УДК 004.021: 004.312.4: 004.421.6: 004.414.2

Е.А. Лукьянова

ТНУ имени В. И. Вернадского, г. Симферополь, Украина, lukyanovaea@mail.ru

О ЯЗЫКЕ КОМПОНЕНТНОЙ СЕТИ ПЕТРИ С КОМПОНЕНТАМИ-МЕСТАМИ И КОМПОНЕНТАМИ-ПЕРЕХОДАМИ

Проведено исследование языка компонентной сети Петри с двумя типами составных компонентов: компонентами-местами и компонентами-переходами. Установлен эпиморфизм языков моделей параллельной распределённой системы, представленных в виде детальной модели Петри и в виде её компонентной модели Петри с двумя типами составных компонентов.

СЕТИ ПЕТРИ, КОМПОНЕНТНАЯ СЕТЬ ПЕТРИ, СВОБОДНЫЙ ЯЗЫК СЕТИ ПЕТРИ, ЭПИМОРФИЗМ

Введение

Объектом исследования современной науки становятся всё более сложные системы – системы индустриального типа, для анализа и верификации которых требуется создание новых моделей, надёжных методов и технологий параллельных вычислений и их реализаций. Наличие эффективных формализмов и способов анализа моделей исследуемых систем открывают возможности практического использования таких систем в области оптимизации, верификации и обоснования, позволяет строить перспективные системы реального времени. Формализм сетей Петри для моделирования систем с паралелизмом несомненно является наилучшим [1, 2], если не учитывать экспоненциальную сложность алгоритмов анализа сетей Петри больших размеров [3]. Использование компонентной сети Петри (*CN*-сети) [4, 5] для моделирования параллельных распределённых систем улучшает формализм сетей Петри: позволяет строить адекватные, с точки зрения установления подобия сетей Петри в результате их редукции [6], модели значительно меньших размеров, что обеспечивает использование удобных методов исследования их структурних и динамических свойств. Компонентное моделирование редукции детальной (больших размеров) сети заключается в выделении в детальной модели Петри составных компонентов: компонентов-мест C_p и компонентов-переходов C_t. При этом важной задачей как при моделировании системы, так и в процессе анализа является задача выявления и локализации ошибки, поэтому возникает необходимость поиска трасс, которые приводят в процессе функционирования сети к подозрительному или ошибочному состоянию. Такой анализ возможно выполнить путём построения и изучения языка исследуемой сети. В работе [7] обоснована необходимость поэтапного исследования языков компонентной сети Петри: компонентной сети Петри только с компонентами-переходами, компонентной сети Петри только с компонентами-местами и компонентной сети Петри с любыми составными компонентами – компонентами-местами и компонентами-переходами. В работах [7, 8] рассмотрены соответственно языки компонентной сети Петри только с компонентами-переходами и компонентной сети Петри только с компонентами-местами, доказано, что анализ динамики функционирования сложной системы эффективнее проводить на уровне языков соответствующей компонентной сети. Обоснование корректности такого анализа основано на доказательстве гомоморфизма и эпиморфизма таких типов языков языку исходной детальной модели.

Цель настоящей работы: продолжить исследование языков компонентной сети Петри, а именно определить язык компонентной сети Петри с компонентами-местами и компонентами-переходами и установить эпиморфизм языков компонентной сети Петри с компонентами-местами и компонентами-переходами и исходной детальной модели Петри.

1. Постановка задачи

Для определения языка $L_t(CN)$ компонентной сети Петри только с компонентами-переходами функционирование сети описывается в терминах последовательностей срабатываний переходов, что позволяет отслеживать во множестве последовательностей срабатываний компонентной сети аккумулированную в компонентах-переходах информацию за счёт имени, присвоенного компоненту-переходу. При определении языка $L_p(CN)$ компонентной сети Петри только с компонентами-местами описание функционирования сети через последовательности реализаций событий не подойдёт, т.к. в этом случае аккумулированная информация, содержащаяся в компонентах-местах, ни каким образом не будет отражена в словах, составленных из символов переходов компонентной сети. В этом случае предложено [8] описывать функционирование компонентной сети в терминах достижимых разметок. Моделирование систем компонентными сетями Петри предполагает возможность наличия и компонентов-мест и компонентов-переходов, поэтому закономерно рассмотрение языка компонентных сетей, содержащих и те и другие составные компоненты, и получения результатов связи языков компонентной и исходной детальной модели Петри для случая компонентной сети с двумя типами составных компонентов.

2. Свободный язык компонентной сети Петри с компонентами-местами и компонентами-переходами

При выборе способа описания функционирования компонентной сети с двумя типами составных компонентов нужно учитывать необходимость отражения в языке изучаемой компонентной сети информации, содержащейся в обоих типах составных компонентов.

Срабатывание перехода при некоторой разметке порождает новую разметку. На множестве разметок вводится отношение [> непосредственного следования разметок [1]. И говорят, что разметка M' достижима от разметки M, если существует последовательность разметок M, M_1, M_2,..., M' и слово $\tau = t_1 t_2 ... t_k$ в алфавите T (имён переходов) такое, что $M[t_1 > M_1[t_2 > M_2 ... [t_k > M'$. Таким образом, получаем как слово τ, представляющее последовательность срабатываний переходов, так и последовательность разметок, достижимых в сети от разметки M. Все возможные изменения разметок в сети, происходящие в результате срабатывания её переходов, удобно представляются графически в виде ориентированного графа – графа разметок, множество вершин которого образовано множеством достижимых в сети разметок. Поэтому, помечая вершины этого графа символами и выписывая последовательности этих символов вдоль путей полученного графа, начинающихся в начальной разметке, будем получать допустимые цепочки символов (множество всех слов) в некотором алфавите T, составленном из символов всех имён вершин графа достижимых разметок.

При этом вне зависимости от того какие компоненты выделены в сети, информация аккумулированная в них, будет отражена в буквах слов – последовательностях символов вдоль путей в графе достижимых разметок компонентной сети. Тем самым язык компонентной сети с двумя типами составных компонентов будем описывать в терминах множества достижимых в сети разметок.

В качестве примера (рис. 1) рассмотрим некоторую небольшую сеть Петри, моделирующую события двух взаимодействующих процессов. Каждому событию ставится в соответствие переход сети. На рис. 1 видно, что события, моделируемые переходами t_1, t_6, t_7, являются для исследуемых процессов идентичными, а события, моделируемые переходами t_3, t_5 и t_2, t_4, – параллельными. Полученная модель синтезирует два параллельных процесса.

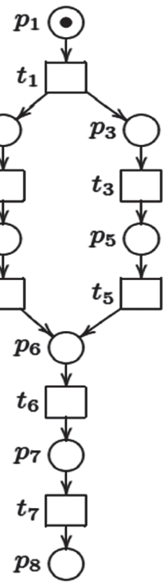

Рис. 1. Детальная сеть Петри, синтезирующая два параллельных процесса

В этой сети возможно выделение, как компонентов-мест, так и компонентов-переходов. На рис. 2, *а* показана компонентная сеть, отвечающая исходной детальной сети Петри, содержащая одинаковые компоненты-переходы T_1^*, T_2^* (рис. 2, *б*, *в*) и компоненту-место P^* (рис. 2, *г*).

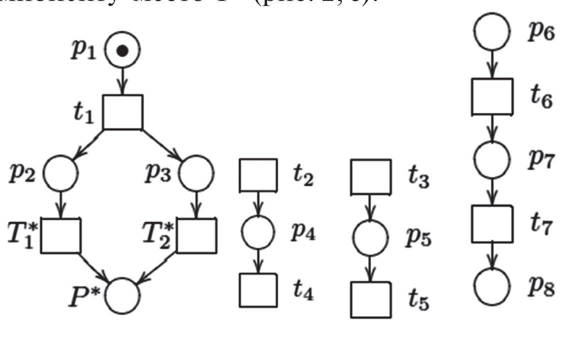

Рис. 2. Компонентная сеть Петри для сети Петри с рис. 1 (*а*); её компоненты-переходы T_1^* (*б*), T_2^* (*в*) и компонент-место $P*$ (*г*)

Если описывать функционирование рассматриваемой компонентной сети так же, как и в случае компонентной сети Петри только с компонентами-переходами через последовательности срабатываний переходов [6], то переходы t_6, t_7, моделирующие некоторые события в детальной сети и попадающие в компонент-место компонентной сети, не будут отражены в словах языка компонентной сети. А значит связь языков компонентной и детальной сетей, в таком случае, установить невозможно.

Рассмотрим графы достижимых разметок исследуемых сетей. На рис. 3 и рис. 4 показаны графы достижимых разметок соответственно детальной сети Петри с рис. 1 и её компонентной сети с рис. 2, *а*.

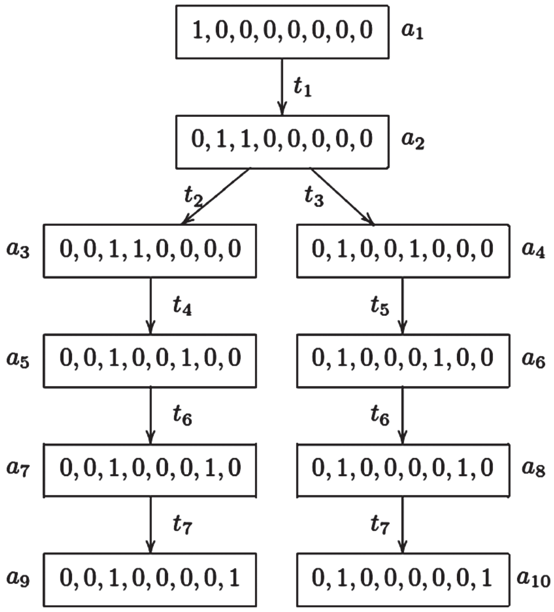

Рис. 3. Граф достижимых разметок детальной сети Петри с рис. 1

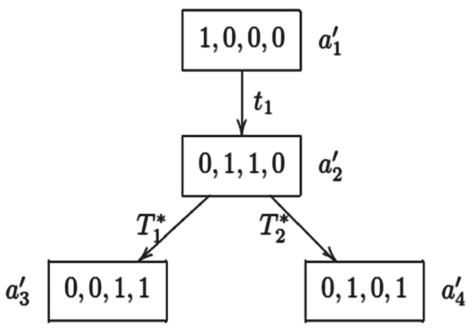

Рис. 4. Граф достижимых разметок компонентной сеть Петри с рис. 2, *а*

Выделим (рис. 5) в графе достижимых разметок детальной модели Петри участки, отражающие динамику функционирования составных компонентов T_1^*, T_2^*, P^*. Это участки G'_1, G'_2 и G'_3, которые в графе достижимых разметок компонентной сети инкапсулируются в соответствующие вершины a'_2, a'_3, a'_4.

При этом для рассматриваемой сети получено, что динамика функционирования двух одинаковых составных компонентов T_1^*, T_2^* отражается одним участком G'_1, а динамика функционирования одного составного компонента P^* – двумя участками G'_2 и G'_3 графа достижимых разметок детальной модели Петри.

Рассматривая теперь любые соответствующие цепочки последовательностей имён вершин вдоль путей в графах достижимых разметок детальной и компонентной сетей, видно, что информация о срабатывании переходов и о движении фишек (изменении условий для возможности срабатывания переходов) при переходе от детальной модели к компонентной модели не теряется. Участки графа достижимых разметок детальной модели инкапсулируются в соответствующие вершины графа достижимых разметок компонентной сети.

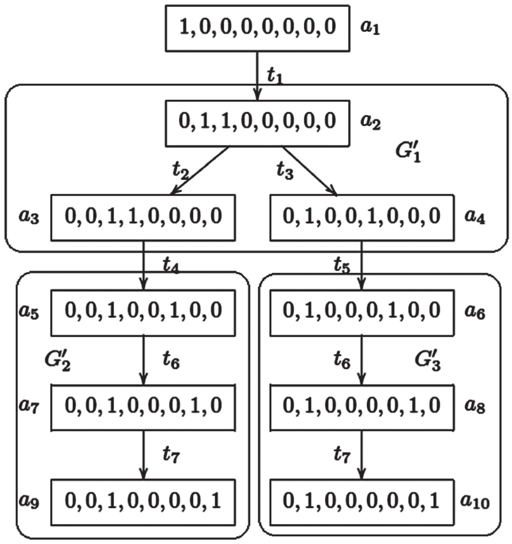

Рис. 5. Граф достижимых разметок детальной сети Петри с рис. 1 с выделенными участками, отражающими динамику функционирования составных компонентов

Определение 1. Языком $L_{p,t}(N)$ детальной модели Петри *N*, в которой могут быть выделены составные компоненты: компоненты-места C_p и компоненты-переходы C_t, назовём её свободный язык, который определяется в терминах множества достижимых в сети разметок.

Определение 2. Языком $L_{p,t}(CN)$ компонентной сети Петри (*CN*-сети), содержащей компоненты-места C_p и компоненты-переходы C_t, назовём множество последовательностей, получаемых выписыванием символов вершин вдоль путей в графе достижимых разметок *CN*-сети, начинающихся в начальной разметке и ведущих к каждой достижимой в сети разметке.

Так, свободные языки $L_{p,t}(N)$ и $L_{p,t}(CN)$ детальной и компонентной сетей со структурами сетей, изображёнными соответственно на рис. 1 и рис. 2, а, и графами достижимых разметок, изображёнными соответственно на рис. 3 и рис. 4, а имеют вид:

$$L_{p,t}(N)=\{a_1,\ a_1a_2,\ a_1a_2a_3,\ a_1a_2a_4,\ a_1a_2a_3a_5,\ a_1a_2a_3a_5a_7,\ a_1a_2a_3a_5a_7a_9,\ a_1a_2a_4a_6,\ a_1a_2a_4a_6a_8,\ a_1a_2a_3a_5a_7a_9\},$$

$$L_{p,t}(CN)=\{a'_1,\ a'_1a'_2,\ a'_1a'_2a'_3,\ a'_1a'_2a'_4\}.$$

3. Эпиморфизм языков детальной модели Петри и *CN*-модели с компонентами-местами *Ct* и компонентами-переходами *Ct* параллельной распределённой системы

Пусть детальная сеть Петри *N* содержит *s* мест, тогда разметка этой сети изображается *s*-мерным вектором, координаты которого соответствуют местам, упорядоченным согласно нумерации мест в сети. В сети N выделены составные компоненты и пусть общее количество мест, которые попали в выделенные компоненты k. Тогда разметка CN-сети с двумя типами составных компонент будет изображаться r-мерным вектором: $r = s - k + l$, где l — количество компонентов-мест. Координаты этого вектора соответствуют местам, упорядоченным согласно нумерации мест в CN-сети. При этом нумерация мест, принятая в сети N, сохраняется в CN-сети.

Пусть Z – конечный алфавит детальной модели N, состоящий из множества имён s-мерных векторов, W – конечный алфавит компонентой модели CN с двумя типами составных компонентов, состоящий из множества имён r-мерных векторов. Тогда Z^* – множество всех слов в алфавите Z, $W^*=(\psi(Z)\cup\{a'_1,a'_2,...,a'_n\})^*$ – множество всех слов в алфавите $W=\psi(Z)\cup\{a'_1,a'_2,...,a'_n\}$, где a'_k ($k=1,2,...,n$) – имена вершин графа достижимых разметок компонентной модели Петри, в которые перешли вершины или инкапсулировались различные участки графа достижимых разметок детальной модели Петри. Отображение ψ преобразует s-мерные векторы графа достижимых разметок детальной модели Петри в r-мерные векторы графа достижимых разметок компонентной модели Петри.

Теорема 1. Пусть функционирование детальной модели Петри и компонентной модели Петри с двумя типами составных компонентов параллельной распределённой системы описывается в терминах множества достижимых разметок, тогда отображение ψ, преобразующее s-мерные векторы графа достижимых разметок детальной модели Петри в r-мерные векторы графа достижимых разметок компонентной модели Петри, является сюръективным отображением.

Доказательство. Пусть a_i – имя некоторого s-мерного вектора графа достижимых разметок детальной модели Петри, тогда $\psi(a_i)=a'_j$ – имя r-мерного вектора графа достижимых разметок компонентной модели Петри. При этом, если $j=i$ и у образа a'_j прообраз $\psi^{-1}(a'_j)$ единственный, то вершина a_i графа достижимых разметок детальной сети Петри не принадлежит ни одному из участков сети, отражающему динамику функционирования составного компонента, а если прообраз $\psi^{-1}(a_j)$ имеет несколько значений, то каждая вершины a_i: $\psi(a_i)=a'_j$ является вершиной участка детальной модели Петри, отражающего динамику функционирования составного компонента. Таким образом, при отображении ψ вершина-инкапсулянт является образом всех вершин участка графа достижимых разметок детальной модели Петри, отражающего динамику функционирования составного компонента. В результате получаем, что каждый элемент a'_j, являющийся именем вершины графа достижимых разметок компонентной сети CN, является образом хотя бы одной вершины a_i графа достижимых разметок детальной сети N. ■

Так, для графов достижимых разметок, показанных на рис. 4 и 5, детальной и компонентной сетей с рис. 1 и 2, а, имеем:

$$\psi(a_1)=a'_1,\ \psi(a_2)=a'_2,\ \psi(a_3)=a'_2,\ \psi(a_4)=a'_2,$$
$$\psi(a_5)=a'_3,\ \psi(a_7)=a'_3,\ \psi(a_9)=a'_3,\ \psi(a_6)=a'_4,$$
$$\psi(a_8)=a'_4,\ \psi(a_{10})=a'_4.$$

Образами вершин a_2,a_3,a_4 и a_5,a_7,a_9, и a_6,a_8,a_{10} участков графа достижимых разметок детальной модели Петри, отражающих динамику функционирования составного компонента, является одна соответствующая вершина a'_2,a'_3,a'_4 графа достижимых разметок компонентной модели Петри.

Рассмотрим язык $L_{p,t}(CN)$. Он представляет собой подмножество множества всех слов в алфавите W, полученного в результате отображения ψ имён алфавита Z исходной детальной модели N и расширенного именами для образов имён алфавита Z. При этом каждый образ имени a_i из алфавита Z получает уникальное имя, если a_i не является вершиной участка графа достижимых разметок детальной сети, отражающего динамику функционирования составной компоненты, а для всех образов имен вершин, принадлежащих одному из таких участков, даётся только одно общее имя (это имя вершины-инкапсулянта).

Установим взаимосвязь между символьными последовательностями из $L_{p,t}(N)$ и $L_{p,t}(CN)$. Для этого рассмотрим преобразование ξ: $L_{p,t}(N) \to L_{p,t}(CN)$, переводящее слова из $L_{p,t}(N)$ в слова из $L_{p,t}(CN)$.

Теорема 2. Пусть функционирование детальной модели Петри и компонентной модели Петри с двумя типами составных компонентов параллельной распределённой системы описывается в терминах множества достижимых разметок, тогда отображение ξ: $L_{p,t}(N) \to L_{p,t}(CN)$ слов языка $L_{p,t}(N)$ детальной модели Петри N исследуемой параллельной распределённой системы в множество слов языка $L_{p,t}(CN)$ её CN-модели, содержащей два типа составных компонентов, является эпиморфизмом.

Доказательство.

Рассмотрим некоторое слово $p \in L_{p,t}(N)$. Пусть это слово имеет вид $p = a_1b_1b_2a_2a_3b'_1b'_2b'_3a_4a_5b''_1a_6a_7$, где символами $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7$ обозначены имена вершин графа достижимых разметок детальной модели N, не являющиеся вершинами никаких участков модели, отражающих функционирование составных компонентов, а символами $b_1,b_2,b'_1,b'_2,b'_3,b''_1$ – имена вершин графа достижимых разметок детальной модели N, являющихся вершинами таких участков. В рассматриваемой записи слова p участвуют имена вершин трёх различных участков, отражающих функционирование составных компонентов.

В слове p сделаем следующие обозначения

$$a_1 = p_1 ,\ b_1 b_2 = \bar{p}_1 ,\ a_2 a_3 = p_2 ,\ b'_1\, b'_2\, b'_3 = \bar{p}_2 ,$$
$$a_4 a_5 = p_3 ,\ b''_1 = \bar{p}_3 ,\ a_5 a_6 = p_4$$

и получим запись исходного слова p в виде конкатенации слов p_1, $\bar{p}_1$, p_2, $\bar{p}_2$, p_3, $\bar{p}_3$ p_4 из Z^*так, что $p = p_1 \bar{p}_1 p_2 \bar{p}_2 p_3\ \bar{p}_3\ p_4$.

При отображении ξ образом слова $p \in L_{p,t}(N)$ является некоторое слово $\xi(p) = q \in\ L_{p,t}(CN)$:

$$q = q_1 a'_1\, q_2 a'_2\, q_3\ \ a'_3\, q_4 \,.$$

Таким образом, действие преобразования ξ на слово p определяется образами слов, участвующих в конкатенации слова p:

$$q = \xi(p) = \xi(p_1 \bar{p}_1 p_2 \bar{p}_2 p_3\ \bar{p}_3\ p_4) =$$
$$= \xi(p_1)\xi(\bar{p}_1)\xi(p_2)\xi(\bar{p}_2)\xi(p_3)\ \xi(\bar{p}_3)\xi(p_4) =$$
$$= \psi(a_1)a'_1\, \psi(a_2)\psi(a_3)a'_2\ \psi(a_4)\psi(a_5)a'_3\, \psi(a_6)\psi(a_7)\,.$$

При этом окончательно для некоторого произвольного слова $p = a_1 b_1 b_2 a_2 a_3 b'_1\ b'_2\, b'_3\, a_4 a_5 b''_1\, a_6\ a_7$ из Z^*, получим его образ

$$q = \psi(a_1)a'_1\, \psi(a_2)\psi(a_3)a'_2\ \ \psi(a_4)\psi(a_5)a'_3\, \psi(a_6)\psi(a_7)$$

слово из W^*.

Отображение ξ полностью определяется значениями на буквах алфавита Z так, что каждый символ $w \in W$ является образом хотя бы одного символа $z \in Z$, то есть при отображении ξ для любого $w \in W$ найдётся $z \in Z$ такое, что $w = \psi(z)$. Имеют место следующие выводы относительно рассматриваемого отображения ξ :

1. $\xi(zw) = \xi(z)\xi(w)$ выполнено для всех слов z и w над Z;
2. $\xi(e) = e$, где e – пустое слово;
3. $\xi(z) = \psi(z_1)\psi(z_2)...\psi(z_k)$ для слов $z \in Z^*$ любой длины k из имён вершин графа достижимых разметок сети N, не являющихся именами участков сети, отражающих функционирование составных компонентов;
4. $\xi(z) = a'_i$ для всех слов $z \in Z^*$ любой длины из имён вершин графа достижимых разметок сети N, являющихся именами участков сети, отражающих функционирование составных компонентов.

Тогда для $L_{p,t}(CN)$ – языка CN-сети с двумя типами составных компонентов, – выполняется:

$$L_{p,t}(CN) = \xi(L(N)) = \{w / w = \xi(z),\ \text{где}\ z \in L_{p,t}(N)\}. \blacksquare$$

Следствие. Эпиморфизм ξ порождает сюръекцию ψ .

Выводы

В результате возможного выделения в компонентной сети Петри двух типов составных компонентов: компонентов-мест и компонентов-переходов, приходится иметь дело с компонентной сетью, в которой могут быть выделены только компоненты-места или только компоненты-переходы или и те и другие компоненты. Исследование динамических свойств системы проводится на уровне языка сети. Поэтому было начато поэтапное исследование языка компонентной сети [7, 8]. В статье рассмотрен язык компонентной сети Петри с любыми составными компонентами – компонентами-местами и компонентами-переходами. Установлен эпиморфизм языка такой компонентной модели и детальной модели Петри. Теперь можно говорить, не акцентируя внимание на состав составных компонентов компонентной сети, о эпиморфизме языков компонентной и детальной моделей Петри исследуемой параллельной распределённой системы.

Необходимо отметить, что наиболее экономичным по времени является исследование языка компонентной сети только с компонентнтами-переходами. В связи с тем, что при исследованиях такого языка функционирование сети описывается в терминах последовательностей срабатываний переходов и не нужно строить (часто громоздкое) дерево достижимых разметок. Поэтому возможность выделения компонентов-переходов является более продуктивным. Так, для детальной сети Петри с рис. 1 можно построить (рис. 6) компонентную сеть только с компонентами-переходами.

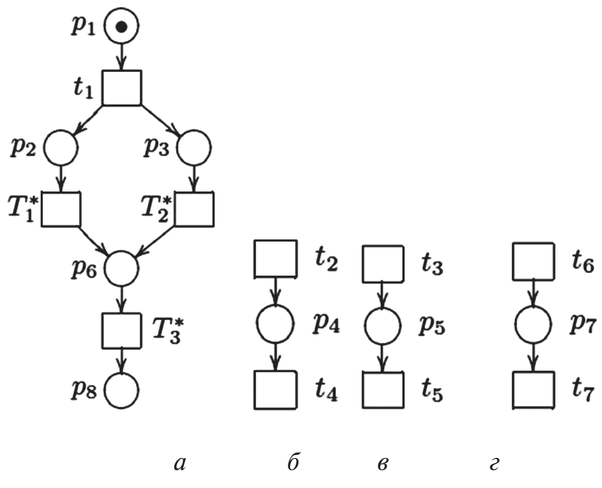

Рис. 6. Компонентная сеть Петри для сети Петри с рис. 1 (*а*); её компоненты-переходы T_1^* (*б*), T_2^* (*в*), T_3^* (*г*)

Компоненты-места удобно использовать, если есть возможность исследуемою систему рассматривать как объединение больших одинаковых или однотипних блоков. Тогда возможно получить компонентную сеть небольших размеров, изучение языка которой будет удобно провоить с помощью графа достижимых разметок.

Список литературы: 1. *Котов В.Е.* Сети Петри / В.Е. Котов. – М.: Наука, 1984. – 160 с. **2.** *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ. / Дж. Питерсон – М.: Мир, 1984. – 263 с. **3.** *Зайцев Д.А.* Решение фундаментального уравнения сетей Петри в процессе композиции функциональных подсетей / Д.А. Зайцев // Искусственный интеллект. – 2005. –№ 1. – С. 59–68. **4.** *Лукьянова Е. А.* О компонентном анализе параллельных распределенных систем / Е.А. Лукьянова // ТВИМ. – 2011. – № 2. – С.71–81. **5.** *Лукьянова Е.А.* Исследование однотипних структурних элементов *CN*-сети в процессе компонентного меделирования и анализа сложной системы с параллелизмом / Е.А. Лукьянова, А.В. Дереза // Кибернетика и системный анализ. – 2012. – № 6. – С. 20–29. **6.** *Лук'янова О. О.* Про бісимуляційну еквівалентність детальної моделі Петрі та її *CN*-моделі досліджуваної паралельної розподіленої системи / О.О. Лук'янова // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: фіз.-мат. науки. – 2013.– № 4. **7.** *Лук'янова О. О.* Про зв'язок мови *CN*-моделі з компонентами-переходам і мови детальної моделі Петрі паралельної розподіленої системи / О.О. Лук'янова // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. – 2012. – № 4. – С.145-150. **8.** *Lukyanova* E. Component modeling: on connections of detailed Petri model and component model of parallel distributed system// ITHEA. – 2013. – Vol. 2, №1. – P.15–22.

Поступила в редколлегию 08.06.2013

УДК 004.021: 004.312.4: 004.421.6: 004.414.2

Про мову компонентної мережі Петрі з компонентами-місцями і компонентами-переходами / О.О. Лук'янова // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. – 2013. – № 2(81). С. 31-36.

У статті розглянуто мову однієї із зручних і адекватних моделей паралельних розподілених систем, яка дозволяє значно сокоротити розміри моделі, – компонентної мережі Петрі з двома типами складових компонентів. Встановлений сюр'активний гомоморфізм відображень на мовах трас мережі Пери необхідний для обгрунтування коректності процесу аналізу компонентної мережі Пери та її складових компонентів.

Іл. 6. Бібліогр.: 8 найм.

UDK 004.021: 004.312.4: 004.421.6: 004.414.2

About language of a component Petri net with components-places and components-transitions / E.A. Lukyanova // Bionics of Intelligense: Sci. Mag. – 2013. – № 2 (81). – P. 31-36.

In paper language of one of convenient and adequate models of the parallel distributed systems is considered, allowing considerably to reduce model sizes, – a component Petri net with two types of composite components.The established surjective homomorphism of maps in languages of lines of a Petri net is necessary for a substantiation of a correctness of process of the analysis of a component Petri net and its composite components.

Fig. 6. Ref.: 8 items.