УДК 658.012.011.56:658.512; 620.9:662.6

ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

АДАМЕНКО В.А., АДАМЕНКО А.В., ТЕВЯШЕВА О.А.

Построение математической модели газотранспортной системы (ГТС) осуществляется на основе модели газа и математических моделей ее элементов. Впервые предлагается объектно-ориентированный подход к построению математических моделей ГТС в стационарном режиме. Вводится общий класс математической модели ГТС и ее элементов и выделяются его подклассы.

1. Введение

Практическое внедрение новых информационных, ресурсосберегающих и экологически безопасных технологий в газотранспортных системах приводит к необходимости решения широкого круга проблем контроля и управления режимами добычи, подготовки, транспорта и распределения природного газа в ГТС. Решение этих проблем основано на создании и использовании математических моделей ГТС, которые наиболее полно и адекватно описывают все многообразие физических процессов, протекающих в них. С точки зрения системного анализа ГТС представляет собой сложную, многомерную, многосвязную, многоуровневую систему, которой соответствует аналогично определяемая модель. Формирование математических моделей ГТС осуществляется в результате синтеза математических моделей отдельных элементов и технологических установок, входящих в состав ГТС. В настоящее время идет непрерывный процесс модернизации ГТС, ввод нового технологического оборудования и, следовательно, создание все более сложных и совершенных математических моделей ее элементов, наиболее адекватно описывающих реальные физические процессы в ГТС. Использование таких моделей позволяет более эффективно решать задачи контроля и управления режимами работы ГТС, однако приводит к необходимости существенной доработки и переработки математического, алгоритмического и программного обеспечения информационно-аналитических систем управления ГТС. Построению более сложных и точных моделей способствует также бурное развитие и массовое появление достаточно мощной и относительно недорогой вычислительной техники. В данной работе предлагается использовать объектно-ориентированный подход к построению математических моделей ГТС, который является гибким и позволяет осуществлять синтез ее моделей, имеющих сложные иерархические связи и элементы, обладающие общими чертами. Примененный подход является прогрессивным, потому что позволяет:

– формировать математическую модель всей газотранспортной системы и любого ее фрагмента, не привязываясь к конкретным моделям ее элементов, и, в то же время, при построении модели ГТС учитывать особенности моделей ее элементов путем введения классов и подклассов;

– добавлять новые элементы ГТС, не изменяя при этом саму модель системы;

– быстро и легко изменять модели введенных элементов.

2. Принципы декомпозиции ГТС на элементы

ГТС — это сложная техническая система, представляющая собой объединение многониточных магистральных газопроводов со сложной кольцевой структурой и включающая в себя следующие функциональные элементы:

– источники природного газа (ИПГ);

– компрессорные станции (КС);

– линейные участки трубопроводов (ЛУ);

– газораспределительные станции (ГРС).

Газ поступает в ГТС из одного или нескольких источников и отбирается множеством потребителей. Источником газа могут быть: его месторождения, подземные хранилища газа (ПХГ), другие ГТС. В качестве потребителя газа может выступать ГРС со своей нагрузкой, ПХГ или другая ГТС. Пример ГТС приведен на рис.1.

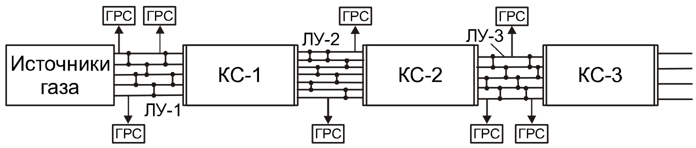

Рис.1. Газотранспортная система

Для построения математической модели всей ГТС необходимо построить модели ее функциональных элементов, однако каждый перечисленный выше элемент состоит из множества, как правило, иерархически связанных между собой технологических элементов и установок. Например, на рис.2 приведена схема компрессорной станции с основными технологическими установками, из которых она состоит. Стрелками на этой схеме показано движение газа. Из этой схемы видно, насколько сложна внутренняя структура КС.

Поэтому при построении математической модели ГТС целесообразно рассмотреть модели элементов, из которых состоят перечисленные выше функциональные элементы, а затем построить модель всей ГТС, используя модели элементов. Принцип декомпозиции ГТС на элементы, математические модели которых необходимо построить, зависит от:

– способа построения модели всей ГТС;

– предъявляемой точности к построению моделей этих элементов;

– внутренней структуры элементов;

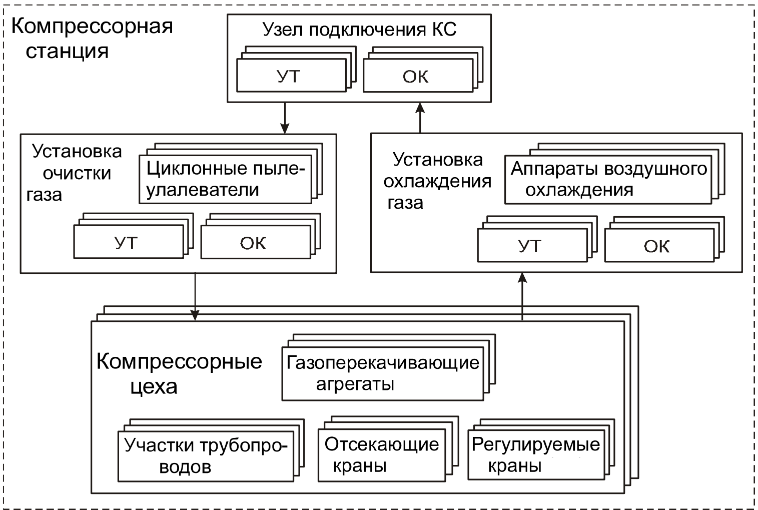

Рис.2. Структурная схема компрессорной станции

– сложности самой математической модели.

Таким образом, при построении математической модели ГТС необходимо построить модели ее основных функциональных элементов: ИПГ, КС, ЛУ и ГРС. Для построения модели КС необходимо построить модели компрессорного цеха (КЦ), узла подключения КС, установки охлаждения газа (УОхГ) и установки очистки газа (УОчГ). УОхГ включают в себя аппараты воздушного охлаждения (АВО). УОчГ включают в себя циклонные пылеулавливатели (ЦП). УОхГ и УОчГ можно представить как элементы, имеющие один вход и один выход, поэтому остановимся на построении моделей этих элементов, не рассматривая их внутреннюю структуру. Если же возникнет необходимость в более точном построении моделей этих элементов, тогда необходимо будет строить модели элементов, из которых состоят УОхГ и УОчГ. Компрессорный цех является основным и наиболее сложным функциональным элементом КС, определяющим режим ее работы. Поэтому к построению математической модели КЦ предъявляются существенно более жесткие требования, чем к моделям УОхГ и УОчГ. Построение наиболее точной и адекватной модели КЦ возможно путем построения моделей всех технологических элементов, определяющих режимы работы КЦ: газоперекачивающих агрегатов (ГПА), отсекающих кранов (ОК), регулируемых кранов (РК) и участков трубопроводов (УТ), которые имеют один вход и один выход. Построение модели узла подключения КС будем осуществлять с использованием моделей УТ и ОК.

Линейные участки трубопроводов представляют собой несколько (от одной до двенадцати) параллельно расположенных ниток (одинакового или разных диаметров), соединенных между собой перемычками и имеющих отводы на ГРС. Построение моделей ЛУ будем осуществлять с использованием моделей УТ, ОК и РК.

В данной работе построение точных математических моделей систем “источник газа” и “потребитель газа” не рассматривается, так как на состояние источника и потребителя влияет множество факторов, не связанных с газом напрямую. Поэтому здесь строятся упрощенные математические модели источника и потребителя.

Таким образом, при построении модели ГТС используются математические модели следующих элементов: УТ, ГПА, УохГ, УОчГ, ОК, РК.

3. Используемая математическая операция

В работе используются два вида замены:

1) $$\mathbf{X}\left|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ s\in\mathbf{S}\\ R(s),\end{array}\right.$$

где $\mathbf{X}$ — любое математическое выражение; $\mathbf{S}$ — множество заменяемых элементов; $R(s)$ — выражение, на которое заменяется каждый элемент множества $\mathbf{S}$. Эта операция находит в $\mathbf{X}$ подвыражения, совпадающие с элементами множества $\mathbf{S}$, и заменяет каждый элемент $s\in\mathbf{S}$ на $R(s)$. Результатом является преобразованное выражение $\mathbf{X}$.

2) $$\mathbf{X}\left|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ a_1=b_1,\, a_2=b_2,\, \ldots,\, a_n=b_n,\end{array}\right.$$

здесь $\mathbf{X}$ — любое математическое выражение; a_i — заменяемое выражение в $\mathbf{X}$; b_i — выражение, на которое заменяется a_i.

Пример. Пусть $\mathbf{X}=\dfrac{y+z+g}{yz}$. В результате операции $\mathbf{X}\left|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ s\in\{y,z\}\\ s_i\end{array}\right.$ получим: $\mathbf{X}=\dfrac{y_i+z_i+g}{y_i z_i}$, а в результате операции $\mathbf{X}\left|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ y=y_1,\, z=y_2,\, g=y_3\end{array}\right.$ получим: $\mathbf{X}=\dfrac{y_1+y_2+y_3}{y_1 y_2}$.

4. Физико-химические свойства природных газов

Природные газы делятся на три группы: газы, которые добываются из чисто газовых месторождений и состоят в основном из метана (82—98%); газы, которые получают из газоконденсатных месторождений и являются смесью газа и конденсата широкой фракции, состоящей из бензина, лигроина, керосина, а иногда и солярового масла— этот газ также содержит значительное количество метана (80—95%); газы, которые добываются вместе с нефтью из нефтяных месторождений— это попутные газы, состоящие из смеси газа с газовым бензином и пропан-бутановой фракции, содержат только 30—70% метана [1]. В работе рассматривается следующий компонентный состав газа: метан, этан, пропан, н-Бутан, изо-Бутан, н-Пентан, изо-Пентан, гексан, гептан, октан, азот, водород, воздух, водяной пар, кислород, сероводород, двуокись углерода, окись углерода, двуокись азота, окись азота, двуокись серы, гелий, аргон, криптон, фтор, хлор, этилмеркаптан, вода, ртуть.

Рассмотрим основные параметры газа. *Абсолютное давление газа*— это его давление на стенки газопровода. *Избыточное давление газа*— это разница между абсолютным давлением газа и барометрическим. В дальнейшем под словом давление будет подразумеваться избыточное давление газа ($кгс/см^2$). *Плотность сухих газов и их смесей в нормальном состоянии* (при температуре 293K и давлении 1.033 $кгс/см^2$) $\rho н$ ($кг/м^3$) определяется расчетным методом исходя из известного компонентного состава смеси: $\rho н = \mathbf{Nкомп}^T \cdot \mathbf{\rho н\ комп}$, где

$$\mathbf{Nкомп} = (Nкомп1, Nкомп2, ..., Nкомп\,n)^T,$$

$$\mathbf{\rho н\ комп} = (\rho н\ комп1, \rho н\ комп2, ..., \rho н\ комп\,n)^T,$$

$Nкомп j$ — молярная концентрация j-го компонента газовой смеси в долях единицы; $\rho н\ комп\ j$ — плотность j-го компонента смеси в нормальном состоянии ($кг/м^3$).

Относительная плотность газа по воздуху в нормальном состоянии $\Delta = \frac{\rho н}{1.206}$, где 1.206— плотность воздуха в нормальном состоянии.

Удельный вес газа в нормальных условиях $\gamma 0$ ($кгс/м^3$) также зависит от его компонентного состава. Удельный вес и плотность связаны между собой соотношением $\gamma 0 = \rho н\ g$, где g— местное ускорение свободного падения, зависящее от географической широты и высоты над поверхностью Земли. Плотность газа не зависит от его местонахождения на поверхности Земли, а удельный вес изменяется в зависимости от того, в какой точке земного шара находится газ, поэтому он не является справочной величиной. Возможны такие случаи, когда числовые значения плотности и удельного веса близки друг к другу или совпадают. Полное совпадение наблюдается в тех точках земной поверхности, где местное значение равно $9.80665\ м/см^2$. Для тех мест, где такое значение отличается от стандартного, разницей между числовыми значениями удельного веса и плотности (выраженными соответственно в $кгс/м^3$ и $кг/м^3$) можно пренебречь, если она мала в сравнении с погрешностью измерений или расчетов.

Псевдокритические свойства газовых смесей вытекают из закона соответственных состояний. На основании этого закона предполагается, что при одних и тех же условиях газовая смесь и чистое вещество обладают одними и теми же свойствами. При расчетах ряда физических свойств веществ, в частности природного газа (сжимаемости, вязкости и т.д.), используются *псевдокритическое давление* $Pпк$ и *псевдокритическая температура* $Tпк$, являющиеся среднемольными критических давлений и температур смесей. Существует несколько методов вычисления псевдокритических давления и температуры с использованием критических давления и температуры чистых компонентов газовой смеси посредством простого смещения по методу Кея:

$$Pпк = \mathbf{Nкомп}^T \cdot \mathbf{Pк\ комп}, \quad Tпк = \mathbf{Nкомп}^T \cdot \mathbf{Tк\ комп},$$

где $\mathbf{Pк\ комп} = (Pк\ комп1, Pк\ комп2, ..., Pк\ комп\,n)^T$,

$$\mathbf{Tк\ комп} = (Tк\ комп1, Tк\ комп2, ..., Tк\ комп\,n)^T;$$

$Pк\ комп\ j$, $Tк\ комп\ j$ — критические значения соответственно давления и температуры для j-го компонента газовой смеси.

Приведенным давлением $Pпр$ называется отношение абсолютного давления газовой смеси (газа) к ее псевдокритическому давлению:

$$Pпр(P) = \frac{P + 1.033}{Pпк}.$$

Приведенной температурой $Tпр$ называется отношение абсолютной температуры газовой смеси (газа) к ее псевдокритической температуре:

$$Tпр(T) = \frac{T}{Tпк}.$$

Аналогично можно определить приведенный объем и приведенную плотность. Псевдокритические и приведенные параметры газовых смесей используются для определения вязкости, плотности и других параметров потоков при рабочих условиях с учетом состава газа.

Вязкость — одно из основных физических свойств потоков, характеризуемое силой внутреннего трения F, возникающей между соседними движущимися слоями газового потока. Динамическая вязкость природного газа может быть рассчитана по формуле:

$$\lambda(T) = 5.075 \cdot 10^{-6} \cdot [1 + \rho н\,(1.1049 - 0.301 \cdot \rho н)] \times$$
$$\times [0.037 + Tпр(T)\,(1 - 0.1038 \cdot Tпр(T))] \cdot \left(1 + \frac{Pпр(P)^2}{30\,(1 + Tпр(T))}\right)$$

Коэффициент динамической вязкости, отнесенный к плотности вещества при тех же условиях, называется кинематической вязкостью. Кинематическая вязкость ν ($м^2/с$) определяется по формуле: $\nu = \frac{\lambda}{\rho}$.

Теплоемкость газа Cp ($\frac{Дж}{кг \cdot K}$)— это отношение количества теплоты, поглощенной газом в определенном термодинамическом процессе, к приращению температуры и к его массе. Теплоемкость реальных газов зависит от состава газа:

$$Cp = \mathbf{Nкомп}^T \cdot \mathbf{Cp\ комп},$$

$$\mathbf{Cp\ комп} = (Cp\ комп1, Cp\ комп2, ..., Cp\ комп\,n)^T,$$

$Cp\ комп\ j$ — теплоемкость j-го компонента смеси ($\frac{Дж}{кг \cdot K}$).

Газовая постоянная R ($\frac{кгс \cdot м}{кг \cdot K}$) зависит от состава газа: $R = \mathbf{Nкомп}^T \cdot \mathbf{Rкомп}$,

$$\mathbf{Rкомп} = (Rкомп1, Rкомп2, ..., Rкомп\,n)^T,$$

Rкомп j — газовая постоянная j-го компонента смеси ($\frac{кгс \cdot м}{кг \cdot K}$).

Теплота сгорания (теплотворная способность) газа Q ($кДж/м^3$)— это тепло, которое выделяется при сгорании единицы объема (или массы) газа при определенных условиях. Теплота сгорания определяется количеством тепла, которое выделяется при охлаждении продуктов сгорания до 273K и при конденсации образованной влаги. Теплоту сгорания природного газа можно вычислить по теплоте сгорания компонентов, входящих в его состав, предполагая, что природный газ подчиняется законам идеального газа: $Q = \mathbf{Nкомп}^T \cdot \mathbf{Qкомп}$,

$$\mathbf{Qкомп} = (Qкомп1, Qкомп2,..., Qкомп\,n)^T,$$

Qкомп j — теплота сгорания j-го компонента смеси ($кДж/м^3$).

Одним из основных показателей оценки качества природного газа, который транспортируется в магистральных газопроводах и подается потребителям, является *содержание в нем влаги*. Природный газ в пластовых условиях насыщен парами воды, которые при движении газа конденсируются, собираются в низких местах газопроводов, нарушая технологический режим транспортировки газа. Соединения воды с кислыми газами способствуют интенсивной коррозии оборудования. Кроме того, при определенных давлениях в присутствии влаги в газе образуются кристаллогидраты, которые закупоривают проходное сечение газопровода и арматуры, что может привести к аварийной ситуации. Наличие влаги в газе характеризуется абсолютной и относительной влажностью. *Абсолютная влажность* U ($кг/1000\,м^3$) характеризует содержание водяных паров в единице объема газа. *Относительная влажность* U0 — это отношение абсолютной влажности к максимально возможному содержанию водяных паров в единице объема газа при одних и тех же рабочих условиях (P и T). Относительная влажность измеряется в долях единицы или в процентах. Относительная влажность газа, насыщенного парами воды, равна 100%.

Коэффициент сжимаемости газа Z характеризует отклонение свойств реальных газов от законов идеального газа. Объем реальных газов изменяется не пропорционально его давлению и температуре и при одинаковых условиях сжимается больше или меньше, чем идеальный газ, на величину Z — коэффициент сжимаемости газа. Этот коэффициент можно определять экспериментально или по номограммам. Для определения коэффициента сжимаемости газа существует множество формул, которые аппроксимируют кривые, нанесенные на номограммы.

В данной работе коэффициент сжимаемости газа Z(P, T) определяется функцией:

$$Z(P,T) = 1 - ((\mathrm{In}_{P\min}^{P\max}(P) - 6)\cdot\left(\frac{0.345\,\Delta}{10^2} - \frac{0.446}{10^3}\right) + 0.015)\times$$
$$\times(1.3 - 0.0144\,(\mathrm{In}_{T\min}^{T\max}(T) - 283.2)), \qquad (1)$$

где $\mathrm{In}_{x\min}^{x\max}(x)$ — функция проецирования точки на область, которая определяется следующим образом:

$$\mathrm{In}_{x\min}^{x\max}(x) = \begin{cases} x, & x\min < x < x\max, \\ x\min, & x \le x\min, \\ x\max, & x \ge x\max. \end{cases}$$

В выражении (1) $P\min$, $P\max$ — минимально и максимально допустимые значения давления газа ($кгс/см^2$); $T\min$, $T\max$ — минимально и максимально допустимые значения температуры газа (K). Эти константы задают границы для значений давления и температуры газа. Задание этих границ необходимо для решения многих практических задач, связанных с проектированием, реконструкцией и эксплуатацией ГТС.

5. Математическая модель газа в точке

Состояние газа в точке представляет собой следующее множество переменных:

$$\mathbf{Sgas} = \{P, T, q, \mathbf{Nкомп}\},$$

где P— давление газа ($кгс/см^2$); T— температура газа (K); q— расход газа (млн. $м^3/сут$); **Nкомп** — вектор компонентного состава газа.

Математическая модель газа в точке **Model gas** представляет собой множество переменных **Sgas** и множество функций:

$$\mathbf{Fgas} = \{\rho н, \Delta, \gamma 0, Pпк, Tпк, Pпр(P), Tпр(T), \nu, \lambda, Cp, R, Q, Z(P,T)\},$$

т.е. $\mathbf{Model\,gas} = (\mathbf{Sgas}, \mathbf{Fgas})$. (2)

6. Классификация математических моделей элементов ГТС

Построение математической модели всей газотранспортной системы осуществляется на основе модели газа (2) и математических моделей ее элементов. В каждый момент времени ГТС рассматривается в стационарном режиме, в котором ее состояние описывается математической моделью установившегося потокораспределения (УПР). Для построения математических моделей газотранспортных систем в стационарном режиме предлагается объектно-ориентированный подход. Вводятся специальные классы и подклассы математических моделей элементов ГТС. Модели элементов ГТС классифицируются по некоторым признакам, а именно: по количеству соединений с другими элементами ГТС, по виду уравнений и неравенств модели этих элементов. Выбор признаков определяется способом построения математической модели ГТС. На основе введенных классов получены *базовая* и *модифицированная* математические модели УПР в ГТС. Модифицированная модель получена из базовой путем использования ряда дополнительных классов математических моделей элементов ГТС. Эта модель учитывает специфические особенности некоторых моделей элементов ГТС и поэтому является более пригодной для применения ее на практике.

Математическая модель УПР в ГТС представляет собой:

– множество переменных модели ГТС, характеризующих состояние и состав газа (давление, температура, расход газа и др.);

– множество переменных модели ГТС, характеризующих структуру и состояние самой ГТС (длина участка трубопровода, его внутренний диаметр, число оборотов привода на центробежном нагнетателе и др.);

– систему уравнений и неравенств, связывающих переменные модели ГТС между собой (первый закон Кирхгоффа: сумма входящих расходов газа равна сумме выходящих);

– множество функций (коэффициент сжимаемости газа, относительная плотность газа по воздуху и др.).

Таким образом, в данной работе для стационарного режима транспорта газа в ГТС математическая модель УПР в ГТС и любого ее элемента относится к *классу моделей* следующего вида:

$$\mathbf{Model} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}), \qquad (3)$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$ — множество переменных модели ГТС (элемента ГТС); $\mathbf{Vargas}$ — множество переменных модели ГТС (элемента ГТС), характеризующих состояние и состав газа; $\mathbf{Varel}$ — множество переменных модели ГТС (элемента ГТС), характеризующих структуру и состояние самой ГТС (элемента ГТС);

$$\mathbf{Eq} = \{ h_i(\mathbf{Var}) = 0, i = 1, ..., m; \\ g_j(\mathbf{Var}) \le 0, j = 1, ..., r \} -$$

множество уравнений и неравенств, связывающих переменные модели ГТС (элемента ГТС) между собой;

$$\mathbf{F} = \{ \boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i} : \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i},\ i = 1, ..., s \} —$$

множество функций, где $\mathbf{X_i}$, $\mathbf{Y_i}$ — некоторые заданные множества.

Каждая математическая модель УПР в ГТС (элемента ГТС) имеет свое количество уравнений (m), неравенств (r) и функций (s).

Введем классы математических моделей элементов ГТС, которые являются подклассами класса (3) и необходимы для построения базовой и модифицированной моделей УПР в ГТС.

Класс "Двухточечный элемент ГТС" ($\mathbf{K2T}$) представляет собой множество математических моделей элементов ГТС, причем каждый из элементов имеет один вход и один выход. Схема такого элемента ГТС представлена на рис. 3. Газ поступает и отбирается из двухточечного элемента ГТС в двух точках: точке н и точке к. Точка н представляет собой вход элемента, а точка к— выход. К каждой точке двухточечного элемента может подсоединяться один или более других элементов ГТС.

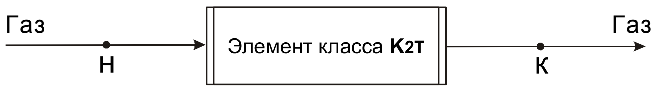

Рис.3. Двухточечный элемент ГТС

Математическая модель элемента ГТС этого класса имеет вид:

$$\mathbf{Model\,K2T} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$,

$$\mathbf{Vargas} = \left(\{ v_н \mid v \in \mathbf{Sgas} \} \cup \{ v_к \mid v \in \mathbf{Sgas} \} \right) \Bigg| \begin{pmatrix} \text{Replace} \\ q_н = q, q_к = q, \\ \mathbf{Nкомп_н} = \mathbf{Nкомп}, \mathbf{Nкомп_к} = \mathbf{Nкомп} \end{pmatrix} =$$

$$= \{ P_н, P_к, T_н, T_к, q, \mathbf{Nкомп} \}, \qquad (4)$$

$$\mathbf{Eq} = \{ h_i(\mathbf{Var}) = 0, i = 1, ..., m; \\ g_j(\mathbf{Var}) \le 0, j = 1, ..., r \},$$

$$\mathbf{F} = \{ \boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i} : \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i},\ i = 1, ..., s \}, \qquad (5)$$

при этом переменная $v_н$ характеризует состояние газа в точке н, а переменная $v_к$ — в точке к. Положительное значение расхода газа означает, что газ течет через элемент от входа к выходу, а отрицательное— от выхода ко входу.

К классу $\mathbf{K2T}$ относятся математические модели следующих элементов ГТС: УТ, УОхГ, УОчГ, ОК, РК.

Класс "Трехточечный элемент ГТС с отбором топливного газа" ($\mathbf{K3TTГ}$) представляет собой множество математических моделей элементов ГТС, причем каждый из элементов имеет два входа и один выход. Основной поток газа течет между одним из входов и выходом элемента класса $\mathbf{K3TTГ}$, а во второй вход элемента газ поступает в качестве топлива, которое сжигается во время работы элемента. Схема трехточечного элемента ГТС представлена на рис.4. Основной поток газа поступает и отбирается из трехточечного элемента ГТС в двух точках: точке н и точке к. Топливный газ поступает в точку тг. Точки н и тг представляют собой входы элемента, а точка к— выход. К каждой точке трехточечного элемента может подсоединяться один или более других элементов ГТС.

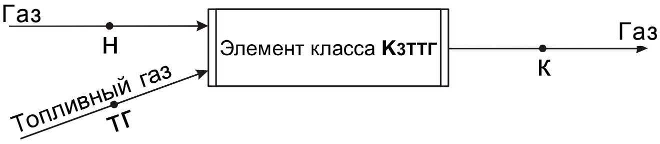

Рис.4. Трехточечный элемент ГТС с отбором топливного газа

Математическая модель трехточечного элемента ГТС с отбором топливного газа имеет вид:

$$\mathbf{Model\ K3ТТГ} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$,

$$\mathbf{Vargas} = (\{v_н \mid v \in \mathbf{Sgas}\} \cup \{v_к \mid v \in \mathbf{Sgas}\} \cup \{v_{т.г.} \mid v \in \mathbf{Sgas}\}) \Bigg| \begin{pmatrix} \text{Replace} \\ q_н = q, q_к = q, \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Nкомп_н} = \mathbf{Nкомп}, \mathbf{Nкомп_к} = \mathbf{Nкомп}) \quad =$$

$$= \{P_н, P_к, T_н, T_к, q, \mathbf{Nкомп}, P_{т.г.}, T_{т.г.}, q_{т.г.}, \mathbf{Nкомп_{т.г.}}\},$$

$$\mathbf{Eq} = \{h_i(\mathbf{Var}) = 0, i = 1, ..., m;$$
$$g_j(\mathbf{Var}) \le 0, j = 1, ..., r\},$$

$$\mathbf{F} = \{\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i} : \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i}, \ i = 1, ..., s\},$$

при этом переменная $v_н$ характеризует состояние газа в точке н, переменная $v_к$ — в точке к, а переменная $v_{тг}$— в точке тг. Положительное значение расхода газа q означает, что основной его поток течет через элемент от входа к выходу, а отрицательное— от выхода ко входу.

К классу трехточечных элементов ГТС относится математическая модель ГПА с газотурбинным приводом.

Класс "Одноточечный элемент ГТС: источник газа" (**К1Тист**) представляет собой множество математических моделей элементов ГТС, причем каждый элемент является моделью некоторой физической системы, из которой поступает газ. В качестве источника газа может выступать: месторождение газа, ПХГ или другая ГТС. Схема одноточечного элемента ГТС: источник газа представлена на рис.5. К точке элемента класса **К1Тист** может подсоединяться только один элемент ГТС.

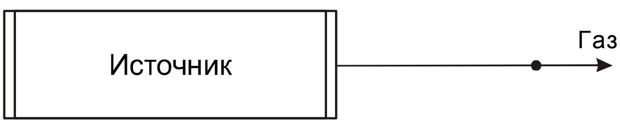

Рис.5. Одноточечный элемент ГТС: источник газа

Математическая модель элемента ГТС этого класса имеет вид:

$$\mathbf{Model\ K1Тист} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$, $\mathbf{Vargas} = \mathbf{Sgas}$,

$$\mathbf{Eq} = \{h_i(\mathbf{Var}) = 0, i = 1, ..., m;$$
$$g_j(\mathbf{Var}) \le 0, j = 1, ..., r\},$$

$$\mathbf{F} = \{\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i} : \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i}, \ i = 1, ..., s\},$$

при этом переменная v характеризует состояние газа в точке элемента.

В большинстве случаев точная математическая модель системы "источник газа" не строится, так как на состояние источника влияет множество факторов, не связанных с газом напрямую. Следовательно, модель системы "источник газа" может быть довольно сложная. Поэтому будем использовать более узкую математическую модель источника газа. Для этого введем *подкласс* **К1Тист1** *класса* **К1Тист** ($\mathbf{K1Тист1} \subset \mathbf{K1Тист}$). Математическая модель элемента ГТС класса **К1Тист1** имеет вид:

$$\mathbf{Model\ K1Тист1} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$, $\mathbf{Vargas} = \mathbf{Sgas}$, $\mathbf{Var_{el}} = \varnothing$,

$$\mathbf{Eq} = \{q \ge 0\}, \ \mathbf{F} = \{\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i} : \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i}, \ i = 1, ..., s\}.$$

Класс "Одноточечный элемент ГТС: потребитель" (**К1Тпот**) представляет собой множество математических моделей элементов ГТС, причем каждый элемент является моделью некоторой физической системы, в которую поступает газ. В качестве потребителя газа может выступать: ГРС со своей нагрузкой, ПХГ или другая ГТС. Схема одноточечного элемента ГТС: потребитель представлена на рис.6. К точке элемента класса **К1Тпот** может подсоединяться только один элемент ГТС.

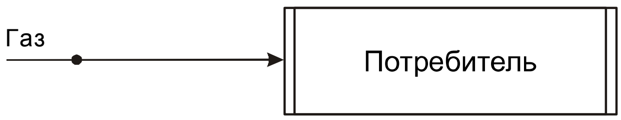

Рис. 6. Одноточечный элемент ГТС: потребитель

Математическая модель элемента ГТС этого класса имеет вид:

$$\mathbf{Model\ K1Тпот} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

здесь $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$, $\mathbf{Vargas} = \mathbf{Sgas}$,

$$\mathbf{Eq} = \{h_i(\mathbf{Var}) = 0, i = 1, ..., m;$$
$$g_j(\mathbf{Var}) \le 0, j = 1, ..., r\},$$

$$\mathbf{F} = \{\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i} : \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i}, \ i = 1, ..., s\},$$

при этом переменная v характеризует состояние газа в точке элемента.

В большинстве случаев точная математическая модель системы "потребитель газа" не строится, так как на состояние потребителя влияет множество факторов, не связанных с газом напрямую. Следовательно, модель системы "потребитель газа" может быть довольно сложная. Поэтому будем использовать более узкую математическую модель потребителя газа. Для этого введем *подкласс* **К1Тпот1** *класса* **К1Тпот** ($\mathbf{K1Тпот1} \subset \mathbf{K1Тпот}$). Математическая модель элемента ГТС класса **К1Тпот1** имеет вид:

$$\mathbf{Model\ K1Тпот1} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$, $\mathbf{Vargas} = \mathbf{Sgas}$, $\mathbf{Var_{el}} = \varnothing$,

$$\mathbf{Eq} = \{q \ge 0\}, \ \mathbf{F} = \{\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i} : \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i}, \ i = 1, ..., s\}.$$

Класс “Двухточечный элемент ГТС с выраженным давлением газа через другие переменные модели” ($\mathbf{K2TP}$) представляет собой множество математических моделей двухточечных элементов ГТС, причем $\mathbf{K2TP} \subset \mathbf{K2T}$. Математическая модель элемента ГТС этого класса имеет вид:

$$\mathbf{Model\,K2TP} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$, причем множество $\mathbf{Vargas}$ определяется в соответствии с выражением (4), $\mathbf{Eq} = \mathbf{H} \cup \mathbf{G}$,

$$\mathbf{H} = \{h_p(P_н, P_к, T_н, T_к, q, \mathbf{Nкомп}, \mathbf{Varel}) = 0,$$

$$h_i(\mathbf{Var}) = 0, \quad i = 2, ..., m\},$$

$$\mathbf{G} = \{g_j(\mathbf{Var}) \le 0, \quad j = 1, ..., r\},$$

т.е. в множество уравнений $\mathbf{H}$ обязательно входит уравнение, связывающее давление газа на входе элемента ($P_н$) и давление на его выходе ($P_к$). Это уравнение задает неявные функции $\widetilde{P}_к(P_н)$ и $\widetilde{P}_н(P_к)$, т.е. его можно разрешить относительно переменных $P_к$ и $P_н$. Этим класс $\mathbf{K2TP}$ отличается от класса $\mathbf{K2T}$;

$$\mathbf{F} = \{\widetilde{P}_к(P_н), \widetilde{P}_н(P_к), \quad \boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i}: \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i}, \quad i = 1, ..., s\},$$

здесь $\widetilde{P}_к(P_н)$ — функция, выражающая переменную $P_к$ через переменную $P_н$ и другие переменные модели; $\widetilde{P}_н(P_к)$ — функция, выражающая переменную $P_н$ через переменную $P_к$ и другие переменные модели.

К классу $\mathbf{K2TP}$ относится математическая модель УТ, ГПА без газотурбинного привода.

Класс “Пассивный двухточечный элемент ГТС с выраженной температурой газа через другие переменные модели” ($\mathbf{K2TTpas}$) представляет собой множество математических моделей элементов ГТС, причем $\mathbf{K2TTpas} \subset \mathbf{K2T}$. Математическая модель элемента ГТС этого класса имеет вид:

$$\mathbf{Model\,K2TTpas} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F}),$$

где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$. При этом множество $\mathbf{Vargas}$ определяется в соответствии с выражением (4),

$$\mathbf{Eq} = \mathbf{H} \cup \mathbf{G}, \quad \mathbf{H} = \{h_t(T_н, T_к, q, \mathbf{Nкомп}, \mathbf{Varel}) = 0,$$

$$h_i(\mathbf{Var}) = 0, \quad i = 2, ..., m\},$$

$$\mathbf{G} = \{Рнач \ge Ркон, \tag{6}$$

$$g_j(\mathbf{Var}) \le 0, \; j = 1, ..., r\},$$

$$Рнач = \begin{cases} P_н, & q \ge 0, \\ P_к, & q < 0, \end{cases} \quad Ркон = \begin{cases} P_к, & q \ge 0, \\ P_н, & q < 0, \end{cases}$$

т.е. в множество уравнений $\mathbf{H}$ обязательно входит уравнение, связывающее температуру газа на входе элемента ($T_н$) и температуру на его выходе ($T_к$). Это уравнение задает неявные функции $\widetilde{T}_к(T_н)$ и $\widetilde{T}_н(T_к)$, которые не зависят от давлений $P_н$, $P_к$. Этим класс $\mathbf{K2TTpas}$ отличается от класса $\mathbf{K2T}$, а также условием (6), которое означает, что газ течет в направлении уменьшения давления, т.е. при положительном значении расхода (при $q \ge 0$) он течет от входа к выходу элемента, а при отрицательном (при $q < 0$) — от выхода ко входу;

$$\mathbf{F} = \{\widetilde{T}_к(T_н), \widetilde{T}_н(T_к), \quad \boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i}: \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i}, \quad i = 1, ..., s\},$$

где $\widetilde{T}_к(T_н)$ — функция, выражающая переменную $T_к$ через переменную $T_н$ и другие переменные модели; $\widetilde{T}_н(T_к)$ — функция, выражающая переменную $T_н$ через переменную $T_к$ и другие переменные модели. Поскольку при положительном значении расхода газ течет от входа к выходу элемента, то для вычисления его температуры на выходе элемента используется функция $\widetilde{T}_к(T_н)$, а при отрицательном значении расхода он течет от выхода ко входу, поэтому для вычислении температуры газа на входе элемента используется функция $\widetilde{T}_н(T_к)$.

К классу $\mathbf{K2TTpas}$ относится математическая модель УТ.

Класс “Активный двухточечный элемент ГТС с постоянной температурой газа” ($\mathbf{K2TTconst}$) представляет собой множество математических моделей элементов ГТС, причем $\mathbf{K2TTconst} \subset \mathbf{K2T}$. Математическая модель элемента ГТС этого класса имеет вид: $\mathbf{Model\,K2TTconst} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F})$, где $\mathbf{Var} = \mathbf{Vargas} \cup \mathbf{Varel}$, причем множество $\mathbf{Vargas}$ определяется в соответствии с выражением (4),

$$\mathbf{Eq} = \mathbf{H} \cup \mathbf{G}, \quad \mathbf{H} = \{h_t(T_н, T_к, q, \mathbf{Varel}) = 0,$$

$$h_i(\mathbf{Var}) = 0, \quad i = 2, ..., m\},$$

$$\mathbf{G} = \{g_j(\mathbf{Var}) \le 0, \quad j = 1, ..., r\},$$

т.е. в множество уравнений $\mathbf{H}$ обязательно входит уравнение, которое задает неявные функции $\widetilde{T}_к(q, \mathbf{Varel})$ и $\widetilde{T}_н(q, \mathbf{Varel})$, не зависящие от давлений $P_н$, $P_к$, состава газа и температуры $T_н$ ($T_к$). Этим класс $\mathbf{K2TTconst}$ отличается от класса $\mathbf{K2T}$;

$$\mathbf{F} = \{\widetilde{T}_к(q, \mathbf{Varel}), \widetilde{T}_н(q, \mathbf{Varel}),$$

$$\boldsymbol{\varphi}_\mathbf{i}: \mathbf{X_i} \to \mathbf{Y_i}, \quad i = 1, ..., s\}.$$

При положительном значении расхода газ течет от входа к выходу элемента, и для вычисления его температуры на выходе элемента используется функция $\widetilde{T}_к(q, \mathbf{Varel})$, а при отрицательном значении расхода газ течет от выхода ко входу, поэтому для вычисления его температуры на входе элемента используется функция $\widetilde{T}_н(q, \mathbf{Varel})$.

К классу $\mathbf{K2TTconst}$ относится математическая модель ГПА без газотурбинного привода.

Схема взаимосвязей классов математических моделей элементов ГТС представлена на рис.7.

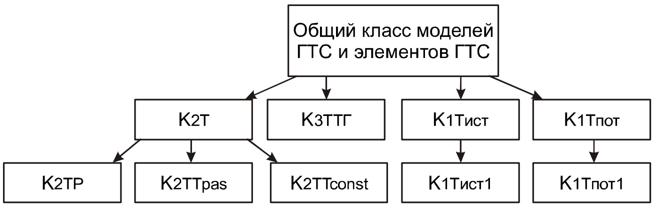

Рис.7. Наследование

7. Основные определения и множества

Математическая модель УПР в ГТС строится по ориентированному графу сети. Элементы системы моделируются дугами графа, точки соединения этих элементов— узлами. Узлы и дуги графа пронумерованы. Направление дуг показывает условное направление потока газа. Если расход газа в дуге имеет отрицательное значение, то это означает, что газ течет в направлении, противоположном направлению этой дуги. Если дуга входит в узел, то давление в конце этой дуги считается равным давлению в этом узле, если дуга выходит из узла, то давление в начале этой дуги считается равным давлению в этом узле. Поэтому имеет смысл говорить о давлениях газа в узлах. Для описания источников и потребителей ГТС (одноточечных элементов) вводится так называемый *фиктивный нулевой узел* и *фиктивные дуги*, обозначающие источники и потребителей. Дуги, обозначающие источники, выходят из фиктивного узла и входят в другой узел сети. Дуги, обозначающие потребителей, выходят из узла сети и входят в фиктивный узел. В узел сети может входить не более одного источника или выходить не более одного потребителя. *Входной узел*— узел, в который входит дуга, обозначающая источник; *выходной узел*— узел, из которого выходит дуга, обозначающая потребителя; *внутренний узел*— узел, который не является ни входным, ни выходным.

Пусть ГТС состоит из элементов, модели которых относятся к классам $\mathbf{К2Т}$, $\mathbf{К3ТТГ}$, $\mathbf{К1Тист1}$, $\mathbf{К1Тпот1}$. Пусть $\mathbf{E}$ — множество всех дуг графа сети; $\mathbf{V}$ — множество узлов графа сети (кроме фиктивного нулевого узла). Здесь и далее под множеством дуг (узлов) графа сети подразумевается множество номеров дуг (узлов) графа сети. Пусть $\mathbf{М1Тист1}$ — множество дуг графа сети, соответствующих элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{К1Тист1}$; $\mathbf{М1Тпот1}$ — множество дуг графа сети, соответствующих элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{К1Тпот1}$; $\mathbf{М2Т}$ — множество дуг графа сети, соответствующих элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{К2Т}$. При формировании математической модели УПР в ГТС трехточечный элемент с отбором топливного газа моделируется двумя дугами: дуга, соответствующая основному потоку газа, и дуга, соответствующая топливному газу. Дуга, моделирующая отбор топливного газа, выходит из узла, из которого отбирается газ для топлива, и входит в фиктивный нулевой узел. Когда идет речь об i-м элементе ГТС, имеется в виду элемент, соответствующий i-й дуге (в случае трехточечного элемента — i-я дуга соответствует основному потоку газа от точки н к точке к). Пусть $\mathbf{М3ТТГ1}$ — множество дуг графа сети, соответствующих основному потоку газа, который течет через элементы ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{К3ТТГ}$; $\mathbf{М3ТТГ2}$ — множество дуг графа сети, моделирующих отбор топливного газа для элементов, модели которых принадлежат классу $\mathbf{К3ТТГ}$. Введем в рассмотрение функцию тг, отображающую множество $\mathbf{М3ТТГ1}$ в множество $\mathbf{М3ТТГ2}$:

$$\text{тг}:\ \mathbf{М3ТТГ1} \to \mathbf{М3ТТГ2},$$

где $\text{тг}(i)$ — дуга, моделирующая отбор топливного газа для i-го элемента ГТС; и введем функции

$$\text{к}:\ \mathbf{E} \to \mathbf{V},\quad \text{н}:\ \mathbf{E} \to \mathbf{V},$$

здесь $\text{к}(i)$ — номер узла, в который входит дуга i; $\text{н}(i)$ — номер узла, из которого выходит дуга i. Пусть $\mathbf{G}_\mathbf{j}^+$ — множество дуг, входящих в узел j; $\mathbf{G}_\mathbf{j}^-$ — множество дуг, выходящих из узла j.

Таким образом, каждой дуге $i \in \mathbf{E} \setminus \mathbf{М3ТТГ2}$ соответствует элемент ГТС, описываемый моделью $\mathbf{Model_i}$.

Пример графа сети представлен на рис.8.

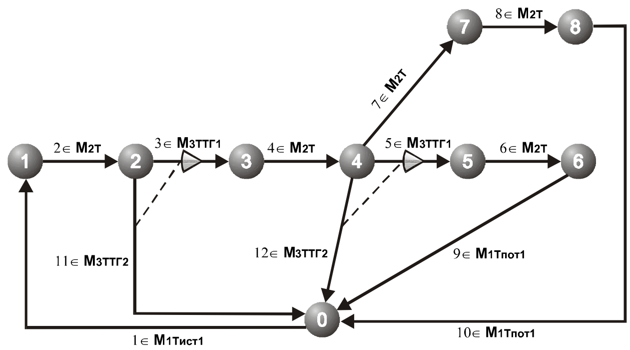

Рис.8. Граф сети

Пусть в этом примере дуги 2, 4, 6, 7, 8 соответствуют элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{К2Т}$; дуги 3, 5— элементам, модели которых принадлежат классу $\mathbf{К3ТТГ}$; дуга 1 моделирует источник газа, а дуги 9, 10— потребителей. Дуга с номером 11 моделирует отбор топливного газа для дуги с номером 3, а дуга с номером 12 − отбор топливного газа для дуги с номером 5. На рис.8 это показано пунктирной линией. На этом рисунке также показано, какая дуга какому множеству принадлежит.

В этом примере $\mathbf{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $\mathbf{V} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $\mathbf{М2Т} = \{2, 4, 6, 7, 8\}$,

$$\mathbf{М3ТТГ1} = \{3, 5\},\ \mathbf{М3ТТГ2} = \{11, 12\},$$

$$\mathbf{М1Тист1} = \{1\},\ \mathbf{М1Тпот1} = \{9, 10\};$$

$$\text{тг}:\ \mathbf{М3ТТГ1} \to \mathbf{М3ТТГ2},$$

$$\text{т г}(3)=11\,,\ \ \text{т г}(5)=12\,;$$

$$\text{н}(1)=0\,,\ \text{н}(2)=1\,,\ \text{н}(3)=2\,,\ \text{н}(4)=3\,,\ \text{н}(5)=4\,,\ \text{н}(6)=5\,,\ \text{н}(7)=4\,,$$

$$\text{н}(8)=7\,,\ \text{н}(9)=6\,,\ \text{н}(10)=8\,,\ \text{н}(11)=2\,,\ \text{н}(12)=2\,;$$

$$\text{к}(1)=1\,,\ \text{к}(2)=2\,,\ \text{к}(3)=3\,,\ \text{к}(4)=4\,,\ \text{к}(5)=5\,,\ \text{к}(6)=6\,,\ \text{к}(7)=7\,,$$

$$\text{к}(8)=8\,,\ \text{к}(9)=0\,,\ \text{к}(10)=0\,,\ \text{к}(11)=0\,,\ \text{к}(12)=0\,;$$

где 0— фиктивный нулевой узел.

$$\mathbf{G_1^+}=\{1\}\,,\ \mathbf{G_1^-}=\{2\}\,,\ \mathbf{G_2^+}=\{2\}\,,\ \mathbf{G_2^-}=\{3,11\}\,,\ \mathbf{G_3^+}=\{3\}\,,\ \mathbf{G_3^-}=\{4\}\,,$$

$$\mathbf{G_4^+}=\{4\}\,,\ \mathbf{G_4^-}=\{5,7,12\}\,,\ \mathbf{G_5^+}=\{5\}\,,\ \mathbf{G_5^-}=\{6\}\,,\ \mathbf{G_6^+}=\{6\}\,,\ \mathbf{G_6^-}=\{9\}\,,$$

$$\mathbf{G_7^+}=\{7\}\,,\ \mathbf{G_7^-}=\{8\}\,,\ \mathbf{G_8^+}=\{8\}\,,\ \mathbf{G_8^-}=\{10\}\,.$$

8. Базовая математическая модель УПР в ГТС

Как было введено ранее, математическая модель УПР в ГТС и любого ее элемента относится к классу вида (3): $\mathbf{Model}=(\mathbf{Var}\,,\mathbf{Eq}\,,\mathbf{F})$.

Приведем базовую математическую модель УПР в ГТС. Для этого вначале введем следующие операции подстановки:

$$\text{R3T}(i,\mathbf{X})=\mathbf{X}\left|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ s\in\mathbf{Vargas_i}\cup\mathbf{Varel_i}\\ s_i\end{array}\right|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ P_{\text{н}i}=P_{\text{н}(i)}\,,P_{\text{к}i}=P_{\text{к}(i)}\,,\end{array}$$

$$P_{\text{т.г.}i}=P_{\text{н}(\text{тг}(i))}\,,T_{\text{т.г.}i}=T_{\text{н тг}(i)}\,,q_{\text{т.г.}i}=q_{\text{тг}(i)}\,,\mathbf{N}\text{комп}_{\mathbf{т.г.i}}=\mathbf{N}\text{комп}_{\mathbf{тг(i)}}.$$

Здесь P_j — давление газа в узле j; q_i — расход газа в i-й дуге; $\mathbf{N}\textbf{комп}_\mathbf{i}$ — вектор компонентного состава газа в i-й дуге; $\mathbf{Vargas_i}$ — множество переменных модели i-го элемента ГТС, характеризующих состояние и состав газа (например, для пятого участка трубопровода

$$\mathbf{Vargas_5}=\{P_{\text{н}5}\,,T_{\text{н}5}\,,P_{\text{к}5}\,,T_{\text{к}5}\,,q_5\,,\mathbf{N}\textbf{комп}_\mathbf{5}\});$$

$\mathbf{Varel_i}$ — множество переменных модели i-го элемента ГТС, характеризующих структуру и состояние этого элемента;

$$\text{R1Тист1}(i,\mathbf{X})=\mathbf{X}\left|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ s\in\mathbf{Vargas_i}\\ s_i\end{array}\right|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ P_i=P_{\text{к}(i)}\,,T_i=T_{\text{к}i}\,,\end{array}$$

$$\text{R1Тпот1}(i,\mathbf{X})=\mathbf{X}\left|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ s\in\mathbf{Vargas_i}\\ s_i\end{array}\right|\begin{array}{l}\text{Replace}\\ P_i=P_{\text{н}(i)}\,,T_i=T_{\text{н}i}\,.\end{array}$$

Множество переменных базовой математической модели УПР в ГТС:

$$\mathbf{Var}=\bigcup_{i\in\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}}(\text{R3T}(i,\mathbf{Vargas_i}\cup\mathbf{Varel_i})\cup$$

$$\cup\bigcup_{i\in\mathbf{M1Тпот1}}\text{R1Тпот1}(i,\mathbf{Vargas_i})\cup\bigcup_{i\in\mathbf{M1Тист1}}\text{R1Тист1}(i,\mathbf{Vargas_i}).$$

Множество уравнений и неравенств базовой модели УПР в ГТС:

$$\mathbf{Eq}=\{\ \text{R3T}(i,\mathbf{Eq_i})\,,\ i\in\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}\,;$$

$$\sum_{i\in\mathbf{G_j^+}}q_i-\sum_{i\in\mathbf{G_j^-}}q_i=0\,,\ \ j\in\mathbf{V}\,,\tag{7}$$

$$\text{Tнач}(s,q_s)\cdot\Big(\sum_{i\in\mathbf{G^+_{нач(s,q_s)}}\cap(\mathbf{M1Тист1}\cup\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}),\,q_i>0,\,\mathbf{нач(s,q_s)}\neq0}q_i-$$

$$-\sum_{i\in\mathbf{G^-_{нач(s,q_s)}}\cap(\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}),\,q_i<0,\,\mathbf{нач(s,q_s)}\neq0}q_i\Big)=$$

$$=\sum_{i\in\mathbf{G^+_{нач(s,q_s)}}\cap(\mathbf{M1Тист1}\cup\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}),\,q_i>0,\,\mathbf{нач(s,q_s)}\neq0}T_{\text{к}i}\,q_i-$$

$$-\sum_{i\in\mathbf{G^-_{нач(s,q_s)}}\cap(\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}),\,q_i<0,\,\mathbf{нач(s,q_s)}\neq0}T_{\text{н}i}\,q_i\,,$$

$$s\in\mathbf{E}\setminus\mathbf{M3ТТГ2}\,;\tag{8}$$

$$\mathbf{N}\textbf{комп}_\mathbf{s}\cdot\Big(\sum_{i\in\mathbf{G^+_{нач(s,q_s)}}\cap(\mathbf{M1Тист1}\cup\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}),\,q_i>0,\,\mathbf{нач(s,q_s)}\neq0}q_i-$$

$$-\sum_{i\in\mathbf{G^-_{нач(s,q_s)}}\cap(\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}),\,q_i<0,\,\mathbf{нач(s,q_s)}\neq0}q_i\Big)=$$

$$=\sum_{i\in\mathbf{G^+_{нач(s,q_s)}}\cap(\mathbf{M1Тист1}\cup\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}),\,q_i>0,\,\mathbf{нач(s,q_s)}\neq0}\mathbf{N}\textbf{комп}_\mathbf{i}\,q_i-$$

$$-\sum_{i\in\mathbf{G^-_{нач(s,q_s)}}\cap(\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}),\,q_i<0,\,\mathbf{нач(s,q_s)}\neq0}\mathbf{N}\textbf{комп}_\mathbf{i}\,q_i\,,$$

$$s\in\mathbf{E}\setminus(\mathbf{M3ТТГ2}\cup\mathbf{M1Тист1})\,\},\tag{9}$$

где $\mathbf{Eq_i}$ — множество уравнений и неравенств, связывающих переменные модели i-го элемента ГТС; $\text{нач}(i,q)=\begin{cases}\text{н}(i), & q\geq0,\\ \text{к}(i), & q<0,\end{cases}$

$$\text{Tнач}(i,q)=\begin{cases}T_{\text{н}i}\,, & (q\geq0)\wedge((i\in\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1})\vee(i\in\mathbf{M1Тпот1})),\\ T_{\text{к}i}\,, & (q<0)\wedge((i\in\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1})\vee(i\in\mathbf{M1Тист1})),\\ T_{\text{н}i}\,, & (q<0)\wedge(i\in\mathbf{M1Тпот1}),\\ T_{\text{к}i}\,, & (q\geq0)\wedge(i\in\mathbf{M1Тист1}).\end{cases}$$

Формула (7) представляет собой первый закон Кирхгоффа, выражения (8) — формулу смешивания температур потоков газа, входящих в узел; выражения (9) — формулу смешивания компонентных составов потоков газа, входящих в узел.

Множество функций базовой модели УПР в ГТС:

$$\mathbf{F}=\{\text{т г}(i),\text{н}(i),\text{к}(i),\text{нач}(i,q),\text{Tнач}(i,q)\}\cup\bigcup_{k\in\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3ТТГ1}}\text{R3T}(k,\mathbf{F_k}),$$

здесь $\mathbf{F_k}$ — множество функций k-го элемента ГТС.

9. Модифицированная математическая модель УПР в ГТС

Полученная базовая математическая модель УПР в ГТС имеет ряд серьезных недостатков:

– структура уравнений (8) зависит от знака расхода;

– даже при относительно небольшом числе дуг и узлов графа сети количество переменных и уравнений базовой модели будет слишком большим.

Однако количество переменных и уравнений базовой модели можно сократить. Полученную модель назовем *модифицированной математической моделью УПР в ГТС*. Модифицированная математическая модель УПР в ГТС требует выбора дерева и леса графа сети. *Деревом* называется связный граф без циклов. *Деревом графа сети* называется связный подграф, содержащий все узлы графа сети (включая фиктивный нулевой узел) и не имеющий ни одного цикла; причем дуги, входящие в это дерево, называются *ветвями* дерева графа сети, остальные— *хордами*. *Лесом* называется граф без циклов. *Лесом графа сети* в данной работе называется подграф, содержащий все узлы графа сети (кроме фиктивного нулевого узла) и не имеющий ни одного цикла; дуги, входящие в этот лес, называются *ветвями* леса графа сети, остальные— *хордами;* причем ветви леса должны соответствовать элементам из класса $\mathbf{K2TP}$. Понятно, что лес графа сети состоит из деревьев. В каждом дереве леса выбирается *точка затравки для расчета давлений*— узел, в котором давление является переменной модели, а давления в остальных узлах этого дерева— выражениями от этого давления и других переменных модели. Выбор леса графа сети необходим для расчета давлений в узлах. С точки зрения модели выбор дерева и леса графа сети является произвольным. Конкретные алгоритмы построения оптимальных дерева и леса графа сети зависят от решаемой задачи.

Пусть $\mathbf{M2TP}$ — множество дуг графа сети, соответствующих элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{K2TP}$; $\mathbf{M2TTpas}$ — множество дуг графа сети, соответствующих элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{K2TTpas}$; $\mathbf{M2TTconst}$ — множество дуг графа сети, соответствующих элементам ГТС, модели которых принадлежат классу $\mathbf{K2TTconst}$; $\mathbf{E\,tree1}$ — множество дуг графа сети, которые являются ветвями дерева; $\mathbf{E\,tree2}$ — множество дуг графа сети, которые являются хордами дерева; $\mathbf{E\,for1}$ — множество дуг графа сети, которые являются ветвями леса; $\mathbf{E\,for2}$ — множество дуг графа сети, которые являются хордами леса; $\mathbf{V1}$ — множество узлов графа сети, которые являются точками затравки для расчета давлений.

Если газ выходит из узла по нескольким дугам, то его температуры являются равными. Поэтому имеет смысл говорить о температурах газа, выходящего из узлов. За счет этого количество переменных и уравнений базовой математической модели можно сократить. Пусть T_j, $j \in \mathbf{V}$ — температура газа, выходящего из узла j. Эти температуры являются выражениями, алгоритм расчета которых приведен ниже (п.10).

Если газ выходит из узла по нескольким дугам, то его компонентные составы являются равными. Поэтому имеет смысл говорить о компонентных составах газа, выходящего из узлов. За счет этого количество переменных и уравнений базовой математической модели можно сократить. Пусть $\mathbf{Nкомп\,y_j}$, $j \in \mathbf{V}$ — вектор компонентного состава газа, выходящего из узла j. Эти компонентные составы являются выражениями, алгоритм расчета которых приведен ниже (п.11).

Как было введено ранее, математическая модель УПР в ГТС и любого ее элемента относится к классу вида (3): $\mathbf{Model} = (\mathbf{Var}, \mathbf{Eq}, \mathbf{F})$.

Приведем модифицированную математическую модель УПР в ГТС. Для этого вначале введем следующие операции подстановки:

$$\mathrm{R3T}(i, \mathbf{X}) = \mathbf{X} \left| \begin{array}{l} \text{Replace} \\ s \in \mathbf{Vargas_i} \cup \mathbf{Varel_i} \\ s_i \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \text{Replace} \\ P_{нi} = P_{н(i)},\ P_{кi} = P_{к(i)},\ \mathbf{Nкомп_i} = \widetilde{\mathbf{N}}\mathbf{комп}(i, q_i), \end{array} \right.$$

$$P_{т.г.i} = P_{н(тг(i))}, T_{т.г.i} = T_{н\,тг(i)}, q_{т.г.i} = q_{тг(i)},$$

$$\mathbf{Nкомп_{т.г.i}} = \widetilde{\mathbf{N}}\mathbf{комп}(тг(i), q_{тг(i)}),$$

где $\mathbf{Vargas_i}$ — множество переменных модели i-го элемента ГТС, характеризующих состояние и состав газа; $\mathbf{Varel_i}$ — множество переменных модели i-го элемента ГТС, характеризующих структуру и состояние этого элемента; P_j, $j \in \mathbf{V}$ — давление газа в узле j (давления P_j, где $j \in \mathbf{V1}$, являются переменными модели, а остальные— выражениями); q_i — расход газа в i-й дуге;

$$\widetilde{\mathbf{N}}\mathbf{комп}(i, q) = \begin{cases} \mathbf{Nкомп\,y_{н(i)}}, & q \ge 0, \\ \mathbf{Nкомп\,y_{к(i)}}, & q < 0, \end{cases}$$

$\mathbf{Nкомп\,y_j}$ — вектор компонентного состава газа, выходящего из узла j;

$$\mathrm{R2TT}(i, \mathbf{X}) = \mathbf{X} \left| \begin{array}{l} \text{Replace} \\ s \in \mathbf{Vargas_i} \cup \mathbf{Varel_i} \\ s_i \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \text{Replace} \\ P_{нi} = P_{н(i)},\ P_{кi} = P_{к(i)}, \end{array} \right.$$

$$\mathbf{Nкомп_i} = \widetilde{\mathbf{N}}\mathbf{комп}(i, q_i), T_{нi} = Tн(i, q_i), T_{кi} = Tк(i, q_i),$$

$$Tн(i, q) = \begin{cases} T_{н(i)}, & q \ge 0, \\ \widetilde{T}_{нi}(T_{к(i)}), & q < 0, \end{cases}$$

$$\text{Тк}(i,q)=\begin{cases}\widetilde{T}_{\text{к}i}(T_{\text{н}(i)}), & q\ge 0,\\ T_{\text{к}(i)}, & q<0,\end{cases}$$

$\widetilde{T}_{\text{к}i}(T_{\text{н}(i)})$ — функция, выражающая температуру газа на выходе i-го элемента ГТС через температуру на его входе; $\widetilde{T}_{\text{н}i}(T_{\text{к}(i)})$ — функция, выражающая температуру газа на входе i-го элемента ГТС через температуру на его выходе (см. определения классов $\mathbf{K2TTpas}$, $\mathbf{K2TTconst}$).

Множество переменных модифицированной математической модели УПР в ГТС, характеризующих состояние и состав газа:

$$\mathbf{Vargas}=\{q_i,\ i\in\mathbf{E\,tree2};\quad P_j,\ j\in\mathbf{V1};\quad T_{\text{к}i},\ \mathbf{N\text{комп}}_i,\ i\in\mathbf{M1\text{Тист}1};\quad T_{\text{н}i},\ T_{\text{к}i},\quad i\in\mathbf{M2T}\setminus(\mathbf{M2TTpas}\cup\mathbf{M2TTconst})\cup\mathbf{M3\text{ТТГ}1}\}.$$

Множество переменных модифицированной математической модели УПР в ГТС, характеризующих структуру и состояние ГТС:

$$\mathbf{Varel}=\{\text{Тгр},\ \text{qфикт},\ \mathbf{N\text{фикт}}\}\cup\bigcup_{i\in\mathbf{M2T}\cup\mathbf{M3\text{ТТГ}1}}\mathbf{Varel}_i\Bigg|_{\substack{\text{Replace}\\ s\in\mathbf{Varel}_i\\ s_i}},$$

где Тгр — средняя на некотором интервале времени (неделя, месяц, сезон) температура грунта на глубине заложения газопровода; qфикт представляет собой некоторое малое значение расхода газа и введено для того, чтобы избежать неопределенности типа $\frac{0}{0}$ в выражениях (11), (12) при нулевом значении входящих расходов (например, $\text{qфикт}=10^{-40}$ млн. $\text{м}^3/\text{сут}$); $\mathbf{N\text{фикт}}$ — фиктивный вектор компонентного состава газа, каждая компонента которого представляет собой некоторое среднее значение молярной концентрации соответствующего компонента газовой смеси в долях единицы.

Алгоритм формирования множества уравнений и неравенств $\mathbf{Eq}$ модифицированной математической модели УПР в ГТС состоит в следующем. Включить в множество $\mathbf{Eq}$:

1) уравнения и неравенства моделей всех трехточечных элементов;

2) уравнения и неравенства моделей элементов, соответствующих ветвям леса и относящихся к классу $\mathbf{K2TTpas}$ или $\mathbf{K2TTconst}$, кроме уравнений, связывающих давления газа на входе и выходе, и уравнений, связывающих температуру газа на входе и выходе этих элементов;

3) уравнения и неравенства моделей элементов, соответствующих ветвям леса и не относящихся ни к классу $\mathbf{K2TTpas}$, ни к классу $\mathbf{K2TTconst}$, кроме уравнений, связывающих давления газа на входе и выходе этих элементов;

4) уравнения и неравенства моделей элементов, соответствующих хордам леса и относящихся к классу $\mathbf{K2TTpas}$ или $\mathbf{K2TTconst}$, кроме уравнений, связывающих температуру газа на входе и выходе этих элементов;

5) уравнения и неравенства моделей элементов, соответствующих хордам леса и относящихся к классу $\mathbf{K2T}$, но не относящихся ни к классу $\mathbf{K2TTpas}$, ни к классу $\mathbf{K2TTconst}$.

Таким образом, множество уравнений и неравенств модифицированной математической модели УПР в ГТС:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{Eq}=\{\\
&\text{R3T}(i,\mathbf{Eq_i}),\ i\in\mathbf{M3\text{ТТГ}1},\\
&\text{R2TT}(i,\mathbf{Eq_i}\setminus\{h_p(P_\text{н},P_\text{к},T_\text{н},T_\text{к},q,\mathbf{N\text{комп}},\mathbf{Varel})=0,\\
&h_t(T_\text{н},T_\text{к},q,\mathbf{N\text{комп}},\mathbf{Varel})=0\}),\\
&i\in\mathbf{E\,for1}\cap(\mathbf{M2TTpas}\cup\mathbf{M2TTconst}),\\
&\text{R3T}(i,\mathbf{Eq_i}\setminus\{h_p(P_\text{н},P_\text{к},T_\text{н},T_\text{к},q,\mathbf{N\text{комп}},\mathbf{Varel})=0\})\\
&(i\in\mathbf{E\,for1})\wedge(i\notin\mathbf{M2TTpas}\cup\mathbf{M2TTconst}),\\
&\text{R2TT}(i,\mathbf{Eq_i}\setminus\{h_t(T_\text{н},T_\text{к},q,\mathbf{N\text{комп}},\mathbf{Varel})=0\}),\\
&i\in\mathbf{E\,for2}\cap(\mathbf{M2TTpas}\cup\mathbf{M2TTconst}),\\
&\text{R3T}(i,\mathbf{Eq_i}),\\
&(i\in\mathbf{M2T}\cap\mathbf{E\,for2})\wedge(i\notin\mathbf{M2TTpas}\cup\mathbf{M2TTconst})\\
&\},
\end{aligned}$$

где $\mathbf{Eq_i}$ — множество уравнений и неравенств, связывающих переменные модели i-го элемента ГТС; $h_p(P_\text{н},P_\text{к},T_\text{н},T_\text{к},q,\mathbf{N\text{комп}},\mathbf{Varel})$ — уравнение, связывающее давление газа на входе и выходе элемента; $h_t(T_\text{н},T_\text{к},q,\mathbf{N\text{комп}},\mathbf{Varel})$ — уравнение, связывающее температуру газа на входе и выходе элемента (см. определения соответствующих классов $\mathbf{K2TP}$, $\mathbf{K2TTpas}$, $\mathbf{K2TTconst}$).

Расходы в ветвях дерева графа сети, температуры и компонентный состав газа в узлах являются выражениями модифицированной модели. Расходы в ветвях дерева выражаются через расходы в хордах, которые являются переменными модели:

$$q_i=\sum_{r\in\mathbf{Q_i^+}}q_r-\sum_{r\in\mathbf{Q_i^-}}q_r,\ i\in\mathbf{E\,tree1},\tag{10}$$

здесь $\mathbf{Q_i^+}$ — множество всех хорд дерева графа сети, циклы которых содержат ветвь i, направление этой ветви i совпадает с направлением хорд в циклах; $\mathbf{Q_i^-}$ — множество всех хорд дерева графа сети, циклы которых содержат ветвь i, направление этой ветви i противоположно направлению хорд в циклах. Под циклом хорды здесь понимается цепь, содержащая эту хорду, которая начинается и заканчивается фиктивным нулевым узлом. Выражение (10) представляет собой первый закон Кирхгоффа.

Температуры газа, выходящего из узлов:

$$
\begin{aligned}
T_j = (& \sum_{i \in \mathbf{G}_j^+ \cap (\mathbf{M2TTpas} \cup \mathbf{M2TTconst}),\, q_i > 0} \widetilde{T}_{\text{к}i}(T_{\text{н}(i)})\, q_i + \\
+ & \sum_{i \in \mathbf{G}_j^+ \cap (\mathbf{M2T} \setminus (\mathbf{M2TTpas} \cup \mathbf{M2TTconst}) \cup \mathbf{M3TT\Gamma1} \cup \mathbf{M1Tист1}),\, q_i > 0} T_{\text{к}i}\, q_i - \\
- & \sum_{i \in \mathbf{G}_j^- \cap (\mathbf{M2TTpas} \cup \mathbf{M2TTconst}),\, q_i < 0} \widetilde{T}_{\text{н}i}(T_{\text{к}(i)})\, q_i - \\
- & \sum_{i \in \mathbf{G}_j^- \cap (\mathbf{M2T} \setminus (\mathbf{M2TTpas} \cup \mathbf{M2TTconst}) \cup \mathbf{M3TT\Gamma1}),\, q_i < 0} T_{\text{н}i}\, q_i - \sum_{i \in \mathbf{G}_j^- \cap \mathbf{M1Tпот1},\, q_i < 0} T\text{гр}\, q_i + q\text{фикт}\, T\text{гр}\,) / \\
(& \sum_{i \in \mathbf{G}_j^+ \cap (\mathbf{M2T} \cup \mathbf{M3TT\Gamma1} \cup \mathbf{M1Tист1}),\, q_i > 0} q_i - \\
- & \sum_{i \in \mathbf{G}_j^- \cap (\mathbf{M2T} \cup \mathbf{M3TT\Gamma1} \cup \mathbf{M1Tпот1}),\, q_i < 0} q_i + q\text{фикт}\,), \quad j \in \mathbf{V},
\end{aligned}
\tag{11}
$$

где $\widetilde{T}_{\text{к}i}(T_{\text{н}(i)})$ — функция, выражающая температуру газа на выходе i-го элемента ГТС через температуру на его входе; $\widetilde{T}_{\text{н}i}(T_{\text{к}(i)})$ — функция, выражающая температуру газа на входе i-го элемента ГТС через температуру на его выходе. Выражение (11) представляет собой формулу смешивания температур потоков газа, входящих в узел j.

Компонентный состав газа, выходящего из узлов:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{Nкомп\,y}_j = (& \sum_{i \in \mathbf{G}_j^+ \cap (\mathbf{M2T} \cup \mathbf{M3TT\Gamma1}),\, q_i > 0} \mathbf{Nкомп\,y}_{\mathbf{н(i)}}\, q_i - \\
- & \sum_{i \in \mathbf{G}_j^- \cap (\mathbf{M2T} \cup \mathbf{M3TT\Gamma1}),\, q_i < 0} \mathbf{Nкомп\,y}_{\mathbf{к(i)}}\, q_i + \sum_{i \in \mathbf{G}_j^+ \cap \mathbf{M1Tист1},\, q_i > 0} \mathbf{Nкомп}_{\mathbf{i}}\, q_i + \mathbf{Nфикт}\, q\text{фикт}\,) / \\
(& \sum_{i \in \mathbf{G}_j^+ \cap (\mathbf{M2T} \cup \mathbf{M3TT\Gamma1} \cup \mathbf{M1Tист1}),\, q_i > 0} q_i - \sum_{i \in \mathbf{G}_j^- \cap (\mathbf{M2T} \cup \mathbf{M3TT\Gamma1}),\, q_i < 0} q_i + q\text{фикт}\,) \\
& j \in \mathbf{V}.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Множество функций модифицированной модели УПР в ГТС:

$$
\mathbf{F} = \{\text{т г}(i), \text{н}(i), \text{к}(i), \widetilde{\mathbf{N}}\mathbf{комп}(i,q), T\text{н}(i,q), T\text{к}(i,q)\} \cup \bigcup_{k \in \mathbf{M2T} \cup \mathbf{M3TT\Gamma1}} R3T(k, \mathbf{F}_k),
$$

здесь $\mathbf{F_k}$ — множество функций k-го элемента ГТС.

Число уравнений и неравенств модифицированной математической модели будет меньше, чем в базовой модели, за счет устранения:

– уравнений, связывающих давление газа на входе и выходе элементов, соответствующих ветвям леса $\mathbf{E\,for1}$;

– уравнений, связывающих температуру газа на входе и выходе элементов, модели которых принадлежат классу $\mathbf{K2TTpas}$ или $\mathbf{K2TTconst}$;

– уравнений для компонентного состава в дугах, т.е. уравнений (9);

– уравнений для расходов (7), составленных по первому закону Кирхгоффа.

Таким образом, число уравнений и неравенств модифицированной математической модели будет меньше, чем в базовой модели, на

$$
|\mathbf{E\,for1}| + |\mathbf{M2TTpas} \cup \mathbf{M2TTconst}| + |\mathbf{E} \setminus \mathbf{M1Tист1}| + |\mathbf{V}|
$$

На практике это соответствует уменьшению числа уравнений в 8-20 раз.

Математические модели УПР в ГТС позволяют сформулировать целый ряд задач, связанных с оцениванием состояния и параметров газотранспортной системы.

10. Температурный расчет модифицированной математической модели УПР в ГТС

Рассмотрим задачу нахождения температур газа, выходящего из узлов, т.е. задачу нахождения выражений T_j, $j \in \mathbf{V}$, определяемых в соответствии с (11). Выражения T_j, $j \in \mathbf{V}$ зависят от расходов и температур. Чтобы их найти, необходимо решить систему линейных уравнений (11). Но поскольку газ не течет по циклу, состоящему из дуг, соответствующих элементам класса $\mathbf{K2TTpas}$ (это следует из определения класса $\mathbf{K2TTpas}$, а именно из условия (6)), то система линейных уравнений (11) получается вырожденной. Поэтому вместо ее решения можно применить специальный алгоритм для нахождения всех T_j, $j \in \mathbf{V}$ (алгоритм расчета температур).

Для того чтобы применить алгоритм расчета температур, необходимо из графа сети исключить дуги, которые не принадлежат множеству $\mathbf{M2TTpas}$ или $\mathbf{M2TTconst}$, т.е. эти дуги не рассматриваются. Тогда исходный граф может распасться на несколько независимых графов, в которых каждая дуга будет принадлежать множеству либо $\mathbf{M2TTpas}$, либо $\mathbf{M2TTconst}$. Для каждого такого графа необходимо применить алгоритм расчета температур.

Идея этого алгоритма состоит в попытке обойти все узлы графа сети в определенной последовательности, вычисляя значение температуры газа в каждом узле. Алгоритм расчета температур будет давать их точные значения, если входные данные таковы, что газ не течет по циклу, состоящему из дуг, соответствующих элементам класса $\mathbf{K2TTpas}$, и соблюдается I закон Кирхгоффа. В противном случае алгоритм дает приближенные значения температур и должны быть заданы приближенные значения температур газа для некоторых узлов.

В процессе работы алгоритма на дуги ставятся пометки вида √, означающие, что температуры газа на входе и выходе соответствующих элементов ГТС уже вычислены. На узлы ставится два вида пометок:

а) √ (пройденный узел). Это означает, что температура газа, выходящего из этого узла, уже вычислена;

б) →| (тупиковый узел). Это означает, что невозможно вычислить температуру газа, выходящего из этого узла, так как известны не все температуры потоков газа, входящих в этот узел. Узлы, помеченные →, вносятся в список тупиковых узлов, который можно представить как множество узлов.

Пометки √ и →| друг друга исключают.

Алгоритм расчета температур состоит в следующем.

1. Очистить список тупиковых узлов, пометки на узлах и дугах. Дуги, принадлежащие множеству **M2TTconst**, расход в которых отрицательный, пометить как пройденные.

2. Для каждой дуги, принадлежащей множеству **M1Тист1** или **M2TTconst**, расход в которой положительный; дуги, принадлежащей множеству **M1Тпот1**, расход в которой отрицательный, выполнить процедуру температурного расчета фрагмента (см. ниже).

3. Пока есть еще непомеченные узлы, перебирать эти узлы, в которые газ не входит или входит только по помеченным дугам. Для каждого такого узла S выполнить следующее:

3.1. Вычислить температуру газа в узле S по формуле (11).

3.2. Пометить узел S как пройденный (√).

3.3. Для всех непомеченных дуг, принадлежащих множеству **M2TTpas**, по которым газ выходит из узла S, выполнить процедуру температурного расчета фрагмента (см. ниже).

4. Пока список тупиковых узлов непустой, выполнять следующее:

4.1. Среди всех тупиковых узлов найти узел S_T с минимальным суммарным входящим расходом на непомеченных дугах.

4.2. Температуру газа в узле S_T вычислить приближенно, задав приближенные значения температур потоков газа, входящих по непомеченным дугам в этот тупиковый узел. Пометить этот узел и эти дуги √.

4.3. Для всех непомеченных дуг, принадлежащих множеству **M2TTpas**, по которым газ выходит из узла S_T, выполнить процедуру температурного расчета фрагмента (см. ниже).

5. Если все узлы помечены как пройденные, то работа алгоритма закончена; иначе, в оставшихся непомеченными узлах температуру считать равной Tгр , и работа алгоритма закончена.

Процедура температурного расчета фрагмента (на входе этой процедуры: непомеченная дуга i).

1. Пометить дугу i √.

2. Пусть S— узел, в который газ течет по дуге i. Если газ входит в узел S только по помеченным дугам, то:

2.1. Вычислить температуру в узле S (по формуле (11)).

2.2. Пометить узел S как пройденный (√).

2.3. Для всех непомеченных дуг, принадлежащих множеству **M2TTpas**, по которым газ выходит из узла S, выполнить эту же процедуру.

11. Расчет компонентного состава газа, выходящего из узлов

Выражение (12) представляет собой систему линейных уравнений с неизвестными $\mathbf{Nкомп\,y_j}$, $j \in \mathbf{V}$. Система (12) имеет сильно разреженную матрицу коэффициентов, причем специального вида, поэтому решать ее стандартными методами решения систем линейных уравнений (например, Гаусса, Жордана-Гаусса и др.) не эффективно. Если газ не течет по циклу, то матрицу коэффициентов системы (12) сразу можно свести к треугольному виду перестановками соответствующих строк и столбцов, не производя никаких сложений и умножений над строками. Если же есть циклы, по которым течет газ, то несложными преобразованиями матрица коэффициентов системы также сводится к треугольному виду. Предлагается специальный алгоритм решения системы (12), учитывающий специфику матрицы коэффициентов, который состоит в следующем:

1. Выполнить процедуру 1 для матрицы коэффициентов системы.

2. Выполнить процедуру 2 для матрицы коэффициентов системы.

3. Выполнить процедуру 3 для матрицы коэффициентов системы.

4. Первые три шага сводят матрицу коэффициентов исходной системы линейных уравнений (12) к верхнетреугольному виду. Полученной матрице коэффициентов ставится в соответствие система, эквивалентная исходной, решать которую предлагается обратным ходом метода Гаусса.

Процедура 1. Найти строку, в которой находится только один ненулевой элемент. Соответствующими перестановками строк и столбцов поместить его в левый верхний угол. Вычеркнуть строку и столбец, в которых находится этот элемент, и, следовательно, тем самым понизить размерность матрицы на 1. Повторять эту операцию до тех пор, пока это возможно.

Процедура 2. Найти столбец, в котором находится только один ненулевой элемент. Соответствующими перестановками строк и столбцов поместить его в правый нижний угол. Вычеркнуть строку и столбец, в которых находится этот элемент, и, следовательно, тем самым понизить размерность матрицы на 1. Повторять эту операцию до тех пор, пока это возможно.

Процедура 3. Найти столбец, в котором находится наименьшее число ненулевых элементов. Соответствующими перестановками строк и столбцов поместить один из этих элементов в правый нижний угол (путь это будет элемент А). Обнулить остальные элементы столбца, в котором находится элемент А, соответствующими умножениями его на число и сложениями строк. Вычеркнуть строку и столбец, в которых находится элемент А, и, следовательно, тем самым понизить размерность матрицы на 1. Выполнить процедуры 1 и 2. Повторять эту операцию до тех пор, пока это возможно.

12. Расчет давлений в узлах графа сети

Как было сказано выше, давления P_j, $j \in \mathbf{V1}$ являются переменными модели, а давления во всех остальных узлах (P_j, $j \notin \mathbf{V1}$)— выражениями. Будем считать, что узлы $j \in \mathbf{V1}$ имеют уровень 1. Узел имеет уровень $(i+1)$, если он соединен ветвью леса с узлом уровня i. Задача расчета давлений состоит в их вычислении во всех узлах графа сети по известным значениям расходов в дугах и давлений в узлах уровня 1. Для этого должен быть задан лес графа сети.

Расчет давлений во всех узлах графа сети происходит последовательно, начиная с давлений в узлах уровня 1, которые являются известными. Таким образом, расчет давлений осуществляется путем последовательного обхода каждого дерева леса графа сети.

13. Заключение

Предложен объектно-ориентированный подход к построению математических моделей газотранспортных систем в стационарном режиме. Получены две математические модели УПР в ГТС: базовая и модифицированная, для построения которых вводятся специальные классы и подклассы математических моделей элементов ГТС. Примененный подход позволил сформировать математическую модель всей газотранспортной системы и любого ее фрагмента, не привязываясь к конкретным моделям ее элементов, и, в то же время, при построении модели ГТС учитывать особенности моделей ее элементов путем введения классов и подклассов.

Литература: 1. *Довідник* експлуатаційникові газонафтового комплексу // *В.В. Розгонюк, Л.А. Хачикян, М.А. Григіль, О.С. Удалов, В.П. Нікішин.* К.: Росток, 1998. 432с.

Поступила в редколлегию 20.11.2001

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Евдокимов А.Г.

Адаменко Вера Анатольевна, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: системный анализ, оптимальное стохастическое управление, условная оптимизация. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. +380572-40-94-36.

Адаменко Андрей Викторович, инженер-программист АОЗТ СП “МонИс”. Научные интересы: автоматизированные системы управления, системный анализ, условная оптимизация. Адрес: Украина, 61644, Харьков, ул. Октябрьской революции, 99, тел. +380572-15-80-57.

Тевяшева Ольга Андреевна, аспирант НТУ “ХПИ”. Научные интересы: системный анализ, теория оптимальных решений. Адрес: Украина, 61000, Харьков, пр. Фрунзе, 21, тел. +380572-20-57-74.

УДК 517.544.3:517.947.48

МОДЕЛЮВАННЯ ІМПУЛЬСНИХ СКЛАДОВИХ ВНУТРІШНІХ ЗАДАЧ АТМОСФЕРНОЇ ЕЛЕКТРИКИ ДЛЯ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

ПЛОТНИЦЬКИЙ Т.А., МУХІНА М.П.

Розглядається математична модель електромагнітної взаємодії блискавки з літальним апаратом, що представляється на класі так званих внутрішніх задач низькочастотної електродинаміки. Запропонований методологічний підхід дозволяє отримати умову нехтування дифузійно-магнітної складової наводок.

Вступ

Згідно зі статистичними відомостями, ураження літального апарата (ЛА) блискавкою відбувається один раз на 10-15 тис. годин нальоту. До 1988 року влучення блискавки в ЛА вважалося явищем випадковим. Але дослідження встановили, що у 80 % випадків ЛА сам провокує блискавку, рухаючись у секторі з конвективним рухом мас повітря із хмарами – носіями електричного заряду. Навіть при наявності простих систем, що мають різний потенціал, рух ЛА викликає підсилення поля в 10-100 разів. Підсилення залежить від конфігурації ЛА, матеріалу його конструкції, протяжності вихлопного струменя двигунів. Літак типу Airbus, наприклад, підсилює поле в 50 разів.

Ураження блискавкою, що донедавна вважалося незначною подією, тепер може стати реальною небезпекою (внаслідок розекранування ЛА шляхом введення в конструкцію композитних матеріалів) для бортового обладнання, зокрема для ПЕОМ, що живиться струмом із малою напругою, і інтегрованих електричних систем управління, які мають стійку тенденцію до широкого розповсюдження.

За статистичними даними США, їх транспортні ЛА в середньому зазнавали один удар блискавки на кожні 2 тис. годин нальоту. Ушкодження, що при цьому виникали, могли мати широкий спектр інтенсивності: від незначних, ледь помітних впливів, до катастрофічних, пов’язаних головним чином із займанням палива в паливних баках [1].

Поширення струму блискавки по обшивці ЛА викликає перенапруги (так звані наводки) на ізоляції внутрішніх кіл відносно корпусу. Рівень наведених імпульсів напруги може складати декілька кіловольт [2]. У літературі прийнято виділяти три основні типи наводок залежно від шляхів проникнення електромагнітного поля:

– проникнення електричного поля безпосередньо крізь обшивку, з урахуванням геометрії обшивки та впливу поверхневого ефекту – так звана ***дифузійно-резистивна складова наводок***;

– проникнення магнітного поля крізь обшивку ЛА, з урахуванням кривизни корпусу та нерівномірності розподілення струму блискавки – так звана ***дифузійно-магнітна складова***;

– проникнення електромагнітного поля крізь різноманітні отвори в обшивці (ілюмінатори, радіопрозорі елементи, щілини та ін.), з урахуванням геометричних розмірів отворів та місця розташування досліджуваного кола – так звана ***апертурна складова***.

Моделювання елктромагнітної взаємодії електричних розрядів з ЛА є надзвичайно складною внут-