{W_2}, \hat{\Delta}_{\rho 2}) = f(m)$ при M=30

Выводы

Рассмотрены постановка и метод решения задачи расчета систематических ошибок результатов измерений параметров стабильного газового конденсата в замерных узлах магистрального конденсатопровода.

Научная новизна результатов настоящего исследования заключается в том, что впервые предложен метод оценивания систематических ошибок измерений массового расхода и плотности, использование которого позволило улучшить метрологические характеристики измерений параметров стабильного газового конденсата в замерных узлах магистрального трубопровода.

Практическая значимость полученных результатов исследования состоит в повышении экономической эффективности функционирования конденсатопроводов за счет повышения точности и достоверности результатов решения задач коммерческого учета стабильного конденсата и определения местоположений и объемов несанкционированных отборов и аварийных утечек стабильного конденсата.

Литература: 1. *Чарный И.А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. М.: Недра, 1975. 296 с. **2.** *Лурье М.В.* Математическое моделирование процессов трубопроводного транспорта нефти, нефтепродуктов и газа. М: ФГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2003. 336 с. **3.** *Обнаружение* изменения свойств сигналов и динамических систем: Пер. с англ. Под ред. М. Бассвиль, А. Банвениста. М.: Мир, 1989. 278 с.

Поступила в редколлегию 30.11.2005

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Левыкин В.М.

Тевяшев Андрей Дмитриевич, академик УНГА, д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: стохастическое моделирование. Хобби: теннис, волейбол. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-14-36, e-mail: tevjashev@kture.kharkov.ua.

Лукьянчик Владислав Иванович, главный метролог ДК «Укргазвидобування» НАК «Нафтогаз України». Научные интересы: метрология. Хобби: туризм. Адрес: Украина, 39430, Полтавская обл., Машевский р-н, с. Базилевщина, ул. Полевая, 6, тел. (0532) 56-15-99, e-mail: lvi@upggk.poltava.ua.

Кобылинский Константин Валерьевич, аспирант кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование. Хобби: туризм. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-14-36, e-mail: kobkv@mail.ru.

Котелевцев Александр Владимирович, аспирант кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование. Хобби: авто. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 702-14-36, e-mail: kotelevcev@mail.ru.

УДК658.012.011.56:658.512

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПЕРАТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ РЕЖИМА РАБОТЫ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ЗАЩИТЫ ПОДЗЕМНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

ТЕВЯШЕВ А.Д., ТКАЧЕНКО В.Ф., ПОПОВ А.В., СТРИЖАК Л.В.

Описывается стохастическая модель задачи оперативного планирования режима работы системы электрохимической защиты (ЭХЗ) подземных трубопроводов. Рассматривается один из методов решения, который заключается в построении детерминированного эквивалента задачи. В результате решения получены оптимальные значения силы тока СКЗ трубопровода на заданный период эксплуатации.

Актуальность

Подземные трубопроводы представляют собой сложные инженерные сооружения, практически не подвергающиеся моральному износу. Одной из основных причин отказов и аварий на трубопроводах является почвенная коррозия. Трубопроводы Украины недостаточно хорошо изолированы по причине старения изоляционных покрытий, низкого качества изоляционных материалов, а также несоблюдения нормативов по укладке трубопроводов в грунт во время строительства. Поэтому их долговечность и надежность непосредственно зависят от уровня развития средств противокоррозионной защиты.

Электрохимическая защита заключается в обеспечении в течение всего срока эксплуатации непрерывной во времени катодной поляризации трубопровода на всем его протяжении и на всей его поверхности таким образом, чтобы значения потенциалов на трубопроводе были не меньше минимального и не больше максимального.

Цель – уменьшение затрат на эксплуатацию системы ЭХЗ путем решения задачи оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ подземного трубопровода в условиях неопределенности.

Задачи:

1) Сформулировать проблему оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ.

2) Построить детерминированный эквивалент стохастической задачи оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ.

3) Получить решение задачи стохастического программирования для задачи оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ.

1. Введение

Система ЭХЗ представляет собой сложный стохастический объект управления, функционирование которого осуществляется в стохастической среде под влиянием многих случайных факторов. Основными величинами, влияющими на распределение защитного потенциала труба-земля, являются: переходное сопротивление изоляции и удельное сопротивление грунта по всей протяженности трубопровода. Вследствие случайного воздействия температуры окружающей среды, изменения влажности, различных химических и физических процессов, протекающих в грунте вдоль трассы трубопровода, на удельное сопротивление грунта его значение также изменяется случайным образом. Другим фактором, влияющим на значение защитного потенциала, является изменение переходного сопротивления, связанного со старением изоляционного покрытия или другими химическими процессами. Совместное влияние случайных факторов на изменение переходных сопротивлений может привести к выходу защитного потенциала за границы допустимой области, что приводит к возрастанию рисков возникновения аварийных ситуаций на участках трубопроводов.

2. Формальная постановка задачи оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ

Математическая модель распределения защитного потенциала труба-земля описана в [2].

Защитная разность потенциалов может эффективно выполнять свое назначение только в том случае, если она не меньше определенной, минимальной защитной разности потенциалов. Смещение защитной разности потенциалов в область более отрицательных значений не оказывает существенного влияния на коррозию металла. Однако при чрезмерном увеличении потенциала по сравнению с минимальным между изоляцией и поверхностью металла скапливается водород, выделяющийся в результате катодного процесса. Это может привести к отслоению изоляции и ухудшению изоляционных свойств покрытия. Таким образом, проблема оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ заключается в том, чтобы установить такие режимы работы СКЗ на заданном участке трубопровода, при которых общие затраты электроэнергии были минимальны и обеспечивалась бы защитная разность потенциалов.

Задача оперативного планирования режима работы СКЗ предполагает нахождение таких значений тока защиты, при которых затраты на работу каждой СКЗ на заданном промежутке времени [0,T] были бы минимальны.

Затраты на работу i-й СКЗ $C_{\text{эксп}}$ [кВт·ч] определяются мощностью по постоянному току на выходе преобразователя СКЗ:

$$C_{\text{эксп}_i} = P_{\text{СКЗ}_i} \cdot t \,, \qquad (1)$$

где мощность СКЗ $P_{\text{СКЗ}}$ [кВт] определяется выражением:

$$P_{\text{СКЗ}_i} = U_{\text{пр}_i} I_i \,, \qquad (2)$$

здесь $U_{\text{пр}_i} = I_i \cdot [R_{\text{л}i} + R_{\text{аз}\,i} + Z_T]$ – напряжение на выходе преобразователя СКЗ [В]; I_i – величина силы тока на выходе *i*-й СКЗ [А]; $R_{\text{л}i}$ – сопротивление соединительных линий i-й СКЗ [Ом]; $R_{\text{аз}i}$ – сопротивление анодного заземления i-й СКЗ [Ом]; $z_T = \sqrt{R_{\text{пр}} \cdot R_{\text{из}} \cdot (\pi D)^{-1}}$ – характеристическое сопротивление трубопровода [Ом]; $R_{\text{из}}$ – вектор значений сопротивления изоляции [Ом·м^2]; $R_{\text{пр}}$ – продольное сопротивление трубопровода [Ом/м].

Как рассмотрено ранее, характеристическое сопротивление трубопровода представляет собой случайную величину $z_T = z_T(\omega)$, соответственно мощность преобразователя СКЗ также является случайной величиной.

Таким образом, получили задачу стохастического программирования М-типа с вероятностными ограничениями. Целевая функция данной задачи является суммой затрат по эксплуатации каждой станции катодной защиты на промежутке времени $[0,T]$. Регулирование мощности СКЗ определяет величину защитного потенциала труба-земля, которая должна удовлетворять критериям, определяющим область G.

Задача планирования режимов работы СКЗ в стохастической постановке будет иметь вид:

$$\underset{\omega}{M}\{\sum_{i=1}^{n}\int_{0}^{T} C_{\text{эксп}\,i}(I_i, t, R_{\text{из}}(\omega), \rho_{\text{гр}}(\omega))dt\} \to \min_{I \in G} . \qquad (3)$$

Область допустимых решений G определяется системой неравенств

$$G : \{\forall x \in [0, L] \wedge \forall t \in [0, T] \wedge \forall \omega \in \Omega :$$

$$P(U_{T-3}(x, y, t, n, I, R_{\text{из}}(\omega), \rho_{\text{гр}}(\omega)) \le U_{\min}) \le \alpha_1 \,, \qquad (4)$$

$$P(U_{T-3}(x, y, t, n, I, R_{\text{из}}(\omega), \rho_{\text{гр}}(\omega)) \ge U_{\max}) \le \beta_1 \,, \qquad (5)$$

$$0 \le I \le I^{\max}\} \,, \qquad (6)$$

где n – количество станций катодной защиты; $C_{\text{эксп}\,i}(I_i, t, R_{\text{из}}(\omega), \rho_{\text{гр}}(\omega)) = I_i \cdot U_{\text{пр}\,i}(\omega)$ – затраты по эксплуатации i-й СКЗ [Вт]; I – вектор значений силы тока защиты СКЗ, $I = [I_1, I_2, \ldots, I_n]$ [А]; t – параметр времени [с]; $R_{\text{из}}(\omega)$ – случайный вектор значений сопротивления изоляции [Ом·м^2]; $\rho_{\text{гр}}(\omega)$ – случайный вектор удельного сопротивления грунта [Ом•м]; U_{T-3} – функция распределения потенциала труба-земля по всей протяженности заданного участка трубопровода [В]; x – расстояние от начала рассматриваемого участка трубопровода; y – параметры системы, к которым относятся:

L_{Γ} – длина рассматриваемого участка трубопровода [м]; D – диаметр трубы [м]; x^A – продольная координата расположения анодного поля [м]; y^A – расстояние от анодного поля до трубопровода [м]; L^A – протяженность анодного поля [м];

U_c – стационарный потенциал трубопровода [В]; I^{max} – максимальное значение силы тока СКЗ [А]; $U_{min} = -0.85$ – минимальный защитный потенциал [В]; $U_{max} = -1.15$ – максимальный защитный потенциал [В].

Критерием, определяющим область G, является ограничение вероятности выхода значения потенциала труба-земля за пределы верхней границы $U_{min} = -0.85$ [В] с вероятностью не выше $\alpha_1 = 0.01$; нижней границы $U_{max} = -1.15$ [В] с вероятностью не выше, чем $\beta_1 = 0.05$.

3. Построение детерминированного эквивалента стохастической задачи оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ

Для решения задачи оперативного планирования режима работы системы ЭХЗ применяем метод решения задач стохастического программирования, который состоит в построении детерминированного эквивалента стохастической задачи в виде общей задачи математического программирования.

Рассмотрим целевую функцию задачи:

$$\underset{\omega}{M}\{\sum_{i=1}^{n}\int_0^T I_i(t)^2\cdot[R_л + R_{аз} + \sqrt{R_{пр}\cdot R_{из}(\omega)\cdot(\pi D)^{-1}}]\cdot t\,dt\} \to \min_{I\in G}. \qquad (7)$$

Будем предполагать, что случайные величины сопротивления изоляции $R_{из}(\omega)$ и сопротивления грунта $\rho_{гр}(\omega)$ распределены по нормальному закону распределения с известными параметрами, т.е. $R_{из}(\omega) \cong N(\overline{R_{из}}, \sigma^2_{R_{из}})$, $\rho_{гр}(\omega) \cong N(\overline{\rho_{гр}}, \sigma^2_{\rho_{гр}})$, где $\overline{R_{из}}$, $\overline{\rho_{гр}}$ – математические ожидания случайных величин сопротивления изоляции и удельного сопротивления грунта соответственно; $\sigma^2_{R_{из}}$, $\sigma^2_{\rho_{гр}}$ – дисперсия случайных величин сопротивления изоляции и удельного сопротивления грунта соответственно. На заданном промежутке времени $[0,T]$ параметры распределения случайных величин $R_{из}(\omega)$ и $\rho_{гр}(\omega)$ будем считать постоянными, значение силы тока СКЗ также будет постоянно. Выражение (7) будет иметь вид:

$$\underset{\omega}{M}\{\sum_{i=1}^{n}\int_0^T I_i^2\cdot[R_л + R_{аз} + \sqrt{R_{пр}\cdot R_{из}(\omega)\cdot(\pi D)^{-1}}]\cdot t\,dt\} \to \min_{I\in G}. \qquad (8)$$

После вычисления определенного интеграла выражение (8) можно представить в виде:

$$\underset{\omega}{M}\{\sum_{i=1}^{n} I_i^2\cdot[R_л + R_{аз} + \sqrt{R_{пр}\cdot R_{из}(\omega)\cdot(\pi D)^{-1}}]\cdot\frac{T^2}{2}\} \to \min_{I\in G}. \qquad (9)$$

Существует несколько методов получения математического ожидания случайной величины с неизвестным законом распределения. Первый из них относится к методу статистического моделирования: вычисление оценки математического ожидания по результатам множества экспериментов вычисления функции от случайного аргумента с известным законом распределения. Второй метод предполагает использование известных зависимостей для математического ожидания функции от случайных аргументов.

Для нелинейной функции $f(x,\eta(\omega))$ и случайной величины $\eta(\omega)$ имеет место неравенство Йенсена:

$$\underset{\omega}{M} f(x,\eta(\omega)) \ge f(\underset{\omega}{M} f(x,\eta(\omega))),$$

если функция $f(x,\eta(\omega))$ выпукла, и

$$\underset{\omega}{M} f(x,\eta(\omega)) \le f(\underset{\omega}{M} f(x,\eta(\omega))),$$

если функция $f(x,\eta(\omega))$ вогнута.

Построим график зависимости целевой функции задачи (9) от значения случайной величины $R_{из}(\omega)$ (рис. 1).

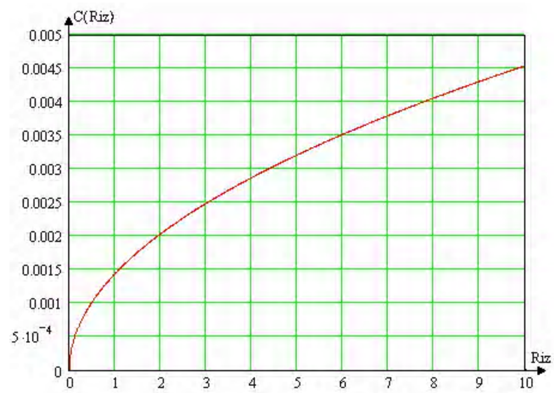

Рис. 1. График зависимости целевой функции затрат по эксплуатации СКЗ от значения случайной величины $R_{из}(\omega)$

Из графика зависимости видно, что функция, определяющая затраты при эксплуатации СКЗ, вогнута, т.е. имеет место неравенство:

$$\underset{\omega}{M}\{\sum_{i=1}^{n} I_i^2\cdot[R_л + R_{аз} + \sqrt{R_{пр}\cdot R_{из}(\omega)\cdot(\pi D)^{-1}}]\cdot\frac{T^2}{2}\} \le$$

$$\le \sum_{i=1}^{n} I_i^2\cdot[R_л + R_{аз} + \sqrt{R_{пр}\cdot\overline{R_{из}}\cdot(\pi D)^{-1}}]\cdot\frac{T^2}{2}. \qquad (10)$$

Таким ообразом, оценка затрат при эксплуатации СКЗ, полученная в результате решения задачи стохастического программирования, будет больше реальных затрат.

Рассмотрим неравенства (4) и (5), определяющие область G задачи стохастического программирования:

$$G:\{\forall x \in [0,L] \wedge \forall t \in [0,T] \wedge \forall \omega \in \Omega :$$
$$P(U_{T-3}(x,y,n,t,I,R_{из}(\omega),\rho_{гр}(\omega)) \le U_{min}) \le \alpha_1 ,$$
$$P(U_{T-3}(x,y,n,t,I,R_{из}(\omega),\rho_{гр}(\omega)) \ge U_{max}) \le \beta_1 ,$$
$$0 \le I \le I^{max}\}.$$

Как было рассмотрено выше, на заданном промежутке времени $[0,T]$ параметры распределения случайных величин $R_{из}(\omega)$ и $\rho_{гр}(\omega)$ будем считать постоянными; таким образом, значение потенциала труба-земля рассматривается в момент времени $t = t_k$.

Выражения (4) и (5) можно представить в виде:

$$G:\{\forall x \in [0,L] \wedge t = t^k \wedge \forall \omega \in \Omega :$$
$$P(U_{T-3}(x,y,n,I,R_{из}(\omega),\rho_{гр}(\omega)) \le U_{min}) \le \alpha_1 , \quad (11)$$
$$P(U_{T-3}(x,y,n,I,R_{из}(\omega),\rho_{гр}(\omega)) \ge U_{max}) \le \beta_1 , \quad (12)$$
$$0 \le I \le I^{max}\}. \quad (13)$$

Для построения детерминированного эквивалента задачи необходимо нахождение функции распределения разности потенциалов труба-земля $U_{T-3}(x)$.

Учитывая то, что в рассматриваемой математической модели распределения защитного потенциала труба-земля сопротивление изоляции трубы и удельное сопротивление грунта постоянно, необходимо определить диктующие точки на участке трубопровода, в которых значение защитного потенциала труба-земля будет максимальным и минимальным. Построим график (рис. 2) распределения защитного потенциала труба-земля.

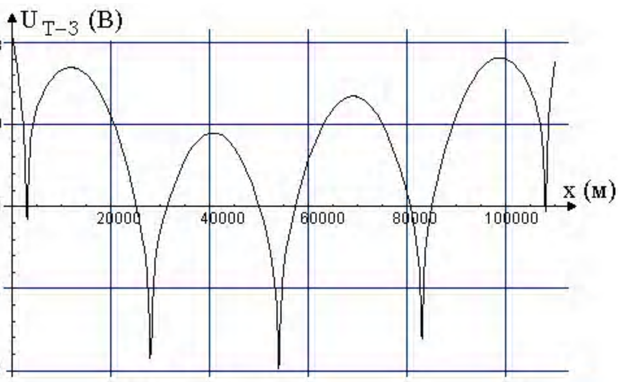

Рис. 2. График распределения потенциала труба-земля

Диктующими точками для условия (11) будут те, значение потенциала труба-земля в которых минимально. Математическая модель распределения защитного потенциала труба-земля с постоянными коэффициентами затухания предполагает наличие точек минимального значения потенциала труба-земля в точках подключения СКЗ. Минимальное значение защитного потенциала будет в точках

$$x_1^{min} = x_1{}^{к} = 3 \text{ км}, \quad x_2^{min} = x_2{}^{к} = 28 \text{ км},$$
$$x_3^{min} = x_3{}^{к} = 54 \text{ км}, \quad x_4^{min} = x_4{}^{к} = 83 \text{ км},$$
$$x_5^{min} = x_5{}^{к} = 108 \text{ км}$$

от начала участка, что подтверждается графиком функции $U_{T-3}(x)$. Обозначим через $X_{ДТ}^{min}$ – множество точек $x_i^{min}, i = 1..n$, значение защитного потенциала в которых минимально, n – количество СКЗ.

Диктующими точками для условия (12) будут те, значение потенциала труба-земля в которых максимально. Максимальное значение защитного потенциала будет в точках $x_1^{max} = 0$ м, $x_2^{max} = 11912$ м, $x_3^{max} = 40760$ м, $x_4^{max} = 69145$ м, $x_5^{max} = 98803$ м, $x_6^{max} = 110000$ м, от начала участка. Обозначим через $X_{ДТ}^{max}$ – множество точек $x_i^{min}, i = 1..(n+1)$, значение защитного потенциала в которых максимально.

После нахождения диктующих точек на рассматриваемом участке трубопровода неравенства, определяющие область допустимых решений G задачи (11)-(13), можно преобразовать к виду:

$$G:\{\forall x \in X_{ДТ}^{min} \wedge t \in t^k \wedge \forall \omega \in \Omega :$$
$$P(U_{T-3}(x,y,n,I,R_{из}(\omega),\rho_{гр}(\omega)) \le U_{min}) \le \alpha_1 : \quad (14)$$
$$\forall x \in X_{ДТ}^{max} \wedge t \in t^k \wedge \forall \omega \in \Omega :$$
$$P(U_{T-3}(x,y,n,I,R_{из}(\omega),\rho_{гр}(\omega)) \ge U_{max}) \le \beta_1 , \quad (15)$$
$$0 \le I \le I^{max}\}.$$

Рассмотрим функцию

$$(U_{T-3}(x_j^{min},y,n,I,R_{из}(\omega),\rho_{гр}(\omega))$$

для j-го условия из (14):

$$U_{T-3}(x_j^{min},I,\omega) = -\sum_{i=1}^{n} I_i \cdot \sqrt{R_{пр}R_{из}(\omega)/(\pi D)} \cdot$$
$$\cdot \exp(-\sqrt{\pi D R_{пр}/R_{из}(\omega)} \cdot |x_j^{min} - x_i{}^{к}|) -$$
$$-\sum_{i=1}^{n} \frac{I_i \rho_{гр}(\omega)}{2\pi L_i^A} \ln\left(\frac{(x_j^{min} - a_i) + \sqrt{(x_j^{min} - a_i)^2 + y_i^{A^2}}}{(x_j^{min} - b_i) + \sqrt{(x_j^{min} - b_i)^2 + y_i^{A^2}}}\right). \quad (16)$$

Рассмотрим одно из составляющих выражения (16) в точке при $x_1^{min} = 3$:

$$S_{1,1}^{min}(R_{из}(\omega)) = \sqrt{R_{пр}R_{из}(\omega)(\pi D)^{-1}} \cdot$$
$$\cdot \exp(-\sqrt{\pi D R_{пр}/R_{из}(\omega)} \cdot |x_1^{min} - x_1{}^{к}|).$$

Для нахождения распределения случайной величины $S_{1,1}^{min}(R_{из}(\omega))$ применили теорию проверки гипотез о принадлежности выборки из конечного числа эле-